OPTIMASI KEUNTUNGAN DENGAN ALGORITMA TITIK INTERIOR (STUDI KASUS DI BATIK WAHYU SARI GIRILAYU KARANGANYAR)

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

RAFIKA KUSUMA PUTRI

4111415023

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2019

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya akan bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan perundang-undangan.

Semarang, 5 Agustus 2019

METERAI TEMPEL
B2CF5AFF907828612
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rafika Kusuma Putri

NIM. 4111415023

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Optimasi Keuntungan dengan Algoritma Titik Interior (Studi Kasus di Batik Wahyu Sari Girilayu Karanganyar)

disusun oleh

Rafika Kusuma Putri

4111415023

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada 5 Agustus 2019.

Panitia,

Ketua	Sekretaris
Dr. Sugianto, M.Si.	Drs. Arief Agoestanto, M.Si
NIP. 196102191993031001	NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji

Prof. Dr. Hardi Suyitno, M.Pd.

NIP. 195004251979031001

Anggota Penguji/ Penguji II	Anggota Penguji/ Pembimbing I
Drs. Mashuri, M.Si.	Dr. Dwijanto, M.S.
NIP. 196708101992031003	NIP.195804301984031006

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

- "Allah mencintai pekerjaan yang apabila bekerja ia menyelesaikannya dengan baik." (HR. Thabrani)
- "Barang siapa keluar untuk mencari ilmu maka dia berada di jalan Allah." (HR. Turmudzi)
- "Ketika anak kecil berlatih jalan, ia terjatuh lalu bangun, kemudian terjatuh lagi, bangun lagi sampai kemudian ia bisa berjalan dengan sempurna, ia tidak kenal menyerah"

PERSEMBAHAN

- Allah SWT atas Rahmat dan petunjukNya.
- Bapak, Ibu, dan adikku tersayang yang selalu memberikan doa, kasih sayang, dan dukungannya.
- Segenap keluarga yang selalu memberikan motivasi, doa, dan dukungannya.
- Untuk teman-teman Matematika Universitas Negeri Semarang Angkatan 2015.
- Untuk sahabat kecilku Rosy Ariyani, Desy Suryani, dan Devi Febriana, terima kasih atas persahabatan kalian serta motivasi, doa, dan dukungannya.
- Untuk yang terkasih, Viki Firmansyah yang selalu memberikan motivasi, doa, dan dukungannya.
- Untuk sahabat-sahabat serombelku, Dwi Putri, Mas Ulfa, Indana, Eva, Erlinda terima kasih atas persahabatan kalian, juga motivasi, doa, dan dukungannya.
- Untuk teman satu bimbingan, Zulifa, Heni, dan Anisa serta teman-teman *Green Kost*, terima kasih atas dukungan kalian.
- Untuk Almamaterku Universitas Negeri Semarang.

PRAKATA

Segala puji syukur penulis panjatkan atas segala kehadirat Allah SWT. Tiada yang bisa penulis lakukan tanpa rahmatNya. Semoga Allah SWT selalu memberikan keridhoan di setiap jalan yang kita tempuh. Sholawat dan salam selalu tercurah kepada sang tauladan umat Nabi Muhammad Saw, beserta keluarga dan sahabat yang setia dalam menegakkan agama Islam.

Alhamdulillah, atas berkah dan rahmat yang Allah berikan, penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Optimasi Keuntungan Batik dengan Algoritma Titik Interior (Studi Kasus di PT Batik Danar Hadi Surakarta)". Penyusunan skripsi ini merupakan salah satu syarat akhir untuk memperoleh gelar Sarjana Sains.

Dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan semua pihak, oleh karena itu penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Drs. Sugianto, M.Si., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Koordinator Prodi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
5. Dr. Dwijanto, M.S., Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, dan dorongan dalam penyusunan skripsi ini.

