



**PENGOPTIMALAN RUTE DISTRIBUSI PRODUK TISU DI CV
MAPLE SEMARANG DENGAN MENGGUNAKAN METODE
*SAVING MATRIX DAN NEAREST INSERTION***

Skripsi

**disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika**

oleh

Suparmi

4111413012

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**


2020

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa skripsi saya yang berjudul **“Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode *Saving Matrix* dan *Nearest Insertion*”** disusun berdasarkan hasil penelitian saya dengan arahan dosen pembimbing. Sumber informasi atau kutipan yang berasal dari karya yang diterbitkan telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam daftar pustaka dibagian akhir skripsi.



Semarang, 17 Maret 2020


Suparmi

4111413012

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode *Saving Matrix* dan *Nearest Insertion*” disusun oleh

Suparmi

4111413012

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 17 Maret 2020.

Panitia,

Ketua

Dr. Sugianto, M.Si
NIP. 196102191993031001

Sekretaris



Dr. Mulyono, M.Si

NIP. 197009021997021001

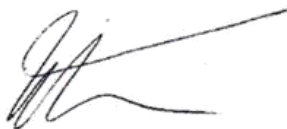
Ketua Penguji



Dr. Mulyono, M.Si

NIP. 197009021997021001

Anggota Penguji/
Pembimbing I



Prof. Dr. Hardi Suyitno, M.Pd

NIP. 195004251979031001

Anggota Penguji/
Pembimbing II



Dr. Isnaini Rosyida, S.Si, M.Si

NIP. 197302191998022001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Skripsi yang baik adalah skripsi yang selesai

Barang siapa merintis jalan mencari ilmu maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga (HR. Muslim)

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (QS. Al-Insyirah : 6)

PERSEMBAHAN

1. Untuk Bapak Sular dan Ibu Sri Murni yang selalu mencurahkan kasih sayang, semangat dan dukungan untuk saya.
2. Untuk Adik saya Rahmad Dwi Aditya yang selalu menguatkan saya dalam setiap doanya.
3. Untuk sahabat saya Farida R, Windasari, Pipit R. S, Yuli P dan Andhika W yang selalu memberi motivasi dan semangat.
4. Untuk teman-teman seperjuangan "Grup Moga Berkah".
5. Untuk teman-teman Matematika 2013.
6. Almamaterku Universitas Negeri Semarang.

PRAKATA

Segala puji dan syukur diucapkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmad dan hidayah-Nya, sehingga dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul “Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode *Saving Matrix* dan *Nearest Insertion*”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu persyaratan mendapat gelar Sarjana Sains, pada Program Studi S1 Matematika, Universitas Negeri Semarang.

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan karena adanya bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., selaku Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Dr. Sugianto, M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
3. Dr. Mulyono, M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, serta selaku penguji yang telah memberi masukan yang sangat berharga berupa saran, perbaikan, pertanyaan, komentar serta tanggapan guna menambah bobot dan kualitas karya tulis ini..
4. Prof. Dr. Hardi Suyitno, M.Pd., selaku pembimbing utama dan Dr. Isnaini Rosyida, S.Si., M.Si., selaku pembimbing kedua yang telah berkenan memberi bimbingan dan kemudahan menunjukkan sumber-sumber yang relevan dalam penulisan skripsi.
5. Bapak Sular dan Ibu Sri Murni yang telah memberi semangat, doa, kasih sayang serta dukungan finansial kepada saya.
6. Adik saya Rahmad Dwi Aditya dan saudara-saudara yang telah memberi semangat dan dukungan untuk karya tulis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

7. Sahabatku Farida Rahmawati, Windasari, Pipit Riski Setyorini, Itsnaini Nurul Hasanah, Sri Rahayu, Asfa Izzdihar, Yusthesia Esta Kurnia dan Andhika Wicaksono yang telah memberi semangat dan motivasi.
8. Teman-teman yang telah memberi semangat dan motivasi yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu.
9. Anggota “Grup Moga Berkah” yang selalu memberi semangat dan motivasi.
10. Mahasiswa Matematika angkatan 2013 yang telah memberi semangat.

Penulis berharap semoga Skripsi ini dapat bermanfaat.

Semarang, Maret 2020

Penulis

ABSTRAK

Suparmi. 2020. *Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode Saving Matrix dan Nearest Insertion*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing pertama Prof. Dr. Hardi Suyitno, M.Pd., dan pembimbing kedua Dr. Isnaini Rosyida, S.Si., M.Si.

Kata Kunci: CVRP, metode *saving matrix*, metode *nearest insertion*.

Permasalahan pengiriman barang atau yang disebut dengan distribusi merupakan salah satu aspek penting dalam pemasaran. Distribusi dapat diartikan sebagai kegiatan pemasaran yang digunakan untuk memperlancar dan mempermudah penyampaian barang dan jasa dari produsen kepada konsumen. Salah satu permasalahan distribusi yang terjadi adalah distribusi tisu dari distributor tisu di Kota Semarang yaitu CV Maple Semarang ke beberapa pelanggan yang termasuk dalam permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*. Tujuan dalam penelitian ini adalah menganalisis penyelesaian rute pendistribusian tisu dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot dengan menggunakan metode *saving matrix* dan *nearest insertion*.

Pencarian rute tersebut dilakukan secara hitung manual, selanjutnya akan ditentukan keefektifan dari penggunaan kedua metode tersebut. Pengambilan data dilakukan dengan metode observasi dan wawancara secara langsung dan menggunakan *google maps* untuk menentukan jarak dari depot/distributor CV Maple Semarang ke pelanggan-pelanggan. Dari penelitian ini solusi dengan menggunakan metode *saving matrix* diperoleh jarak minimal sebesar 63,8 km dan metode *nearest insertion* diperoleh jarak minimal sebesar 60,5 km. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rute yang terbentuk dengan metode *nearest insertion* lebih efektif dibandingkan dengan menggunakan metode *saving matrix*.

DAFTAR ISI

	Halaman
PERNYATAAN KEASLIAN.....	ii
PENGESAHAN	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
PRAKATA.....	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Batasan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian	7
1.6 Sistem Penulisan Skripsi.....	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	10
2.1 Distribusi dan Transportasi.....	10
2.2 Teori Graf.....	11
2.3 <i>Vehicle Routing Problem (VRP)</i>	17
2.4 <i>Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)</i>	21
2.5 <i>Metode Saving Matrix</i>	23
2.6 <i>Metode Nearest Insertion</i>	33
BAB III METODE PENELITIAN.....	40
3.1 Studi Pustaka	41
3.2 Identifikasi Masalah.....	42
3.3 Pengumpulan Data.....	42
3.3.1 <i>Observasi</i>	42
3.3.2 <i>Wawancara</i>	42

3.3.3 Dokumentasi	42
3.4 Pemecahan Masalah.....	43
3.5 Penarikan Kesimpulan.....	43
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	44
4.1 Penggunaan Metode <i>Saving Matrix</i> untuk Menentukan Rute Pendistribusian Tisu di CV Maple Semarang	44
4.1.1 Pengambilan Data	44
4.1.2 Penyelesaian CVRP dengan metode <i>Saving Matrix</i>	47
4.2 Penggunaan Metode <i>Nearest Insertion</i> untuk Menentukan Rute Pendistribusian Tisu di CV Maple Semarang	58
4.3 Pembahasan	69
BAB V PENUTUP.....	71
5.1 Simpulan.....	71
5.2 Saran	72
DAFTAR PUSTAKA	74
LAMPIRAN.....	76

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
Tabel 2. 1 Tabel Bentuk Umum Matriks Jarak	24
Tabel 2. 2 Bentuk Umum Matriks Penghematan	25
Tabel 2. 3 Jarak dan Permintaan	27
Tabel 2. 4 Jarak Gudang ke Toko dan Jarak antar Toko.....	28
Tabel 2. 5 Langkah Awal Semua Rute Terpisah.....	29
Tabel 2. 6 Savings Matrix	29
Tabel 2. 7 Rute 1 Tambahan ke-1	29
Tabel 2. 8 Rute 1 Tambahan ke-2	30
Tabel 2. 9 Rute 2 Tambahan ke-1	31
Tabel 2. 10 Rute 2 Tambahan ke-2	32
Tabel 2. 11 Jarak Pelanggan dan Gudang Rute 1.....	35
Tabel 2. 12 Jarak V1 dan V4 ke Pelanggan lainnya.....	35
Tabel 2. 13 Jarak V1 , V4 dan V5 ke Pelanggan lainnya	35
Tabel 2. 14 Jarak V1 , V4 , V5 dan V3 ke Pelanggan lainnya.....	36
Tabel 2. 15 Jarak Pelanggan dan Gudang Rute 2.....	37
Tabel 2. 16 Jarak V1 dan V5 ke Pelanggan lainnya.....	37
Tabel 2. 17 Jarak V1 , V4 dan V5 ke Pelanggan lainnya	38
Tabel 2. 18 Jarak V1 , V5 , V3 dan V6 ke Pelanggan lainnya.....	38
Tabel 4. 1 Data Permintaan tisu CV Maple Semarang untuk Kota Semarang	47
Tabel 4. 2 Matrik Jarak Asal dan Tujuan (km)	49
Tabel 4. 3 Matrik Penghematan (km)	50
Tabel 4. 4 Rute Tambahan ke-1	51
Tabel 4. 5 Rute Tambahan ke-2	51
Tabel 4. 6 Rute Tambahan ke-3	52
Tabel 4. 7 Rute Tambahan ke-4	53
Tabel 4. 8 Rute Tambahan ke-5	53
Tabel 4. 9 Rute Tambahan ke-6	54
Tabel 4. 10 Rute Tambahan ke-7	55

Tabel 4. 11 Rute Tambahan ke-8	55
Tabel 4. 12 Rute Tambahan k-9	56
Tabel 4. 13 Rute Tambahan ke-10	56
Tabel 4. 14 Rute Distribusi Saving Matrix	58
Tabel 4. 15 Jarak dari titik D ke titik-titik yang belum masuk rute	59
Tabel 4. 16 Jarak dari titik D dan 13 ke titik-titik yang belum masuk rute	59
Tabel 4. 17 Jarak dari titik D, 13 dan 4 ke titik-titik yang belum masuk rute	59
Tabel 4. 18 Jarak dari titik D, 13, 4 dan 11 ke titik-titik yang belum masuk rute	60
Tabel 4. 19 Jarak dari titik D, 13, 4, 11 dan 8 ke titik-titik yang belum masuk rute	60
Tabel 4. 20 Jarak dari titik D, 13, 4, 11, 8 dan 6 ke titik-titik yang belum masuk rute.....	61
Tabel 4. 21 Jarak dari titik D, 13, 4, 11, 8, 6 dan 5 ke titik-titik yang belum masuk rute.....	62
Tabel 4. 22 Jarak dari titik D, 13, 4, 11, 8, 6, 5 dan 12 ke titik-titik yang belum masuk rute	63
Tabel 4. 23 Jarak dari titik D ke titik-titik yang tersisa dan belum masuk rute	64
Tabel 4. 24 Jarak dari titik D dan 3 ke titik-titik yang belum masuk rute	64
Tabel 4. 25 Jarak dari titik D, 3 dan 9 ke titik-titik yang belum masuk rute	64
Tabel 4. 26 Jarak dari titik D, 3, 9 dan 1 ke titik-titik yang belum masuk rute ...	65
Tabel 4. 27 Jarak dari titik D, 3, 9, 1 dan 7 ke titik-titik yang belum masuk rute	65
Tabel 4. 28 Jarak dari titik D, 3, 9, 1, 7 dan 2 ke titik-titik yang belum masuk rute	66
Tabel 4. 29 Rute Distribusi Nearest Insertion	69
Tabel 4. 30 Perbandingan Rute Perusahaan dengan Rute Penelitian.....	70

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
Gambar 2. 1 Graf dengan 3 titik dan 4 sisi, sisi e4 disebut gelung	11
Gambar 2. 2 Graf dengan sisi e3 dan e4 merupakan sisi rangkap.....	12
Gambar 2. 3 Graf G dengan derajat titik 1, 2, 4 dan 5	12
Gambar 2. 4 Contoh Graf Sederhana	13
Gambar 2. 5 Graf kosong	14
Gambar 2. 6 Contoh graf berarah.....	14
Gambar 2. 7 Contoh graf tak berarah.....	15
Gambar 2. 8 Graf G	16
Gambar 2. 9 Graf berarah G.....	17
Gambar 2. 10 Contoh VRP dengan 13 pelanggan dan 3 kendaraan	20
Gambar 2. 11 Contoh Homogeneous CVRP dengan 1 Depot dan 15 Pelanggan...	23
Gambar 2. 12 Perubahan yang terjadi dengan mengkonsolidasikan Toko 1 dan Toko 2 ke dalam Gudang	25
Gambar 2. 13 Flow Chart Metode Saving Matrix.....	27
Gambar 2. 14 Graf dengan Jarak masing-masing antar Toko.....	28
Gambar 2. 15 Rute 1 Kendaraan Saving Matrix	31
Gambar 2. 16 Rute 2 Kendaraan Saving Matrix	32
Gambar 2. 17 Flow Chart Metode Nearest Insertion	34
Gambar 2. 18 Rute 1 dengan Nearest Insertion	37
Gambar 2. 19 Rute 2 dengan Nearest Insertion	39
Gambar 3. 1 Flow Chart Metode Penelitian.....	41
Gambar 4. 1 Rute Awal Distribusi.....	49
Gambar 4. 2 Rute Distribusi 1 Metode Saving Matrix	57
Gambar 4. 3 Rute Distribusi 2 Metode Saving Matrix	58
Gambar 4. 4 Rute Distribusi 1 Metode Nearest Insertion.....	68
Gambar 4. 5 Rute Distribusi 1 Metode Nearest Insertion.....	68

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
Lampiran 1 : Hasil iterasi saving matrix	76
Lampiran 2 : Jarak dari CV Maple Semarang ke pelanggan-pelanggan dan jarak antar pelanggan	82
Lampiran 3 : Surat Izin Observasi	101
Lampiran 4 : Surat Izin Penelitian	102

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teknologi dan informasi saat ini telah berkembang dengan pesat, hal ini tidak lepas dari ilmu dasar yaitu matematika. Ilmu matematika dapat diterapkan dalam berbagai bidang ilmu lainnya sehingga dapat membantu menyelesaikan permasalahan dalam berbagai disiplin ilmu. Dewasa ini penggunaan model matematika maupun penalaran matematika telah banyak diterapkan sebagai alat bantu untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang dihadapi di dunia.

