ABSTRAK

Wirawan, M. A. 2010. *Transformasi Laplace Untuk Menentukan Solusi Persamaan Gelombang*. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Drs. Wuryanto, M.Si., Pembimbing Pembantu Dr. St. Budi Waluya, M.Si.

Kata kunci: Persamaan Differensial Parsial, Transformasi Laplace, Persamaan Gelombang.

Transformasi Laplace merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan differensial. Sering dijumpai transformasi Laplace pada persamaan differensial biasa, Pada dasarnya, transformasi Laplace pada persamaan differensial parsial adalah mengubah persamaan differensial parsial menjadi persamaan differensial biasa. Jadi transformasi Laplace dapat mempermudah mencari solusi persamaan differensial parsial. Permasalah yang muncul adalah (1) Bagaimanakah penurunan bentuk baku persamaan gelombang, (2) Bagaimanakah rumusan solusi umum persamaan gelombang dengan menggunakan transformasi Laplace, (3) Bagaimanakah rusmusan solusi persamaan gelombang dalam berbagai kasus dengan menggunakan transformasi Laplace.

Metode penulisan yang digunakan pada penelitian ini adalah pemilihan masalah, merumuskan masalah, studi pustaka, memecahkan masalah dan menyimpulkan pembahasan.

Berdasarkan analisis pemodelan matematika diperoleh persamaan gelombang satu dimensi $u_{tt} = c^2 u_{xx}$. Solusi persamaan gelombang $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ dengan $u(x,0) = \phi(x)$ dan $\frac{d}{dt}u(x,0) = \psi(x)$, $-\infty < x < \infty, t > 0$ adalah $u(x,t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left(-\frac{c}{2s}\int\left(-\frac{s}{c^2}\phi(x) - \frac{1}{c^2}\psi(x)\right)e^{\frac{s}{c}x}dx + c1\right)e^{-\frac{s}{c}x} + \left(\frac{c}{2s}\int\left(-\frac{s}{c^2}\phi(x) - \frac{1}{c^2}\psi(x)\right)e^{-\frac{s}{c}x}dx + c2\right)e^{\frac{s}{c}x}\right\}$. Solusi untuk kasus kondisi Dirichlet adalah $u(x,t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left(-\frac{c}{2s}\int\left(-\frac{s}{c^2}\phi(x) - \frac{1}{c^2}\psi(x)\right)e^{\frac{s}{c}x}dx + c1\right)e^{-\frac{s}{c}x} + \left(\frac{c}{2s}\int\left(-\frac{s}{c^2}\phi(x) - \frac{1}{c^2}\psi(x)\right)e^{-\frac{s}{c}x}dx + c2\right)e^{\frac{s}{c}x}\right\}$, yang kemudian dikonversikan ke deret fourier sine. Aplikasi transformasi Laplace pada persamaan gelombang dengan gaya peredam $u_{tt} - c^2 u_{xx} = -u_t$, dengan nilai awal $u(x,0) = \phi(x)$ dan $\frac{d}{dt}u(x,0) = \psi(x)$, $-\infty < x < \infty$, $t > 0$ adalah $u(x,t) = \mathcal{L}^{-1}\{U(x,s)\}$ dimana $U(x,s)$ adalah solusi PDB $U_{xx}(x,s) - \frac{(s^2+s)}{c^2}U(x,s) = \frac{-(s+1)}{c^2}U(x,0) - \frac{1}{c^2}U_t(x,0)$.

Peneliti menyarankan penggunaan transformasi Laplace pada kondisi Neuman dan Robin, transformasi Laplace pada persamaan gelombang dua atau tiga dimensi, penggunaan transformasi Fourier dan Hankel untuk menyelesaikan persamaan differensial parsial.