6. Drs. Wuryanto, M.Si. dan Prof. Dr. St. Budi Waluya, M.Si., sebagai Dosen Wali sekaligus sebagai inspirator dalam memberikan pencerahan dan dukungan untuk terus melangkah menyusun skripsi.
7. Teruntuk Ibu, Bapak, dan Adikku yang selalu memberikan doa, kasih sayang, semangat, serta dukungannya.
8. Mas Viki, Dwi Putri, Mas Ulfa, Eva, Indana, Erlinda, Zulifa, Heni, Anisa yang senantiasa membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Teman-teman Matematika angkatan 2015 yang selalu memberikan semangat tersendiri bagi penulis.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca untuk penelitian selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua.

Semarang, 5 Agustus 2019

Penulis

ABSTRAK

Putri, Rafika Kusuma. 2019. Optimasi Keuntungan dengan Algoritma Titik Interior (Studi Kasus di Batik Wahyu Sari Girilayu). Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing : Dr. Dwijanto, M.S.

Kata Kunci : Algoritma Titik Interior, Riset Operasi, Optimasi.

Algoritma Titik Interior adalah metode untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier yang memotong atau menembus interior dari daerah fisibel untuk mencapai suatu solusi optimal. Batik Wahyu Sari Girilayu adalah salah satu dari sekian banyak produsen penghasil kain batik di Karanganyar. Batik Wahyu Sari Girilayu tidak menggunakan metode dalam riset operasi dalam menentukan banyaknya produksi. Riset operasi adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus optimasi keuntungan. Karena dalam suatu perusahaan perlu adanya optimasi keuntungan perusahaan yang semaksimal mungkin.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui komposisi jumlah dari masing-masing produk batik yang harus diproduksi sehingga dapat memaksimumkan keuntungan produksi batik pada Batik Wahyu Sari Girilayu. Dalam penelitian ini diperoleh data primer dan data sekunder. Pengumpulan data diperoleh dengan cara observasi pada Batik Wahyu Sari Girilayu dan wawancara dengan pemilik Batik Wahyu Sari Girilayu

Z adalah fungsi tujuan untuk memperoleh keuntungan yang maksimal. Variabel keputusan adalah keempat jenis batik yang diproduksi oleh Batik Wahyu Sari ($\mathrm{X}_1 =$ banyaknya batik tulis, $\mathrm{X}_2 =$ banyaknya batik cap, $\mathrm{X}_3 =$ banyaknya batik *printing*, $\mathrm{X}_4 =$ banyaknya batik kombinasi). Fungsi kendala terdiri dari bahan baku persediaan bahan baku dan kapasitas produksi. Formula model matematika untuk memaksimumkan keuntungan pada Batik Wahyu Sari adalah maksimumkan Z = $350000X_1 + 100000X_2 + 50000X_3 + 250000X_4$, dengan kendala: $2{,}5X_1 + 2{,}5X_2 + 2{,}5X_3 + 2{,}5X_4 \leq 280$, $0{,}5X_1 + 0{,}4X_2 + 0{,}5X_3 + 0{,}6X_4 \leq 50$, $0{,}5X_1 + 0{,}6X_2 + 0{,}4X_3 + 0{,}7X_4 \leq 60$, $0{,}3X_1 + 0{,}2X_2 + 0{,}4X_4 \leq 20$, $X_1 \leq 25$, $X_2 \leq 30$, $X_3 \leq 40$, $X_4 \leq 20$, $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$. Hasil yang diperoleh dengan Algoritma Titik Interior dengan pembulatan menunjukkan keuntungan sebesar Rp17.600.000,00 dengan memproduksi batik tulis sebanyak 25 unit, batik cap sebanyak 22 unit, batik *printing* sebanyak 33 unit, dan batik kombinasi sebanyak 20 unit.