Teori graf mengalami perkembangan pesat yang ditandai dengan banyak diterapkannya aplikasi tersebut dalam kehidupan sehari-hari serta dapat diterapkan ke dalam berbagai bidang ilmu seperti Ilmu Komputer, teknik, sains, bahkan bisnis, dan Ilmu Sosial (Budayasa, 2007). Salah satu masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan aplikasi teori graf adalah masalah transportasi yaitu dengan mencari rute terpendeknya. Dalam rangka menentukan jumlah produksi yang maksimal kita dapat menyelesaikan masalah transportasi misalnya dengan mencari rute terpendek, biaya minimum, dan tenaga seminimal mungkin. Permasalahan transportasi yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan masalah pengiriman barang

Permasalahan pengiriman dari suatu tempat asal ke suatu tempat tujuan dengan biaya transportasi seminimal mungkin barang ini dapat diselesaikan dengan membentuk suatu jaringan yang terdiri dari titik-titik dan sisi yang menghubungkan titik tertentu dengan pasangannya. Permasalahan-permasalahan dalam jaringan dibagi menjadi 2 hal yaitu: mencari rute terpendek dan mencari pohon rentang minimum. Mencari rute terpendek dapat diselesaikan dengan cara mencari bobot minimum dalam jaringan tersebut yang berupa biaya, jarak maupun waktu tempuh suatu kendaraan. Pohon rentang minimum dapat diperoleh dari menentukan sisi-sisi yang menghubungkan titik-titik yang ada pada jaringan sehingga diperoleh panjang sisi total yang minimum.

Permasalahan pengiriman barang atau yang disebut dengan distribusi merupakan salah satu aspek penting dalam pemasaran. Distribusi dapat diartikan sebagai kegiatan pemasaran yang digunakan untuk memperlancar dan mempermudah penyampaian barang dan jasa dari produsen kepada konsumen, sehingga penggunaannya sesuai dengan yang diperlukan berdasarkan jenis, jumlah, harga, tempat dan saat dibutuhkan. Sebuah perusahaan distributor adalah perantara yang menyalurkan produk dari pabrikan (*manufacturer*) ke pengecer (*retailer*). Setelah suatu produk dihasilkan oleh pabrik, produk tersebut dikirimkan ke suatu distributor. Distributor tersebut kemudian menjual produk tersebut ke pengecer atau pelanggan. Saluran distribusi adalah lembaga-lembaga distributor yang menyalurkan atau menyampaikan barang atau jasa dari produsen ke konsumen (Pujawan & Mahendrawathi, 2010). Jaringan distribusi menggambarkan pengiriman barang atau produk dari sumber ke berbagai tujuan. Salah satu aspek penting dalam perancangan jaringan distribusi adalah pengambilan keputusan tentang penentuan lokasi mana yang akan dikunjungi terlebih dahulu. Keputusan tersebut merupakan hal yang paling penting dalam pendistribusian.

Permasalahan distribusi juga merupakan salah satu pengaplikasian dari *Capatiteted Vehicle Routing Problem (CVRP)*. CVRP merupakan suatu metode untuk menyelesaikan permasalahan optimasi penentuan rute dengan adanya suatu keterbatasan kapasitas kendaraan. Pada permasalahan ini dimisalkan ada sebuah depo awal dan sejumlah n tempat untuk dikunjungi dengan jumlah permintaan (*demand*) yang berbeda-beda. Dengan adanya jumlah permintaan yang berbeda-beda ini diharapkan suatu kendaraan dapat memenuhi permintaan setiap tempat tersebut dari depot. Kapasitas kendaraan sangat diperlukan dalam permasalahan ini karena kapasitas kendaraan mempengaruhi seberapa sering nantinya kendaraan akan kembali ke depot dan kembali melayani tempat berikutnya.

Kota Semarang merupakan kota yang padat penduduk, selain dihuni oleh penduduk asli Semarang, kota ini juga banyak dihuni oleh pendatang dari berbagai daerah baik yang menetap atau tidak. Seiring bertambahnya jumlah penduduk semakin banyak pula permintaan akan suatu barang, salah satunya adalah permintaan tisu. CV Maple Semarang merupakan perusahaan yang bergerak dalam

bidang pendistribusian di Kota Semarang. Produk yang didistribusikan oleh CV Maple Semarang diantaranya adalah *shampoo*, pelicin pakaian, pemutih, sabun cuci piring, pembersih lantai, sabun cuci tangan, body foam, pembersih keramik, softener, pembersih kaca, karbol dan tisu. Salah satu produk yang banyak diminati oleh pelanggan adalah tisu, dikarenakan produk tersebut terkenal sangat bagus kualitasnya. Dalam pendistribusiannya, diperlukan keefektifan dalam penjadwalan maupun penentuan rute distribusinya. Semakin meningkatnya jumlah permintaan tisu akan menimbulkan peningkatan sistem pendistribusian yang mana mengakibatkan biaya pengiriman juga semakin meningkat.

Beberapa algoritma dan metode dapat diterapkan dalam permasalahan tersebut diantaranya adalah algoritma prim, kruskal, *floyd warshall*, metode *saving matrix*, metode *nearest insertion* dan lain sebagainya. Metode *saving matrix* merupakan metode untuk menentukan jarak, waktu atau ongkos dengan mempertimbangkan kendala-kendala yang ada. Dalam metode ini dilakukan perhitungan penghematan dengan melakukan pengurangan jarak tempuh dan waktu yang digunakan dengan mengaitkan titik-titik yang ada dan menjadikannya sebuah rute berdasarkan nilai *saving* yang terbesar yaitu jarak tempuh antara titik asal dan titik tujuan. Sedangkan metode *nearest insertion* memiliki kelebihan dalam pemilihan pelanggan, yaitu dengan dipilihnya pelanggan yang mengutamakan titik tujuan yang jika dimasukkan ke dalam rute yang sudah ada menghasilkan rute minimal. Metode ini telah dipakai oleh beberapa peneliti sebelumnya. Metode *saving matrix* telah digunakan oleh Ikfan & Masudin (2013) untuk menentukan rute transportasi terpendek guna meminimalkan biaya pengiriman di suatu perusahaan. Dalam penelitian tersebut diperoleh rute optimal yang dapat dilalui kendaraan pengiriman dari suatu perusahaan. Selain itu Ikfan & Masudin (2014) juga menggunakan metode *saving matrix* untuk menjadwalkan distribusi. Dalam penelitian tersebut diperoleh solusi yang efektif dalam menjadwalkan distribusi yang ditunjukkan dengan berkurangnya total jarak distribusi yang berkorespondensi dengan total biaya (penghematan biaya distribusi). Ong & Saraka (2013) pernah meneliti minimasi total biaya distribusi di industri bahan kimia dengan menggunakan distribusi *requirement planning* dan *saving matrix*. Dalam

penelitian tersebut diperoleh hasil bahwa perencanaan dan penjadwalan aktivitas distribusi menghasilkan jumlah permintaan yang optimal dengan kinerja penjualan meningkat dalam memenuhi pesanan dalam waktu yang tepat serta serlah yang tepat, sehingga menghasilkan biaya distribusi yang seminimal mungkin.

Clarke dan Wright (1962) pernah meneliti tentang penjadwalan kendaraan dari depot pusat menuju ke sejumlah titik pengiriman. Dalam penelitian tersebut telah dikembangkan prosedur iteratif yang memungkinkan pemilihan cepat rute optimum yang dapat diterapkan dengan menggunakan program komputer atau dapat dihitung secara manual. Segerstedt (2013) pernah meneliti tentang sebuah heuristik sederhana untuk menentukan rute kendaraan dengan menggunakan varian metode *saving* dari Clarke dan Wright. Dalam penelitian tersebut diperoleh bahwa varian metode *saving* dari Clarke dan Wright sesuai untuk mencari rute kendaraan yang efisien. Metode ini menggunakan perhitungan *saving* pertama untuk mencari penambahan rute yang akan dicari, sehingga variannya sangat sederhana serta dapat sangat cepat dalam menemukan solusi. Suparjo (2017) pernah meneliti metode *saving matrix* untuk efisiensi biaya distribusi dengan studi kasus pada perusahaan angkutan kayu gelondongan di Jawa Tengah. Dalam penelitian tersebut diperoleh hasil analisa yang menunjukkan jumlah rute distribusi dapat diturunkan dari 20 rute menjadi 10 rute. Jarak tempuh yang semula sebesar 3890 kilometer dapat direduksi menjadi 2238 kilometer yang berarti jarak tersebut dapat dipersingkat sebesar 1652 kilometer. Dengan adanya penurunan rute tersebut mengakibatkan biaya distribusi menjadi menurun dari yang semula Rp 22.952.267 turun menjadi Rp 12.835.830. Muhammad, *et al* (2017) pernah meneliti rute pendistribusian sirup di CV Nira Della 38. Dalam penelitian tersebut diperoleh rute yang efisien dan biaya transportasi yang minimum. Dari pengolahan data dan pembahasan didapat 2 rute baru meliputi rute 1 dengan jarak sebesar 474 km dan rute 2 sebesar 305,8 km dengan total jarak 779,8 km. Penghematan biaya transportasi dari rute awal sebesar Rp.907.000 menjadi Rp.715.000 pada rute baru. Maka penghematan biaya transportasi sebesar Rp.192.000.

Suryani, *et al* (2018) pernah meneliti distribusi roti di UKM Hasan *Bakery* Samarinda. Dalam penelitian tersebut diperoleh hasil dari perhitungan total jarak

tempuh yang dilalui oleh *sales* roti Hasan Bakery adalah sejauh 66 Km, sedangkan total jarak tempuh tercepat dengan menggunakan metode *Nearest Neighbor* adalah sejauh 59,2 Km dengan penghematan jarak sebesar 6,8 Km dan persentase sebesar 10,30%. Adapun total jarak tempuh dengan metode *Insertion* adalah sejauh 51,3 Km dengan penghematan jarak sebesar 14,7 Km dan persentase sebesar 22,27%. Maka dapat disimpulkan bahwa metode terbaik yang dapat digunakan dalam pengaplikasian penentuan rute jarak optimal atau jarak terdekat untuk pendistribusian roti Hasan Bakery pada wilayah kota Samarinda adalah dengan menggunakan metode *Insertion*. Irman, *et al* (2017) pernah meneliti tentang distribusi air minum Quelle. Dalam penelitian tersebut diperoleh rute distribusi dengan algoritma *carke & wright* adalah tiga rute dengan total jarak tempuh 180,7 km, rute dengan model penyelesaian *Vehicle Routing Problem* dihasilkan tiga rute dengan total jarak tempuh sebesar 115,63 km, sehingga didapatkan rute hasil model *vehicle routing problem* merupakan rute yang optimal dimana dengan pengurangan jarak distribusi perusahaan sebesar 72,47km. Taiwo, *et al* (2012) pernah meneliti tentang *travelling salesman problem*. Dalam penelitian tersebut dari enam sampel yang diambil diperoleh hasil bahwa dengan menggunakan *nearest neighbour* diperoleh waktu yang efektif yaitu 59, 60, 63, 97, 58 dan 77 (dalam ms) sedangkan dengan *nearest insertion* diperoleh waktu yang efektif yaitu 137, 68, 48, 55, 45 dan 57 (dalam ms). Total jarak yang ditempuh dengan *nearest neighbour* adalah 7584, 8946, 8835, 8196, 7946, dan 7156 (dalam km) sedangkan total jarak yang ditempuh dengan *nearest insertion* adalah 8246, 8509, 8574, 7227, 7946, dan 7156 (dalam km). Purnomo (2010) pernah meneliti tentang pendistribusian koran harian pagi Tribun Jabar dengan menggunakan metode *nearest insertion heuristic* yang berkaitan dengan masalah *vehicle routing problem*. Dari penelitian tersebut diperoleh bahwa 3 rute yaitu rute pertama A, J, K, D, Q, P, H, F, A dengan jarak tempuh 50,4 Km, waktu tempuh 102 menit dengan alokasi kapasitas kendaraan 1,88 ton, rute kedua A, G, M, C, A dengan jarak tempuh 50,4 Km, waktu tempuh 102 menit dengan alokasi kapasitas sebesar 2 ton, rute ketiga A, B, E, L, N, O, I, A dengan jarak tempuh 64,5 Km, waktu tempuh 123 menit dengan alokasi kapasitas kendaraan sebesar 1,76 ton. Ongkos total transportasi yang minimum sebesar Rp.

