UJM 2 (2) (2013)
UNNES Journal of Mathematics
http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

# EFISIENSI RELATIF ESTIMATOR FUNGSI KERNEL GAUSSIAN TERHADAP ESTIMATOR POLINOMIAL DALAM PERAMALAN USD TERHADAP JPY

**Dedeh Kurniasih ✉ , Scolastika Mariani, Sugiman**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

## Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima April 2013
Disetujui Juli 2013
Dipublikasikan Nopember 2013

Keywords:
kernel estimator
polynomial estimator
forecasting

## Abstrak

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk menganalisa efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial, untuk membandingkan nilai MSE dari kedua estimator serta untuk mengetahui peramalan kurs USD terhadap JPY periode berikutnya dengan model terbaik. Metode pengumpulan data pada penelitian ini adalah kajian pustaka dan dokumentasi dari lembaga penukar mata uang, dalam hal ini adalah bank BI, BTN dan BOTM melalui internet. Data diambil dari data harian. Berdasarkan analisa diperoleh efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial $(\widehat{\theta_2})$ diperoleh sebesar 0.000088. Dengan varians dan MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian adalah 0.3867 dan 0.000008886, sedangkan varians dan MSE dari estimator polinomial adalah 0.39019 dan 0.10078. Sehingga dapat disimpulkan bahwa estimator fungsi kernel Gaussian lebih efisien dan merupakan model terbaik karena varians dan nilai MSE estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil daripada estimator polinomial, Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan berikutnya. Hasil peramalan dengan menggunakan model terbaik untuk hari ke-6 sebesar 82,6067.

## Abstract

The purpose of this paper is (1) analyze the relative efficiency from estimator Gaussian kernel function of the polynomial estimator, (2) compare the MSE of both estimators and (3) determine the exchange rate of USD against JPY forecasting the next period with the best models. Methods of data collection in this study is literature review and documentation of currency exchange agencies, in this case the bank BI, BTN and BOTM via internet. The data is taken from the daily data. Based on the analysis relative efficiency of estimators Gaussian kernel function of the polynomial estimator $(\widehat{\theta_2})$ obtained by 0.000088. With variance and MSE of the estimator Gaussian kernel function is 0.000008886 and 0.3867, while the variance and MSE of the polynomial estimator is 0.39019 and 0.10078. It can be concluded that the estimator Gaussian kernel function is more efficient and is the best model because the variance and MSE estimator Gaussian kernel function is smaller than polynomial estimator. The best model can be used for forecasting the next. Forecasting results by using the best model for the 6th day of 82.6067.



✉ Alamat korespondensi:
E-mail: dedehkurniasih88@gmail.com

ISSN 2252-6943

## Pendahuluan

Pasar valuta asing merupakan pasar yang memperdagangkan satu mata uang terhadap mata uang negara lainnya dengan tujuan untuk mendapatkan keuntungan (profit) dari selisih nilai kurs mata uang. Salah satunya adalah USD terhadap JPY, dimana kedua negara ini mempunyai pengaruh besar terhadap dunia dan sering diperdagangkan. Data kurs merupakan data runtun waktu yang sering fluktuatif sehingga banyak asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Sehingga perlu digunakan analisis yang tidak ada asumsi-asumsi yang harus dipenuhi, salah satunya adalah regresi nonparametrik. Beberapa teknik pendekatan dalam regresi nonparametrik yang dapat digunakan sangat cepat dan mudah perhitungannya salah satunya regresi kernel (Wolbreg, 2000).

Metode ini merupakan teknik statistika nonparametrik untuk mengestimasi fungsi regresi m(xi) pada model regresi nonparametrik dan dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan permasalahan data yang fluktuatif. Estimator kernel memiliki beberapa fungsi, diantaranya kernel Uniform, Triangle, Epanechnikov, Gaussian, Kuartik dan Cosinus (Hardle, 1994). Dalam penelitian ini digunakan salah satu dari fungsi tersebut yaitu Fungsi Kernel Gaussian. Fungsi kernel Gaussian lebih mudah dalam perhitungan dan penggunaannya serta lebih sering digunakan sedangkan fungsi kernel yang lain perlu memasukkan syarat dalam pengerjaannya. Untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan kerugian, maka perlu dilakukan suatu teknik peramalan (forecasting). Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan berikutnya. Menurut Aydin (2007) peramalan regresi kernel itu sendiri berasal dari mengestimasikan fungsi regresi pada xi yang diperoleh dari nilai yi , dimana nilai di dalam yi, diproduksi oleh fungsi kernel Gaussian.