Berdasarkan perhitungan keuntungan dengan Algoritma Titik Interior dengan pembulatan diperoleh keuntungan sebesar Rp17.600.000,00 dan perhitungan keuntungan yang dilakukan oleh Batik Wahyu Sari sebesar Rp15.400.000,00, selisih perhitungan dengan Algoritma Titik Interior dan perhitungan keuntungan oleh Batik Wahyu Sari terpaut sebesar Rp2.200.000,00. Ini menunjukkan keuntungan yang diperoleh Batik Wahyu Sari belum optimal.

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika tumbuh dan berkembang untuk dirinya sendiri dan juga melayani kebutuhan ilmu pengetahuan lainnya sebagai alat bantu dalam pengembangan dan operasionalnya. Oleh karena itu matematika dikatakan sebagai ratunya ilmu dan pelayannya yang merupakan sarana bagi segala disiplin ilmu dan kunci ilmu pengetahuan. Matematika berfungsi untuk melayani ilmu pengetahuan artinya selain tumbuh dan berkembang untuk dirinya sendiri sebagai suatu ilmu, matematika juga melayani kebutuhan ilmu pengetahuan dalam pengembangan dan operasionalnya (Suherman, 2003).

Dalam kehidupan sehari-hari banyak dijumpai permasalahan yang menginginkan suatu penyelesaian secara optimal, hal ini dapat dilihat dari usaha memaksimalkan atau meminimalkan sumber-sumber yang terbatas. Sumber-sumber tersebut antara lain mesin, tenaga kerja, bahan baku, peralatan, dan lain sebagainya. Dengan alasan itulah diperkenalkan riset operasi *(operation research)* yang pada prinsipnya berisi teknik kuantitatif yang banyak dipakai dalam pengambilan keputusan (Supranto, 2009: 1). Program linier pertama kali diperkenalkan oleh George Dantzig (1947) yang pada awalnya banyak dipakai pada bidang perencanaan militer, khususnya dalam perang dunia II oleh angkatan bersenjata Amerika Serikat dan Inggris.

Riset operasi berkaitan dengan pengambilan keputusan secara optimal dalam membuat model dari sistem-sistem deterministik dan probabilistik yang berasal dari kehidupan sehari-hari. Aplikasi-aplikasi ini yang terdapat dalam pemerintahan, bisnis, teknik, ekonomi, dan ilmu-ilmu fisika dan sosial, untuk sebagian harus ditandai oleh kebutuhan untuk mengalokasi sumber-sumber daya yang terbatas (Hillier & Lieberman, 1990: 5). Riset operasi adalah suatu metode untuk memecahkan masalah optimasi. Program Linier merupakan salah satu metode dalam *Operation Research* yang digunakan untuk mencari penyelesaian yang optimal (terbaik) yang mungkin dalam keterbatasan sumber daya (tenaga, biaya, material, waktu, mesin, energi, ruang, dsb). Riset operasi, dalam arti luas dapat diartikan sebagai penerapan metode-metode, teknik-teknik, dan alat-alat terhadap masalah-masalah yang menyangkut operasi dari sistem-sistem, sedemikian rupa sehingga memberikan penyelesaian optimal (Mulyono, 2004). Menurut Dwijanto (2008: 12), program linier digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi suatu model linier dengan keterbatasan-keterbatasan sumber daya yang tersedia. Program Linier banyak digunakan di bidang industri, transportasi, perdagangan, perkebunan, periklanan, teknik, dsb (Suyitno, 2014: 1).

Di Surakarta terdapat banyak industri yang memproduksi batik. Usaha industri batik ada yang berbentuk industri rumah tangga maupun yang sudah dikelola dengan lebih profesional. Salah satu industry rumahan yang memproduksi batik di Karanganyar adalah Batik Wahyu Sari Girilayu. Batik Wahyu Sari Girilayu adalah perusahaan batik yang didirikan oleh Ibu Sugiyem. Kemunculam perusahaan-perusahaan baru, tentu menjadi tantangan tersendiri bagi perusahaan yang lama telah ada. Perusahaan-perusahaan ini pun berlomba memberikan peningkatan dalam hal kualitas produk yang dihasilkan maupun pelayanan yang baik bagi konsumen. Hal ini semata untuk meningkatkan ekstensi mereka dalam dunia usaha. Selain memenangkan persaingan yang kompetitif, perusahaan juga dapat memperoleh keuntungan yang maksimal. Jadi peneliti ingin menghitung jumlah batik yang harus diproduksi dengan menggunakan salah satu metode dalam riset operasi sehingga diperoleh keuntungan yang maksimal.