8.680.735,78/bulan. Dari kedua metode tersebut diperoleh hasil bahwa dengan menggunakan *nearest insertion* waktu dan jarak yang dihasilkan lebih efektif.

Berdasarkan penelitian-penelitian terdahulu, peneliti tertarik untuk membandingkan kedua metode tersebut agar ditemukannya solusi yang efektif dalam penyelesaian masalah pendistribusian barang di suatu perusahaan. Alasan peneliti memilih metode *saving matrix* adalah karena metode ini sangat populer dalam pencarian rute distribusi pada masalah CVRP serta metode ini sangat cocok untuk masalah sirkuit baik sikel Euler maupun sikel Hamilton serta alasan peneliti memilih metode *nearest insertion* adalah karena metode ini dinilai lebih efektif dari pada metode lainnya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan yang muncul dalam penelitian ini adalah:

- (1) Bagaimana rute optimal dari distribusi tisu pada CV Maple Semarang dengan metode *saving matrix*?
- (2) Bagaimana rute optimal dari distribusi tisu pada CV Maple Semarang dengan metode *nearest insertion*?
- (3) Metode manakah yang lebih efektif dari pendistribusian tisu pada CV Maple Semarang?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan di atas, maka tujuan penelitian ini adalah:

- (1) Mengetahui penyelesaian rute optimal dari distribusi tisu pada CV Maple Semarang dengan metode *saving matrix*.
- (2) Mengetahui penyelesaian rute optimal dari distribusi tisu pada CV Maple Semarang dengan metode *nearest insertion*.
- (3) Mengetahui metode mana yang lebih efektif dari pendistribusian tisu pada CV Maple Semarang.

1.4 Batasan Penelitian

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

- (1) Jenis VRP yang digunakan adalah *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

- (2) Penelitian dilakukan secara berkala setiap minggu selama satu bulan.
- (3) Daerah penelitian di Kota Semarang.
- (4) Dari banyak produk yang didistribusikan oleh CV Maple Semarang, penulis hanya menggunakan data produk yang paling diminati yaitu produk tisu, dilihat dari banyaknya jumlah permintaan.
- (5) Data yang digunakan hanya distribusi tisu pada hari Kamis.
- (6) Jumlah angkutan yang digunakan adalah Daihatsu Gran Max Blind Van.
- (7) Jumlah pelanggan konstan.
- (8) Model graf yang digunakan adalah graf sederhana.
- (9) Rute dalam penelitian ini berupa siklus hamilton.
- (10) Efektif yang dimaksud dalam penelitian ini adalah efektif dalam terbentuknya rute terpendek dengan biaya minimal.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dalam penelitian ini adalah:

- (1) Bagi Penulis

Penulis mampu mengetahui dan mengaplikasikan ilmu-ilmu yang telah diperoleh khususnya pada masalah distribusi. Diharapkan penulis dapat memberikan alternatif metode dalam penyelesaian masalah distribusi dengan menggunakan metode *saving matrix* dan *nearest insertion*.

- (2) Bagi Universitas

Menambah khasanah perbendaharaan jurnal, khususnya tentang masalah graf dalam pendistribusian barang.

- (3) Bagi Instansi

Manfaat bagi instansi diharapkan penelitian ini menjadi salah satu bahan pertimbangan dalam proses pendistribusian barang sehingga dapat meminimalkan biaya produksi.

1.6 Sistem Penulisan Skripsi

Secara garis besar skripsi ini dibagi menjadi tiga bagian yaitu bagian awal skripsi, bagian isi skripsi, dan bagian akhir skripsi.

- (1) Bagian awal skripsi

Bagian awal skripsi meliputi halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahan, motto dan persembahan, prakata, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

(2) Bagian isi skripsi

Bagian isi skripsi secara garis besar terdiri dari lima bab, yaitu sebagai berikut.

BAB 1. PENDAHULUAN

Bab ini berisi mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi kajian teori yang mendasari dan berhubungan dengan pemecahan masalah. Teori-teori tersebut digunakan untuk memecahkan masalah yang diangkat dalam skripsi ini. Teori yang digunakan adalah Definisi Distribusi dan Transportasi, Definisi Graf, *Vehicle Routing Problem (VRP)*, *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*, Metode *Saving Matrix* dan Metode *Nearest Insetion*.

BAB 3. METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tentang metode-metode yang digunakan dalam penelitian yang meliputi studi pustaka, indentifikasi masalah, pengumpulan data, pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan.

BAB 4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi semua hasil penelitian dan pembahasan mengenai implementasi metode *saving matrix* dan *nearest insertion* untuk pengoptimalan rute distribusi di CV Maple Semarang. Pengoptimalan rute distribusi yang dimaksudkan dalam penelitian ini berupa rute serta biaya distribusi yang minimal.

BAB 5. PENUTUP

Bab ini berisi tentang simpulan dan saran-saran yang diberikan penulis berdasarkan simpulan

(3) Bagian akhir skripsi

Bagian akhir skripsi meliputi daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung skripsi.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi dan Transportasi

Distribusi dan transportasi memiliki peranan yang penting dalam suatu perusahaan. Distribusi adalah kegiatan memindahkan barang dari produsen kepada konsumen secara tepat waktu, dalam jumlah yang sesuai dan dalam kondisi yang baik. Distribusi merupakan suatu kunci dari keuntungan yang akan diperoleh perusahaan karena distribusi secara langsung akan mempengaruhi biaya dari *supply chain* dan kebutuhan konsumen. Secara umum fungsi dasar distribusi dan transportasi adalah mengantarkan produk dari lokasi dimana produk tersebut diproduksi sampai dimana mereka akan digunakan (Pujawan & Mahendrawathi, 2010:192). Fungsi dasar ini bertujuan untuk menciptakan pelayanan yang tinggi dengan memahami perbedaan karakteristik dan kontribusi tiap pelanggan, kecepatan pengiriman, kesempurnaan barang sampai ke tangan pelanggan, serta pelayanan purna jual yang memuaskan.

Berikut ini beberapa permasalahan yang biasa dihadapi dalam distribusi berkaitan dengan optimasi jaringan distribusi adalah (Harry & Syamsudin, 2011):

(1) Titik Depot

Titik depot diperlukan untuk mengetahui sangat menentukan kelancaran pendistribusian barang, sehingga barang dapat sampai pada konsumen tepat pada waktunya.

(2) Penentuan mode transportasi yang akan digunakan

Tiap mode transportasi memiliki karakteristik yang berbeda dan mempunyai keunggulan serta kelemahan yang berbeda-beda. Dalam pendistribusian barang mode transportasi harus ditentukan agar pengiriman produk-produk tepat waktu pendistribusiannya. Pada penelitian ini digunakan mode transportasi darat karena jarak antar toko masih dapat dijangkau dengan kendaraan darat.

(3) Penentuan rute dan jadwal pengiriman

Salah satu keputusan terpenting dalam manajemen distribusi adalah penentuan jadwal serta rute pengiriman dari satu titik ke beberapa titik tujuan.

2.2 Teori Graf

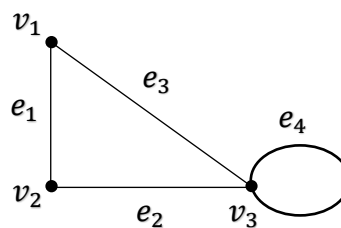
Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut dengan sisi sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik $V(G)$. Himpunan $V(G)$ disebut himpunan titik G dan himpunan $E(G)$ disebut himpunan sisi G (Budayasa, 2007:1).

Titik pada graf dapat dilabeli dengan huruf, misalkan v, w, \dots , atau dengan menggunakan bilangan asli $1, 2, 3, \dots$, atau gabungan keduanya (v_1, v_2, \dots) , sedangkan sisi yang menghubungkan titik v_i dengan titik v_j dinyatakan dengan pasangan (v_i, v_j) , atau dengan lambang e_1, e_2, \dots . Dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan titik v_i dengan titik v_j , maka e dapat dituliskan sebagai $e = (v_i, v_j)$, di mana i, j adalah indeks angka bilangan asli $1, 2, 3, \dots$.

Ada beberapa istilah dari teori graf yang digunakan untuk menjelaskan komponen-komponen penyusun suatu graf.

(1) Gelung (*loop*)

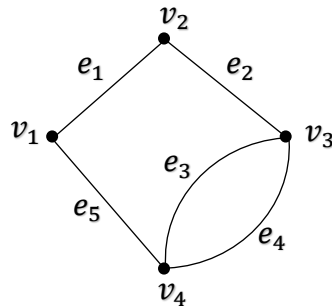
Gelung (*loop*) adalah sebuah sisi graf yang menghubungkan sebuah titik dengan dirinya sendiri (Budayana, 2007:3). Sebagai contohnya dapat dilihat pada Gambar 2.1 di mana terdapat sebuah graf dengan banyak sisi 4.



Gambar 2. 1 Graf dengan 3 titik dan 4 sisi, sisi e_4 disebut gelung

(2) Sisi ganda/sisi rangkap

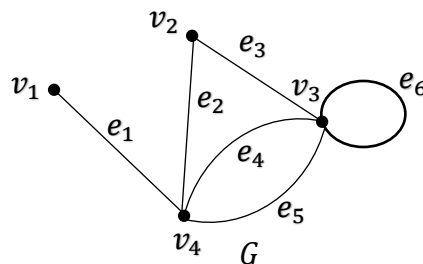
Jika terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua titik v_i dan v_j pada suatu graf maka sisi-sisinya disebut sisi ganda/sisi rangkap. Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2. 2 Graf dengan sisi e_3 dan e_4 merupakan sisi rangkap

(3) Derajat (*Degree*)

Derajat (*Degree*) suatu titik yang disimbulkan dengan $d(v)$ adalah banyaknya sisi yang terkait pada titik tersebut (dengan catatan setiap gelung dihitung 2 kali). Derajat minimum G dilambangkan dengan $\delta(G)$, sedangkan derajat maksimum G dilambangkan dengan $\Delta(G)$. Sebagai contoh lihat Gambar 2.3.



Gambar 2. 3 Graf G dengan derajat titik 1, 2, 4 dan 5

Derajat minimum dan maksimum graf G adalah $(\delta(G)) = 1$ dan $(\Delta(G)) = 5$.

Berikut ini adalah beberapa istilah keterhubungan pada graf, yaitu:

(1) Bertetangga (*Adjacent*)

Misalkan v_i dan v_j adalah dua titik di G . Kita katakan titik v_i dan titik v_j berhubungan langsung atau bertetangga di G . Jadi, titik v_i dan titik v_j saling bertetangga apabila terdapat sisi e yang menghubungkan keduanya. Elemen matriks $[v_i, v_j]$ berharga 1 bila terdapat sisi dari v_i ke v_j dan berharga 0 bila tidak ada. Pada Gambar 2.3 titik v_2 bertetangga dengan titik v_3 .

(2) Bersisian (*Incident*)

Matriks bersisian menyatakan kebersisian titik dengan sisi. Pada Gambar 2.3 sisi e_1 bersisian dengan titik v_1 dan v_4 .

(3) Terhubung (*Connected*)

Dua buah titik dalam graf, titik u dan titik v dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari u ke v . Jika dua buah titik terhubung maka pasti titik yang pertama dapat dicapai dari titik yang kedua. Jika setiap titik di dalam graf terhubung, maka graf tersebut disebut graf terhubung (Siang:2002).

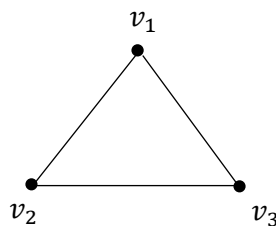
(4) Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

Bilangan yang dikaitkan ke suatu sisi G disebut bobot sisi (Budayasa, 2007:37). Bobot pada graf G dilambangkan dengan $w(G)$ yaitu jumlah semua bobot semua sisi G . Bobot pada setiap sisi dapat berbeda-beda, tergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot pada graf berbobot dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antar dua buah kota, ongkos produksi, dan lain sebagainya. Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot) (Munir, 2012:376).

