



PEMODELAN ARFIMA MELALUI $\hat{\alpha}_{HILL}$ -STABLE SEBAGAI PENENTU \hat{d} DAN APLIKASINYA DALAM ESTIMASI HARGA SAHAM

Putri Dwi Pradina, Scolastika Mariani, Sugiman

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt.1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Januari 2014
Disetujui Mei 2014
Dipublikasikan Nopember 2014

Keywords:
Fractal
Estimation
ARFIMA
 $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable
Differencing
Hurst exponent

Abstrak

Model ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) dikembangkan untuk memodelkan long memory pada data runtun waktu dengan differencing (d) bilangan real, $-0,5 < d < 0,5$. Operasi differencing berhubungan dengan eksponen Hurst(H). Di dalam persamaan-persamaan dari eksponen Hurst, terdapat persamaan yang mengekspresikan hubungan antara dimensi fraktal dari runtun waktu dan dimensi fraktal ruang probabilitas (α), yaitu $\alpha = 1/H$. Adapun dimensi fraktal ruang probabilitas adalah indeks Levy dari distribusi Stable. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model ARFIMA(p,d,q) melalui $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable untuk menentukan \hat{d} dan menentukan model ARFIMA(p,d,q) untuk estimasi suatu harga saham (Saham Gowa Makasar Tourism(Close)) dengan bantuan software OxMetrics 4.0 yang menghasilkan nilai MSE terkecil. Dengan demikian, model ARFIMA(3;0,16398;2) tanpa mengikutkan konstanta adalah model yang tepat untuk estimasi data. Persamaan model estimasi data adalah dengan $(1 - 1,66498B + 1,55818B^2 - 0,849982B^3)\nabla^{0,163981}Z_t = (1 + 0,475741B - 0,809627B^2)a_t$, $\nabla^{0,163981} = (1 - 0,163981B - 0,0685B^2 - 0,0420B^3 - 0,0297B^4 - \dots)$. Estimasi harga saham untuk periode 3 Juli 2013, 4 Juli 2013, 5 Juli 2013, dan 8 Juli 2013 berturut-turut adalah 6158,20; 4763,00; 4278,60; dan 5855,90.

Abstract

ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) model was developed to model the long memory in time series with differencing (d) as a real number, $-0,5 < d < 0,5$. Differencing operation is related to Hurst exponent (H). In the terms of Hurst exponent, there is a term what expressed relation between the fractal dimension of time series and the fractal dimension of probability space (α), i.e. $\alpha = 1/H$. The fractal dimension of probability space is Levy index of the Stable distribution. This research was aimed to assess ARFIMA(p,d,q) model through $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable to determined \hat{d} and determined ARFIMA(p,d,q) model to estimate a stock price (Gowa Makasar Tourism(Close) Stock) with help software OxMetrics 4.0 which result the smallest MSE value. Thus, ARFIMA(3;0,16398;2) model without constant is a right mode to estimate the data. The estimated model equation of data is $(1 - 1,66498B + 1,55818B^2 - 0,849982B^3)\nabla^{0,163981}Z_t = (1 + 0,475741B - 0,809627B^2)a_t$ where $\nabla^{0,163981} = (1 - 0,163981B - 0,0685B^2 - 0,0420B^3 - 0,0297B^4 - \dots)$. Estimation of the stock price for period 3rd July 2013, 4th July 2013, 5th July 2013, and 8th July 2013 respectively is 6158,20; 4763,00; 4278,60; and 5855,90.

Pendahuluan

Sekarang ini, pasar saham telah menjadi lahan investasi yang populer di kalangan pelaku bisnis yaitu para investor. Menurut Wikipedia, saham adalah satuan nilai atau pembukuan dalam berbagai instrumen finansial yang mengacu pada bagian kepemilikan sebuah perusahaan. Saham (stock) merupakan salah satu instrumen pasar keuangan yang paling populer. Menerbitkan saham merupakan salah satu pilihan perusahaan ketika memutuskan untuk pendanaan perusahaan. Harga saham bisa berubah-ubah sewaktu-waktu tergantung keuntungan, kerugian, kinerja perusahaan atau faktor-faktor luar. Hakikatnya, para investor memiliki suatu tujuan dalam menghasilkan dan meraih keuntungan yang besar. Oleh karenanya, diperlukan perencanaan kegiatan operasinya secara cermat dan pengambilan keputusan yang tepat. Menurut Makridakis *et al.* (1999), Peramalan diperlukan untuk menetapkan kapan suatu peristiwa akan terjadi, sehingga tindakan yang tepat dapat dilakukan.

