IMPLEMENTASI ALGORITMA *BEE COLONY* DENGAN METODE FUZZY MAMDANI UNTUK PENGATURAN LAMPU LALU LINTAS

Skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

Yusthesia Esta Kurnia

4111413014

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2020

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, kecuali yang secara tertulis dirujuk dalam skripsi ini dan disebutkan dalam daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 11 Maret 2020

Yang membuat pernyataan,

Yusthesia Esta Kurnia

4111413014

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Implementasi Algoritma *Bee Colony* Dengan Metode Fuzzy Mamdani Untuk Pengaturan Lampu Lalu Lintas

disusun oleh

Yusthesia Esta Kurnia

4111413014

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi Program Studi Matematika, FMIPA UNNES pada tanggal 11 Maret 2020.

Panitia,

Ketua

Dr. Sugianto, M.Si.

NIP 196102191993031001

Sekretaris

Dr. Mulyono, M.Si.

NIP 197009021997021001

Ketua Penguji

Prof. Dr. St. Budi Waluya, M.Si.

NIP 196809071993031002

Anggota Penguji

Pembimbing I

Dr. Mulyono, M.Si.

NIP 197009021997021001

Anggota Penguji

Pembimbing II

Dr. Rochmad, M.Si.

NIP 195711161987011001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Man Jadda Wajada

“Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan” (Q.S. Al-Insyirah: 6)

Belajarlah pada cahaya, seberapa besar tembok penghalang, tetap saja bisa mencari celah sempit dan ruang yang sebelumnya mungkin tidak terpikir.

PERSEMBAHAN

Untuk kedua orang tua saya, mas tian, mbak inol, mbak bella, dan chika yang selalu mendoakan, dan mendukung setiap langkah.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Implementasi Algoritma *Bee Colony* Metode Fuzzy Mamdani Untuk Pengaturan Lampu Lalu Lintas. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat meraih gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika, Universitas Negeri Semarang. Sholawat serta salam selalu tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, semoga mendapatkan syafaat-Nya di hari akhir nanti.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Dr. Sugianto, M.Si., Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Dr. Mulyono, M.Si., Ketua Jurusan Matematika, dan Dosen Pembimbing Utama yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
4. Dr. Rochmad, M.Si., Dosen Wali, dan Dosen Pembimbing Pendamping yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
5. Prof. Dr. St. Budi Waluya, M.Si., dosen penguji yang telah memberikan masukan pada penulis.

6. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika, yang telah memberikan bimbingan dan ilmu kepada penulis selama menempuh pendidikan.
7. Bapak Budi Purwanto, terimakasih untuk doa, kasih sayang, dukungan finansial yang tak hingga.
8. Ibu Sutini Lestari, terimakasih untuk doa, kasih sayang, motivasi dan dukungan finansial yang tak hingga.
9. Kakak saya, Seftian Budi Kurniawan, Innola Purri kurnia, dan Bella Dita kurnia, serta adik saya Chika Lastfie Kurnia, yang telah memberikan dorongan, dan semangat pantang menyerah dalam penyususnan skripsi ini.
10. Santi, Iin, Nunik, Nana, Eka, Agnes, Dina, Ami, Winda, Bagus, Lia T, Lia B, Vonny, Mbak Wahyu Zuli, Mbak Ifa, dan Mbak Sandra, terimakasih untuk dukungan, doa dan bantuan yang telah diberikan.
11. Teman- teman grup Yoh Iso Yoh, terimakasih untuk dukungan dan bantuan yang telah diberikan.
12. Teman- teman mahasiswa Prodi Matematika Universitas Negeri Semarang angkatan 2013, atas bantuan serta kerja sama dalam menempuh studi.
13. Teman- teman PKL BPS Kota Semarang yang selalu memberikan dukungan dan semangat.
14. Teman- teman KKN Desa Sumberejo (Sova, Mbak Dewi, Desi, Ita, Rahman, dan Assyai) yang selalu memberikan dukungan dan semangat.
15. Semua pihak yang turut membantu dalam penyususnan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan para pembaca. Terimakasih.

Semarang, 11 Maret 2020

Penulis

ABSTRAK

Kurnia, Yusthesia Esta. 2020. *Implementasi Algoritma Bee Colony Dengan Metode Fuzzy Mamdani Untuk Pengaturan Lampu Lalu Lintas.* Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Mulyono, M.Si, dan Pembimbing Pendamping Dr. Rochmad, M.Si.

Kata Kunci : Algoritma *Bee Colony,* Metode Fuzzy Mamdani, Fase Lampu Lalu Lintas, Durasi Lampu Lalu Lintas, *Fuzzy Logic Toolbox* Matlab R2014a.

Algoritma *Bee Colony* adalah algoritma yang terinspirasi dari perilaku lebah dalam suatu kelompok untuk mencari makanan, dan dalam penelitian ini algoritma *Bee Colony* diimplementasikan untuk mengatur fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya dengan menggunakan prinsip pewarnaan simpul. Setelah fase lampu lalu lintas baru diperoleh kemudian diatur durasi lampu hijau menggunakan metode fuzzy mamdani. Metode fuzzy mamdani adalah salah satu metode dalam FIS yang digunakan untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output.

Permasalahan yang diambil dalam penelitian ini adalah bagaimana implementasi algoritma *Bee Colony* dalam pengaturan fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, bagaimana perhitungan durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya menggunakan metode Fuzzy Mamdani, dan bagaimana perbandingan sistem lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya sebelum dan sesudah diterapkan algoritma *Bee Colony* dengan Metode Fuzzy Mamdani.

Perhitungan durasi lampu hijau pada fase baru dengan menggunakan metode Fuzzy Mamdani dilakukan sebelum menghitung durasi lampu lalu lintas. Variabel input yang digunakan adalah variabel jumlag mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah dan variabel outputnya adalah variabel durasi lampu hijau. Perhitungan durasi lampu hijau menggunakan bantuan *fuzzy logic toolbox* Matlab R2014a. Setelah diperoleh durasi lampu hijau maka dapat diperoleh durasi lampu lalu lintas, dengan durasi lampu kuning 2 detik dan durasi *clear* 3 detik.

Hasil penelitian diperoleh fase lampu lalu lintas baru yang tidak terjadi tabrakan antar arus dengan terdapat 4 fase didalamnya dan durasi lampu lalu lintas yang berubah mengikuti jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah.

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL i

PERNYATAAN KEASLIAN ii

HALAMAN PENGESAHAN iii

MOTTO DAN PERSEMBAHAN iv

KATA PENGANTAR v

ABSTRAK viii

DAFTAR ISI ix

DAFTAR TABEL xiii

DAFTAR GAMBAR xvii

DAFTAR LAMPIRAN xxi

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Rumusan Masalah 6

1.3 Tujuan Penelitian 7

1.4 Batasan Masalah 7

1.5 Batasan Istilah 8

1.6 Manfaat Penelitian 11

1.7 Sistematika Penulisan Skripsi 11

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Graf 14

2.2 Pewarnaan Simpul 16

2.3 Algoritma *Bee Colony* 16

2.4 Logika Fuzzy 22

2.4.1 Himpunan Fuzzy 23

2.4.2 Fungsi Keanggotaan 25

2.4.3 Metode Fuzzy Mamdani 28

2.5 *Fuzzy Logic Toolbox* Matlab R2014a 36

2.6 Pengaturan Lampu Lalu Lintas 43

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Studi Pustaka 47

3.2 Identifikasi Masalah 48

3.3 Pengumpulan Data 48

3.4 Penyelesaian Masalah 49

3.4.1 Mengatur Fase Lampu Lalu Lintas menggunakan Algoritma *Bee Colony* 50

3.4.2 Mengatur Durasi Lampu Lalu Lintas pada Fase Baru menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 50

3.5 Penarikan Kesimpulan 51

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian 53

4.1.1 Tahap Pengambilan Data 57

4.1.2 Hasil Pengambilan Data 58

4.1.2.1 Arus – Arus Kendaraan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 58

4.1.2.2 Durasi Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 60

4.1.2.3 Jumlah Mobil dan Motor Saat Lampu Merah di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 65

4.1.2.4 Ukuran Ruas Jalan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 71

4.1.3 Pengaturan Sistem Lampu Lalu Lintas Baru di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 77

4.1.3.1 Pengaturan Fase Lampu Lalu Lintas dengan Algoritma *Bee Colony* 77

4.1.3.2 Pengaturan Durasi Lampu Lalu Lintas pada Fase Lampu Lalu Lintas Baru Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 100

4.1.3.2.1 Pengaturan Durasi Lampu Hijau Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 101

4.1.3.2.2 Pengaturan Durasi Lampu Lalu Lintas.... 134

4.2 Pembahasan..... 136

4.2.1 Perbandingan Fase Lampu Lalu Lintas Sebelum dan Sesudah Diterapkan Algoritma *Bee Colony*..... 136

4.2.2 Perbandingan Durasi Lampu Lalu Lintas Sebelum dan Sesudah Diterapkan Metode Fuzzy Mamdani..... 139

BAB V PENUTUP

5.1 Simpulan 143

5.2 Saran 144

DAFTAR PUSTAKA 145

LAMPIRAN..... 148

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

2.1 Solusi Pewarnaan Simpul pada G 21

2.2 Nilai Normal Waktu Antar Hijau 45

4.1 Arus *Compatible* dan Arus *Incompatible* di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 60

4.2 Rata- Rata Durasi Lampu Lalu Lintas Fase 1 Selama Penelitian 7 Hari di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 62

4.3 Rata- Rata Durasi Lampu Lalu Lintas Fase 2 Selama Penelitian 7 Hari di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 63

4.4 Rata- Rata Durasi Lampu Lalu Lintas Fase 3 Selama Penelitian 7 Hari di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 64

4.5 Durasi Lampu Lalu Lintas Saat Ini di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 65

4.6 Rata- Rata Jumlah Mobil dan Motor per Menit Selama Penelitian 7 Hari pada Ruas Jalan 1 di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 67

4.7 Rata- Rata Jumlah Mobil dan Motor per Menit Selama Penelitian 7 Hari pada Ruas Jalan 2 di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 68
4.8 Rata- Rata Jumlah Mobil dan Motor per Menit Selama Penelitian 7 Hari pada Ruas Jalan 3 di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 69
4.9 Rata- Rata Jumlah Mobil dan Motor per Menit Selama Penelitian 7 Hari pada Ruas Jalan 4 di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 70
4.10 Data Tipe Jalan dan Lebar Jalan untuk Kendaraan yang Masuk ke Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 73
4.11 Maksimum, Minimum dan Rata-Rata Panjang Jalan Saat Lampu Merah di Ruas Jalan 1 (Ruas Jl. Tambak Dalam Raya)..... 75
4.12 Maksimum, Minimum dan Rata-Rata Panjang Jalan Saar Lampu Merah di Ruas Jalan 2 (Ruas Jl. Soekarno Hatta dari Arah Pasar Johar) 75
4.13 Maksimum, Minimum dan Rata-Rata Panjang Jalan Saar Lampu Merah di Ruas Jalan 3 (Ruas Jl. Gajah Raya)..... 76
4.14 Maksimum, Minimum dan Rata-Rata Panjang Jalan Saar Lampu Merah di Ruas Jalan 4 (Ruas Jl. Soekarno Hatta dari Arah USM)..... 76
4.15 Derajat dari Simpul pada Graf Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 79

4.16 Solusi Pewarnaan Simpul pada Graf Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 95
4.17 Ukuran Jalan Saat Lampu Merah dalam Kondisi MAX, MIN, dan Rata-Rata di Ruas Jl. Tambak Dalam Raya..... 103
4.18 Himpunan Fuzzy dalam Pengaturan Durasi Lampu Hijau pada Fase 1 . 105
4.19 Ukuran Jalan Saat Lampu Merah dalam Kondisi MAX, MIN, dan Rata-Rata di Ruas Jl.Soekarno Hatta dari Arah Pasar Johar 109
4.20 Himpunan Fuzzy dalam Pengaturan Durasi Lampu Hijau pada Fase 2 . 109
4.21 Ukuran Jalan Saat Lampu Merah dalam Kondisi MAX, MIN, dan Rata-Rata di Ruas Jl. Gajah Raya..... 113
4.22 Himpunan Fuzzy dalam Pengaturan Durasi Lampu Hijau pada Fase 3 . 114
4.23 Ukuran Jalan Saat Lampu Merah dalam Kondisi MAX, MIN, dan Rata-Rata di Ruas Jl.Soekarno Hatta dari Arah USM..... 118
4.24 Himpunan Fuzzy dalam Pengaturan Durasi Lampu Hijau pada Fase 4 . 118
4.25 Data Jumlah Mobil dan Motor Saat Lampu Merah pada Kondisi 1..... 123
4.26 Durasi Lampu Hijau pada Kondisi 1 Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 126
4.27 Data Jumlah Mobil dan Motor Saat Lampu Merah pada Kondisi 2..... 127
4.28 Durasi Lampu Hijau pada Kondisi 2 Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 130
4.29 Data Jumlah Mobil dan Motor Saat Lampu Merah pada Kondisi 3..... 131
4.30 Durasi Lampu Hijau pada Kondisi 3 Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 133