Berdasarkan keberadaan *loop* dan sisi ganda, graf digolongkan menjadi dua jenis:

(1) Graf sederhana (*simple graph*)

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mempunyai sisi rangkap dan tidak memiliki gelung. Gambar 2.4 merupakan contoh graf sederhana.



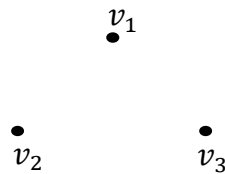
Gambar 2. 4 Contoh Graf Sederhana

(2) Graf rangkap (*multi graph*)

Graf rangkap merupakan graf yang memiliki sisi rangkap tetapi tidak memiliki gelung. Sisi rangkap adalah dua titik u dan v yang dihubungkan oleh lebih dari satu sisi. Gambar 2.2 merupakan contoh graf rangkap.

(3) Graf kosong (graf nol)

Graf kosong merupakan graf yang tidak memiliki sisi. Gambar 2.5 merupakan contoh graf kosong.

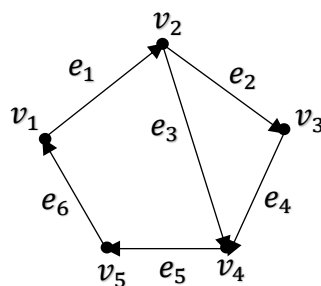


Gambar 2. 5 Graf kosong

Menurut arahnya graf dibagi menjadi dua bagian yaitu:

(1) Graf berarah

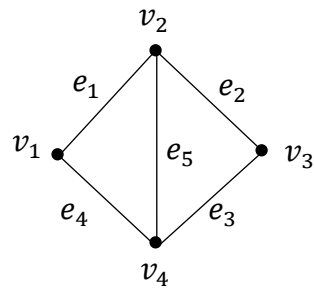
Sebuah graf berarah D adalah suatu pasangan berurutan dari dua himpunan $V(D)$ yaitu himpunan berhingga tak kosong yang anggota-anggotanya yang disebut titik dan $\Gamma(D)$ yaitu himpunan berhingga (boleh kosong) yang anggota-anggotanya disebut busur sedemikian hingga setiap busur merupakan pasangan berurutan dari dua titik di $V(D)$ (Budayasa, 2007:214). Jika v_1 dan v_2 adalah dua titik pada graf berarah D dan $e = (v_1, v_2)$ sebuah busur D , maka e disebut busur-keluar dari titik v_1 dan e disebut busur-menuju titik v_2 . Busur $e = (v_1, v_2)$ sering ditulis (i, j) .



Gambar 2. 6 Contoh graf berarah

(2) Graf tak berarah

Graf tak berarah adalah graf yang rusuknya tidak mempunyai orientasi arah. Urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh rusuk tidak diperhatikan (Siang, 2002:194).



Gambar 2. 7 Contoh graf tak berarah

Berikut ini adalah beberapa istilah keterhubungan pada graf, yaitu:

(1) Jalan (*Walk*)

Jalan (*Walk*) merupakan sebuah barisan berhingga (tak kosong) yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi. Misalkan G adalah sebuah graf dengan barisan $W = (v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_k, v_k)$. Sisi e_i menghubungkan v_i dan v_{i+1} . Titik v_1 disebut titik awal dan titik v_k disebut titik akhir, sedangkan titik-titik yang berada diantara v_1 dan v_k disebut titik-titik internal W .

(2) Jalan tertutup (*Closed trail*)

Menurut Budayasa (2007:6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan W dengan panjang positif disebut tertutup, jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama).

(3) Jejak (*Trail*)

Jejak adalah jalan (*Walk*) yang semua sisinya berbeda.

(4) Lintasan (*Path*)

Lintasan adalah jalan (*Walk*) yang semua titik-titik dan sisi-sisinya berbeda.

(5) Sirkuit

Sirkuit adalah jejak tertutup. Jejak tertutup merupakan jejak dengan titik awal dan titik akhir sama.

(6) Sirkuit Euler

Sirkuit Euler merupakan sebuah sirkuit di graf G yang memuat semua sisi G . Sebuah graf yang memuat sirkuit Euler disebut graf Euler.

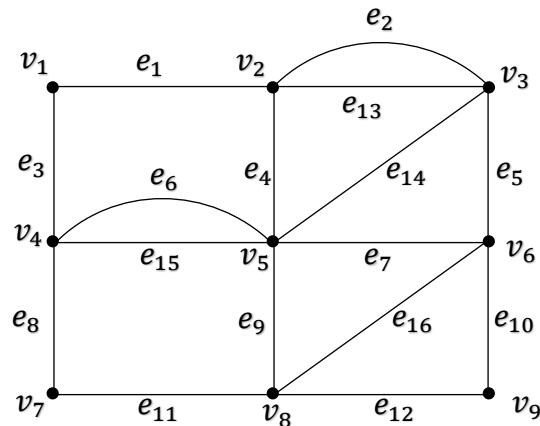
(7) Sikel (*Cycle*)

Menurut Budayasa (2007:6), sebuah *cycle* adalah sebuah jejak tertutup (*closed trail*) yang titik awal dan semua titik internalnya berbeda. Banyaknya sisi

dalam suatu siklus disebut panjang dari siklus tersebut. Siklus dengan panjang k disebut siklus- k , disimbolkan dengan C_k .

(8) Siklus Hamilton

Siklus Hamilton merupakan siklus yang memuat semua titik graf. Sebuah graf yang memuat siklus Hamilton disebut graf Hamilton.

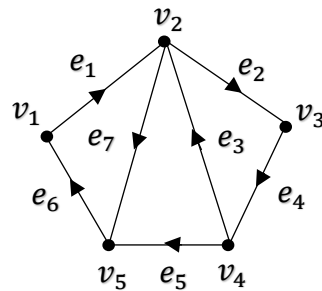


Gambar 2. 8 Graf G

Perhatikan graf G pada Gambar 2.8.

- (1) Barisan $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_6, e_5, v_3)$ adalah sebuah jalan- (v_1, v_3) di graf G yang panjangnya 4. Karena dalam barisan ini sisi e_5 muncul lebih dari sekali, jelas barisan ini bukan jejak.
- (2) Barisan $(v_1, e_3, v_4, e_6, v_5, e_9, v_8, e_{11}, v_7, e_8, v_4)$ adalah sebuah jejak buka di G dengan panjang 5. Karena titik v_4 muncul lebih dari sekali, maka jejak tersebut bukan lintasan.
- (3) Barisan $(v_1, e_3, v_4, e_8, v_7, e_{11}, v_8, e_9, v_5)$ adalah sebuah lintasan di graf G dengan panjang 4.
- (4) Barisan $(v_1, e_1, v_2, e_4, v_5, e_9, v_8, e_{12}, v_9, e_{10}, v_6, e_7, v_5, e_6, v_4, e_3, v_1)$ adalah sebuah jejak tertutup (sirkuit) di G dengan panjang 8. Jejak tertutup ini bukan siklus karena titik internal muncul lebih dari satu kali. Sirkuit $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_{13}, v_2, e_4, v_5, e_{14}, v_3, e_5, v_6, e_7, v_5, e_9, v_8, e_{16}, v_6, e_{10}, v_9, e_{12}, v_8, e_{11}, v_7, e_8, v_4, e_6, v_5, e_{15}, v_4, e_3, v_1)$ adalah sebuah sirkuit Euler di G . Jadi G adalah Graf Euler.

- (5) Barisan $(v_1, e_3, v_4, e_6, v_5, e_4, v_2, e_1, v_1)$ adalah sebuah siklus di G dengan panjang 4. Siklus $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_{14}, v_5, e_7, v_6, e_{10}, v_9, e_{12}, v_8, e_{11}, v_7, e_8, v_4, e_3, v_1)$ memuat semua titik G , jadi siklus tersebut merupakan siklus Hamilton. Dengan demikian graf G merupakan Graf Hamilton.



Gambar 2. 9 Graf berarah G

Perhatikan graf berarah G pada Gambar 2.9

- (1) Barisan $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_4, v_4, e_3, v_2)$ adalah sebuah jalan- (v_1, v_2) di graf G yang panjangnya 4.
- (2) Barisan $(v_2, e_2, v_3, e_4, v_4, e_3, v_2)$ adalah sebuah jejak tertutup dari G dengan panjang 3.
- (3) Barisan $(v_3, e_4, v_4, e_3, v_2, e_7, v_5, e_6, v_1)$ adalah lintasan di graf G dengan panjang 4.
- (4) Barisan $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_4, v_4, e_3, v_2, e_7, v_5, e_6, v_1)$ adalah sebuah jejak tertutup (sirkuit) di graf G dengan panjang 6. Jejak tertutup ini bukan siklus karena titik internal muncul lebih dari satu kali. Jejak tertutup ini juga bukan merupakan sirkuit Euler karena tidak memuat semua sisi pada graf G .
- (5) Barisan $(v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_4, v_4, e_5, v_5, e_6, v_1)$ adalah sebuah siklus di graf G dengan panjang 5. Siklus tersebut memuat semua titik G , jadi siklus tersebut merupakan siklus Hamilton. Dengan demikian graf G merupakan Graf Hamilton.

2.3 *Vehicle Routing Problem (VRP)*

Vehicle routing problem (VRP) merupakan masalah penentuan rute kendaraan yang memegang peranan penting dalam dunia industri yaitu pada masalah manajemen distribusi dan transportasi (Dantzig & Ramzer, 1959).

Permasalahan yang terjadi pada VRP umumnya berkaitan dengan beberapa angkutan untuk menyelesaikan permasalahan rute distribusi serta terdapat batasan kapasitas pada saat pendistribusiannya.

Menurut Toth & Vigo (2002), karakteristik pada beberapa komponen-komponen VRP perlu diperhatikan. Komponen-komponen tersebut antara lain sebagai berikut:

(1) Jaringan Jalan

Jaringan jalan umumnya dideskripsikan dalam sebuah graf yang terdiri dari *edge* (sisi) yang merepresentasikan bagian jalan yang digunakan dan *vertex* (titik) yang merepresentasikan konsumen dan depot.

(2) Konsumen

Untuk menyelesaikan masalah VRP, harus ditetapkan terlebih dahulu lokasi konsumen-konsumen yang ada. Kemudian perlu diperhatikan permintaan yang dibutuhkan oleh konsumen tersebut. Besarnya permintaan yang dibutuhkan oleh konsumen mempengaruhi lamanya waktu pelayanan serta perlu diperhatikan apakah ada rentang waktu (*time window*) yang disyaratkan dalam melayani konsumen-konsumen tersebut.

(3) Depot

Lokasi depot juga merupakan komponen yang penting, sebab depot merupakan tempat awal dan berakhirnya suatu kendaraan dalam mendistribusikan barang. Selain lokasi depot, perlu diketahui jumlah kendaraan yang ada pada depot serta jam operasional yang ditentukan pada depot. Tujuan adanya jam operasional adalah untuk membatasi waktu kinerja kendaraan dalam proses distribusi.

(4) Kendaraan

Komponen yang perlu diperhatikan dari kendaraan adalah jumlah dan kapasitas kendaraan yang digunakan. Kapasitas kendaraan diperlukan untuk membatasi permintaan konsumen, sehingga jumlah permintaan konsumen tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan. Kemudian ditentukan pula dalam satu rute hanya dilayani oleh satu kendaraan serta dalam kendaraan tersebut disediakan alat untuk melayani konsumen (*loading-unloading*). Selain

itu perlu pula diperhatikan biaya-biaya yang berhubungan dengan penggunaan kendaraan tersebut, seperti misalnya bahan bakar yang dikeluarkan, dan lainnya.

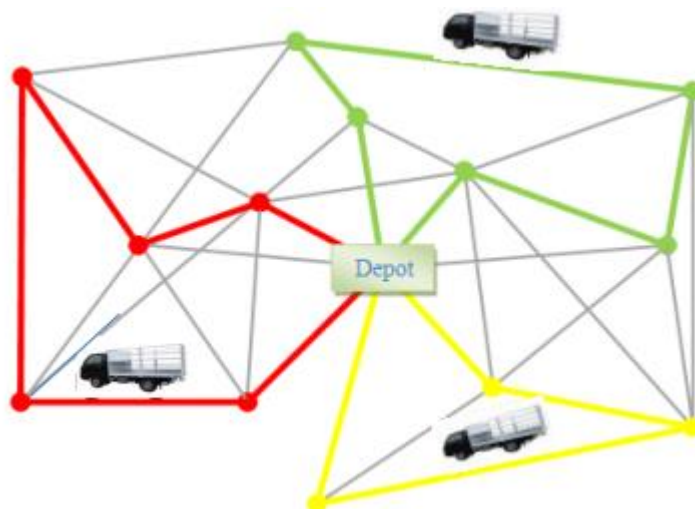
(5) Pengemudi

Kendala yang dimiliki pengemudi antara lain, jam kerja harian, durasi maksimum perjalanan, dan tambahan jam lembur jika diperlukan.