Peramalan atau yang disebut forecasting adalah salah satu unsur yang sangat penting dalam pengambilan keputusan, sebab efektivitas atau tindakan suatu keputusan umumnya tergantung pada beberapa faktor yang tidak dapat dilihat pada waktu keputusan itu diambil (Soejoeti, 1987). Suatu pandangan bahwa perilaku harga saham terdapat keterkaitan antara peristiwa satu dengan peristiwa berikutnya, maka dapat dianalisis dengan konsep fraktal. Harga saham memiliki sifat fraktal yaitu semakin dilihat maka semakin detail terlihat.

Data saham merupakan data time series. Menurut Jenkins *et al.* (1994), sebagaimana yang dikutip Ningrum & Sulandari (2009) menyatakan time series merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadinya berdasarkan urutan waktu. Berkaitan dengan konsep fraktal, peramalan yang tepat diterapkan yaitu model Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) yang merupakan suatu model estimator yang dapat mengatasi kelemahan model ARIMA, karena ARFIMA dapat menjelaskan data long memory yang differencing (d) bernilai bilangan real.

Untuk mengestimasi \hat{d} pada model ARFIMA ada beberapa cara. Dalam hal ini \hat{d} ditentukan melalui pendekatan suatu distribusi, yaitu distribusi Stable. Pada model distribusi

Stable terdapat empat parameter yaitu indeks stabilitas ($\alpha \in (0,2]$) yang menyatakan ketebalan ekor dari distribusi, parameter kemiringan ($\beta \in [-1,1]$), parameter skala ($\sigma > 0$), dan parameter lokasi ($\mu \in (-\infty, \infty)$) (Samorodnitsky & Taqqu, 1994). Nilai α melalui model distribusi Stable yang diperlukan adalah nilai parameter α (indeks stabilitas/index of stability) karena menyatakan ketebalan ekor dari distribusi. Nilai α yang lebih kecil menerangkan ekor yang lebih tebal pada distribusi. Ini erat kaitannya dengan nilai kestabilan dan indikasi adanya lonjakan-lonjakan (fluktuasi) data yang berhubungan dengan fraktal. Salah satu estimator graphical yang populer untuk indeks α adalah dengan Estimator Hill's. Parameter α yang ditaksir menggunakan Estimator Hill's selanjutnya disebut dengan $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah (1) Bagaimana menentukan nilai $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable? (2) Bagaimana menentukan nilai \hat{d} (differencing)? (3) Bagaimana menentukan model ARFIMA? (4) Bagaimana estimasi harga saham di Indonesia dengan menggunakan model ARFIMA? (5) Bagaimana aplikasi estimasi harga saham di Indonesia dengan menggunakan model ARFIMA?

Tulisan ini berdasarkan penelitian yang bertujuan untuk menentukan nilai \hat{d} untuk model ARFIMA melalui $\hat{\alpha}_{Hill}$ -Stable dan model ARFIMA yang tepat, estimasi harga saham pada masa mendatang dengan model ARFIMA, dan membuat aplikasi estimasi harga saham dengan model ARFIMA.

Metode

Metode pengumpulan data dalam penelitian ini adalah studi pustaka, data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu data Saham Gowa Makasar Tourism (Close) harian dari tanggal 13 Februari 2013 sampai 2 Juli 2013 yang diambil dari www.yahoo.finance.com sebagai contoh kasus, serta analisis dan pemecahan masalah diperoleh dari berbagai sumber pustaka yang sudah menjadi bahan kajian untuk memecahkan masalah yang telah dirumuskan. Akan tetapi, untuk menentukan model ARFIMA(p;d;q) yang tepat untuk data penelitian digunakan software bantu yaitu OxMetrics 4.0 dalam perhitungan nilai koefisien-koefisien masing-masing parameter AR dan MA, mengetahui nilai p-value untuk uji signifikansi dan mengetahui nilai MSE tiap model ARFIMA yang telah dibentuk.