4.31 Durasi Lampu Lalu Lintas pada Kondisi 1 135

4.32 Durasi Lampu Lalu Lintas pada Kondisi 2 135

4.33 Durasi Lampu Lalu Lintas pada Kondisi 3 135

4.34 Durasi Lampu Lalu Lintas pada Fase Lampu Lalu Lintas Baru Sebelum Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 139

4.35 Perbandingan Antara Durasi Lampu Lalu Lintas pada Fase Lampu Lalu Lintas Baru Sebelum dan Sesudah Menggunakan Metode Fuzzy Mamdani 141

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1.1 Fase Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, Kota Semarang 2

2.1 Graf G dengan 5 Simpul 15

2.2 Graf G, Graf Persimpangan Simpang Tiga 17

2.3 Graf Penyelesaian dari Graf G Graf Persimpangan Simpang Tiga 21

2.4 Pemetaan Suatu Ruang Input ke dalam Suatu Ruang Output..... 22

2.5 Himpunan Fuzzy Variabel Kendaraan..... 25

2.6 Representasi Linear Naik..... 26

2.7 Representasi Linear Turun..... 26

2.8 Representasi Kurva Segitiga..... 27

2.9 Kurva Bahu Variabel Temperatur 27

2.10 Flowchart Metode Fuzzy Mamdani..... 28

2.11 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Permintaan 31

2.12 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Persediaan 32

2.13 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Pemesanan 32

2.14 Daerah Hasil Komposisi 34

2.15 FIS *Editor* 37

2.16 *Membership Function Editor*..... 38

2.17 *Rule Editor*..... 39

2.18 *Rule Viewer*..... 39

2.19 FIS *Editor* : Penentuan Pemesanan Produk 40

2.20 *Membership Function Editor* untuk Variabel Permintaan..... 41

2.21 *Membership Function Editor* untuk Variabel Persediaan 41

2.22 *Membership Function Editor* untuk Variabel Pemesanan..... 42

2.23 *Rule Editor*: Penentuan Pemesanan Produk 42

2.24 *Rule Viewer*: Penentuan Pemesanan Produk 43

3.1 Diagram Alur Kerja 47

4.1 Foto Lokasi Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya Melalui Google Map 53

4.2 Foto Lokasi Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya pada Sore Hari..... 54

4.3 Fase Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 55

4.4 Arus- Arus Kendaraan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 59

4.5 Lebar Jalan di Setiap Ruas Jalan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 72

4.6 Pengaruh Jumlah Kendaraan yang Berhenti Saat Lampu Merah Terhadap Panjang Jalan Saat Lampu Merah..... 73

4.7 Pengaruh Lebar Jalan untuk Kendaraan Masuk Terhadap Panjang Jalan Saat Lampu Merah..... 74

4.8 Graf Arus- Arus Kendaraan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 78

4.9 Graf Arus- Arus Kendaraan di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya Setelah Diatur dengan Algoritma *Bee Colony* 96
4.10 Fase Lampu Lalu Lintas Baru di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 97
4.11 Fase 1 dan Fase 2 Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 98
4.12 Fase 3 dan Fase 4 Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 99
4.13 FIS *Editor* untuk Pengaturan Durasi Lampu Hijau 102
4.14 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Mobil pada Fase 1 106
4.15 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Motor pada Fase 1 107
4.16 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Durasi Lampu Hijau pada Fase 1 108
4.17 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Mobil pada Fase 2 110
4.18 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Motor pada Fase 2 111
4.19 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Durasi Lampu Hijau pada Fase 2 112
4.20 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Mobil pada Fase 3 115
4.21 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Motor pada Fase 3 116
4.22 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Durasi Lampu Hijau pada Fase 3 117
4.23 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Mobil pada Fase 4 119

4.24 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Jumlah Motor pada Fase 4 120

4.25 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Durasi Lampu Hijau pada Fase 4 121

4.26 Aturan untuk Menentukan Durasi Lampu Hijau 122

4.27 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 1 pada Kondisi 1..... 124

4.28 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 2 pada Kondisi 1..... 125

4.29 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 3 pada Kondisi 1..... 125

4.30 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 4 pada Kondisi 1..... 126

4.31 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 1 pada Kondisi 2..... 128

4.32 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 2 pada Kondisi 2..... 128

4.33 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 3 pada Kondisi 2..... 129

4.34 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 4 pada Kondisi 2..... 130

4.35 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 1 pada Kondisi 3..... 131

4.36 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 2 pada Kondisi 3..... 132

4.37 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 3 pada Kondisi 3..... 132

4.38 Durasi Lampu Hijau untuk Fase 4 pada Kondisi 3..... 133

4.39 Perbandingan Fase Lampu Lalu Lintas Sebelum dan Sesudah Diterapkan Algoritma *Bee Colony* 137

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran Halaman

1. Data tipe dan lebar jalan untuk kendaraan yang masuk ke persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 148
2. Data hasil pengamatan durasi lampu lalu lintas setiap fase di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 149
3. Data ukuran mobil dan motor yang sering melewati persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 240
4. Data hasil pengamatan jumlah mobil, jumlah motor dan panjang jalan yang saat lampu merah di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 241
5. Data hasil perhitungan maksimum, minimum, dan rata-rata panjang jalan di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya 579
6. Foto lokasi persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya..... 583
7. Surat Ijin Observasi..... 584
8. Surat Keputusan Pembimbing..... 585

BAB 1

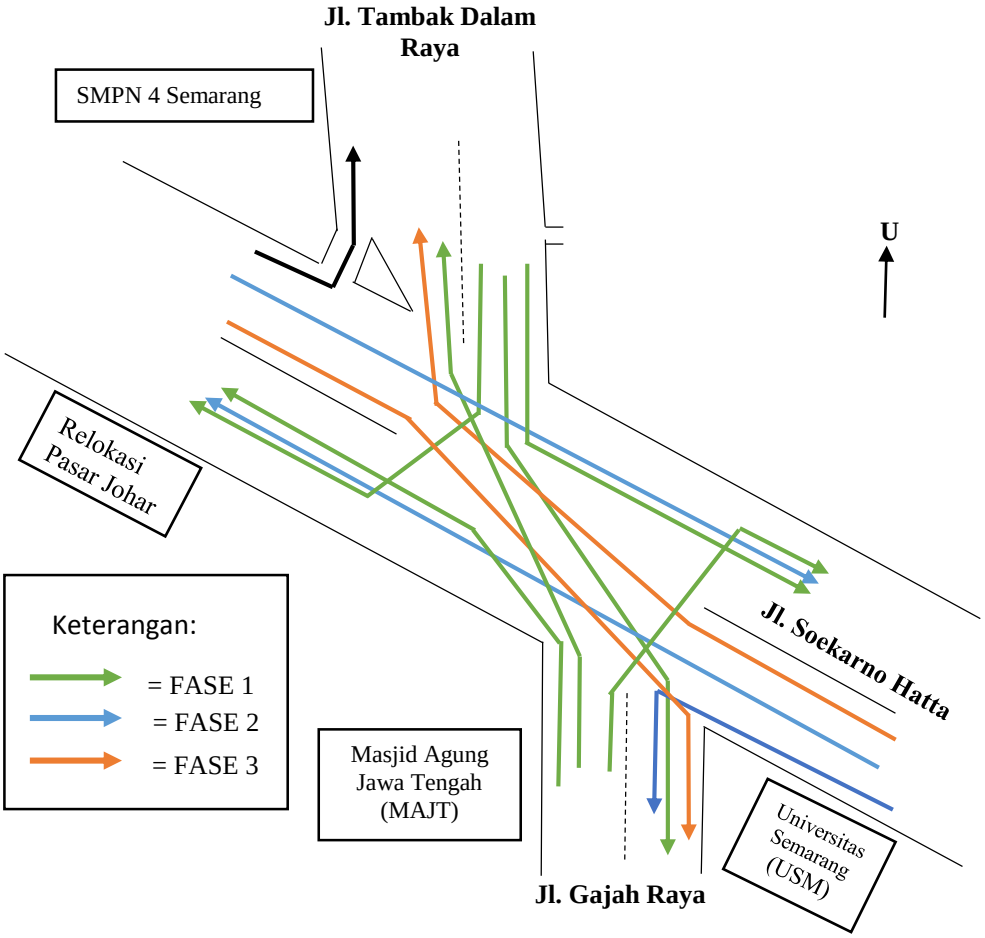
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan zaman dan teknologi, semakin meningkat pula jumlah kendaraan bermotor. Jika peningkatan jumlah kendaraan bermotor tidak dibarengi dengan peningkatan prasarana transportasi, maka akan terjadi ketidakseimbangan antara permintaan dan persediaan, sehingga mengakibatkan kemacetan. Federal Highway Administration (2005), telah menjelaskan bahwa ada 7 faktor yang menyebabkan kemacetan, salah satunya kemacetan yang dikarenakan alat pengaturan lalu lintas. Salah satu alat pengaturan lalu lintas adalah lampu lalu lintas yang terpasang di persimpangan.

Lampu lalu lintas yang terpasang di persimpangan mempunyai beberapa tujuan antara lain menghindari hambatan karena adanya perbedaan arus jalan bagi pergerakan kendaraan, memfasilitasi pejalan kaki agar dapat menyebrang dengan aman dan tentunya mengurangi tingkat kecelakaan yang diakibatkan adanya tabrakan antar arus yang berbeda, karena fungsi lampu lalu lintas sangat penting maka dibutuhkan pengendalian dan pengontrolan sehingga dapat memperlancar lalu lintas di persimpangan. Namun sebagian besar pengaturan lampu lalu lintas pada saat ini masih kurang optimal karena masih ditemui adanya tabrakan antar arus kendaraan dan pengaturan durasi lampu hijau yang belum memperhatikan jumlah kendaraan yang berhenti saat lampu merah di persimpangan.

Kota Semarang termasuk kota besar, tentunya kota Semarang juga tidak terlepas dengan masalah kemacetan, ada beberapa persimpangan di kota Semarang yang masih belum optimal salah satunya di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya. Persimpangan tersebut dikatakan kurang optimal, karena adanya tabrakan antar arus kendaraan dan durasi lampu lalu lintas disana konstan yang artinya pengaturan durasi lampu hijau belum memperhatikan jumlah kendaraan yang berhenti saat lampu merah di persimpangan tersebut. Fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya dapat dilihat pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Fase Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Simpang Empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, Kota Semarang

Terlihat arus- arus yang bertabrakan pada fase lampu lalu lintas saat ini adalah arus yang berada pada fase 1, yaitu arus kendaraan dari ruas Jl. Tambak Dalam Raya dengan arus kendaraan dari ruas Jl. Gajah Raya.

Pewarnaan graf merupakan salah satu bagian dari teori graf. Francis Guthrie merupakan ahli matematika pertama yang melakukan penelitian tentang pewarnaan graf pada tahun 1852. Pewarnaan graf bukan hanya memberikan warna yang berbeda antar dua simpul yang bertetangga, tetapi warna yang dihasilkan minimum. Ada tiga macam pewarnaan graf yaitu pewarnaan simpul *(vertex)*, pewarnaan sisi *(edge)* dan pewarnaan wilayah *(region)*. Pada kasus pengaturan fase lampu lalu lintas di persimpangan, untuk diperoleh fase lampu lalu lintas tanpa adanya tabrakan antar arus kendaraan, merupakan pengaplikasian dari pewarnaan simpul.

Algoritma *Bee* Colony adalah algoritma yang terinspirasi dari perilaku lebah dalam suatu kelompok untuk mencari makanan (Sireesha, 2014: 39). Dalam kasus pewarnaan algoritma *Bee Colony* sering digunakan untuk mengatur penjadwalan mata pelajaran, algoritma *Bee Colony* juga dapat digunakan untuk kasus lain, yaitu kasus *Travelling Salesman Problem*.

Logika fuzzy pertama kali diusulkan oleh Lotfi A. Zadeh dari Universitas California pada tahun 1965. Selama 2 dekade logika fuzzy dianggap sebagai teknologi kontroversial, dan akhirnya dapat diterima sebagai teknologi baru sejak akhir 1980an, disebabkan oleh beragam aplikasi dari logika fuzzy yang sukses mulai dari pengendalian proses industri hingga aplikasi otomotif (Kamboj & Kaur, 2013: 204). Menurut Kusumadewi & Purnomo (2010: 1), logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output.

Salah satu aplikasi logika Fuzzy yang telah dikembangkan adalah *Fuzzy Inference System* (FIS), yaitu sistem komputasi yang bekerja atas dasar prinsip logika Fuzzy. Salah satu metode dalam FIS yaitu metode Mamdani atau sering disebut metode MAX-MIN. Pada kasus pengaturan durasi lampu hijau di persimpangan, variabel input yang digunakan adalah jumlah kendaraan yang berhenti saat lampu merah dan variabel outputnya adalah durasi lmpu hijau.