Toth & Vigo (2002) juga mendefinisikan tujuan umum permasalahan VRP yaitu meminimumkan jarak dan biaya tetap yang berhubungan dengan kendaraan, meminimumkan jumlah kendaraan yang dibutuhkan untuk melayani semua konsumen, menyeimbangkan rute-rute dalam hal waktu dan muatan kendaraan, meminimumkan pinalti akibat pelayanan yang kurang memuaskan terhadap konsumen, seperti keterlambatan pengiriman dan lain sebagainya.

Untuk mencapai tujuan-tujuan tersebut, perlu diperhatikan beberapa batasan yang harus dipenuhi yaitu setiap kendaraan yang akan mendistribusikan barang kepada konsumen harus memulai rute perjalanan dari depot, setiap konsumen hanya boleh dilayani satu kali oleh satu kendaraan, setiap konsumen mempunyai permintaan yang harus dipenuhi, diasumsikan permintaan tersebut sudah diketahui sebelumnya, dan setiap kendaraan memiliki batasan tertentu sehingga setiap kendaraan akan melayani konsumen sesuai dengan kapasitasnya.

Berikut contoh VRP dengan menggunakan 3 kendaraan yang memiliki 13 pelanggan yang bergerak mulai dari depot. Setiap kendaraan memiliki rute tersendiri untuk mendapatkan jarak dan waktu tempuh distribusi yang optimal. Contoh tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.10.



Gambar 2. 10 Contoh VRP dengan 13 pelanggan dan 3 kendaraan

(Sumber: Takes, 2010)

VRP sederhana mengasumsikan bahwa satu rute untuk setiap kendaraan. Kendaraan tersebut berangkat dan berakhir di depot serta mengunjungi semua pelanggan tepat satu kali sedemikian sehingga diperoleh total biaya perjalanan minimal dengan tetap memperhatikan kapasitas kendaraan. VRP yang sederhana menggunakan beberapa asumsi seperti kebutuhan tiap pelanggan homogen, terdapat depot tunggal, satu rute tiap kendaraan dan sebagainya. Beberapa asumsi tersebut dapat dieliminasi dengan menambahkan kendala dalam model. Menurut Joubert (2007:15) eliminasi asumsi tersebut mengakibatkan muncul beberapa jenis VRP. Berikut dijelaskan beberapa jenis VRP, yaitu

- (1) *Capacitated VRP (CVRP)*, yaitu setiap kendaraan punya kapasitas yang terbatas.
- (2) *VRP with Time Windows (VRPTW)*, yaitu setiap pelanggan harus disuplai dalam jangka waktu tertentu.
- (3) *Multiple Depot VRP (MDVRP)*, yaitu distributor memiliki banyak depot untuk menyuplai pelanggan.
- (4) *VRP with Pick-Up and Delivery (VRPPD)*, yaitu VRP yang kendaraannya tidak sebatas mengantar barang tetapi juga melakukan penjemputan sekaligus.
- (5) *Split Delivery VRP (SDVRP)*, yaitu pelanggan dilayani dengan kendaraan berbeda.

(6) *Stochastic VRP (SVRP)*, yaitu munculnya „*random values*’ (seperti jumlah pelanggan, jumlah permintaan, waktu pelayanan atau waktu perjalanan).

(7) *Periodic VRP*, yaitu pengantar hanya dilakukan dihari tertentu.

2.4 *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) adalah bentuk paling dasar dari VRP. CVRP adalah masalah optimasi untuk menemukan rute dengan biaya minimal (*minimum cost*) untuk sejumlah kendaraan (*vehicles*) dengan kapasitas tertentu yang homogen (*homogeneous fleet*), yang melayani permintaan sejumlah pelanggan yang kuantitas permintaannya telah diketahui sebelum proses pengiriman berlangsung (Gunawan, *et all*, 2012).

Pada dasarnya, dalam CVRP, kendaraan akan memulai perjalanan dari depot untuk melakukan pengiriman ke masing-masing pelanggan dan akan kembali ke depot. Diasumsikan jarak atau biaya perjalanan antara semua lokasi telah diketahui. Jarak antara dua lokasi adalah simetris, yang berarti jarak dari lokasi A ke lokasi B sama dengan jarak dari lokasi B ke lokasi A.

CVRP mengeliminasi asumsi bahwa hanya terdapat kendaraan tunggal, melainkan digunakan $k(k > 1)$ kendaraan. Setiap kendaraan memiliki keterbatasan kapasitas angkut, sehingga kapasitas tersebut akan dimaksimalkan untuk memenuhi kebutuhan pelanggan. Menurut Braysy & Gendreau (2005) konsep dasar dari CVRP adalah sebagai berikut,

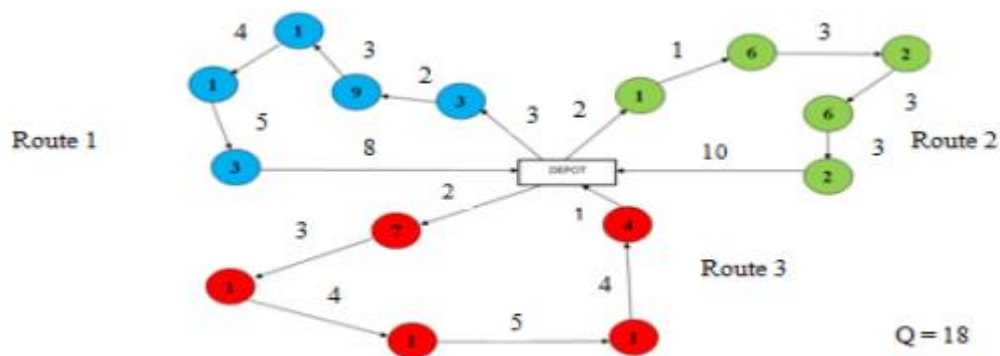
- (1) Setiap kendaraan berangkat dari depot dan berakhir di depot setelah mengunjungi beberapa pelanggan.
- (2) Sebuah rute dibentuk dari sebuah depot dan pelanggan-pelanggan yang dikunjungi pada rute tersebut.
- (3) Dengan asumsi bahwa banyaknya kendaraan sama dengan banyaknya rute, maka setiap pelanggan hanya dikunjungi oleh satu kendaraan.
- (4) Setiap pelanggan memperoleh alokasi sebesar $q_i (i = 1, 2, \dots, N)$ dan kapasitas maksimal kendaraan sebesar U .
- (5) Solusi dari CVRP yaitu sebuah rute dimana alokasi pelanggan tiap rute tidak melebihi U .
- (6) Total jarak dari semua rute diminimumkan.

Caric dan Gold (2008) mendefinisikan CVRP sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, v_{n+1}\}$ adalah himpunan titik, v_0 menyatakan depot dan v_{n+1} merupakan depot semu dari v_0 yaitu tempat kendaraan memulai dan mengakhiri rute perjalanan. Sedangkan $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan antar titik. Setiap titik $v_i \in V$ memiliki permintaan (*demand*) sebagai d_i . Himpunan $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ merupakan himpunan kendaraan yang homogen dengan kapasitas yang identik yaitu Q , sehingga panjang setiap rute dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Setiap titik (v_i, v_j) memiliki jarak tempuh c_{ij} yaitu jarak dari titik v_i ke titik v_j . Jarak perjalanan ini diasumsikan simetrik yaitu $c_{ij} = c_{ji}$ dan $c_{ii} = 0$.

Selanjutnya fungsi tujuannya meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan dengan batasan

- (1) Setiap titik hanya dikunjungi (mengantar dan mengangkut barang) tepat satu kali oleh satu kendaraan.
- (2) Total jumlah permintaan pelanggan dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan yang melayani rute tersebut. Kapasitas kendaraan untuk memenuhi permintaan pelanggan harus dimaksimalkan namun tidak lebih dari kapasitas kendaraan tersebut.
- (3) Setiap rute perjalanan kendaraan berawal dari depot.
- (4) Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir di depot.
- (5) Kekontinuan rute, artinya kendaraan yang mengunjungi suatu titik, setelah selesai melayani akan meninggalkan titik tersebut.
- (6) Batasan kapasitas kendaraan tidak akan mempengaruhi terbentuknya subrute pada rute yang telah terbentuk.

Menurut Takes (2010), terdapat dua jenis CVRP yaitu *homogeneous CVRP* dan *heterogeneous CVRP*. *Homogeneous CVRP* adalah masalah CVRP dengan kapasitas tiap kendaraan sama (U). Berikut diberikan contoh Gambar 2.10 tentang *homogeneous CVRP* dengan 1 depot, 15 pelanggan, 3 kendaraan, kapasitas kendaraan 18, dan kebutuhan tiap pelanggan tertera di dalam lingkaran serta bobot tiap sisi merupakan jarak tempuh ke pelanggan.



Gambar 2. 11 Contoh Homogeneous CVRP dengan 1 Depot dan 15 Pelanggan

(Sumber: Takes, 2010)

Terlihat dalam Gambar 2.11 bahwa setiap rute total kebutuhan tidak melebihi 18, ini dikarenakan ada kendala batasan kapasitas kendaraan. *Heterogeneous CVRP* yaitu masalah CVRP yang kapasitas kendaraanya berbeda satu sama lain.

2.5 Metode *Saving Matrix*

Metode *savings matrix* (Pujawan, 2010:199) pada hakekatnya adalah metode untuk menemukan jarak atau waktu atau ongkos dengan mempertimbangkan kendala-kendala yang ada. Dalam metode ini digunakan jarak sebagai fungsi tujuan apabila diketahui koordinat tujuan pengiriman, kemudian jarak yang akan ditempuh oleh semua kendaraan pengirim diminimumkan. Langkah-langkah yang perlu diperhatikan dalam metode ini adalah sebagai berikut:

- (1) Mengidentifikasi matriks jarak

Untuk mengidentifikasi matriks jarak, perlu diketahui terlebih dahulu jarak antara gudang ke masing-masing toko dan jarak antar toko. Jarak tersebut dapat diperoleh dengan beberapa cara yaitu dengan menggunakan aplikasi *google maps* atau dengan menghitung jaraknya jika diketahui koordinatnya. Dengan mengetahui koordinat masing-masing lokasi maka jarak antar dua lokasi dapat dihitung dengan menggunakan rumus jarak standar. Misalkan dua lokasi masing-masing diketahui dengan koordinat (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) maka jarak antara dua lokasi tersebut adalah (Li, 2007):

$$r(1,2) = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} \quad (2.1)$$

Dengan menggunakan rumus tersebut dapat diketahui jarak antara gudang dengan masing-masing toko dan jarak antar toko satu dengan toko yang lainnya. Hasil perhitungan jarak tersebut kemudian akan digunakan untuk menentukan matriks penghematan (*savings matrix*) yang akan dikerjakan pada langkah selanjutnya. Matriks jarak yang terbentuk merupakan matriks simetris. Berikut merupakan bentuk umum matriks jarak yang dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2. 1 Tabel Bentuk Umum Matriks Jarak

	v_0	...	v_i	...	v_j	...	v_n
v_0	0						
...		0					
v_i	C_{0i}		0				
...				0			
v_j	C_{0j}				0		
...						0	
v_n	C_{0n}		C_{in}		C_{jn}		0

Dengan v_0 =depot

v_i = toko i

v_j = toko j

v_n = toko n

C_{0i} = jarak dari depot ke toko i

C_{0j} = jarak dari depot ke toko j

C_{0n} = jarak dari depot ke toko n

C_{in} = jarak dari toko i ke toko n

C_{jn} = jarak dari toko j ke toko n

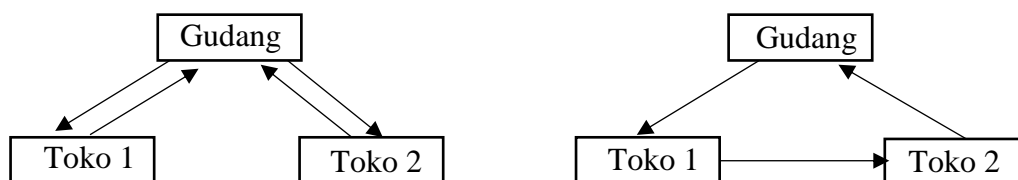
Dalam penelitian ini, jarak pelanggan ke toko dan jarak antar pelanggan dicari menggunakan aplikasi *google maps*.

(2) Mengidentifikasi matriks penghematan (*savings matrix*)

Untuk mengidentifikasi matriks penghematan perlu diasumsikan bahwa setiap toko akan dikunjungi oleh suatu kendaraan secara terpisah dengan toko yang lainnya. Jika dua atau lebih rute digabungkan menjadi satu rute, maka akan diperoleh suatu penghematan. *Saving matrix* mempresentasikan penghematan

yang bisa direalisasikan dengan menggabungkan dua toko atau konsumen ke dalam satu rute.

