

Aditia, Ika Maulina. 2010. Metode *Multiple Time Scale* untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Tak Linear Tipe Duffing dengan Gaya Luar. Skripsi, Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Semarang. Pembimbing I: Dr. St. Budi Waluya, M.S. Pembimbing II: Drs. Wuryanto, M.Si.

Kata kunci: Persamaan Duffing, Metode *Multiple Time Scale*, Metode Runge Kutta Order Empat.

Matematika merupakan salah satu sarana untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Salah satu kajian matematika yang konsep-konsepnya banyak diterapkan dalam bidang lain adalah persamaan diferensial. Dalam pembahasan mengenai persamaan diferensial, salah satu kelas yang tidak kalah penting untuk dibahas adalah osilator tak linear, misalnya persamaan Duffing. Persamaan osilator tak linear juga dapat dimodifikasi sesuai dengan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dengan menambahkan redaman ataupun gaya luar. Masalah yang umumnya timbul adalah sulitnya menemukan solusi eksak (analitik) dari model matematika, sehingga diperlukan teknik perturbasi untuk menyelesaikannya. Salah satu teknik perturbasi yang dapat digunakan adalah metode *Multiple Time Scale*.

Permasalahan yang diangkat pada penelitian ini adalah bagaimana permodelan persamaan Duffing dan bagaimana solusi persamaan diferensial tak linear tipe Duffing dengan gaya luar dengan menggunakan metode *Multiple Time Scale* serta visualisasinya dengan program *Maple*. Langkah-langkah yang dilakukan adalah menentukan masalah, merumuskan masalah, studi pustaka, analisis pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan.

Pembahasan dilakukan untuk menyelesaikan persamaan Duffing dengan metode *Multiple Time Scale*. Pembahasan ini dilakukan dalam tiga kasus, yaitu kasus sederhana ($F = 0$), *soft nonresonant*, dan *hard nonresonant*. Pada Persamaan Duffing Sederhana $\frac{d^2y}{dt^2} + y + \varepsilon y^3 = 0$, $y(0) = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$ diperoleh solusi $y(t, \varepsilon) = y_0 + O(\varepsilon) = \sin\left(\frac{3}{8}\varepsilon t + t\right) + O(\varepsilon)$, sedangkan untuk *Soft Nonresonant* Persamaan Duffing $\frac{d^2y}{dt^2} + y + \varepsilon y^3 = \varepsilon f \cos(\omega t_1)$, $y(0) = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$ diperoleh solusi $y(t, \varepsilon) = y_0 + O(\varepsilon) = \sin\left(\frac{3}{8}\varepsilon t + t\right) + O(\varepsilon)$ dan untuk *Hard Nonresonant* Persamaan Duffing $\frac{d^2y}{dt^2} + y + \varepsilon y^3 = F \cos(\omega t_1)$, $y(0) = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$ diperoleh solusi $y(t, \varepsilon) = y_0 + O(\varepsilon) = \sin\left(\frac{3}{8} \frac{(\omega^4 - 2\omega^2 + 1 + F^2 + 2F)\varepsilon t}{(\omega + 1)^2(\omega - 1)^2} + t\right) + O(\varepsilon)$, $\omega \neq 1$. Solusi-solusi tersebut kemudian divisualisasikan dengan menggunakan *Maple* dan dibandingkan hasilnya dengan penyelesaian numerik dengan menggunakan metode Runge Kutta Order Empat.