Salah satu ciri estimator yang baik yaitu memiliki MSE terkecil dan sifat estimator yang efisien. Untuk mengetahui estimator mana yang merupakan lebih efisien dan model terbaik, harus ada estimator lain sebagai pembanding. Salah satunya adalah estimator polinomial.

Dari latar belakang di atas, muncul permasalahan berikut (1) Bagaimana efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial? (2) Bagaimana perbandingan dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial berdasarkan MSE? (3) Bagaimana peramalan USD terhadap JPY dengan menggunakan model terbaik? Tujuan penelitian ini adalah (1). Menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial untuk menganalisis data kurs USD terhadap JPY yang fluktuatif, (2). Mengetahui bagaimana efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial, (3). Membandingkan nilai MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial untuk memperoleh model terbaik, serta (4). Melakukan peramalan kurs USD/JPY dengan menggunakan model terbaik.

## Metode

Dalam studi kasus ini, data bersumber dari BI, BTN, dan BOTM melalui internet yang diambil selama lima hari berturut-turut, empat kali pada jam-jam yang berbeda. Variabel yang mendukung penelitian ini adalah periode sebagai variabel bebas sedangkan kurs USD terhadap JPY (USD/JPY) sebagai variabel terikat yang sudah diambil pada website bank-bank tersebut. Software yang digunakan dalam skripsi ini adalah Maple. Dengan Langkah-langkah: (1). Menganalisis efisensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial (2). Menganalisis MSE yang dimiliki estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial utnuk memperoleh model terbaik (3). Mengumpulkan data USD dan JPY dari bank BI, BTN, dan BOTM melalui internet (4). Menganalisis peramalan berikutnya dengan model terbaik.

## Pembahasan

Diketahui data awal kurs USD/JPY, selanjutnya data awal ini setelah dijumlah per-

**Tabel 1.** Data rata-rata USD/JPY

| No | HARI | BI | BTN | BOTM | RATA-RATA |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 82 | 82 | 81.1 | 82.16 |
| 2 | 2 | 82.1 | 82.5 | 80.8 | 82.14 |
| 3 | 3 | 82 | 82.6 | 81.3 | 81.94 |
| 4 | 4 | 82.5 | 82.5 | 81.5 | 81.81 |
| 5 | 5 | 82.5 | 82.5 | 81.5 | 81.89 |

**Tabel 2.** Macam-macam fungsi kernel

| Kernel | $K(u)$ |
|---|---|
| Epnechnikov | $\frac{3}{4}(1-u^2)I(\|u\| \leq 1)$ |
| Quartic | $\frac{15}{16}(1-u^2)^2 I(\|u\| \leq 1)$ |
| Triangular | $(1-\|u\|)I(\|u\| \leq 1)$ |
| Gaussian | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{-u^2}{2}\right)$ |
| Uniform | $\frac{1}{2} I(\|u\| \leq 1)$ |
| Triweight | $\frac{35}{32}(1-u^2)^3 I(\|u\| \leq 1)$ |
| cosines | $\frac{\pi}{4} cos\left(\frac{\pi}{2}u\right) I(\|u\| \leq 1)$ |

hari dan dirata-rata akan menjadi seperti Tabel 1.

Berdasarkan Tabel 1, variabel bebas adalah periode sedangkan variabel terikat adalah kurs USD terhadap JPY. Variabel-variabel ini akan dihitung dengan mengunakan estimator kernel dan estimator polinomial dengan bantuan software Maple.

Maple merupakan software matematika buatan Waterloo Maple Inc. Dengan kemampuan kerja yang cukup handal untuk menangani berbagai komputasi analitik dan numerik (Marjuni, 2007). Program Maple perlu diinstall terlebih dahulu sebelum digunakan, Setelah Maple selesai diinstall, program dapat dijalankan lewat shortcutnya yang ada didesktop. Saat pertama kali menjalankan, Maple akan langsung membuka jendela perintah (*command window*) dan disebelah kiri ada tanda [>, pertanda Maple sudah siap menerima perintah. Setiap akhir baris perintah pada Maple harus diakhiri dengan tanda titik koma (;) dan untuk eksekusi perintah digunakan tombol Enter. Maple menyediakan berbagai paket dalam penyelesaian permasalahan dalam perhitungan matematika. Salah satu paket yang akan ditunjukan adalah paket statistik dan deret (*series*).