Apabila masing-masing toko 1 dan toko 2 dikunjungi secara terpisah maka jarak yang dilalui adalah jarak dari gudang ke toko 1 dan dari toko 1 kembali ke gudang ditambah dengan jarak dari gudang ke toko 2 dan kemudian kembali ke gudang. Misalkan toko 1 dan toko 2 digabungkan ke dalam satu rute maka jarak yang dikunjungi adalah dari gudang ke toko 1 kemudian ke toko 2 dan dari toko 2 kembali ke gudang. Gambar 2.11 mengilustrasikan perubahan tersebut.



Gambar 2. 12 Perubahan yang terjadi dengan mengkonsolidasikan Toko 1 dan Toko 2 ke dalam Gudang

(Sumber : Supply Chain Management (Pujawan, 2010:201))

Melalui Gambar 2.12 dapat dilihat bahwa perubahan jarak (penghematan) adalah sebesar total jarak kiri dikurangi total jarak kanan yang besarnya adalah : $2J(G, 1) + 2J(G, 2) - [J(G, 1) + J(1,2) + J(2, G)] = J(G, 1) + J(G, 2) - J(1,2)$, di mana $J(G, 1)$ adalah jarak dari gudang ke toko 1, $J(G, 2)$ adalah jarak dari gudang ke toko 2 dan $J(1,2)$ adalah jarak dari toko 1 ke toko 2.

Dari ilustrasi di atas diperoleh asumsi bahwa jarak (i, j) sama dengan jarak (j, i) . Misalkan $S(i, j)$ adalah penghematan jarak (*savings*) yang diperoleh dengan menggabungkan rute i dan j menjadi satu. Hasil di atas bisa digeneralisasikan sebagai berikut:

$$S(i, j) = C_{0i} + C_{0j} - C_{ij} \quad (2.2)$$

Dengan menggunakan rumus tersebut maka matriks penghematan jarak bisa dihitung untuk semua toko dan hasilnya dapat dibuat dalam suatu tabel matriks penghematan jarak. Berikut bentuk umum tabel matriks penghematan dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2. 2 Bentuk Umum Matriks Penghematan

	v_0	...	v_i	...	v_j	...	v_n
v_1	0						
...		0					
v_i	S_{1i}		0				
...				0			
v_j	S_{1j}		S_{ij}		0		
...						0	
v_n	S_{1n}		S_{in}		S_{jn}		0

Dengan $v_0 = \text{depot}$

$v_1 = \text{jarak toko 1}$

$v_j = \text{jarak toko } j$

$v_n = \text{jarak toko } n$

$S_{1i} = \text{penghematan jarak toko 1 dan toko } i$

$S_{ij} = \text{penghematan jarak toko } i \text{ dan toko } j$

$S_{jn} = \text{penghematan jarak toko } j \text{ dan toko } n$

(3) Mengalokasikan konsumen dalam rute perjalanan kendaraan

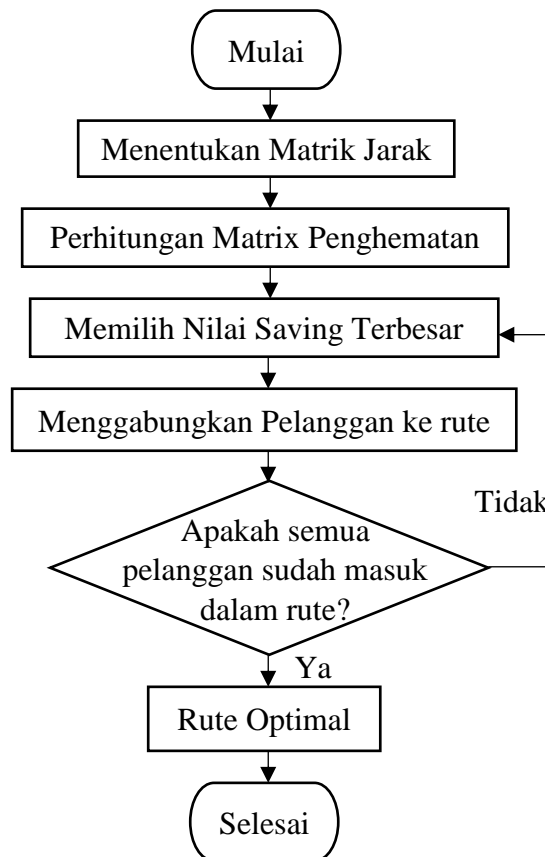
Untuk mengalokasikan konsumen dalam rute perjalanan kendaraan dilakukan pembagian konsumen ke dalam suatu rute perjalanan kendaraan dengan mempertimbangkan konsumen dan kapasitas kendaraan. Sebuah rute dikatakan *feasible* apabila jumlah permintaan total dari semua konsumen tidak melebihi kapasitas kendaraan dan jumlah permintaan dari satu konsumen dapat ditampung secara keseluruhan oleh satu kendaraan.

Prosedur ini digunakan untuk mengelompokkan konsumen berdasarkan nilai *saving matrix* tersebut. Pertama urutkan nilai *saving matrix* dari yang terbesar sampai kapasitas kendaraan yang digunakan dapat menampung semua permintaan. Apabila kapasitas sudah maksimal, maka prosedur tersebut akan berulang sampai semua konsumen teralokasi dalam suatu rute perjalanan.

(4) Mengurutkan toko (tujuan/konsumen) dalam rute yang telah teridentifikasi

Tujuan dari tahap ini adalah mengurutkan kunjungan dari kendaraan ke setiap konsumen yang sudah dikelompokkan dalam suatu rute perjalanan agar dapat diperoleh jarak yang minimal. Pengelompokan rute yang telah terbentuk akan diurutkan berdasarkan kapasitas kendaraan (Danzig dan Ramser).

Dalam iterasinya untuk mencari rute optimal, metode *saving matrix* dapat digambarkan dalam *flow chart* seperti pada Gambar 2.13.



Gambar 2. 13 *Flow Chart* Metode *Saving Matrix*

Contoh penyelesaian masalah dengan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) dengan menggunakan metode *saving matrix* sebagai berikut:

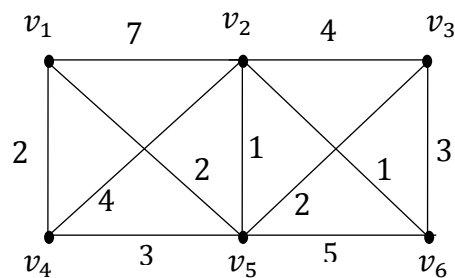
Setiap seminggu sekali, pemilik distributor minuman tersebut mendapat permintaan dari lima toko berbeda yang akan dikirim. Tabel 2.3 menunjukkan lokasi depot (v_1) dan toko (v_2, v_3, v_4, v_5, v_6), dan banyaknya pesanan pelanggan. Ada sebuah minivan yang tersedia yang mampu menampung jumlah sekitar 60 kardus minuman.

Tabel 2. 3 Jarak dan Permintaan

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	Jumlah Permintaan
v_1	0						
v_2	7	0					10
v_3	0	4	0				6

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	Jumlah Permintaan
v_4	2	4	0	0			9
v_5	2	1	2	3	0		7
v_6	0	1	3	0	5	0	11

Matriks jarak depot ke toko dan jarak antar toko dalam bentuk graf sebagai berikut:



Gambar 2. 14 Graf dengan Jarak masing-masing antar Toko

Dengan menggunakan metode *savings* tentukan rute kendaraan yang dibutuhkan

Buatlah matriks jarak

- (1) Mengidentifikasi matrix jarak
- (2) Mengidentifikasi matriks penghematan (*savings matrix*)
- (3) Menentukan rute kendaraan.
- (4) Buatlah jadwal untuk setiap rute kendaraan.

Penyelesaian :

Langkah 1: mengidentifikasi matrik jarak

Diketahui matriks jarak awal dari suatu graf adalah sebagai berikut:

Tabel 2. 4 Jarak Gudang ke Toko dan Jarak antar Toko

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	0					
V_2	7	0				
V_3	0	4	0			
V_4	2	4	0	0		
V_5	2	1	2	3	0	
V_6	0	1	3	0	5	0

Langkah 2: membuat matriks penghematan (*saving matrix*)

Jika diketahui V_1 sebagai titik awal, maka diperoleh tabel jarak sebagai berikut:

Tabel 2. 5 Langkah Awal Semua Rute Terpisah

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	7	0				
V_3	0	4	0			
V_4	2	4	0	0		
V_5	2	1	2	3	0	
V_6	0	1	3	0	5	0

Dengan menggunakan persamaan 2.2 hitung matriks penghematannya. Savings $(V_2, V_3) = J(V_1, V_2) + J(V_1, V_3) - J(V_2, V_3) = 7 + 0 - 4 = 3$. Kemudian hasil penghematan antar sepasang pelanggan atau toko dapat dilihat pada Tabel 2.6.

Tabel 2. 6 Savings Matrix

	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	0				
V_3	3	0			
V_4	5	2	0		
V_5	8	0	1	0	
V_6	6	-3	2	-3	0

Langkah 3: Menetapkan pelanggan untuk rute kendaraan

Pertama, buat masing-masing pelanggan sebagai rute yang independen. Ada lima rute untuk memulai. Kemudian, cari penghematan terbesar antara dua pelanggan dari Tabel 2.6. Penghematan antara pelanggan V_2 dan V_5 adalah yang terbesar yaitu 8. Pelanggan V_2 dan V_5 dapat digabungkan untuk membentuk rute baru dengan total permintaan $10 + 7 = 17$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Kemudian akan disisipkan pelanggan yang memiliki penghematan terbesar ke dalam rute $V_2 \rightarrow V_5$, sehingga rute yang memungkinkan dapat dilihat pada Tabel 2.7.

Tabel 2. 7 Rute 1 Tambahan ke-1

Rute Asal	Rute Tujuan	Penghematan dengan $V_2 \rightarrow V_5$
V_2, V_5	V_3	$(V_2 \rightarrow V_3) + (V_3 \rightarrow V_5) = 3 + 0 = 3$
	V_4	$(V_2 \rightarrow V_4) + (V_4 \rightarrow V_5) = 5 + 1 = 6$
	V_6	$(V_2 \rightarrow V_6) + (V_6 \rightarrow V_5) = 6 + (-3) = 3$

Pilih nilai penghematan yang terbesar yaitu 6 pada rute V_2 dan V_4 . Sehingga rute tersebut memuat pelanggan V_2, V_5 dan V_4 dengan rute yang terbentuk sebagai berikut: $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $7 + 1 + 3 + 2 = 13$ atau $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $7 + 4 + 3 + 2 = 16$. Pilih rute yang memiliki total jarak terkecil, sehingga rute yang terbentuk adalah $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$. Total permintaan dari rute tersebut adalah $10 + 7 + 9 = 26$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada.

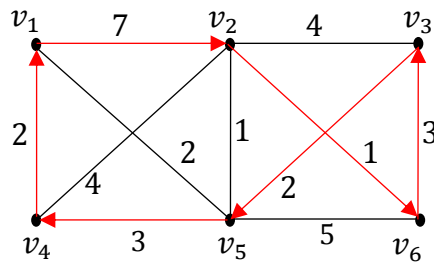
Selanjutnya akan disisipkan pelanggan yang memiliki penghematan terbesar ke dalam rute $V_2 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4$, sehingga rute yang memungkinkan dapat dilihat pada Tabel 2.8.

Tabel 2. 8 Rute 1 Tambahan ke-2

Rute Asal	Rute Tujuan	Penghematan dengan $V_2 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4$
V_2, V_5, V_4	V_3	$(V_2 \rightarrow V_3) + (V_5 \rightarrow V_3) + (V_4 \rightarrow V_3) =$ $3 + 0 + 2 = 5$
	V_6	$(V_2 \rightarrow V_6) + (V_5 \rightarrow V_6) + (V_4 \rightarrow V_6) =$ $6 + (-3) + 2 = 5$

Pilih penghematan terbesar yaitu 5 pada rute V_2 dan V_3 . Sehingga rute tersebut memuat pelanggan V_2, V_5, V_4 dan V_3 . Jarak $V_2 \rightarrow V_3 = 4$, $V_5 \rightarrow V_3 = 2$ dan $V_2 \rightarrow V_6 = 0$. Karena V_3 memiliki jarak terdekat dengan V_5 , sehingga V_3 akan disisipkan antara V_5 . Maka rute yang terbentuk sebagai berikut: $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $7 + 4 + 2 + 3 + 2 = 18$ dan total permintaan $10 + 7 + 9 + 6 = 32$, total permintaan tersebut memenuhi kapasitas kendaraan yang ada.