Algoritma *Bee Colony* telah digunakan Faraji dan Javadi (2011) untuk masalah perwarnaan graf namun belum diterapkan dalam masalah aplikatifnya. Lara, Flores dan Calderon (2014) menggunakan algoritma *Bee Colony* untuk menyelesaikan masalah penjadwalan kelas dan guru. Rachmawati, Armay dan Purnomo (2012) juga menggunakan algoritma yang sama untuk menyelesaikan masalah penjadwalan kuliah di ITS, digunakan juga oleh Tanadi (2013) untuk menyelesaikan model penjadwalan guru menggunakan pewarnaan graf, dengan algoritma yang sama digunakan oleh Arifin dan Laksito (2019) dan Hermawan, Hidayat dan Setiawan (2017) dalam masalah *Travelling Salesman Problem* untuk mencari rute terpendek, yang mana bukan merupakan masalah pewarnaan graf.

Kasus pengaturan lampu lalu lintas telah diselesaikan oleh Meiliana dan Maryono (2014) di Sukoharjo namun dengan algoritma yang berbeda yaitu algoritma *Welch-Powell*. Algoritma *Welch-Powell* juga digunakan Setiawan (2016) untuk menyelesaikan masalah pewarnaan graf di persimpangan Jerakah dan persimpangan STIKES Tlogorejo, Semarang. Marpaung (2019) menyelesaikan masalah pengaturan lampu lalu lintas mengunakan algoritma *Recursive Large First*.

Penelitian dari Meiliana dan Maryono (2014), Setiawan (2016) dan Marpaung (2019) mengambil studi kasus di persimpangan yang sudah bagus, ditunjukkan dari tidak adanya tabrakan antar arus kendaraan di persimpangan yang diteliti. Penelitian Meilina dan Maryono (2014), setiawan (2016), dan Marpaung (2019) tidak hanya mengatur fase lampu lalu lintas namun juga mengatur durasi lampu lalu lintas hanya saja dalam menghitung durasi lampu lalu lintas di persimpangan yang diteliti belum memperhatikan jumlah kendaraan yang berhenti saat lampu merah di persimpangan.

Trimartanti dan Abadi (2015) dan Yudanto, Apriyadi dan Sanjaya (2013), dua penelitian ini menggunakan metode Fuzzy Mamdani untuk mengatur durasi lampu hijau menyala dengan memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah di persimpangan, dalam penelitian Trimartanti dan Abadi (2015) dan Yudanto, Apriyadi dan Sanjaya (2013) ukuran jalan di persimpangan diasumsikan memiliki ukuran yang sama.

Perbedaan penelitian penulis dengan penelitian terdahulu adalah menerapkan prinsip pewarnaan simpul dengan algoritma *Bee Colony* untuk mengatur fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, Kota Semarang, penelitian ini memilih persimpangan yang masih ditemui adanya tabrakan antar arus kendaraan, penelitian ini juga mengatur durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru dengan terlebih dahulu menghitung durasi lampu hijau menggunakan metode fuzzy Mamdani dengan memperhatikan jumlah mobil dan jumlah motor yang berhenti saat lampu merah di persimpangan yang diteliti.

Perbedaan lain dengan penelitian sebelumnya adalah penelitian sebelumnya algoritma *Bee Colony* digunakan untuk masalah penjadwalan mata pelajaran dan masalah *travelling salesman problem*, dalam kasus pengaturan lampu lalu lintas penelitian sebelumnya diselesaikan dengan algoritma lain yang dalam menghitung durasi lampu hijau belum memperhatikan jumlah kendaraan yang berhenti saat lampu merah persimpangan yang diteliti.

Berdasarkan latar belakang permasalahan di atas, penulis mengangkat judul "**Implementasi Algoritma *Bee Colony* dengan metode Fuzzy Mamdani untuk Pengaturan Lampu Lalu Lintas".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disusun di atas maka dapat ditarik beberapa permasalahan sebagai berikut.

1. Bagaimana implementasi algoritma *Bee Colony* dalam pengaturan fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya?
2. Bagaimana perhitungan durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya menggunakan metode Fuzzy Mamdani?
3. Bagaimana perbandingan sistem lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya sebelum dan sesudah diterapkan algoritma *Bee Colony* dengan metode Fuzzy Mamdani?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah

1. Mengetahui implementasi algoritma *Bee Colony* dalam pengaturan fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.
2. Menentukan durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya menggunakan metode Fuzzy Mamdani.
3. Mencari perbandingan antara sistem lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya sebelum dan sesudah diterapkan algoritma *Bee Colony* dengan Metode Fuzzy Mamdani.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Tempat penelitian di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya , Kota Semarang
2. Data diambil dalam 3 waktu, pukul 06.00-08.00, pukul 11.30-13.30 dan pukul 15.30-17.30.
3. Variabel input yang digunakan dalam metode Fuzzy Mamdani adalah jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah di fase yang diatur, sehingga jumlah mobil dan motor tiap fasenya jelas. Jumlah mobil dan motor yang diinputkan tidak melebihi jumlah maksimum.

4. Ukuran mobil pada penelitian ini digunakan ukuran standar mobil ditambah ruang antara kendaraan yaitu $2.5\,m \times 5\,m$ dan ukuran motor digunakan ukuran standar motor ditambah ruang antara kendaraan yaitu $1\,m \times 2.5\,m$, karena berdasarkan penelitian jumlah intensitas mobil dan motor rata-rata memiliki ukuran tersebut. Penambahan ruang antara kendaraan bertujuan agar mobil maupun motor tidak berhimpitan satu dengan yang lain. Sehingga keadaan persimpangan dalam perhintungan dalam keadaan ideal.

1.5 Batasan Istilah

a. Algoritma *Bee Colony*

Algoritma *Bee* Colony adalah algoritma yang dibuat berdasarkan tingkah laku lebah dalam suatu kelompok untuk mencari sumber makanan (nektar) (Safitri, 2014). Algoritma *Bee Colony* tidak hanya mampu menyelesaikan kasus *travelling salesman problem* namun juga mampu menyelesaikan dengan baik kasus pewarnaan simpul graf. Dalam penelitian ini algoritma *Bee Colony* digunakan untuk menyelesaikan masalah pewarnaan graf di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

b. Metode Fuzzy Mamdani

Metode Fuzzy Mamdani adalah salah satu metode dalam *Fuzzy Inference System* (FIS) yaitu suatu kerangka komputasi yang didasarkan pada teori himpunan fuzzy, aturan fuzzy berbentuk IF-THEN, dan penalaran fuzzy (Kusumadewi & Hartati, 2010: 40). Dalam penelitian ini metode fuzzy Mamdani digunakan untuk menghitung durasi lampu hijau di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam-

Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya dengan memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah.

c. Logika Fuzzy

Logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output (Kusumadewi, 2010: 1). Dalam penelitian ini variabel input berupa jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah di fase yang diatur dan variabel output berupa durasi lampu hijau di fase yang diatur pada persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

d. Persimpangan Jalan

Menuut MKJI (1997), persimpangan adalah dua buah ruas jalan atau lebih yang saling bertemu, saling berpotongan, atau saling bersilangan. Persimpangan merupakan tempat sumber konflik lalu lintas yang rawan terhadap kecelakaan karena terjadi konflik antara kendaraan dengan kendaraan lainnya ataupun antara kendaraan dengan pejalan kaki. Dalam penelitian ini, persimpangan jalan yang diamati yaitu persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

e. Lampu Lalu Lintas

Lampu lalu lintas *(traffic light)* adalah perangkat sinyal yang terletak di titik persimpangan jalan yang digunakan untuk mengendalikan penyelesaian arus lalu lintas (Kham & Nwe, 2014: 1). Lampu lalu lintas yang terdapat di persimpangan mempunyai beberapa tujuan antara lain menghindari hambatan karena adanya perbedaan arus jalan bagi pergerakan kendaraan, memfasilitasi pejalan kaki agar

dapat menyebrang dengan aman dan tentunya mengurangi tingkat kecelakaan yang diakibatkan adanya tabrakan antar arus yang berbeda.

Dalam penelitian ini lampu lalu lintas yang diamati adalah lampu lalu lintas yang terdapat di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

f. Fase Lampu Lalu Lintas

Fase adalah rangkaian isyarat yang dipergunakan untuk mengurus arus kendaraan untuk diperbolehkan bergerak atau berhenti (Bien et al., 2019:115). Dalam penelitian ini fase lampu lalu lintas yang diatur adalah fase lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- JL. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

g. Durasi Lampu Lalu Lintas

Durasi lalu lintas adalah lama kendaraan dapat bergerak ataupun berhenti berdasarkan waktu yang telah ditentukan. Dalam penelitian ini durasi lampu lalu lintas pada persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya diatur menggunakan metode Fuzzy Mamdani.

h. Sistem Lampu Lalu Lintas

Sistem lampu lalu lintas adalah sistem pengaturan kerja lampu lalu lintas untuk menghasilkan sistem yang mampu mengurangi resiko kemacetan dan memberikan rasa aman bagi pengguna jalan. Dalam penelitian ini sistem lalu lintas yang diatur adalah sistem lalu lintas pada persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, dengan mengatur fase lampu lalu lintas dan durasi pada fase baru di persimpangan tersebut.

i. *Fuzzy Logic Toolbox*

Fuzzy logic toolbox adalah sekumpulan tool yang membantu merancang sistem fuzzy (Naba, 2009). Dalam penelitian ini menggunakan *fuzzy logic toolbox* pada Matlab R2014a untuk menghitung durasi lampu hijau pada persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.

1.6 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah

1. Menambah wawasan pengetahuan penulis tentang algoritma *Bee* Colony dan penggunaanya, khususnya untuk menyelesaikan kasus pewarnaan simpul untuk mencari fase lampu lalu lintas di persimpangan jalan. Serta menambah wawasan pengetahuan penulis tentang Metode Fuzzy Mamdani untuk mencari durasi lampu lalu lintas di persimpangan jalan dengan memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah.
2. Menjadi bahan masukan bagi Dinas Perhubungan, Komunikasi, dan Informatika (DISHUBKOMINFO) Kota Semarang untuk mengatur fase dan durasi lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya.
3. Sebagai refrensi bagi mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNNES.

1.7 Sistematika Penulisan Skripsi

Secara garis besar skripsi ini dibagi menjadi tiga bagian yaitu bagian awal skripsi, bagian isi skripsi, dan bagian akhir skripsi.

1. Bagian awal skripsi

Bagian awal skripsi meliputi halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahan, motto dan persembahan, prakata, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

2. Bagian isi skripsi

Bagian isi skripsi secara garis besar terdiri dari lima bab, yaitu sebagai berikut.

BAB 1. PENDAHULUAN

Bab ini berisi mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, batasan istilah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi kajian teori yang mendasari dan berhubungan dengan pemecahan masalah. Teori-teori tersebut digunakan untuk memecahkan masalah yang diangkat dalam skripsi ini. Teori yang digunakan adalah Graf, Pewarnaan Simpul, Algoritma *Bee Colony*, Logika Fuzzy, Metode Fuzzy Mamdani, Fuzzy Logic Toolbox Matlab R2014a dan Pengaturan Lampu Lalu Lintas .

BAB 3. METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tentang metode-metode yang digunakan dalam penelitian yang meliputi indentifikasi masalah, studi pustaka, penentuan objek penelitian, pengumpulan data, penyelesaian masalah, dan penarikan kesimpulan.

BAB 4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi semua hasil penelitian dan pembahasan mengenai implementasi algoritma *Bee Colony* dengan metode Fuzzy Mamdani untuk pengaturan lampu lalu lintas di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya, kota Semarang. Pengaturan lampu lalu lintas yang dimaksudkan dalam penelitian ini berupa pegaturan fase lampu lalu lintas agar tidak terjadi tabrakan antar arus kendaraan dan mengatur durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru dengan terlebih dahulu menghitung durasi lampu hijau yang memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah. Penelitian ini menampilkan perbandingan antara sistem lampu lalu lintas saat ini dengan sistem lampu lalu lintas baru sebelum dan sesudah menggunakan algoritma *Bee Colony* dan metode Fuzzy Mamdani.

BAB 5. PENUTUP

Bab ini berisi tentang simpulan dan saran- saran yang diberikan penulis berdasarkan simpulan

3. Bagian akhir skripsi

Bagian akhir skripsi meliputi daftar pustaka dan lampiran- lampiran yang mendukung skripsi.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan E adalah himpunan boleh kosong dari sisi- sisi yang menghubungkan sepasang simpul (Munir, 2010:356).

Dikatakan graf apabila paling sedikit memiliki satu titik dan boleh tidak memiliki sisi. Graf yang hanya memiliki n titik dan tidak memiliki sisi disebut graf kosong/ graf nol, dilambangkan N_n. Sedangkan graf yang memiliki n titik dan setiap dua titik yang berbeda dihubungkan dengan sebuah sisi dinamakan graf komplit/ graf lengkap.