Algoritma Titik Interior merupakan perkembangan yang sangat baru dalam pemrograman linier. Algoritma ini dan variasi-variasinya mempunyai potensi besar sebagai pendekatan baru untuk menyelesaikan masalah-masalah yang sangat besar secara efisien. Konsep solusi kunci pada Algoritma Titik Interior ternyata memiliki potensi besar untuk memecahkan masalah pemrograman linier. Banyak kemajuan yang telah dibuat (dan terus dilakukan), dan sejumlah algoritma yang kuat menggunakan pendekatan Algoritma Titik Interior yang telah dikembangkan (Hiller & Lieberman, 2000). Metode Algoritma Titik Interior adalah suatu metode titik interior yang memotong atau menembus interior dari daerah fisibel untuk mencapai suatu solusi optimum. Titik interior adalah titik-titik yang berada di dalam daerah fisibel (Hillier & Lieberman, 1990: 129).

Metode Algoritma Titik Interior dengan transformasi proyektif, dimulai dari dalam himpunan fisibel dan memindahkan sampai menjadi suatu titik optimum, yaitu dengan mentransformasikan titik-titik awal ke dalam pusat dari daerah fisibel. Menyelesaikan masalah dengan metode Algoritma Titik Interior yaitu dengan mengubah bentuk dasar program linier ke bentuk kanonik. Untuk masalah program linier dengan ukuran kecil, akan lebih cepat diselesaikan dengan algoritma simpleks, tetapi untuk masalah program linier dengan ukuran besar sebaiknya menggunakan Algoritma Titik Interior, karena akan lebih efektif dan efisien, serta dapat mengurangi kesalahan perhitungan. Metode Algoritma Titik Interior membutuhkan perhitungan yang relatif lebih besar untuk persoalan program linier yang berukuran kecil dan lebih cepat diselesaikan dengan metode simpleks, sedangkan untuk kendala yang lebih besar metode Algoritma Titik Interior lebih efisien dibandingkan metode simpleks (Indriani, 2013: 98).

Pada setiap langkah metode simpleks menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar atau lebih kecil atau sama dari langkah-langkah sebelumnya (Suparno, 2009). Namun, ketika dihadapkan untuk kendala yang banyak dan kompleks, metode simpleks kurang efisien karena banyaknya iterasi yang dihasilkan sehingga menimbulkan perhitungan waktu yang lama (Suyitno, 2010). Metode simpleks memerlukan ribuan iterasi untuk masalah-masalah demikian. Dengan menembak melalui interior daerah layak, algoritma titik interior cenderung memerlukan jumlah iterasi yang jauh lebih sedikit meskipun pekerjaan setiap iterasi jauh lebih banyak (Indriani, 2013).

Teknologi komputer sangat berperan didalam menyelesaikan berbagai macam masalah yang ada pada riset operasi. Algoritma Titik Interior dapat memberikan solusi primal program linier. Metode ini memiliki keunggulan berupa kompleksitas yang lebih rendah dibandingkan metode pemrograman linier lainnya (misal metode simpleks). Dengan kompleksitas yang lebih rendah maka waktu untuk mencari hasil optimal menjadi lebih cepat dan agar memperoleh hasil yang akurat maka digunakan sebuah program komputer dalam proses perhitungan. Algoritma Titik Interior menggunakan software MATLAB dapat menyelesaikan masalah primal (Agustaf, 2011). MATLAB merupakan salah satu software yang populer dan banyak dipakai untuk menyelesaikan masalah optimasi. MATLAB mempunyai fungsi-fungsi yang sudah siap untuk menyelesaikan berbagai problem optimasi (Santoso, 2008).