Selanjutnya pilih V_6 sebagai pelanggan yang masuk ke dalam rute. Jarak $V_2 \rightarrow V_6 = 1$, $V_3 \rightarrow V_6 = 3$, $V_5 \rightarrow V_6 = 5$ dan jarak $V_4 \rightarrow V_6$ tidak ada, maka pilih jarak antara V_2 dan V_6 yang memiliki jarak terdekat. Sehingga rutenya menjadi $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_6 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $7 + 1 + 3 + 2 + 3 + 2 = 18$ dan total permintaan $10 + 7 + 9 + 6 + 11 = 43$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Rute tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.15.

Gambar 2. 15 Rute 1 Kendaraan *Saving Matrix*

Selain rute di atas, diperoleh alternatif rute dengan memilih penghematan antara pelanggan V_5 dan V_2 adalah yang terbesar yaitu 8. Pelanggan V_2 dan V_5 dapat digabungkan untuk membentuk rute baru dengan total permintaan $7 + 10 = 17$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Kemudian akan disisipkan pelanggan yang memiliki penghematan terbesar ke dalam rute $V_5 \rightarrow V_2$, sehingga rute yang memungkinkan dapat dilihat pada Tabel 2.9.

Tabel 2. 9 Rute 2 Tambahan ke-1

Rute Asal	Rute Tujuan	Penghematan dengan $V_2 \rightarrow V_5$
V_5, V_2	V_3	$(V_5 \rightarrow V_3) + (V_3 \rightarrow V_2) = 0 + 3 = 3$
	V_4	$(V_5 \rightarrow V_4) + (V_4 \rightarrow V_2) = 1 + 5 = 6$
	V_6	$(V_5 \rightarrow V_6) + (V_6 \rightarrow V_2) = (-3) + 6 = 3$

Pilih nilai penghematan yang terbesar yaitu 6 pada rute $V_5 \rightarrow V_2$ dan V_4 . Sehingga rute tersebut memuat pelanggan $V_5 \rightarrow V_2$ dan V_4 dengan rute yang terbentuk sebagai berikut: $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $2 + 3 + 1 + 7 = 13$ atau $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $2 + 3 + 4 + 7 = 16$. Pilih rute yang memiliki total jarak terkecil, sehingga rute yang terbentuk adalah $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$. Total permintaan dari rute tersebut adalah $9 + 7 + 10 = 26$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada.

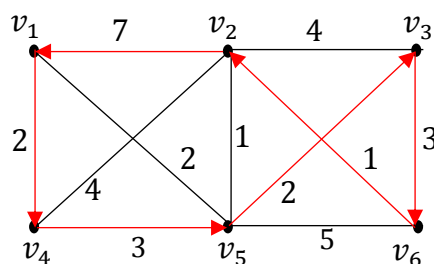
Selanjutnya akan disisipkan pelanggan yang memiliki penghematan terbesar ke dalam rute $V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2$, sehingga rute yang memungkinkan dapat dilihat pada Tabel 2.10.

Tabel 2. 10 Rute 2 Tambahan ke-2

Rute Asal	Rute Tujuan	Penghematan dengan $V_2 \rightarrow V_5 \rightarrow V_4$
V_4, V_5, V_2	V_3	$(V_4 \rightarrow V_3) + (V_5 \rightarrow V_3) + (V_2 \rightarrow V_3) =$ $2 + 0 + 3 = 5$
	V_6	$(V_4 \rightarrow V_6) + (V_5 \rightarrow V_6) + (V_2 \rightarrow V_6) =$ $2 + (-3) + 6 = 5$

Pilih penghematan terbesar yaitu 5 pada rute $V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2$ dan V_3 . Sehingga rute tersebut memuat pelanggan $V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_2$ dan V_3 . Jarak $V_4 \rightarrow V_3 = 0$, $V_5 \rightarrow V_3 = 2$ dan $V_2 \rightarrow V_3 = 4$. Karena V_3 memiliki jarak terdekat dengan V_5 , sehingga V_3 akan disisipkan antara V_5 . Maka rute yang terbentuk sebagai berikut: $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $2 + 3 + 2 + 4 + 7 = 18$ dan total permintaan $6 + 9 + 7 + 10 = 32$, total permintaan tersebut masih dapat memenuhi kapasitas kendaraan yang ada.

Selanjutnya pilih V_6 sebagai pelanggan yang masuk ke dalam rute. Jarak $V_2 \rightarrow V_6 = 1$, $V_3 \rightarrow V_6 = 3$, $V_5 \rightarrow V_6 = 5$ dan jarak $V_4 \rightarrow V_6$ tidak ada, maka pilih jarak antara V_2 dan V_6 yang memiliki jarak terdekat. Sehingga rutenya menjadi $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$ dengan total jarak $2 + 3 + 2 + 3 + 1 + 7 = 18$ dan total permintaan $11 + 6 + 9 + 7 + 10 = 43$, total permintaan tersebut memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Rute tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.16.

Gambar 2. 16 Rute 2 Kendaraan *Saving Matrix*

2.6 Metode *Nearest Insertion*

Metode *nearest insertion* merupakan metode untuk menentukan jarak optimum dari sebuah jalur distribusi dengan tujuan mempersingkat jarak pendistribusian dengan cara menyisipkan rute dalam subtour jalur distribusi (Suryani dkk, 2018). Metode *nearest insertion* yang dilakukan pertama kali adalah menentukan titik untuk disisipkan dengan mencari titik bebas yang paling dekat dengan suatu titik pada rute. Metode ini pada dasarnya melakukan sebuah operasi minimum pada jarak dari titik bebas untuk suatu titik pada rute. Selanjutnya dengan metode ini, ditentukan rute terbaik untuk menyisipkan titik ini. Berikut merupakan langkah cara penyelesaian pada metode ini menurut Suryani, *et al* :

- (1) Penelusuran dimulai dari kota pertama yang dihubungkan dengan kota terakhir. Dalam hal ini kota pertama dan kota terakhir adalah sama yaitu depot.
- (2) Pilih kota terdekat dari kota asal pertama atau kota depot.
- (3) Buat sebuah subtour antara dua kota tersebut, artinya perjalanan dimulai dari kota pertama dan berakhir di kota pertama serta dilakukan penyisipan untuk kota yang memiliki jarak terdekat dengan kota pertama. Misal dari toko (1,3), menuju toko (3,2), menuju toko (2,1).
- (4) Ganti salah satu arah hubungan (arc) dari dua kota dengan kombinasi dua arc yaitu arc (i,j) dengan arc (i,k), dan arc (k,j) dengan k diambil dari jarak yang belum masuk subtour dan dengan tambahan nilai terkecil, sehingga jarak diperoleh melalui Persamaan 2.3.

$$Z = d(i, k) + d(k, j) - d(i, j) \quad (2.3)$$

dengan,

d: jarak

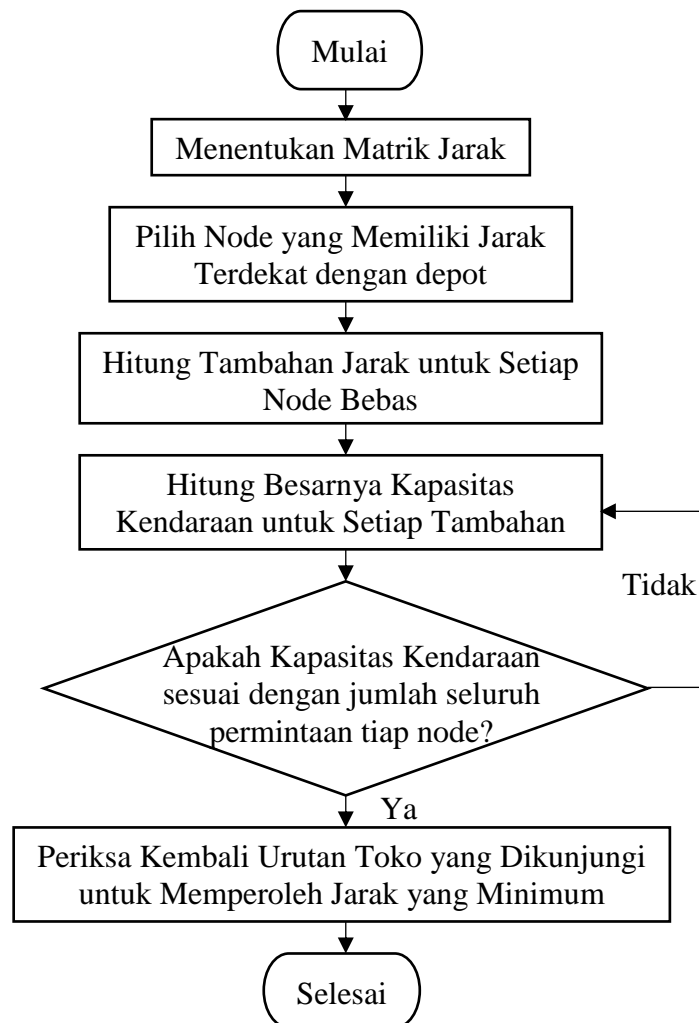
k: titik yang belum terpilih

i : titik pertama dalam insertion

j : titik kedua dalam insertion

- (5) Ulangi langkah 3 sampai seluruh kota masuk dalam subtour.

Dalam iterasinya untuk mencari rute yang optimal, metode *nearest insertion* dapat digambarkan dalam *flow chart* seperti pada Gambar 2.17.



Gambar 2. 17 *Flow Chart Metode Nearest Insertion*

Perhatikan Contoh berikut:

Berdasarkan contoh sebelumnya pada metode *saving matrix* selanjutnya dengan menggunakan metode *nearest insertion* akan dicari rute yang optimal. Dengan menggunakan matriks jarak di Tabel 2.3 akan dibuat jadwal perjalanan. Gambar 2.17 menunjukkan rute kendaraan. Berikut langkah-langkah untuk menghitung rute minimum dengan menggunakan metode *nearest insertion*.

- (1) Pilih pelanggan V_1 sebagai titik awal atau gudang.
- (2) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan gudang yaitu V_4 .

Pemilihan pelanggan dapat dilihat pada Tabel 2.11.

Tabel 2. 11 Jarak Pelanggan dan Gudang Rute 1

	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	7	0	2	2	0

- (3) Sehingga diperoleh rutenya $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$.
- (4) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 dan V_4 yaitu V_5 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.12.

Tabel 2. 12 Jarak V_1 dan V_4 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_3	V_5	V_6
V_1	7	0	2	0
V_4	4	0	3	0

- (5) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_4 (\textit{insertion } V_5) = V_1V_5 + V_5V_4 - V_1V_4 = 2 + 3 - 2 = 3$$

$$V_4 \rightarrow V_1 (\textit{insertion } V_5) = V_4V_5 + V_5V_1 - V_4V_1 = 3 + 2 - 2 = 3$$

Pilih $V_4 \rightarrow V_1$ (*insertion* V_5) yang memiliki nilai terkecil, sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_1$.

- (6) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 , V_4 dan V_5 yaitu V_3 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.13. Pelanggan V_2 tidak dipilih dikarenakan jika dipilih maka tidak dapat membentuk rute.

Tabel 2. 13 Jarak V_1 , V_4 dan V_5 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_3	V_6
V_1	7	0	0
V_4	4	0	0
V_5	1	2	5

- (7) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_4 (\textit{insertion } V_3) = V_1V_3 + V_3V_4 - V_1V_4 = 0 + 0 - 2 = -2$$

$$V_4 \rightarrow V_5 (\textit{insertion } V_3) = V_4V_3 + V_3V_5 - V_4V_5 = 0 + 2 - 3 = -1$$

$$V_5 \rightarrow V_1 (\textit{insertion } V_3) = V_5V_3 + V_3V_1 - V_5V_1 = 2 + 0 - 2 = 0$$

Pilih $V_5 \rightarrow V_1$ (*insertion* V_3) yang memiliki nilai terkecil, sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_1$.

- (8) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 , V_4 , V_5 dan V_3 yaitu V_6 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.14. Pelanggan V_2 tidak dipilih dikarenakan jika dipilih maka tidak dapat membentuk rute.

Tabel 2. 14 Jarak V_1 , V_4 , V_5 dan V_3 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_6
V_1	7	0
V_4	4	0
V_5	1	5
V_3	4	3

- (9) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_4 \text{ (insertion } V_6) = V_1V_6 + V_6V_4 - V_1V_4 = 0 + 0 - 2 = -2$$

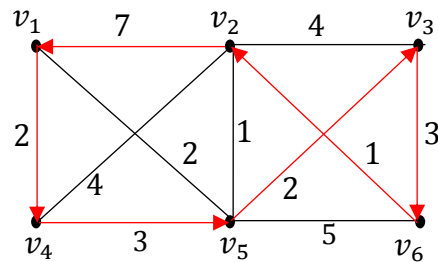
$$V_4 \rightarrow V_5 \text{ (insertion } V_6) = V_4V_6 + V_6V_5 - V_4V_5 = 0 + 5 - 3 = 2$$

$$V_5 \rightarrow V_3 \text{ (insertion } V_6) = V_5V_6 + V_6V_1 - V_5V_3 = 5 + 3 - 2 = 6$$

$$V_3 \rightarrow V_1 \text{ (insertion } V_6) = V_3V_6 + V_6V_1 - V_3V_1 = 3 + 0 - 0 = 3$$

Pilih $V_3 \rightarrow V_1$ (*insertion* V_6) yang memiliki nilai terkecil, $V_4 \rightarrow V_5$ (*insertion* V_6) tidak dipilih karena tidak ada jarak antara V_3 dan V_3 , sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_1$.