Estimator kernel merupakan bagian dari regresi nonparametrik. Menurut Eubank (1988) yang dikutip Fathurahman (2011) regresi nonparametrik merupakan suatu teknik analisis data dalam statistika yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon yang tidak diketahui bentuk fungsinya karena sebelumnya tidak ada informasi tentang bentuk fungsi tersebut dan hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu sehingga regresi nonparametrik sangat mempertahankan fleksibilitasnya.

Beberapa kelebihan estimator kernel adalah fleksibel, bentuk matematisnya mudah, dan dapat mencapai tingkat kekonvergenan yang relatif cepat (Budiantara.dan Mulianah, 2007). Disamping itu, dibandingkan dengan estimator deret Fourier, estimator kernel lebih efektif karena mempunyai laju penurunan MISE yang lebih cepat menuju nol dari MISE deret Fourier (Suparti dan Sudargo, 2005).

Menurut Hardle (1994:166) dan Sukarsa (2012:21) macam-macam fungsi kernel ditunjukkan pada Tabel 2, dalam penulisan ini, pembahasannya dibatasi pada fungsi kernel Gaussian.

Untuk menghitung estimator fungsi kernel Gaussian terlebih dahulu mencari nilai *bandwith* optimal. Penggunaan *bandwith* yang optimal akan menghasilkan estimasi dengan MSE yang terkecil. Nilai band with yang optimal dapat diperoleh dengan meminimumkan *Mean Integrated Squared Error* (MISE). Rumus *bandwith* optimal dengan meminimumkan MISE adalah

$$\widehat{h_{opt}} = 1.06 min\left(s, \frac{R}{1.34}\right) n^{-\frac{1}{5}}$$

dengan :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

R = Jangkauan antar kuartil

n = Banyaknya observasi

Di dalam rumus *bandwith* optimal terdapat komponen-komponen lain seperti standar deviasi dan jangkauan antar kuartil, maka harus dihitung terlebih dahulu. Hasil dari *bandwith* optimal diperoleh sebesar 0.1192, kemudian nilai ini disubstitusikan ke dalam bentuk umum fungsi kernel Gaussian

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{1}{2}(-u^2)\right) \text{dengan } u = \frac{x-x_i}{h}, x \in [-\infty, \infty]$$

karena

$$\hat{y} = m(x) + \varepsilon$$

maka

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}} + \varepsilon, i = 1, \cdots, n$$

Dengan bantuan software Maple 9, akan diperoleh persamaan estimator fungsi kernel Gaussian:

$$82.6067 + \frac{1E-13x^2 + 1E-14x + 1E-16}{1.80E-11\,x^3 + 7.79E-13\,x^2 + 2.21E-14x + 3.01E-16}$$

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku dalam variabel bebasnya. Bentuk umum dari fungsi polinomial adalah

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n$$

dengan $a_0, a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ adalah konstan dan disebut koefisien fungsi polinomial. Fungsi polinomial yang sering digunakan adalah : fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, fungsi pangkat tiga, dan fungsi pangkat n .

Untuk polinomial derajat dua, persamaan dapat diselesaikan dengan rumus akar persamaan kuadrat. Untuk polinomial derajat tiga atau empat, rumus-rumus yang ada sangat kompleks dan jarang digunakan. Sedangkan untuk menyelesaikan polinomial dengan derajat yang lebih tinggi metode numerik memberikan cara-cara untuk menyelesaikan bentuk tersebut dengan interpolasi beda terbagi Newton. Rumus interpolasi beda terbagi Newton adalah.