Hasil dan Pembahasan

Menurut Mittnik & Paoletta (1999) bahwa estimator Hill yang paling umum digunakan mengestimasi ketebalan ekor (α), yaitu diberikan urutan statistik $X_{1,n}, X_{2,n}, \dots, X_{n,n}$ dari sampel X_1, X_2, \dots, X_n estimator Hill's dapat didefinisikan sebagai

$$\hat{\alpha}_{hill}^{-1} = k^{-1} \sum_{j=1}^k \ln(X_{n+1-j,n}) - \ln(X_{n-k,n}) \quad (1)$$

dengan nilai $k=k(n)$, nilai k yang lebih tepat untuk Estimator Hill antara 40% dan 44% dari n (banyak sampel). Dengan kata lain :

$$\hat{\alpha}_{Hill-Stable} = \frac{1}{k^{-1} \sum_{j=1}^k \ln(X_{n+1-j,n}) - \ln(X_{n-k,n})}$$

Untuk menentukan \hat{d} , diperlukan nilai Hurst (H). Menurut Peters (1994) menyatakan bahwa Analisis Rescaled Range (R/S) memberikan sebuah hubungan antara eksponen Hurst (H) dan indeks Levy (α). Hubungan antara eksponen Hurst (H) dan indeks Levy (α) diberikan pada persamaan (2).

$$\alpha = 1/H \quad (2)$$

atau

$$H = 1/\alpha = \hat{\alpha}_{hill}^{-1}$$

Secara langsung hubungan antara Hurst dan operasi differencing fraktal adalah :

$$d = H - 0,5 \quad (3)$$

Brockwell & Davis (1991). Proses $\{Z_t, t = 0, \pm 1, \dots\}$ disebut sebuah proses ARIMA(p;d;q) dengan $d \in (-0,5, 0,5)$ atau sebuah proses fractionally integrated ARMA(p;q) jika $\{Z_t\}$ stasioner dan memenuhi persamaan

$$\phi_p(B) \nabla^d Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (4)$$

dengan $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$

$$\theta_q(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_q B^q)$$

$$\nabla^d = (1 - B)^d$$

Hoskings (1981) mengatakan bahwa operator fractional difference pada model ARFIMA(p;d;q) merupakan perluasan dari binomial yakni :

$$\nabla^d = (1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-1)^j B^j \quad (5)$$

dengan

$$\binom{d}{j} = \frac{d!}{j!(d-j)!}$$

B merupakan backward shift operator sehingga

$$\begin{aligned} \nabla^d &= \binom{d}{0} (-1)^0 B^0 + \binom{d}{1} (-1)^1 B^1 + \binom{d}{2} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= 1 - dB - \frac{1}{2}(1-d)dB^2 - \frac{1}{6}(1-d)(2-d)dB^3 + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Dalam analisis contoh kasus data, untuk perhitungan $\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$, menggunakan

$k=0,40; 0,41; 0,42; 0,43; 0,44$. Adapun nilai $\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$, Hurst (H), dan \hat{d} untuk data Saham Gowa Makasar Tourism yang diperoleh terdapat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai $\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$, Hurst (H), dan \hat{d} Data

	$\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$	H	\hat{d}
Untuk $k = 0,40$	1,50607	0,66398	0,16398
Untuk $k = 0,41$	1,14820	0,87093	0,37093
Untuk $k = 0,42$	0,93453	1,07005	0,57005
Untuk $k = 0,43$	0,79100	1,26422	0,76422
Untuk $k = 0,44$	0,68797	1,45354	0,95354

Dari Tabel 1 diperoleh bahwa nilai $\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$ memenuhi syarat nilai parameter $\alpha \in (0,2]$ pada setiap kriteria k tetapi nilai H dan \hat{d} yang memenuhi syarat $H \in [0,1]$ dan $d \in (-0,5, 0,5)$ hanya kriteria $k=0,40$ dan $k=0,41$. Jadi, untuk analisis model ARFIMA(p;d;q) dengan software OxMetrics 4.0 menggunakan $\hat{d} = 0,16398$ dan $\hat{d} = 0,37093$.

Dalam analisis model ARFIMA(p;d;q), langkah yang digunakan sama dengan langkah pada analisis ARFIMA(p;d;q) tetapi hanya berbeda dalam proses menentukan d yang menunjukkan proses long memory. Adapun langkah-langkah analisis model yaitu : (1) membuat time series plot; (2) menetapkan beberapa model ARFIMA(p;d;q) berdasarkan plot ACF dan PACF; (3) mengestimasi parameter model ARFIMA(p;d;q) yang telah terbentuk; (4) melakukan pemilihan model ARFIMA(p;d;q) terbaik berdasarkan MSE.