- (10) Selanjutnya masukkan V_2 sebagai pelanggan terakhir yang dikunjungi sebelum kembali ke gudang. Sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_4 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$, dengan total jarak $2 + 3 + 2 + 3 + 1 + 7 = 18$ dan total permintaan $9 + 7 + 6 + 11 + 10 = 43$, artinya total permintaan tersebut memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Rute tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.18.

Gambar 2. 18 Rute 1 dengan *Nearest Insertion*

Selain rute di atas, diperoleh alternatif rute lainnya yaitu:

- (1) Pilih pelanggan V_1 sebagai titik awal atau gudang.
- (2) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan gudang yaitu V_5 .
Pemilihan pelanggan dapat dilihat pada Tabel 2.15.

Tabel 2. 15 Jarak Pelanggan dan Gudang Rute 2

	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	7	0	2	2	0

- (3) Sehingga diperoleh rutenya $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_1$.
- (4) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 dan V_5 yaitu V_3 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.16. Pelanggan V_2 tidak dipilih karena jika dipilih tidak dapat membentuk rute.

Tabel 2. 16 Jarak V_1 dan V_5 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_3	V_4	V_6
V_1	7	0	2	0
V_5	1	2	3	5

- (5) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_5 \text{ (insertion } V_3) = V_1V_3 + V_3V_5 - V_1V_5 = 0 + 2 - 2 = 0$$

$$V_5 \rightarrow V_1 \text{ (insertion } V_3) = V_5V_3 + V_3V_1 - V_5V_1 = 2 + 0 - 2 = 0$$

Pilih $V_5 \rightarrow V_1$ (*insertion* V_3) yang memiliki nilai terkecil, sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_1$.

- (6) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 , V_5 dan V_3 yaitu V_6 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.17. Pelanggan V_2 dan V_4 tidak dipilih dikarenakan jika dipilih maka tidak dapat membentuk rute.

Tabel 2. 17 Jarak V_1 , V_4 dan V_5 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_4	V_6
V_1	7	2	0
V_5	1	3	5
V_3	4	0	3

- (7) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_5 \text{ (insertion } V_6) = V_1V_6 + V_6V_5 - V_1V_5 = 0 + 5 - 2 = 3$$

$$V_5 \rightarrow V_3 \text{ (insertion } V_6) = V_5V_6 + V_6V_3 - V_5V_3 = 5 + 3 - 2 = 6$$

$$V_3 \rightarrow V_1 \text{ (insertion } V_6) = V_3V_6 + V_6V_1 - V_3V_1 = 3 + 0 - 0 = 3$$

Pilih $V_3 \rightarrow V_1$ (insertion V_6) yang memiliki nilai terkecil, $V_1 \rightarrow V_5$ (insertion V_6) tidak dipilih karena tidak ada jarak antara pelanggan V_1 dan V_6 . Sehingga rutenya adalah $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_1$.

- (8) Pilih pelanggan yang memiliki jarak terdekat dengan V_1 , V_5 , V_3 dan V_6 yaitu V_2 , yang dapat dilihat pada Tabel 2.18. Tabel 2.14 Jarak V_1 , V_4 , V_5 dan V_3 ke Pelanggan lainnya

Tabel 2. 18 Jarak V_1 , V_5 , V_3 dan V_6 ke Pelanggan lainnya

	V_2	V_4
V_1	7	2
V_5	1	3
V_3	4	0
V_6	1	0

- (9) Dengan menggunakan persamaan 2.3 akan dihitung *insertionnya* sebagai berikut:

$$V_1 \rightarrow V_5 \text{ (insertion } V_2) = V_1V_2 + V_2V_5 - V_1V_5 = 7 + 1 - 2 = 6$$

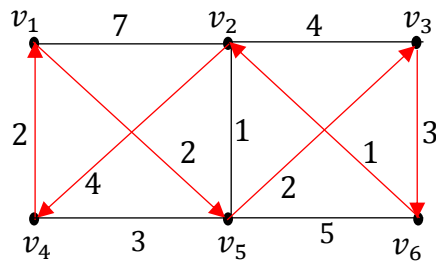
$$V_5 \rightarrow V_3 \text{ (insertion } V_2) = V_5V_2 + V_2V_3 - V_5V_3 = 1 + 4 - 2 = 3$$

$$V_3 \rightarrow V_6 \text{ (insertion } V_2) = V_3V_2 + V_2V_6 - V_3V_6 = 4 + 1 - 3 = 2$$

$$V_6 \rightarrow V_1 \text{ (insertion } V_2) = V_6V_2 + V_2V_1 - V_6V_1 = 1 + 7 - 0 = 8$$

Pilih $V_6 \rightarrow V_1$ (*insertion* V_2) yang memiliki nilai terkecil, $V_1 \rightarrow V_5$ (*insertion* V_2), $V_5 \rightarrow V_3$ (*insertion* V_2) dan $V_3 \rightarrow V_6$ (*insertion* V_2) tidak dipilih karena tidak jika dipilih tidak dapat membentuk rute, sehingga rutanya adalah $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$.

- (10) Selanjutnya masukkan V_4 sebagai pelanggan terakhir yang dikunjungi sebelum kembali ke gudang. Sehingga rutanya adalah $V_1 \rightarrow V_5 \rightarrow V_3 \rightarrow V_6 \rightarrow V_2 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$, dengan total jarak $2 + 2 + 3 + 1 + 4 + 2 = 14$ dan total permintaan $7 + 6 + 11 + 10 + 9 = 43$, artinya total permintaan tersebut memenuhi kapasitas kendaraan yang ada. Rute tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.19.



Gambar 2. 19 Rute 2 dengan *Nearest Insertion*

BAB V

PENUTUP

5.1 Simpulan

- (1) Penyelesaian masalah distribusi tisu menggunakan metode *saving matrix* menghasilkan rute sebagai berikut:

Depot – Welcome Pusat Pijat Refleksi Kaki - Seven Pavillon - Mitracom Ekasarana 2 - Star Steak - Mitracom Ekasarana 1 - Waroeng Spesial Sambel "SS" Lampersari - Gulai Kepala Ikan Pak Untung - Nine Bar – Depot, Depot - Kayarasa Dapur Nusantara - Seorae - Beringin Residence Guest House - Boskaf Coffee - Hakata Ikkousha - Waroeng Kaligarong - Anak Panah Kopi Semarang - Depot. Total jarak tempuh dengan menggunakan metode ini adalah 63,8 km dengan total permintaan pada rute 1 adalah 61 kardus dan pada rute 2 adalah 53 kardus.

- (2) Penyelesaian masalah distribusi tisu menggunakan metode *nearest insertion* menghasilkan rute sebagai berikut:

Depot - Anak Panah Kopi Semarang - Waroeng Spesial Sambel "SS" Lampersari - Gulai Kepala Ikan Pak Untung - Nine Bar - Waroeng Kaligarong - Hakata Ikkousha - Boskaf Coffee - Beringin Residence Guest House – Depot, Depot - Star Steak - Mitracom Ekasarana 2 - Mitracom Ekasarana 1 - Welcome Pusat Pijat Refleksi Kaki - Seven Pavillon – Seorae - Kayarasa Dapur Nusantara – Depot. Total jarak tempuh dengan metode ini adalah 60,5 km dengan total permintaan pada rute 1 adalah 60 kardus dan pada rute 2 adalah 54 kardus.

- (3) Rute pengiriman dengan menggunakan metode *nearest insertion* terbukti lebih efektif dibandingkan dengan menggunakan metode *saving matrix*. Hasil perbandingan rute perusahaan dengan rute penelitian menggunakan metode *saving matrix* dan *nearest insertion* dapat dilihat pada Tabel 4.30.

5.2 Saran

- (1) Berdasarkan kesimpulan di atas, disarankan kepada CV Maple Semarang untuk menggunakan metode *nearst insertion* dalam proses pendistribusian tisu dikarenakan jarak tempuh yang lebih optimal, sehingga memungkinkan perusahaan untuk menghemat biaya transportasi untuk proses distribusi.
- (2) Berdasarkan penghitungan secara manual di atas, disarankan untuk peneliti selanjutnya untuk membuat aplikasi program komputasi untuk metode *nearest insertion*.

DAFTAR PUSTAKA

- Budayasa, I. K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya : Unesa University Press.
- Braysy, O.B., Gendreau, M . (2005). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part 1: Route Construction and Local Search Algorithms. *Inform. System Operational Resarch*. 39(1), 104-118.
- Caric, T., & H. Gold. 2008. Vehicle Routing Problem. University of Zabreg: in the Croatia.
- Clarke, G., & J. W. Wright. 1962. Scheduling of Vehicle from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*. Vol.12 No.4 568-581.
- Dantzig, G. B., & J. T. Ramser. 1959. The truck dispatching problem. *Management Science* 6 (1).
- Gunawan, Maryati, I., & Wibowo, H. K. 2012. Optimasi Penentuan Rute Kendaraan pada Sistem Distribusi Barang dengan Ant Colony Optimization. Surabaya : Sekolah Tinggi Teknik Surabaya.
- Harry, S. & Syamsudin, N. 2011. Penerapan Supply Chain Management padaProses Management Disttribusi dan Transportasi untuk Meminimasi Waktu dan Biaya Pengiriman. *Jurnal Poros Teknik*. Vol. 3.
- Ikfan, N. & I. Masudin. 2014. *Saving Matrix* untuk Menentukan Rute Distribusi. *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*. Vol.2 No.1.
- Ikfan, N. & I. Masudin. 2013. *Penentuan Rute Transportasi Terpendek untuk Meminimalkan Biaya Menggunakan Metode Saving Matrix*. Skripsi. Malang: Universitas Muhammadiyah Malang.
- Irman, A.S.M., R. Ekawati, & N. Febriana. 2017. Optimalisasi Rute Distribusi Air Minum Quelle dengan Algoritma Clarke and Wright Saving dan model Vehicle Routing Problem.
- Li, L. 2008. *Supply Chain Management*. Singapore : World Scientific Printers.
- Joubert, J. W. 2007. An Integrated and Intelligent Metaheuristic for Constrained Vehicle Routing. Pretoria : Industrial and Systems Engineering University of Pretoria.
- Muhammad, Bakhtiar, & M. Rahmi. 2017. Penentuan Rute Distribusi Sirup untuk Meminimalkan Biaya Transportasi. *Jurnal Teknik Industri*. Vol.6 No.1.
- Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit*. Bandung : Informatika.
- Ong, J. O. & A. Saraka. 2013. Implementasi distribusi requirement planning dan saving saving untuk meminimasi total biaya distribusi di industri bahan kimia. *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*. Vol.12 No.2.

- Pujawan, I. N. & E. R. Mahendrawathi. 2010. *Supply Chain Management*. Surabaya : Guna Widya.
- Purnomo, A. 2010. Analisis Rute Pendistribusian dengan Menggunakan Metode Nearest Insertion Heuristic Persoalan The Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) (Studi Kasus di Koran Harian Pagi Tribun Jabar). *Prosiding Seminar Nasional Teknik Industri*. Bandung: Universitas Pasundan.
- Segerstedt, A. 2013. A simple heuristic for vehicle routing-A variant of Clarke and Wright's saving method. *Int. J. Production Economics*.
- Siang, J. J. 2004. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer*. Yogyakarta : ANDI.
- Suparjo. 2017. Metode Saving Matrix sebagai Metode Alternatif untuk Efisiensi Biaya Distribusi. *Jurnal Ekonomi dan Manajemen*. Vol.32 No.2.
- Suryani., D. K. R. Kuncoro, & L. D. Fathimahhayati. 2018. Perbandingan Penerapan Metode Nearest Neighbour dan Insertion untuk Penentuan Rute Distribusi Optimal Produk roti pada UKM Hasan Bakery Samarinda. *Jurnal Profesiensi*. Vol.6 No.1.
- Takes, F. 2010. *Apliyying Monte Carlo Techniques to the Capacitated Vehicle Routing Problem*. (MasterThesis): Leiden University.
- Taiwo, O. S. *et al.* 2012. Implementation of Heuristics for Solving Travelling Salesman Problem Using Nearest Neighbour and Nearest Insertion Approaches.
- Toth, P. & D. Vigo. 2002. An Overview of Routing Problem. In *Handbook of The Vehicle Routing Problem*. Edited by Toth, P. *et al.* Philadelphia: Siam. pp. 1-26.