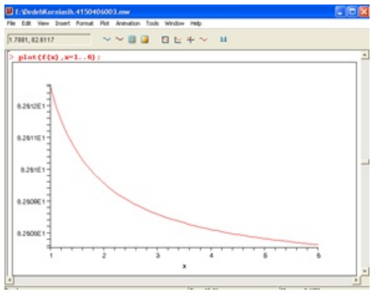
$$\begin{aligned} f(x) \approx f_0 &+ (x-x_0)f[x_0,x_1] + (x-x_0)(x-x_1)f[x_0,x_1,x_2] + \cdots \\ &+ (x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1})f[x_0,x_1,\cdots,x_n] \end{aligned}$$

diperoleh persamaan estimator polinomial dengan interpolasi terbagi Newton adalah

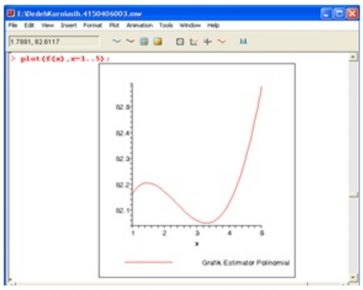
$$\begin{aligned} f(x) = 82.16 &+ (x-1)(-0.02) + (x-1)(x-2)(-0.09) \\ &+ (x-1)(x-2)(x-3)0.041667 \\ &+ (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(-0.004583) \end{aligned}$$

$$f(x) = 81.64 + 0.937 - 0.5x^2 + 0.09x^3 - 0.004x^4$$

grafik dari masing-masing estimator



**Gambar (1a). Estimator Fungsi Kernel Gausian**



**Gambar (1b). Estimator Polinomial**

Berdasarkan analisa persamaan kedua estimator dengan bantuan software Maple 9, maka dapat dibentuk grafik (1a). Estimator Fungsi Kernel Gaussian (1b). Estimator Polinomial. Selanjutnya dihitung varians estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial. Tujuan menghitung varians adalah untuk mendapatkan nilai efisiensi relatif, dengan estimator fungsi kernel Gaussian sebagai dan estimator polinomial sebagai $(\widehat{\theta_2})$

Dua estimator dapat dibandingkan efisiensi relatif (relative efficiency). Efisiensi relatif terhadap $(\widehat{\theta_2})$ dirumuskan

$$R(\widehat{\theta_2}, \widehat{\theta_1}) = \frac{E(\widehat{\theta_1} - \hat{\theta})^2}{E(\widehat{\theta_2} - \hat{\theta})^2}$$

$$= \frac{Var\widehat{\theta_1}}{Var\widehat{\theta_2}}$$

$R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika $R > 1$, maka $\widehat{\theta_1} > \widehat{\theta_2}$ artinya secara relatif $\widehat{\theta_2}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_1}$

$R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika $R < 1$, maka $\widehat{\theta_1} < \widehat{\theta_2}$ artinya secara relatif $\widehat{\theta_1}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_2}$.

(Ngaini, 2012)

varians dihitung dengan menggunakan rumus koefisien determinasi $(R^2)$

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$$

$$= \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

Dari analisa di atas nilai varians untuk estimator fungsi kernel Gaussian diperoleh sebesar 0.00000886 dan estimator polinomial diperoleh sebesar 0.10078. Berdasarkan kedua varians tersebut maka dapat dihitung nilai efisiensi relatif terhadap $(\widehat{\theta_2})$ sebagai berikut

$$R(\widehat{\theta_2}, \widehat{\theta_1}) = \frac{0.000008886}{0.10078}$$

$$= 0.000088.$$

$R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika $R < 1$, maka $\widehat{\theta_1} < \widehat{\theta_2}$

artinya secara relatif $\widehat{\theta_1}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_2}$.

Karena 0.000088 < 1dan varians estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil dari varians estimator polinomial , maka estimator fungsi kernel Gaussian $(\widehat{\theta_2})$h efisien dibandingkan dengan estimator polinomial.

Di dalam estimasi, pasti tidak akan lepas dengan yang namanya *Mean Squared error* (MSE) dan dua komponennya yaitu bias dan standard *error* atau varians. Kriteria *error* yang digunakan dalam regresi nonparametrik ini bukan lagi *Least Square Error* melainkan dengan mencari nilai *Mean Squared error* (MSE) yang terkecil.