Dalam pembahasan mengenal graf sering menggunakan terminologi yang berkaitan dengan graf (Munir, 2010: 364). Berikut beberapa terminologi yang berkaitan dengan graf.

a. Bertetangga *(Adjacent)*

Dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G (Munir, 2010: 365).

b. Bersisian *(Incident)*

Suatu sisi e dikatakan bersisian dengan simpul v_1 dan simpul v_2 jika e merupakan sisi yang terkait dengan kedua simpul tersebut, dengan kata lain $e = (v_1, v_2)$ (Adiwijaya, 2016: 98).

c. Simpul Terpencil *(Isolated Vertex)*

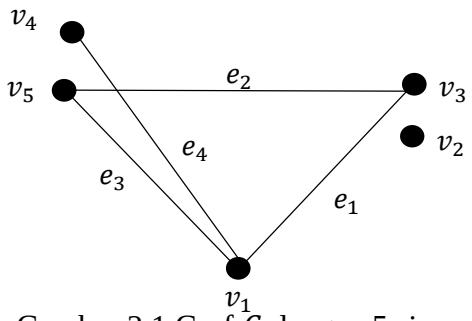
Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya atau simpul yang tidak satupun bertetangga dengan simpul- simpul lain (Munir, 2010: 365).

d. Derajat *(Degree)*

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut, $d(v)$ menyatakan derajat simpul v (Munir, 2010: 366).

Contoh 2.1

Misalkan dipunyai sebuah graf G dengan 5 simpul, disajikan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Graf G dengan 5 simpul

Keterangan:

a. Himpunan simpul pada graf G yaitu $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

b. Himpunan sisi pada graf G yaitu $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

c. Simpul v_1 bertetangga dengan simpul v_3, v_4 dan v_5, simpul v_3 bertetangga dengan simpul v_1 dan v_5, simpul v_4 bertetangga dengan simpul v_1, dan simpul v_5 bertetangga dengan simpul v_1 dan v_3.

d. Sisi e_1 bersisian dengan simpul v_1, dan v_3, sisi e_2 bersisian dengan simpul v_3 dan v_5, sisi e_3 bersisian dengan simpul v_1 dan v_5, dan sisi e_4 bersisian dengan simpul v_1 dan v_4.

e. Simpul v_2 adalah simpul terpencil

2.2 Pewarnaan Simpul

Pewarnaan simpul adalah menetapkan warna pada masing- masing simpul di dalam graf sedemikian sehingga warna pada simpul-simpul yang bertetangga memiliki warna berbeda (Patidar & Chakrabarti, 2016: 403).

Suatu graf G dikatakan berwarna k jika terdapat k warna dalam pewarnaan graf G. Banyak warna minimum yang diperlukan dalam pewarnaan suatu graf dinamakan bilangan khromatik, yang dinotasikan $\chi(G)$ (Adiwijaya: 169).

Misalkan G sebuah graf. Bilangan khromatik pada graf G disimbolkan $\chi(G)$, didefinisikan sebagai $\chi(G) =$min $\{k|$ada pewarnaan-k pada $G\}$ (Budayasa, 2007:152).

2.3 Algoritma *Bee Colony*

Algoritma *Bee* Colony adalah algoritma yang terinspirasi oleh perilaku lebah madu dalam suatu kelompok untuk mencari makanan (Sireesha, 2014: 39).

Dalam penelitian ini kasus pewarnaan simpul dalam pengaturan lampu lalu lintas tidak ada kendala banyaknya simpul untuk suatu warna, maka langkah pewarnaan simpul dengan algoritma *Bee Colony* dalam kasus ini adalah sebagai berikut:

1. Pewarnaan simpul pertama random
2. Pewarnaan simpul berikutnya dicari dengan menggunakan fungsi probabilitas:

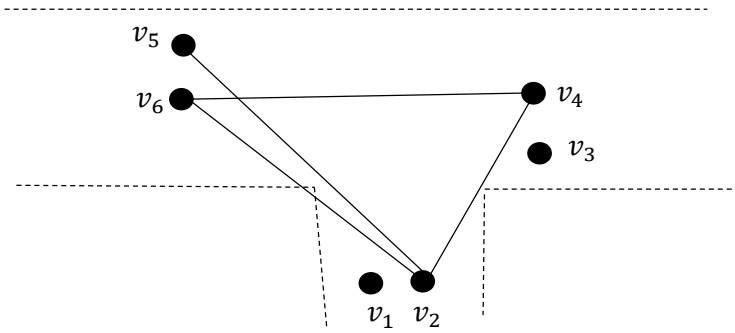
$$P_{v_i,S} = \begin{cases} 0, v_i \in W_S \\ \frac{d(v_i)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{N} d(v_j)}, v_i \notin W_S \end{cases} \quad (2.1)$$

$P_{v_i,S}$ adalah probabilitas simpul v_i yang dipilih, W_S adalah himpunan dari simpul berwarna, N adalah jumlah simpul dalam graf, $w_S(v_i)$ adalah simpul v_i yang berwarna, dan W adalah himpunan warna.

3. Ulangi langkah 2 sampai semua simpul terwarnai

Contoh 2.2

Misalkan G suatu graf persimpangan simpang tiga, disajikan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Graf G, Graf Persimpangan Simpang Tiga

Langkah –langkah penyelesaian pewarnaan simpul pada graf G dengan algoritma *Bee Colony:*

1. Diasumsikan simpul pertama yang diberi warna adalah simpul v_2, maka $W_S = \{w_s(v_2)\}$ dan $W = \{W_1\}$.
2. Pewarnaan simpul ke -2

   Simpul yang bertetangga dengan simpul v_2 adalah simpul v_4, v_5, dan v_6, sehingga untuk pewarnaan simpul ke-2 menggunakan fungsi probabilitas pada persamaan (2.1)

$$P_{v_i,S} = \frac{d(v_i)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{N} d(v_j)} \text{ untuk } v_i \notin W_S$$

Untuk simpul v_4

$$P_{v_4,S} = \frac{d(v_4)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

$$P_{v_4,S} = \frac{d(v_4)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_4)+d(v_5)+d(v_6)}$$

$$P_{v_4,S} = \frac{2}{0+0+2+1+2}$$

$$P_{v_4,S} = \frac{2}{5}$$

Untuk simpul v_5

$$P_{v_5,S} = \frac{d(v_5)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

$$P_{v_5,S} = \frac{d(v_5)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_4)+d(v_5)+d(v_6)}$$

$$P_{v_5,S} = \frac{1}{0+0+2+1+2}$$

$$P_{v_5,S} = \frac{1}{5}$$

Untuk simpul v_6

$$P_{v_6,S} = \frac{d(v_6)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

$$P_{v_6,S} = \frac{d(v_6)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_4)+d(v_5)+d(v_6)}$$

$$P_{v_6,S} = \frac{2}{0+0+2+1+2}$$

$$P_{v_6,S} = \frac{2}{5}$$

Karena nilai probabilitas v_4, dan v_6 lebih besar dari nilai probabilitas v_5 yaitu $\frac{2}{5}$, maka dapat dipilih salah satu simpul dari v_4, dan v_6 untuk diberi warna yaitu v_4. Warna dari simpul v_4 tidak boleh sama dengan warna pada v_2 karena bertetangga. Sehingga $W_s = \{w_s(v_2), w_s(v_4)\}$ dan $W = \{W_1, W_2\}$.

3. Pewarnaan simpul ke-3

   Simpul yang bertetangga dengan v_4 dan bukan simpul yang telah diwarnai adalah simpul v_6 Sehingga dapat langsung diberi warna. Warna dari simpul v_6 tidak boleh sama dengan warna pada v_2 dan v_4 karena bertetangga. Sehingga $W_s = \{w_s(v_2), w_s(v_4), w_s(v_6)\}$ dan $W = \{W_1, W_2, W_3\}$.

4. Pewarnaan simpul ke-4

   Simpul yang bertetangga dengan v_6 dan bukan simpul yang telah diwarnai tidak ada, maka untuk pewarnaan selanjutnya dicari simpul lain yang belum diberi warna yaitu simpul v_1, v_3, dan v_5. Pemberian warna pada simpul tersebut menggunakan fungsi probabilitas sesuai persamaan (2.1).

   Untuk simpul v_1

   $$P_{v_1,S} = \frac{d(v_1)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

   $$P_{v_1,S} = \frac{d(v_1)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_5)}$$

   $$P_{v_1,S} = \frac{0}{0+0+1}$$

   $$P_{v_1,S} = 0$$

   Untuk simpul v_3

   $$P_{v_3,S} = \frac{d(v_3)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

   $$P_{v_3,S} = \frac{d(v_3)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_5)}$$

   $$P_{v_3,S} = \frac{0}{0+0+1}$$

   $$P_{v_3,S} = 0$$

Untuk simpul v_5

$$P_{v_5,S} = \frac{d(v_5)}{\sum_{j=1,v_j \notin W_S}^{6} d(v_j)}$$

$$P_{v_5,S} = \frac{d(v_5)}{d(v_1)+d(v_3)+d(v_5)}$$

$$P_{v_5,S} = \frac{1}{0+0+1}$$

$$P_{v_5,S} = 1$$

Karena nilai probabilitas v_5 lebih besar dari nilai probabilitas v_1 dan v_3 yaitu 1, maka simpul v_5 dapat diberi warna. Warna simpul v_5 tidak boleh sama dengan warna simpul v_2 karena bertetangga, namun warna simpul v_5 dapat diberi warna yang sama dengan simpul v_4 dan v_6. Simpul v_5 diberi warna yang sama dengan warna simpul v_4. Sehingga $W_s = \{w_s(v_2), w_s(v_4), w_s(v_5), w_s(v_6)\}$ dan $W = \{W_1, W_2, W_2, W_3\}$.

Simpul yang bertetangga dengan v_5 dan bukan simpul yang telah diwarnai tidak ada, maka untuk pewarnaan selanjutnya dicari simpul lain yang belum diberi warna yaitu simpul v_1, dan v_3. Karena simpul v_1, dan v_3 adalah simpul terpencil dalam graf persimpangan maka simpul v_1, dan v_3 berlaku terus lampu hijau sehingga simpul v_1, dan v_3 tidak perlu diberi warna.

5. Setiap simpul yang bukan simpul terpencil telah diberi warna dan tidak ada simpul-simpul yang bertetangga memiliki warna yang sama, maka prosedur berhenti.

Solusi pewarnaan simpul pada graf G graf persimpangan simpang tiga, disajikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Solusi Pewarnaan Simpul pada G

Simpul	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
Warna	-	W_1	-	W_2	W_2	W_3

keterangan :

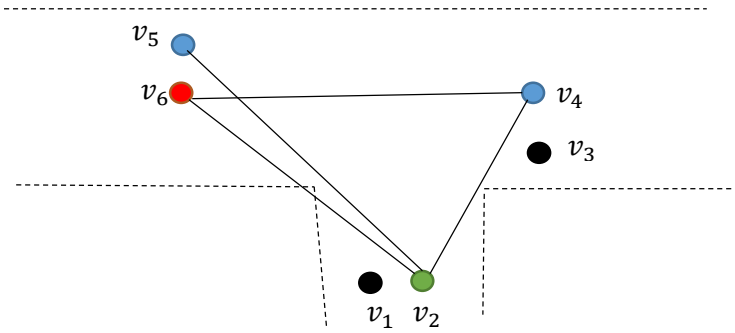
W_1= hijau

W_2= biru

W_3= merah

- = hitam, artinya simpul yang diberi warna hitam adalah simpul terpencil dan arus kendaraan yang dipresentasikan oleh simpul yang berwarna hitam adalah arus kendaraan belok kiri jalan terus, sehingga pewarnaan simpul pada simpul terpencil tidak berpengaruh pada simpul lain. Dalam kasus ini adalah simpul v_1 dan v_3.

Berikut graf penyelesaian dari graf G graf persimpangan simpang tiga, disajikan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Graf Penyelesaian dari Graf G Graf Persimpangan Simpang Tiga

Gambar 2.3 menunjukkan antar dua simpul yang bertetangga memiliki warna yang berbeda. Arus kendaraan yang dipresentasikan oleh simpul v_4 dan v_5 dapat berjalan bersamaan karena memiliki warna yang sama yaitu warna biru, sedangkan arus kendaraan yang dipresentasikan oleh simpul v_2 berjalan sendiri seperti dengan

simpul v_6 karena tidak ada simpul lain yang memilik warna yang sama dengan simpul v_2 maupun simpul v_6. Warna hitam pada simpul v_1 dan simpul v_3 menandakan bahwa simpul v_1 dan simpul v_3 adalah simpul terpencil dan simpul v_1 dan simpul v_3 adalah simpul yang mempresentasikan arus kendaraan belok kiri jalan terus, sehingga warna hitam pada simpul v_1 dan simpul v_3 tidak berpengaruh pada simpul lain. Jadi ada 3 warna yang digunakan dalam pewarnaan simpul menggunakan algoritma *Bee Colony* di graf *G* graf persimpangan simpang tiga yaitu hijau, biru dan merah, sehingga diperoleh bilangan khromatik-3.

2.4 Logika Fuzzy

Logika fuzzy pertama kali diusulkan oleh Lotfi A. Zadeh dari Universitas California pada tahun 1965 (Kamboj & Kaur, 2013: 204). Logika fuzzy merupakan solusi pemecahan masalah ketidakpastian yang tepat (Naba, 2009), karena logika fuzzy bersifat fleksibel dan memberikan toleransi terhadap ketidakpresisian data (Santoso, 2017). Menurut Kusumadewi & Purnomo (2010:1-2), logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output, ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 2.4.