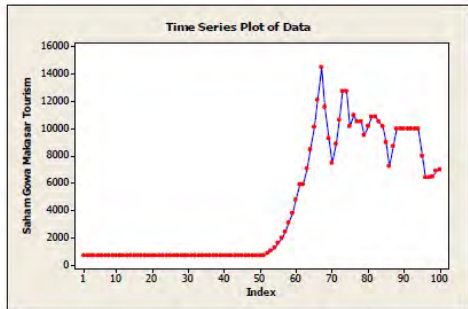
Tahap-tahap pembentukan model ARFIMA(p;d;q) adalah identifikasi model, uji signifikansi model ARFIMA, dan cek diagnosa. Identifikasian model ARFIMA dapat dilakukan dengan melihat plot time series, plot ACF (Autocorrelation Function), dan plot PACF (Partial Autocorrelation Function). Secara teoritis, bentuk-bentuk plot ACF dan PACF dari model estimasi seperti pada Tabel 2 (Wei, 1994).

Tabel 2. Bentuk ACF dan PACF

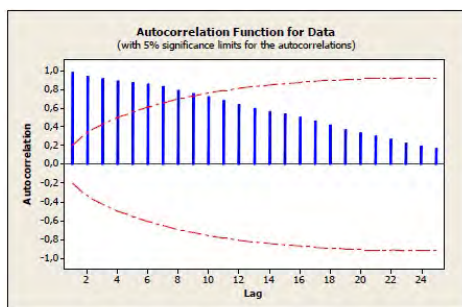
Model	ACF	PACF
AR(p) : autoregressive orde p	Turun Eksponensial	Terpotong pada lag p
MA(q) : moving average orde q	Terpotong pada lag q	Turun Eksponensial
ARMA(p,q) : autoregressive-moving average orde (p,q)	Terpotong setelah lag (q-p)	Terpotong setelah lag (p-q)

Identifikasi model ARFIMA(p;d;q) untuk data dengan menganalisis plot time series data serta plot ACF dan plot PACF data. Analisis plot time series untuk mengetahui kestasioneran. Dari Gambar 1 memperlihatkan bahwa data tidak stasioner baik mean dan

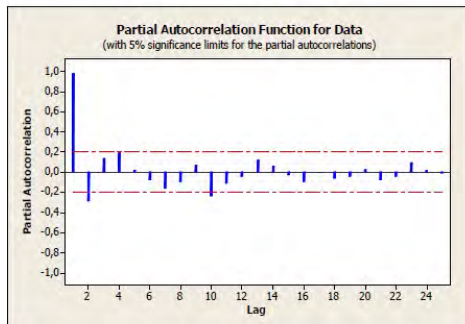
variansinya. Plot ACF dan plot PACF digunakan untuk menentukan kemungkinan model ARFIMA untuk estimasi.



Gambar 1. Time Series Plot dari Data



Gambar 2. Plot ACF dari Data



Gambar 3. Plot PACF dari Data

Gambar 2 dan Gambar 3, plot ACF data terlihat menurun secara eksponensial menuju ke nol (Dies down) dan plot PACF tampak terpotong pada suatu lag. Ini menunjukkan kecenderungan data memiliki model Autoregresi (AR). Pada plot PACF terdapat lag yang keluar dari batas garis merah sebanyak 3. Jadi, perkiraan model persamaan estimasi AR(3).

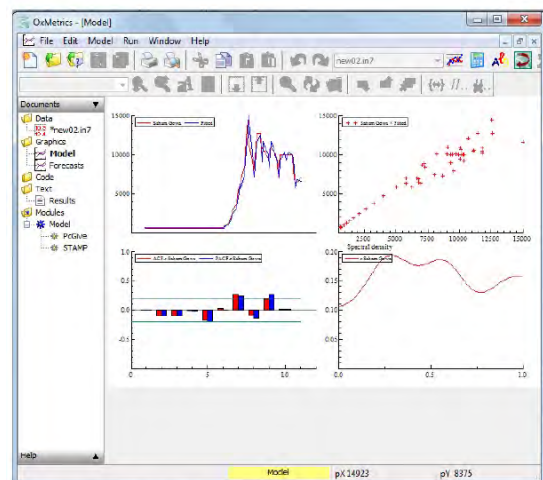
Adapun kemungkinan model untuk proses long memory adalah : ARFIMA(3;d;0), ARFIMA(3;d;1), dan ARFIMA(3;d;2), dengan $\hat{d} = 0,16398$ atau $\hat{d} = 0,37093$. Perhitungan kemungkinan pembentukan model untuk long memory dengan bantuan software OxMetrics 4.0 ditampilkan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Perhitungan Model Data