Untuk menentukan jenis uji mana yang paling mendekati kebenaran dilakukan dengan mengukur *erro*r (kesalahan). Untuk mengukur *error* biasanya digunakan *Mean Square Error.* Pengujian yang menghasilkan *error* terkecil adalah uji yang dipilih. *Mean Square Erro*r(MSE) adalah kuadrat dari rata-rata kesalahan.

$$MSE = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}$$

keterangan:

$Y_i$ = Data sebenarnya

$\hat{Y}_i$ = Nilai prediksi dari variabel Y

$n$ = Banyaknya observasi

Dengan menggunakan rumus di atas, nilai MSE untuk estimator fungsi kernel Gaussian adalah 0.3867 dan untuk estimator polinomial adalah 0.39019. Model terbaik didapat dari perbandingan nilai MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial. Analisis yang menghasilkan nilai MSE terkecil akan menghasilkan model terbaik. Karena nilai MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil daripada MSE estimator polinomial, maka dapat dikatakan estimator fungsi kernel Gaussian merupakan model terbaik dibandingkan estimator polinomial.

Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan periode berikutnya. Peramalan (*forecasting*) adalah perkiraan tentang sesuatu yang akan terjadi pada waktu yang akan datang yang didasarkan pada data yang ada pada waktu sekarang dan waktu lampau (*historical* data). Melalui peramalan setiap orang yang menghadapi masalah dalam pengambilan keputusan akan dimudahkan oleh hasil proyeksi yang didapat melalui peramalan.

Hasil peramalan diperoleh dengan mensubstitusikan nilai x (periode) berikutnya ke dalam persamaan model terbaik. Karena periode sebelumnya hanya sampai 5, maka untuk proses peramalan periode berikutnya adalah dengan mensubstitusikan angka 6 (enam) ke dalam persamaan model terbaik. Berikut hasil peramalan yang diperoleh dengan menggunakan model terbaik ditampilkan pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Peramalan

| Periode (X) | Y |
|---|---|
| 1 | 82.16 |
| 2 | 82.14 |
| 3 | 81.94 |
| 4 | 81.81 |
| 5 | 81.89 |
| 6 | 82.6076 |

## simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh hasil efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial diperoleh sebesar 0.000088 dengan varians dan MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian adalah 0.3867 dan 0.000008886, sedangkan dari estimator polinomial diperoleh 0.39019 dan 0.10078. Sehingga dapat disimpulkan bahwa estimator fungsi kernel Gaussian lebih efisien dan merupakan model terbaik dibandingkan estimator polinomial. Hasil peramalan dengan menggunakan model terbaik untuk hari ke-6 sebesar 82,6067.

## Ucapan terimakasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada: semua pihak yang secara tidak langsung telah membantu dalam pengambilan data penelitian, khususnya lembaga penukar mata uang bank BI, BTN, dan BOTM.

## Daftar Pustaka

Aydin, D. 2007. *A Comparison of the Nonparametric Regression Models using Smoothing Spline and Kernel Regression*. World Academy of Science, Egineering and Technology, 36, 253-257

Budiantara, I.N dan Mulianah. 2007. *Pemilihan Bandwith dalam Regresi Semiparametrik Kernel dan Aplikasinya*. ITS, Surabaya, SIGMA, 10/2, 159-166

Diulio, E.A. 1990. *Teori dan Soal-Soal Uang dan Bank*.Erlangga: Jakarta

Eubank, R. L. *Nonparametric Regression and Smoothing Spline*, Marcel Dekker Inc., 1999.

Fathurahman, M. 2011. *Estimasi Parameter Model Regresi Spline* .Universitas Mulawarman, Jurnal eksponensial 2/1,2085-7829

Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistika untuk Teknik dan Sains*. Erlangga: Jakarta

Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press. New York.

Marjuni, A. 2007. *Media Pembelajaran Matematika dengan MAPLET*. Graha Ilmu : Yogyakarta

Ngaini, N. 2012. *Estimasi Parameter Model Regresi Pada Data Yang Mengandung Outlier Dengan Metode Maximum Likelihood Estimation*. Thesis. Malang: FMIPA UIN

Sembiring, R.K. 1995. Analisis Regresi. ITB : Bandung

Sukarsa & Srinadi. 2012. *Estimator Kernel Dalam Model Regresi Nonparametrik*. Jurnal Matematika, 2/(1): 19-30

Suparti & Sudargo. 2005. *Estimasi Fungsi Regresi Menggunakan Metode Deret Fourier*. IKIP PGRI : Semarang. Majalah Ilmiah “LONTAR” 19/(4):1-6

Susila, Nyoman. 1995 .*Dasar-Dasar Metode Numerik*. Depdikbud : Jakarta

Wolbreg, J.R. 2000. *Expert Trading Systems Modeling Financial Markets with Kernel Regression*. John wiley & Sons: New york