Penyelesaian permasalahan pemrograman linier untuk dua variabel dapat menggunakan metode grafik, sedangkan penyelesaian untuk lebih dari dua variabel dapat menggunakan metode simpleks. Metode simpleks terkadang kurang efisien untuk jumlah variabel yang besar karena memerlukan waktu yang cukup lama dalam penemuan solusi dan terkadang terjadi kekeliruan melakukan pemilihan pivot dalam iterasi (Kuntari,dkk, 2015: 75). Alternatif untuk penyelesaian permasalahan pemrograman linier yang memiliki jumlah variabel yang besar yaitu Algoritma Titik Interior. Algoritma Titik Interior merupakan prosedur yang efisien dalam perhitungan dan iterasi untuk menembus titik interior daerah fisibel. Algoritma Titik Interior efektif untuk menyelesaikan permasalahan maksimasi dengan jumlah variabel sebanyak 93 dan jumlah kendala tidak kurang dari 12 akan mencapai solusi optimal pada iterasi ke-25 dibandingkan dengan menggunakan metode simpleks yang mencapai solusi pada iterasi ke-31 (Kuntari,dkk, 2015). Algoritma Titik Interior dapat diterapkan pada permasalahan pemrograman linier serta permasalahan pemrograman kuadratik. Algoritma Titik Interior tepat digunakan dalam memilih kombinasi proyek yang memiliki keuntungan dan rencana kerja yang optimal pada perusahaan konveksi. (Kuntari,dkk, 2015: 16). Dalam Margaret (2004) telah dibahas revolusi titik interior dalam optimisasi.

Berdasarkan latar belakang penelitian di atas, maka akan dibahas mengenai optimasi keuntungan banyaknya masing-masing batik yang harus diproduksi oleh Batik Wahyu Sari Girilayu dan untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan menggunakan Algoritma Titik Interior.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, permasalahan-permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian adalah sebagai berikut :

1) Bagaimana model matematika untuk memaksimalkan keuntungan produksi batik dengan metode Algoritma Titik Interior pada Batik Wahyu Sari Girilayu?
2) Bagaimana komposisi banyaknya masing-masing jenis batik yang harus diproduksi dalam periode satu bulan agar Batik Wahyu Sari Girilayu memperoleh keuntungan yang maksimal?
3) Apakah metode Algoritma Titik Interior lebih baik dari perhitungan yang dilakukan oleh Batik Wahyu Sari Girilayu dalam mengoptimalkan keuntungan produksi batik?

1.3 Batasan Masalah

Penulis menggunakan batasan-batasan permasalahan berikut agar dalam penelitian tidak terlalu meluas, antara lain :

1) Produk batik yang akan diteliti adalah produk yang diproduksi selama satu bulan produksi.
2) Biaya yang akan dihitung adalah biaya dalam waktu satu bulan produksi.
3) Produk yang diteliti adalah batik tulis, batik cap, batik *printing*, dan batik kombinasi.
4) Data yang akan dipakai adalah data sekunder yang berasal dari buku administrasi dan data primer yang didapatkan melalui observasi dan wawancara di lapangan.

5) Metode yang akan dipakai dalam proposal skripsi ini adalah metode Algoritma Titik Interior.

6) Fungsi kendala yang akan dibahas adalah bahan baku batik dan kapasitas yang diproduksi.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari rumusan masalah di atas adalah sebagai berikut :

1) Dapat membangun model matematika berdasarkan masalah optimasi keuntungan batik di Batik Wahyu Sari Girilayu.

2) Untuk mengetahui banyaknya masing-masing batik yang harus diproduksi untuk mencapai keuntungan yang maksimal.