Gambar 2.4 Pemetaan Suatu Ruang Input ke dalam Suatu Ruang Output

Berdasarkan ilustrasi pada Gambar 2.4 *black box* atau kotak hitam berisi cara atau metode yang dapat digunakan untuk mengolah data input menjadi output, salah satu metode tersebut adalah logika fuzzy.

Kelebihan logika fuzzy dijelaskan oleh (Kusumadewi & Purnomo, 2010: 2-3), sebagai berikut:

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti, karena logika fuzzy menggunakan konsep matematis yang sederhana sehingga mudah untuk dipahami.
2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami.

2.4.1 Himpunan Fuzzy

Kusumadewi & Purnomo (2010: 3) menyatakan bahwa nilai keanggotaan pada himpunan *crisp* atau himpuanan tegas hanya memiliki dua kemungkinan yaitu 0 atau 1, sedangkan pada himpunan fuzzy nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A\ [x] = 0$ berarti x tidak menjadi himpuan A, demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A\ [x] = 1$ berarti menjadi anggota penuh himpunan A.

Dalam memahami logika fuzzy, adapun hal-hal yang perlu diketahui, adalah sebagai berikut:

a. Variabel Fuzzy

Variabel fuzzy adalah variabel yang akan dibahas dalam suatu sistem fuzzy, seperti: jumlah mobil, jumlah motor, durasi lampu hijau, berat badan, tinggi badan, dan sebagainya.

b. Himpunan Fuzzy

Himpunan fuzzy adalah suatu kelompok yang mewakili suatu keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy. Menurut Kusumadewi & Purnomo (2010:6) himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu:

1) Linguistik, yaitu penamaan suatu kelompok yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami.
2) Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel.

c. Semesta Pembicaraan

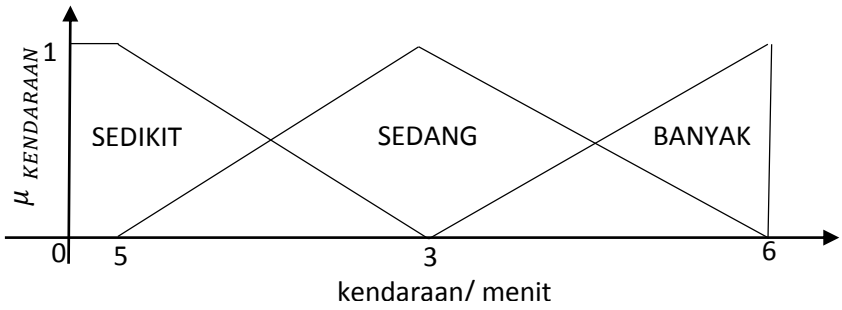
Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy

c. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang dijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

Contoh 2.3

Variabel kendaraan terbagi menjadi tiga himpunan fuzzy, yaitu: SEDIKIT, SEDANG, dan BANYAK, disajikan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Himpuan Fuzzy Variabel Kendaraan

Keterangan :

a. Variabel fuzzy berupa jumlah kendaraan

b. Himpunan fuzzy linguistik : SEDIKIT, SEDANG, dan BANYAK

c. Himpunan fuzzy numerius : nilai 0,5,30,60

d. Semesta pembicaraan = [0,60]

e. Domain untuk himpunan fuzzy SEDIKIT = [0,30]

f. Domain untuk himpunan fuzzy SEDANG = [5,60]

g. Domain untuk himpunan fuzzy BANYAK = [30,60]

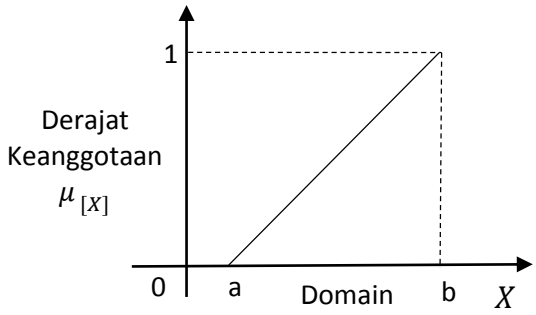
2.4.2 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan *(membership function)* adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Beberapa fungsi keanggotaan yang dapat digunakan dalam logika fuzzy, adalah sebagai berikut:

a. Representasi Linear

Pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy linear, disajikan pada Gambar 2.6 dan Gambar 2.7.

1. Representasi linear naik

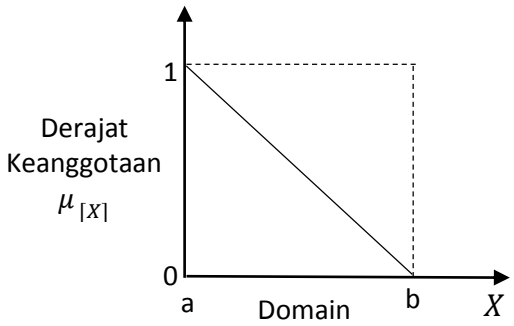


Gambar 2.6 Representasi Linear Naik

Fungsi Keangggotaan:

$$\mu[X]= \begin{cases} 0 & ; x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)} & ; a < x < b \\ 1 & ; x \leq b \end{cases} \tag{2.2}$$

2. Representasi linear turun



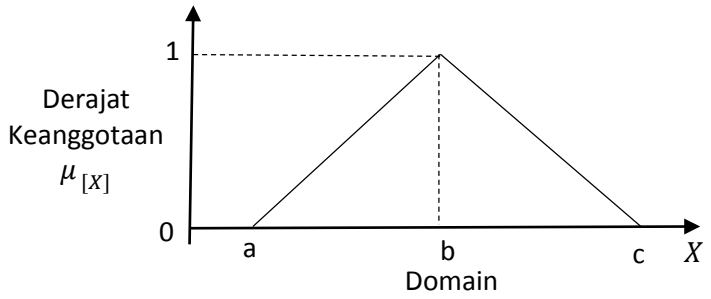
Gambar 2.7 Representasi Linear Turun

Fungsi Keanggotaan

$$\mu[X]= \begin{cases} \frac{(b-x)}{(b-a)} & ; a \leq x < b \\ 0 & ; x \geq b \end{cases} \tag{2.3}$$

b. Representasi Kurva Segitiga

Representasi kurva segitiga merupakan gabungan antara dua representasi linear, seperti yang terlihat pada Gambar 2.8.



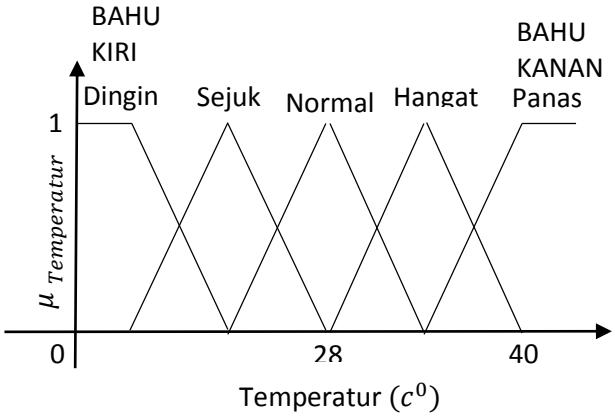
Gambar 2.8 Representasi Kurva Segitiga

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[X]= \begin{cases} 0 & ;\ x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{(x-a)}{(b-a)} & ;\ a < x < b \\ \frac{(c-x)}{(c-b)} & ;\ b \leq x < c \end{cases} \tag{2.4}$$

d. Representasi Kurva Bahu

Himpunan fuzzy bahu digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bentuk kurva bahu berbeda dengan kurva segitiga, yaitu salah satu sisi pada variabel tersebut mengalami perubahan turun atau naik, sedangkan sisi yang lain tidak mengalami perubahan atau tetap. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar 2.9 menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.

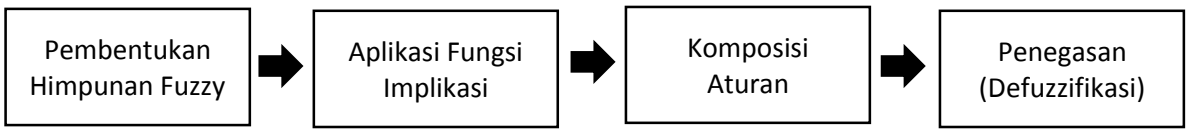


Gambar 2.9 Kurva Bahu Variabel Temperatur

2.4.3 Metode Fuzzy Mamdani

Fuzzy Inference System (FIS), yaitu suatu kerangka komputasi yang didasarkan pada teori himpunan fuzzy, aturan fuzzy berbentuk IF-THEN, dan penalaran fuzzy (Kusumadewi & Hartati, 2010: 40). Dalam penelitian ini sistem inferensi fuzzy yang digunakan adalah metode mamdani, yaitu untuk menetukan durasi lampu hijau dengan memperhatikan jumlah mobil dan jumlah motor yang berhenti saat lampu merah.

Metode Mamdani dikenal juga sebagai metode Min-Max, metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Pada metode ini, tahapan yang diperlukan untuk memperoleh output adalah ditunjukkan pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Flowchart Metode Fuzzy Mamdani

1. Pembentukan himpunan fuzzy

Pembentukan himpunan fuzzy sering dikenal dengan istilah fuzzifikasi. Fuzzifikasi adalah suatu proses pengubahan nilai input (tegas) ke dalam input fuzzy menggunakan fungsi keanggotaan (Setiadji, 2009).

Himpunan fuzzy didasarkan pada tingkatan lingustiknya yang dikelompokkan dalam suatu variabel fuzzy. Setiap himpunan fuzzy ditentukan domain dan fungsi keanggotaan yang digunakan untuk menentukan nilai keanggotaan *real*, dimana nilai keanggotaan tersebut terletak pada interval [0,1].

2. Aplikasi fungsi implikasi

Aplikasi fungsi implikasi terdiri dari aturan-aturan yang dibentuk untuk menyelesikan relasi antara input dan output, setiap aturan merupakan suatu

implikasi. Operator yang digunakan untuk menghubungkan antara dua input adalah operator *AND*. Pemetakkan antar input-output adalah *IF-THEN*. Proposisi yang mengikuti *IF* disebut anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti *THEN* disebut konsekuen. Fungsi implikasi yang digunakan adalah Min, yaitu dengan cara mencari nilai minimum berdasarkan aturan ke-i dapat dinyatakan dengan:

$$\alpha_i = \mu_{Ai}(x) \cap \mu_{Bi}(x) = min\{\mu_{Ai}(x), \mu_{Bi}(x)\} \quad (2.5)$$

Keterangan:

α_i = nilai minimum dari himpunan fuzzy A dan B pada aturan ke-i

$\mu_{Ai}(x)$ = derajat keanggotaan x dari himpunan fuzzy A pada aturan ke-i

$\mu_{Bi}(x)$ = derajat keanggotaan x dari himpunan fuzzy B pada aturan ke-i

3. Komposisi aturan *(Agregasi)*

Pada metode Mamdani, komposisi antar aturan, menggunakan fungsi MAX yaitu megambil nilai maksimum dari output aturan kemudian menggabungkan daerah fuzzy dari masing-masing aturan dengan operator OR.

$$\mu_{sf}[x] = max\ (\mu_{kf}[x_i]) \quad (2.6)$$

Keterangan :

$\mu_{sf}[x]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i, dimana $i = 1,2,3, \dots \dots, n$

4. Penegasan (*Defuzzifikasi)*

Input dari proses *defuzzifikasi* adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari suatu komposisi aturan-aturan fuzzy dan output yang dihasilkan adalah suatu bilangan pada himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka dapat diambil suatu nilai crisp tetentu sebagai

outputnya. Salah satu metode *defuzzifikasi* yang digunakan pada komposisi aturan Mamdani adalah Metode Centroid. Metode Centroid dalam mencari solusi *crisp* dengan cara mengambil titik pusat daerah fuzzy. Secara umum dirumuskan sebagai berikut :

$$Z_0 = \frac{\int_a^b z.\mu_{(Z)}\, dz}{\int_a^b \mu_{(Z)}\, dz}$$, untuk domain kontinu (2.7)

Keterangan :

Z = niali domain ke-i

$\mu_{(Z)}$ = derajat keanggotaan titik tersebut

Z_0 = nilai hasil *defuzzifikasi*

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i.U_{A_i}}{\sum_{i=j}^{n} U_{A_i}(d_i)}$$, untuk domain diskret (2.8)

Keterangan :

Z = nilai hasil *defuzzifikasi*

d_i = nilai keluaran pada aturan ke-i

$U_{A_i}(d_i)$= derajat keanggotaan nilai keluaran pada aturan ke-i

n = banyaknya aturan yang digunakan

Contoh 2.3 (Abrori & Prihamayu, 2015)

Abrori dan Prihamayu menggunakan metode Fuzzy Mamdani untuk menentukan jumlah *juice apple* yang dipesan PT. Sukanda Djaya. PT. Sukanda Djaya adalah sebuah perusahaan yang bergerak di bidang distribusi *ice cream* dan *frozen food*. Berdasarkan data permintaan dan persediaan pada periode September 2009-Agustus 2010, menunjukkan permintaan produk terbesar mencapai 934 kemasan per bulan, dan permintaan terkecil mencapai 104 kemasan per bulan. Sedangkan

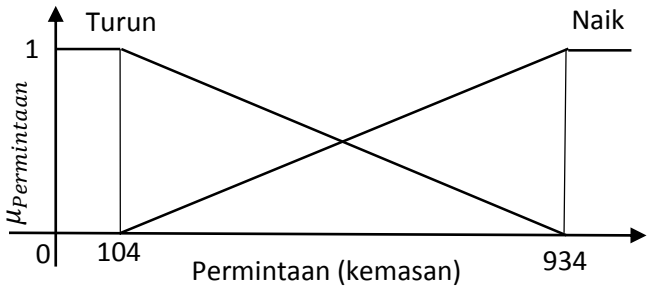
persediaan produk terbanyak mencapai 198 kemasan per bulan dan persediaan terkecil mencapai 42 kemasan per bulan.