	Keterangan	Model	Parameter	P_value	MSE
$d=0.163981$	dengan konstanta	ARFIMA(3,d,0)	AR(1)	0.000	601789
			AR(2)	0.002	
			AR(3)	0.061	
		ARFIMA(3,d,1)	Konstanta	0.296	
			AR(1)	0.000	
			AR(2)	0.000	
	tanpa konstanta	ARFIMA(3,d,0)	AR(1)	0.000	602035
			AR(2)	0.002	
			AR(3)	0.056	
		ARFIMA(3,d,1)	AR(1)	0.000	
			AR(2)	0.000	
			AR(3)	0.000	
$d=0.37093$	tanpa konstanta	ARFIMA(3,d,0)	AR(1)	0.000	617639
			AR(2)	0.024	
			AR(3)	0.199	
		ARFIMA(3,d,1)	AR(1)	0.000	
			AR(2)	0.000	
			AR(3)	0.000	
	dengan konstanta	ARFIMA(3,d,0)	AR(1)	0.000	617915
			AR(2)	0.024	
			AR(3)	0.205	
		ARFIMA(3,d,1)	Konstanta	0.332	
			AR(1)	0.000	
			AR(2)	0.000	
	ARFIMA(3,d,2)	AR(1)	0.000	565897	
		AR(2)	0.000		
		AR(3)	0.000		
	ARFIMA(3,d,2)	MA(1)	0.000		
		MA(2)	0.000		
		MA(1)	0.000		
	ARFIMA(3,d,2)	AR(1)	0.000	538770	
		AR(2)	0.000		
		AR(3)	0.000		
	ARFIMA(3,d,2)	MA(1)	0.000		
		MA(2)	0.000		
		MA(1)	0.000		
	ARFIMA(3,d,0)	AR(1)	0.000	617639	
		AR(2)	0.024		
		AR(3)	0.199		
	ARFIMA(3,d,1)	AR(1)	0.000		
		AR(2)	0.000		
		AR(3)	0.000		
ARFIMA(3,d,1)	MA(1)	0.000			
	MA(2)	0.000			
	Konstanta	0.660			

Diperoleh dari Tabel 3, model yang tepat untuk estimasi data (Z_t) adalah model ARFIMA(3;0,163981;2) tanpa mengikutkan konstanta, karena nilai P tiap parameternya <5% dan nilai MSE terkecil.

Adapun Analisis Grafik model ARFIMA(3;0,163981;2) untuk estimasi data dengan menggunakan software OxMetrics 4.0 dapat dianalisis melalui Gambar 4.



Gambar 4. Output Analisis Grafik dengan OxMetrics

Terlihat pada Gambar 4 bahwa plot residual dari ACF dan PACF data telah baik. Meskipun ada satu lag yang melebihi garis batas tetapi lag-lag yang lain berada di dalamnya. Artinya, model ARFIMA (3;0,163981;2) tepat untuk mengestimasi data.

Untuk mengetahui nilai koefisien dari masing-masing parameter AR (ϕ_p) dan MA (θ_q) digunakan software OxMetrics 4.0. Adapun hasil analisis model ARFIMA(3;0,163981;2) tanpa mengikutkan konstanta untuk data dengan OxMetrics 4.0 ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai ϕ_p dan θ_q dengan OxMetrics

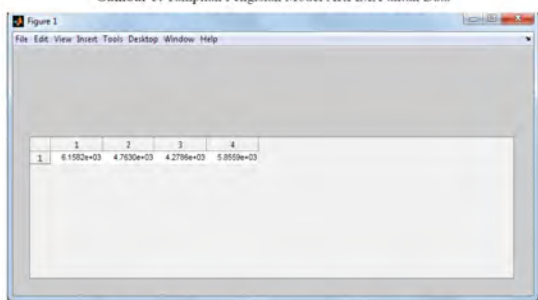
Parameter	Nilai Koefisien	P_value	MSE
ϕ_1	1,66498	0,000	538770
ϕ_2	-1,55818	0,000	
ϕ_3	0,849982	0,000	
θ_1	-0,475741	0,000	
θ_2	0,809627	0,000	