3) Untuk mengetahui perbedaan hasil analisis perhitungan keuntungan produksi batik dengan menggunakan metode Algoritma Titik Interior dibandingkan dengan yang dilakukan oleh Batik Wahyu Sari Girilayu.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1) Bagi Mahasiswa

   a. Memberikan pengetahuan tentang metode Algoritma Titik Interior.

   b. Memberikan gambaran mengenai pengaplikasian metode Algoritma Titik Interior dalam menyelesaikan kasus program linier.

   c. Dapat mengaplikasikan teori yang telah didapat selama perkuliahan dengan permasalahan nyata yang ada pada dunia industri.

   d. Memberikan gambaran tentang manfaat dari metode Algoritma Titik Interior.

e. Memberikan motivasi untuk lebih mengembangkan metode Algoritma Titik Interior agar pengetahuan menjadi lebih maju dan memberikan manfaat bagi kehidupan.

2) Bagi Perusahaan

a. Dapat memaksimumkan keuntungan yang diperoleh dalam produksi.

b. Sumber daya yang ada dapat lebih efektif dengan penggunaan sistem komputer MATLAB untuk memaksimumkan keuntungan.

3) Bagi Pembaca

Diharapkan dapat menambah pengetahuan dan wawasan tentang metode Algoritma Titik Interior dari hasil penelitian ini.

1.6 Sistematika Penulisan Skripsi

Secara garis besar skripsi ini dibagi menjadi tiga bagian (bab) yaitu bagian awal skripsi, bagian isi skripsi, dan bagian akhir skripsi. Berikut ini dijelaskan masing-masing bagian skripsi.

(1) Bagian awal skripsi

Bagian awal skripsi meliputi halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

(2) Bagian isi skripsi

Bagian isi skripsi secara garis besar terdiri dari lima bab, yaitu:

BAB 1 PENDAHULUAN

Bab ini berisi mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi kajian teori yang mendasari dan berhubungan dengan pemecahan masalah. Teori-teori tersebut digunakan untuk memecahkan masalah yang diangkat dalam skripsi ini. Teori yang digunakan adalah Program Linier, Algoritma Titik Interior, Pembulatan Bilangan Bulat dengan Metode *Branch and Bound*, Gambaran Umum Batik Wahyu Sari Girilayu, kegiatan produksi, kombinasi produk, pengantar untuk *software* MATLAB.

BAB 3 METODE PENELITIAN

Bab ini mengulas metode yang digunakan dalam penelitian yang berisi langkah-langkah yang dilakukan untuk memecahkan masalah yaitu studi literatur dan studi kasus, pengumpulan data, metode pengumpulan data, pengolahan data, diagram alir tahapan analisis data, dan penarikan kesimpulan.

BAB 4 HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi mengenai penyelesaian dari permasalahan yang diungkapkan.

BAB 5 PENUTUP

Bab ini berisi tentang simpulan dari pembahasan dan saran yang berkaitan dengan simpulan

(3) Bagian akhir skripsi

Bagian akhir skripsi meliputi daftar pustaka yang memberikan informasi tentang buku sumber serta literatur yang digunakan dan lampiran-lampiran yang mendukung skripsi.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Program Linier

2.1.1 Pengertian Program Linier

Program Linier adalah metode matematik dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan seperti memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan biaya. Program Linier merupakan metode matematik dalam mengalokasikan sumber daya yang langka untuk mencapai tujuan tunggal seperti memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya (Wirdasari, 2009). Pemrograman Linear banyak diterapkan dalam masalah ekonomi, industri, militer, sosial dan lain-lain. Pemrograman Linear berkaitan dengan penjelasan suatu kasus dalam dunia nyata sebagai suatu model matematik yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linear dengan beberapa kendala linear (Siringoringo, 2005).