Penentuan jumlah pemesanan *juice apple* menggunakan metode Fuzzy Mamdani sebagai berikut:

a. Pembentukan Himpunan Fuzzy

Ada 2 variabel input terkait penentuan jumlah pemesanan yaitu variabel permintaan dan variabel persediaan. Sedangkan variabel outputnya adalah variabel pemesanan.

1. Variabel permintaan terdiri atas 2 himpunan fuzzy yaitu Turun dan Naik. Kurva fungsi keanggotaan untuk variabel permintaan, seperti pada Gambar 2.11.



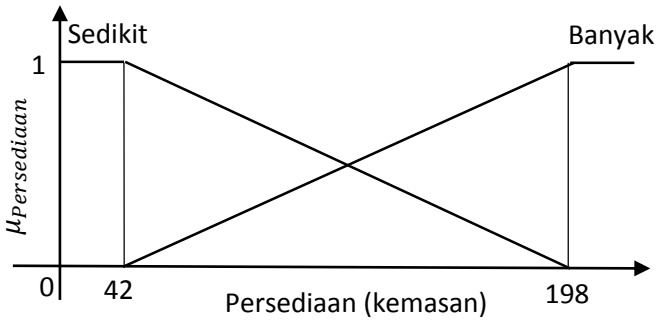
Gambar 2.11 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Permintaan

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{Turun} = \begin{cases} 1 & ; x \leq 104 \\ \frac{934-x}{830} & ;\ 104 < x < 934 \\ 0 & ; x \geq 934 \end{cases} \tag{2.9}$$

$$\mu_{Naik} = \begin{cases} 0 & ; x \leq 104 \\ \frac{x-104}{830} & ;\ 104 < x < 934 \\ 1 & ; x \geq 934 \end{cases} \tag{2.10}$$

2. Variabel persediaan terdiri atas 2 himpunan fuzzy yaitu Sedikit dan Banyak. Kurva fungsi keanggotaan untuk variabel persediaan, seperti pada Gambar 2.12.



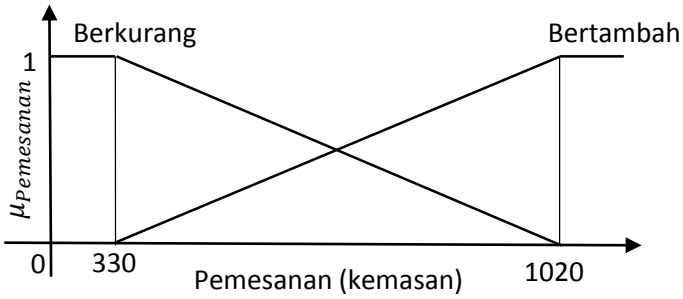
Gambar 2.12 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Persediaan

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{Sedikit} = \begin{cases} 1 & ; x \leq 42 \\ \frac{198-x}{156} & ;\ 42 < x < 198 \\ 0 & ; x \geq 198 \end{cases} \tag{2.11}$$

$$\mu_{Banyak} = \begin{cases} 0 & ; x \leq 42 \\ \frac{x-42}{156} & ;\ 42 < x < 198 \\ 1 & ; x \geq 198 \end{cases} \tag{2.12}$$

3. Variabel pemesanan terdiri atas 2 himpunan fuzzy yaitu Berkurang dan Bertambah. Kurva fungsi keanggotaan untuk variabel pemesanan, seperti pada Gambar 2.13.



Gambar 2.13 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Variabel Pemesanan

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{Berkurang} = \begin{cases} 1 & ; x \leq 330 \\ \frac{1020-x}{690} & ;\ 330 < x < 1020 \\ 0 & ; x \geq 1020 \end{cases} \tag{2.13}$$

$$\mu_{Bertambah} = \begin{cases} 0 & ; x \leq 330 \\ \frac{x-330}{690} & ;\ 330 < x < 1020 \\ 1 & ; x \geq 1020 \end{cases} \quad (2.14)$$

Jika data bulan agustus 2010 adalah permintaan 540 kemasan dan persediaan 132 kemasan maka fungsi keanggotaanya sebagai berikut:

1) Fungsi keanggotaan untuk permintaan 540 kemasan, menggunakan persamaan (2.9) dan (2.10).

$$\mu_{Turun} = \frac{934 - 540}{830} = 0.47$$

$$\mu_{Naik} = \frac{540 - 104}{830} = 0.53$$

2) Fungsi keanggotaan untuk persediaan 132 kemasan, menggunakan persamaan (2.11) dan (2.12).

$$\mu_{Sedikit} = \frac{198 - 132}{156} = 0.42$$

$$\mu_{Banyak} = \frac{132 - 42}{156} = 0.58$$

b. Aplikasi Fungsi Implikasi

Aplikasi yang digunakan adalah aturan MIN, sebagai berikut:

[R1] IF permintaan Turun dan persediaan Banyak THEN pemesanan Berkurang

$$\alpha - predikat_1 = \mu_{Permintaan\ Turun} \cap \mu_{Persediaan\ Banyak}$$

$$= \min\left(\mu_{Permintaan\ Turun}(0.47)\right), \left(\mu_{Persediaan\ Banyak}(0.58)\right)$$

$$= \min(0.47, 0.58) = 0.47$$

[R2] IF permintaan Turun dan persediaan Sedikit THEN pemesanan Berkurang

$$\alpha - predikat_2 = \mu_{Permintaan\ Turun} \cap \mu_{Persediaan\ Sedikit}$$

$$= \min\left(\mu_{Permintaan\ Turun}(0.47)\right), \left(\mu_{Persediaan\ Sedikit}(0.42)\right)$$

$$= \min(0.47, 0.42) = 0.42$$

[R3] IF permintaan Naik dan persediaan Banyak THEN pemesanan Bertambah

$$\alpha - predikat_3 = \mu_{Permintaan\ Naik} \cap \mu_{Persediaan\ Banyak}$$

$$= \min\left(\mu_{Permintaan\ Naik}(0.53)\right), \left(\mu_{Persediaan\ Banyak}(0.58)\right)$$

$$= \min(0.53, 0.58) = 0.53$$

[R4] IF permintaan Naik dan persediaan Sedikit THEN pemesanan Bertambah

$$\alpha - predikat_4 = \mu_{Permintaan\ Naik} \cap \mu_{Persediaan\ Sedikit}$$

$$= \min\left(\mu_{Permintaan\ Naik}(0.53)\right), \left(\mu_{Persediaan\ Sedikit}(0.42)\right)$$

$$= \min(0.53, 0.42) = 0.42$$

c. Komposisi Aturan *(Agregasi)*

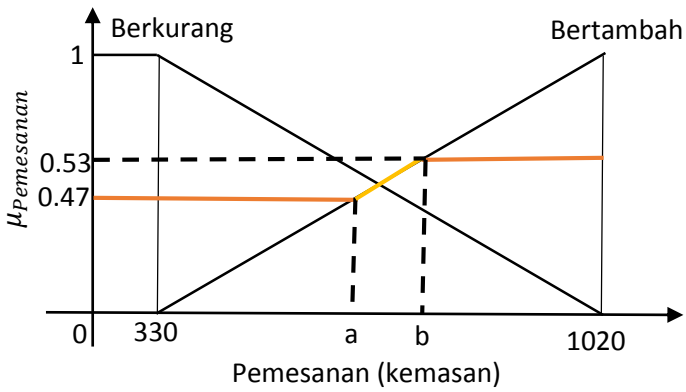
Metode yang digunakan dalam komposisi antar semua aturan adalah metode MAX.

$$\mu_{sf}(x) = maks\{\mu_{\ Pemesanan\ Berkurang}(x) \cup \mu_{Pemesanan\ Bertambah}(x)\}$$

$$= maks\{0.47; 0.42; 0.53; 0.42\}$$

$$= \{0.47; 0.53\}$$

Berikut daerah hasil komposisi disajikan pada Gambar 2.14,



Gambar 2.14 Daerah Hasil Komposisi

Mencari titik a, dan b.

Titik a adalah ketika $\mu_{Pemesanan\ Bertambah}(x) = 0.47$, sehingga

Titik a

$$\frac{x - 330}{690} = 0.47$$

$$x - 330 = 324.3$$

$$x = 654.3$$

Titik b adalah ketika $\mu_{Pemesanan\ Bertambah}(x) = 0.53$, sehingga

Titik b

$$\frac{x - 330}{690} = 0.53$$

$$x - 330 = 365.7$$

$$x = 695.7$$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi diatas adalah

$$\mu_{Pemesanan} = \begin{cases} 0.47 & ; 0 \leq x \leq 654.3 \\ \frac{x-330}{690} & ; 654.3 < x < 695.7 \\ 0.53 & ; 695.7 \leq x \leq 1020 \end{cases} \tag{2.13}$$

d. *Defuzzifikasi*

Defuzzifikasi dikerjakan menggunakan metode Centroid

$$X = \frac{\int_0^{654.3} 0.47xdx + \int_{654.3}^{695.7} \left(\frac{x - 330}{690}\right) xdx + \int_{695.7}^{1020} 0.53xdx}{\int_0^{654.3} 0.47dx + \int_{654.3}^{695.7} \left(\frac{x - 330}{690}\right) dx + \int_{695.7}^{1020} 0.53dx}$$

$$= \frac{\int_0^{654.3} 0.47xdx + \int_{654.3}^{695.7} \left(\frac{x^2 - 330x}{690x}\right) dx + \int_{695.7}^{1020} 0.53xdx}{\int_0^{654.3} 0.47dx + \int_{654.3}^{695.7} \left(\frac{x - 330}{690}\right) dx + \int_{695.7}^{1020} 0.53dx}$$

$$= \frac{[0.235x^2]_0^{654.3} + \left[\frac{\frac{x^3}{3} - 165x^2}{345x^2}\right]_{654.3}^{695.7} + [0.265x^2]_{695.7}^{1020}}{[0.47x]_0^{654.3} + \left[\frac{0.5x^2 - 330x}{690x}\right]_{654.3}^{695.7} + [0.53x]_{695.7}^{1020}}$$

$$= \frac{100605.4952 + 0.04 + 147446.4002}{307.521 + 0.03 + 171.879}$$

$$= \frac{248051.9353}{479.43}$$

$$= 517.389265 \approx 517$$

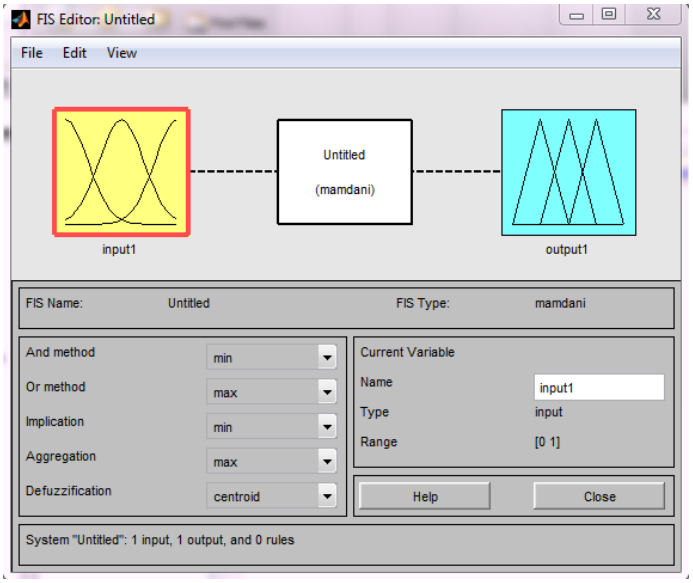
Jadi jumlah pemesanan produk untuk bulan September 2010, dengan data bulan Agustus 2010 yaitu permintaan 540 kemasan dan persediaan 132 kemasan adalah sebanyak 517 kemasan.

2.5 *Fuzzy Logic Toolbox* Matlab R2014a

Fuzzy logic toolbox adalah sekumpulan *tool* yang membantu merancang sistem fuzzy (Naba, 2009). *Fuzzy logic toolbox* menyediakan 5 jenis GUI untuk keperluan rancang bangun FIS yaitu, FIS *editor, membership function editor, rule editor, rule viewer,* dan *surface viewer.*

a. FIS *Editor*

Ketik fuzzy pada *Command Window* maka akan muncul FIS *Editor*, seperti pada Gambar 2.15.