Jadi, untuk mengestimasi data digunakan persamaan peramalan model ARFIMA(3;0,163981;2) tanpa mengikutkan konstanta : $(1 - 1,66498B + 1,55818B^2 - 0,849982B^3)\nabla^{0,163981}Z_t = (1 + 0,475741B - 0,809627B^2)a_t$ dengan $\nabla^{0,163981} = (1 - 0,163981B - 0,0685B^2 - 0,0420B^3 - 0,0297B^4 - \dots)$

Untuk mempermudah dalam perhitungan estimasi data dengan model ARFIMA(p;d;q) digunakan aplikasi dari program MATLAB untuk 4 periode mendatang. Gambar 5 dan Gambar 6 merupakan output dari hasil perhitungan dengan MATLAB.



Gambar 5. Tampilan Pengisian Model ARFIMA untuk Data



Gambar 6. Tampilan Hasil Estimasi 4 Periode Mendatang

Dengan menggunakan Aplikasi Estimasi dengan Model ARFIMA(p;d;q) untuk data Saham Gowa Makasar Tourism (Close) periode 13 Febuari 2013 sampai 2 Juli 2013 diperoleh hasil estimasi saham untuk 4 periode mendatang pada Tabel 5.

Tabel 5. Estimasi Data 4 Periode Mendatang

Periode	Estimasi Saham
03 Juli 2013	6158,20
04 Juli 2013	4763,00
05 Juli 2013	4278,60
08 Juli 2013	5855,90

Simpulan

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa $\hat{\alpha}_{Hill-Stable} = \frac{1}{k^{-1} \sum_{j=1}^k \ln(X_{n+1-j,n}) - \ln(X_{n-k,n})}$ dengan nilai $k=k(n)$ dan $X_{j,n}$ menandakan statistik terurut ($j=1,2,\dots,n$) dari sampel X_1, X_2, \dots, X_n . Nilai \hat{d} dapat ditentukan dari nilai Hurst yang berhubungan dengan $\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$, yaitu $H = 1/\hat{\alpha}_{Hill-Stable}$ dengan rumus $d \in (-0,5, 0,5)$ Untuk mengidentifikasi model ARFIMA(p;d;q) dibuat plot ACF dan plot PACF dari data untuk menentukan kemungkinan model ARFIMA kemudian melakukan estimasi parameter berdasarkan model yang didapat dan uji signifikansi parameter sampai mendapatkan parameter yang signifikan dan memilih model ARFIMA dengan nilai MSE yang terkecil. Adapun model untuk estimasi data yang tepat adalah model ARFIMA (3;0,16398;2) tanpa mengikutkan konstanta dengan persamaan modelnya $(1 - 1,66498B + 1,55818B^2 - 0,849982B^3)\nabla^{0,163981}Z_t = (1 + 0,475741B - 0,809627B^2)a_t$ dengan $\nabla^{0,163981} = (1 - 0,163981B - 0,0685B^2 - 0,0420B^3 - 0,0297B^4 - \dots)$. Estimasi harga saham untuk periode 3 Juli 2013, 4 Juli 2013, 5 Juli 2013, dan 8 Juli 2013 berturut-turut adalah 6158,20; 4763,00; 4278,60; dan 5855,90.

Daftar Pustaka

Brockwell, P. J. & Davis, R. A. 1991. Time Series: Theory and Methods. New York. : Springer-Verlag.
 Hosking, J. R. M. 1981. Fractional Differencing. Biometrika, 68:165-176.
 Makridarkis, S. & Wheelwright, SC. 1999. Metode dan Aplikasi Peramalan edisi ke-2. Alih bahasa Untung Sus Andriyanto dan Abdul Basith. Jakarta : Erlangga.
 Ningrum, L. K. & Sulandari, W. 2009. Penerapan Model ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) dalam Peramalan Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia (SBI). Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Solo : Universitas Sebelas Maret.

- Peters, E. E. 1994. Fractal Market Analysis : applying chaos theory to investment and economic. New York : John Wiley & Sons.
- Samorodnitsky, G. & Taqqu, M. S. 1994. Stable Non-Gaussian Random Processes. New York : Chapman & Hall.
- Soejoeti, Z. 1987. Materi Pokok Analisis Runtun Waktu. Jakarta : Karunika.
- Wei, W. S. S. 1994. Times Series Analysis Univariate and Multivariate Methods. USA : Addison Wisley Publishing Company.