Gambar 2.15 FIS *Editor*

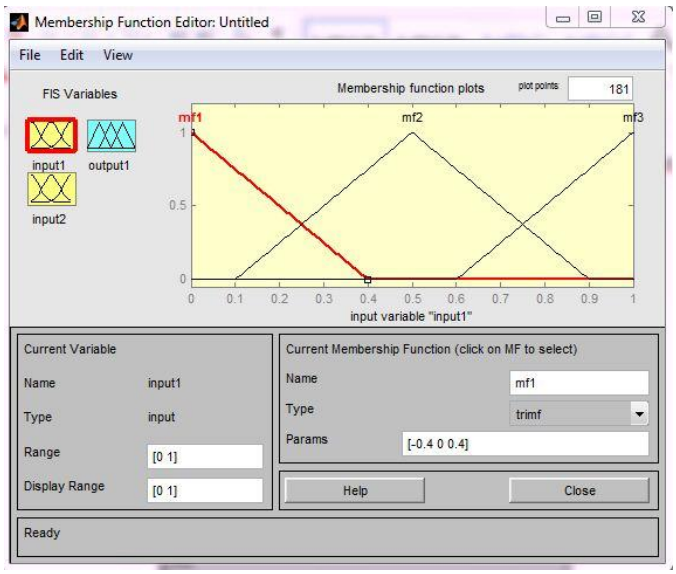
Pada Gambar 2.15 FIS yang digunakan adalah tipe Mamdani dengan fungsi *Implication* berupa min, *Aggregation* berupa max dan *Deffuzifikasi* menggunakan metode Centroid. Gambar 2.15 terdapat satu variabel input dan satu variabel output.

Langkah membangun FIS pada FIS *Editor*

1. Pilih Edit→ Add Variable → Input, untuk menambah variabel input
2. Ubah label Input1 dengan mengeklik kotak bewarna kuning berlabel Input1, lalu pada kotak *Current Variable* pada kolom Name, ganti label Input1 sesuai nama yang diinginkan, kemudian *Enter*, berlaku hal yang sama dengan Input2.
3. Ubah label Output1 dengan mengeklik kotak bewarna biru berlabel Output1, lalu pada kotak *Current Variable* pada kolom Name, ganti label Output1 sesuai nama yang diinginkan, kemudian *Enter*.
4. Pilih *File* →*Export* → *To Workspace*, ketik nama *Workspace* klik OK
5. Pilih *File* →*Export* → *To File*, ketik nama *File* klik OK, file akan tersimpan secara langsung ke harddisk.

b. *Membership Function Editor*

Dari FIS *Editor*, pilih *Edit* → *Membership Function*, maka muncul seperti Gambar 2.16.

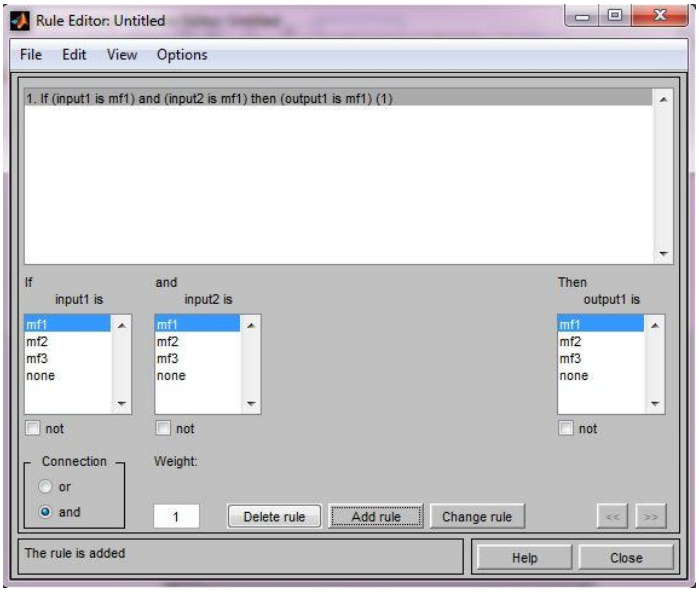


Gambar 2.16 *Membership Function Editor*

Membership function editor menampilkan dan mengedit semua fungsi keanggotaan dari variabel FIS input dan output dengan mengklik salah satu ikon variabel sehingga kurva fungsi keanggotaan akan ditampilkan pada sebelah kanan. Klik ikon variabel FIS, pada *field Range* bagian kiri bawah , ubah *Range* sesuai dengan himpunan semesta variabel FIS, kemudian klik kurva yang berlabel mf1, pada bagian kanan bawah, ubah nama mf1 dan tipe kurva pada *field Type* sesuai yang dibutuhkan dan atur parameter setiap fungsi pada *field Params*, berlaku juga dengan mf2 dan mf3.

c. *Rule Editor*

Dari *membership function editor*, Pilih *Edit* >*Rule* maka muncul Gambar 2.17.

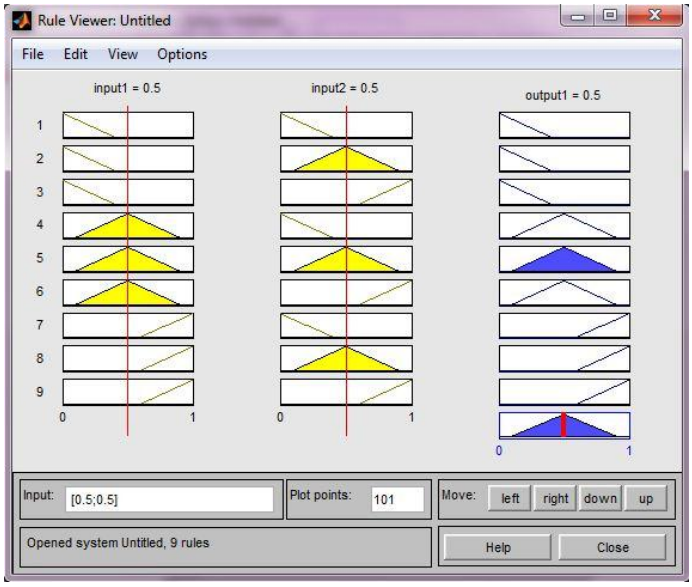


Gambar 2.17 *Rule Editor*

Memasukkan *Rule* secara otomatis yakni klik Input1, klik Input2 dan Output1 kemudian klik *Add rule*. *Rule* berupa fungsi Impliasi *IF-THEN*, pilih *and* pada *Connection* untuk menghubungkan antar variabel Input.

d. *Rule Viewer*

Dari *Rule Editor*, pilih *View* →*Rule*, maka muncul seperti Gambar 2.18.



Gambar 2.18 *Rule Viewer*

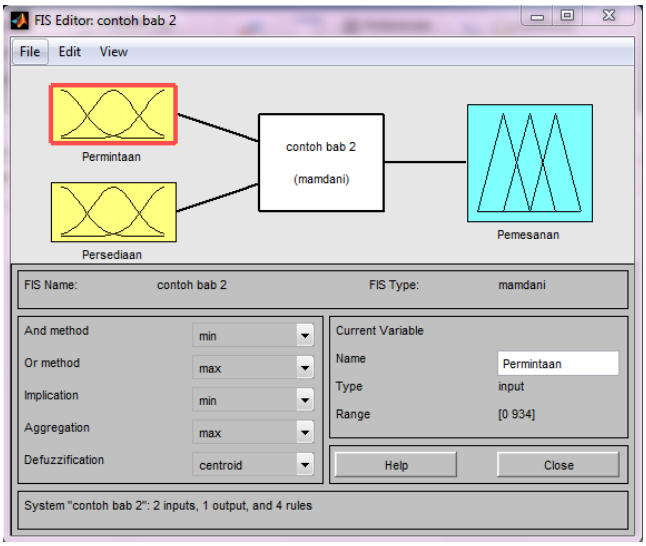
Nilai input dapat diubah dengan mengetik langsung pada *field Input* pada pojok kiri bawah.

Contoh 2.4

Penentuan pemesanan produk pada PT. Sukanda Djaya seperti pada contoh 2.3 dapat diselesaikan dengan bantuan *Fuzzy Logic Toolbox* Matlab R2014a, sebagai berikut :

1. FIS *Editor*

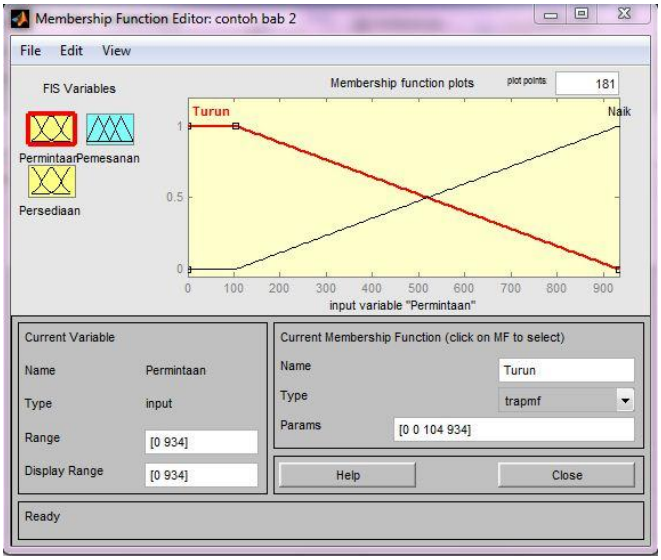
Variabel input yaitu variabel permintaan dan variabel persediaan, dengan metode Fuzzy Mamdani. Fungsi *Implication* berupa min, *Aggregation* berupa max dan *Deffuzifikasi* menggunakan metode Centroid, seperti Gambar 2.19.



Gambar 2.19 FIS *Editor*: Penentuan Pemesanan Produk

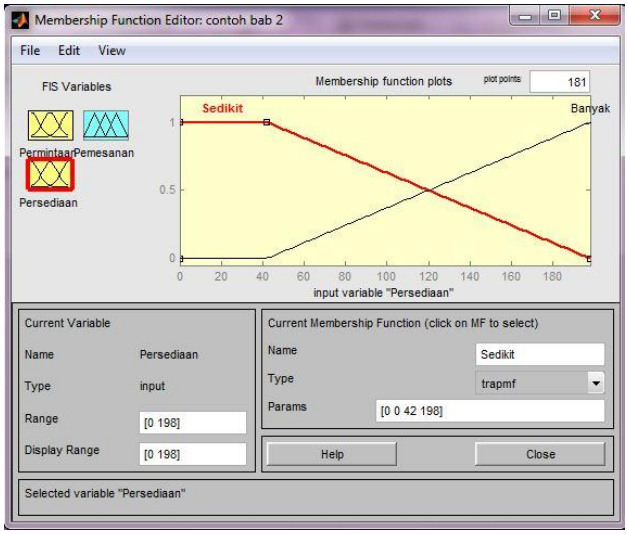
2. *Membership Function Editor*

Variabel input permintaan terdiri 2 himpunan fuzzy, yaitu Turun dan Naik. Kurva bahu kiri untuk himpunan fuzzy Turun dan kurva linear naik untuk himpunan fuzzy Naik. Berikut Gambar *Membership Function Editor* untuk variabel permintaan disajikan pada Gambar 2.20.



Gambar 2.20 *Membership Function Editor* untuk Variabel Permintaan

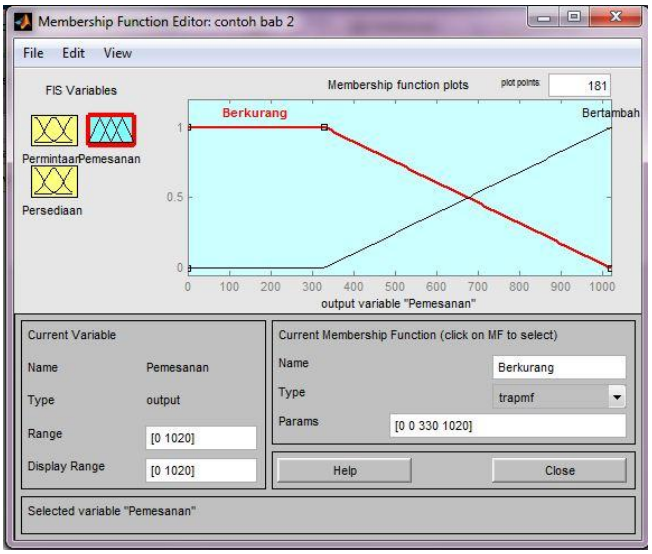
Variabel input persediaan terdiri 2 himpunan fuzzy, yaitu Sedikit dan Banyak. Kurva bahu kiri untuk himpunan fuzzy Sedikit dan kurva linear naik untuk himpunan fuzzy Banyak. Berikut Gambar *Membership Function Editor* untuk variabel persediaan disajikan pada Gambar 2.21.



Gambar 2.21 *Membership Function Editor* untuk Variabel Persediaan

Variabel output pemesanan terdiri 2 himpunan fuzzy, yaitu Berkurang dan Bertambah. Kurva bahu kiri untuk himpunan fuzzy Berkurang dan kurva linear naik

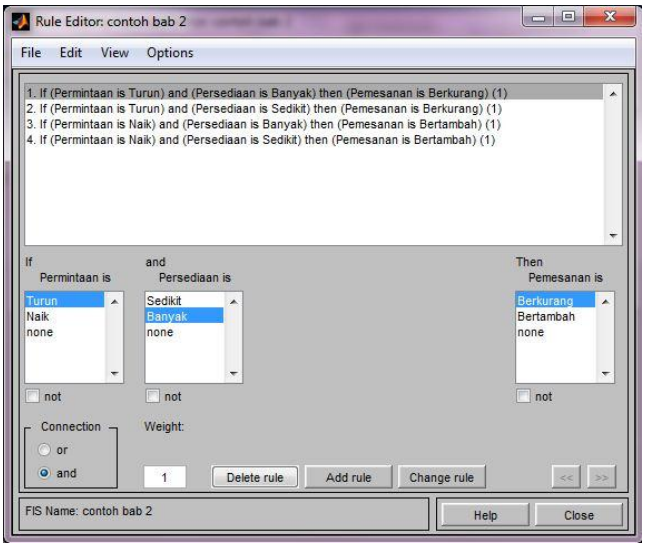
untuk himpunan fuzzy Bertambah. Berikut Gambar *Membership Function Editor* untuk variabel output pemesanan disajikan pada Gambar 2.22.



Gambar 2.22 *Membership Function Editor* untuk Variabel Pemesanan

3. *Rule Editor*

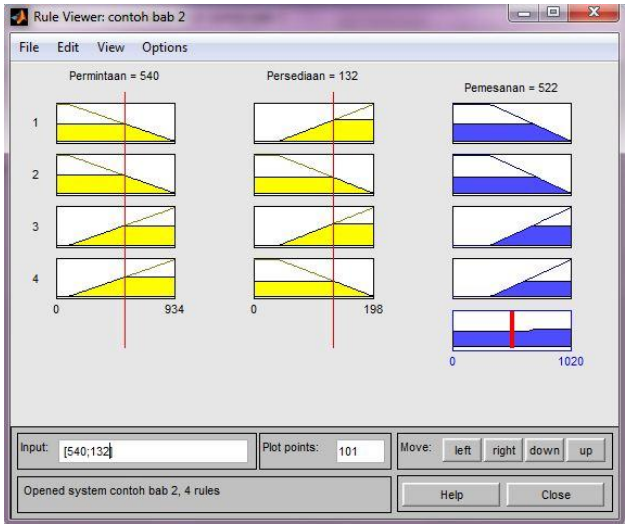
Rule yang sudah terbentuk pada contoh 2.3 dimasukkan kedalam *rule editor*, seperti pada Gambar 2.23.



Gambar 2.23 *Rule Editor:* Penentuan Pemesanan Produk

4. *Rule Viewer*

Hasil perhitungan penentuan pemesanan produk dengan bantuan fuzzy logic toolbox Matlab R2014a yaitu 522 kemasan, jika permintaan mencapai 540 kemasan dan persediaan mencapai 132 kemasan, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.24.



Gambar 2.24 *Rule Viewer:* Penentuan Pemesan Produk

Hasil yang diperoleh dari contoh 2.3 secara perhitungan manual dan contoh 2.4 dengan bantuan fuzzy logic toolbox Matlab R2014a berbeda yaitu pada contoh 2.3 manual sebesar 517 kemasan dan pada contoh 2.4 dengan bantuan fuzzy logic toolbox Matlab R2014a sebesar 522 kemasan. Perbedaan hasil manual dan fuzzy logic toolbox Matlab R2014a dikarenakan adanya pembulatan angka di dalam perhitungan.

2.6 Pengaturan Lampu Lalu Lintas

Menurut MKJI (1997), tipe jalan di perkotaan terdiri atas:

1. Jalan dua lajur- dua arah (2/2 UD)

2. Jalan empat lajur- dua arah tak terbagi (4/2 UD)

3. Jalan empat lajur- dua arah terbagi (4/2 D)

4. Jalan enam-lajur- dua arah- terbagi (6/2 D)

5. Jalan satu arah (1-3/1)

Persimpangan menurut MKJI (1997) adalah dua buah ruas jalan atau lebih yang saling bertemu, saling berpotongan, atau saling bersilangan. Persimpangan terbagi menjadi 2 yaitu:

1. Simpangan bersinyal

Simpangan bersinyal adalah persimpangan yang arus lalu lintasnya diatur menggunakan lampu lalu lintas.

2. Simpangan tak bersinyal

Simpangan tak bersinyal adalah persimpangan yang arus lalu lintasnya tidak diatur menggunakan lampu lalu lintas.

Lampu lalu lintas *(traffic light)* adalah perangkat sinyal yang terletak di titik persimpangan jalan yang digunakan untuk mengendalikan penyelesaian arus lalu lintas (Kham & New, 2014: 1). Lampu lalu lintas terbagi menjadi 3 yaitu lampu merah, kuning dan hijau. Tujuan lampu lalu lintas, sebagai berikut:

1. Menghindari hambatan karena adanya perbedaan arus jalan bagi pergerakan kendaraan.
2. Memfasilitasi persimpangan antara jalan utama untuk kendaraan dan pejalan kaki dengan jalan sekunder sehingga kelancaran arus lalu lintas dapat terjamin.
3. Mengurangi tingkat kecelakaan yang diakibatkan oleh tabrakan karena perbedaan arus jalan.

Fase adalah rangkaian isyarat yang dipergunakan untuk mengurus arus kendaraan untuk diperbolehkan bergerak atau berhenti (Bien et al., 2019:115).

Waktu antar hijau adalah periode waktu lampu merah menyala semua antara dua fase yang berurutan. Hal ini supaya akhir rombongan kendaraan pada fase sebelumnya tidak berbenturan dengan awal rombongan kendaraan pada fase berikutnya. Nilai normal waktu antar hijau disajikan pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Nilai Normal Waktu Antar Hijau

Ukuran Simpang	Lebar Jalan Rata-Rata (m)	Nilai Normal Waktu antar Hijau
Kecil	$6 - 9$	4 detik per fase
Sedang	$10 - 14$	5 detik per fase
Besar	≥ 15	$\geq$ 6 detik per fase

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

1. Hasil pengaturan fase lampu lalu lintas dengan algoritma *Bee Colony*

Dari hasil pengamatan pengaturan fase lampu lalu lintas saat ini di persimpangan simpang empat Jl. Tambak Dalam Raya- Jl. Soekarno Hatta- Jl. Gajah Raya memiliki 3 fase, dengan terdapat adanya tabrakan antar arus kendaraan di fase 1, sedangkan pada pengaturan fase lampu lalu baru menggunakan algoritma *Bee Colony* diperoleh 4 fase, dengan setiap ruas jalan diatur oleh satu fase, dan pada fase lampu lalu lintas baru menggunakan algoritma *Bee Colony* ini tidak ditemui adanya tabrakan antar arus kendaraan, sehingga dapat mengurangi resiko kecelakaan.

2. Hasil perhitungan durasi lampu lalu lintas pada fase lampu lalu lintas baru dengan metode Fuzzy Mamdani

Durasi lampu lalu lintas saat ini di memiliki durasi yang konstan atau tetap yang artinya untuk pengaturan durasi lampu hijau belum memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah, sedangkan pada durasi lampu lalu lintas yang telah diatur menggunakan metode Fuzzy Mamdani memiliki durasi lampu lalu lintas yang berubah mengikuti jumlah mobil dan jumlah motor yang berhenti saat lampu merah.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan sebagai berikut.

1. Penelitian skripsi ini untuk pengaturan fase lampu lalu lintas masih secara manual untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan program.
2. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan fase lampu lalu lintas dengan arus belok kiri dapat berjalan lebih dari satu fase tanpa mengganggu arus kendaraan dari arah lain.
3. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan uji numerik dan dikembangkan dengan program visualisasi sistem lampu lalu lintas untuk membuktikan keefektifan dari sistem lampu lalu lintas yang diperoleh.
4. Penelitian ini dapat menjadi bahan masukan bagi Dinas Perhubungan, Komunikasi, dan Informatika (DISHUBKOMINFO) Kota Semarang untuk mengatur fase lampu lalu lintas dan durasi lampu lalu lintas yang memperhatikan jumlah mobil dan motor yang berhenti saat lampu merah.

DAFTAR PUSTAKA

Abrori, M., & Prihamayu, A. H. 2015. Aplikasi Fuzzy Metode Mamdani Dalam Pengambilan Keputusan Penentuan Jumlah Produksi. *Kaunia*, 9(2): 91-99.

Adiwijaya. 2016. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya*. Alfabeta: Bandung.

Arifin, M. D., & Laksito, A. D. 2019. Implementasi Algoritma Bee Colony untuk Optimasi Rute Distribusi Carica Nida Food Wonosobo. *SISTEMASI: Jurnal Sistem Informasi*, 8(2): 243-253.

Bien, A., Aldila, R., & Arifianto, A. K. 2019. Analisa Panjang Antrian Kendaraan dengan Tundaan pada Persimpangan Bersignal di Kota Batu (Studi Kasus: Jalan Imam Bonjol Bawah, Jalan Diponegoro, Jalan Wukir dengan Jalan Patimura). *Eureka: Jurnal Penelitian Mahasiswa Teknik Sipil dan Teknik Kimia*, 3(1): 109-119.

Budayasa, I. K. 2007. *Teory Graf dan Aplikasinya*. Unesa: Unesa University Press.

Faraji, M., & Javadi, H. H. S. 2011. Proposing a New Algorithm Based on Bees Behavior for Solving Graph Coloring. *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, 6(1): 41-49.

Federal Higway Administration. 2005. Traffic Congestion and Reability: Trends Advenced Strategies for Congestion Mitigation. Washington DC. USA.

Hermawan, M. A., Hidayat, N., & Setiawan, B. D. 2017. Sistem Optimasi Rute Tempat Wisata Kuliner di Malang Menggunakan Algoritma Bee Colony. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer*, 1(3): 215-223.

Kamboj, V., & Kaur, A. 2013. Comparison of Constant SUGENO- Type and MAMDANI- Type Fuzzy Inference System for Load Sensor. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, 3(2): 204-207.

Kham, N. H., & New, C. M. 2014. Implementation of Modern Traffic Light Control System. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 4(6): 1-6.

Kusumadewi, S., & Purnomo, H. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, S., & Hartati, S. 2010. *Neuro- Fuzzy Integrasi Sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf Edisi 2*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lara, C., Flores, J. J., & Calderon, F. 2014. *Solving School Timetabling Problem Using a Bee Algorithm*. Mexico: Universidad Michoacana de San.

Marpaung, F. 2019.Optimasi Pengaturan Traffic Light di Persimpangan Kota Medan. *Jurnal Keluarga Sehat Sejahtera*, 17(1): 11-23.

Meiliana, C. H., & Maryono, D. 2014. Aplikasi Pewarnaan Graf untuk Optimalisasi Pengaturan Traffic Light di Sukoharjo. *JIPTEK*, 7(1): 25-34.

MKJI. 1997. *Manual Kapasitas Jalan Indonesia*. Direktorat Jendral Bina Marga.

Munir, R. 2010. *Matematika Distrik.* Bandung: Informatika.

Naba, A. 2009. *Belajar Cepat Fuzzy Logic Menggunakan MATLAB.* Yogyakarta: Andi Offset.

Patidar, H., & Chakrabarti, P. 2016. Sequential and Parallel Approaches in Context to Graph Coloring Problems- A Survey. *International Journal of Computer Systems*, 3(5): 403-406.

Rachmawati, H., Armay, E. F., & Purnomo, M. H. 2012. Problem Solving Analysis of Course Scheduling Using Graph Coloring Technique Based on Bee Colony Algorithm. 7th *International Conference on Telecommunication Systems, Services, and Applications (TSSA).* Bali: Indonesia.

Safitri, N. D. 2014. *Implementasi Bee Colony Algorithm pada Pewarnaan Titik Graph dan Penerapannya*. Skripsi. Malang: Universitas Negeri Malang.

Setiawan, D. A. 2016. Penerapan Graf pada Persimpangan Menggunakan Algoritma Welsh-Powel untuk Optimalisasi Pengaturan Traffic Light. *UNNES Journal of Mathematics*, 5(2): 144-152.

Setiadji. 2009. *Himpunan & Logika Samar serta Aplikasinya.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Sireesha, K. 2014. BCO for Multiprocessor Scheduling. *International Journal of Advanced Research in Computer Science & Technology (IJARCST)*, 2(3): 38-40.

Tanadi, S. 2013. *Model Penjadwalan Guru Menggunakan Graph Coloring Dengan Algoritma Bee Colony*. Tesis. Medan: Universitas Sumatera Utara.

Trimartanti, L.W., & Abdi, A. M. 2015. Sistem APLIL Menggunakan Fuzzy Logic. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY.*

Wang, L. X. 1997. *A Course in Fuzzy System and Control*. New Jersey: Prentice Hall International, Inc.

Yudanto, A. Y., Apriyadi, M., & Sanjaya, K. 2013. Optimalisasi Lampu Lalu Lintas dengan Fuzzy Logic. *ULTIMATICS*, 5(2):58-62.