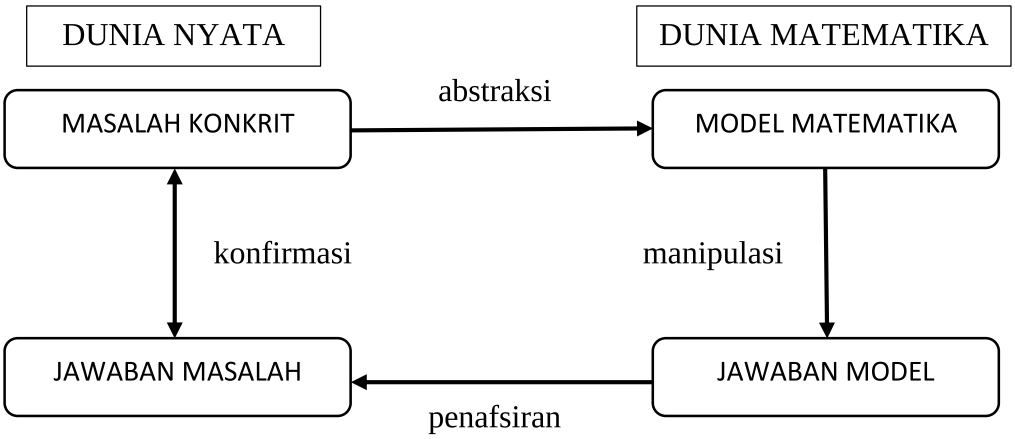
Pemrograman linier yang diterjemahkan dari *Linear Programming* (LP) adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan (Dimyati, T. T, 2004: 17). Menurut Subagyo (2000) program linear adalah suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal. Menurut Stapleton, Hanna, dan Markussen (2003), definisi linear programming adalah suatu teknik aplikasi matematika dalam menentukan pemecahan masalah yang bertujuan untuk memaksimumkan atau meminimumkan sesuatu yang dibatasi oleh batasan

batasan tertentu. Untuk menyelesaikan masalah program linier harus diubah terlebih dahulu ke dalam bentuk kanonik Karmarkar dan memenuhi beberapa asumsi (Bazaraa, 2010).

Masalah Program Linier dapat dinyatakan dengan kalimat “Diberikan sebanyak m pertidaksamaan atau persamaan linier dengan n variabel, akan ditentukan dengan nilai-nilai nonnegative dari variabel-variabel tersebut yang memenuhi syarat dan mengoptimalkan (memaksimalkan atau meminimalkan) suatu fungsi linier dari variabel-variabel tersebut. Secara matematis pernyataan tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut “Terdapat m pertidaksamaan atau persamaaan dalam n variabel dengan m ≥ n atau m ≤ n dalam bentuk $a_{in}x_{in} \geq, =, \leq b_i, i = 1,2, \dots, m$ dengan hanya salah satu dari tanda $\geq, =,$ atau $\leq$ yang benar dan akan dicari nilai $x_j \geq 0, j = 1,2, \dots, n$ sehingga $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ mencapai nilai optimal. a_{ij}, b_{ij}, dan c_j adalah konstanta (Suyitno, 2014: 7).

2.1.2 Penerapan Program Linier

Program Linier banyak digunakan dalam bidang industri, transportasi, perdagangan, perkebunan, teknik, dan lain sebagainya. Program Linier sebagaimana matematika terapan lainnya, dalam memecahkan persoalan dunia nyata dapat dijelaskan melalui bagan berikut (Suyitno, 2014: 2).



Gambar 2.1 Skema Program Linier dalam Dunia Nyata dan Dunia Matematika

Berdasarkan Gambar 2.1 di atas, pemecahan masalah Program Linier melalui tahap-tahap berikut :

1) Memahami masalah di bidang yang bersangkutan.
2) Menyusun model matematika.
3) Menyelesaikan model matematika (mencari jawaban model).
4) Menafsirkan jawaban model menjadi jawaban atas masalah yang nyata.

Suyitno (2014: 3) mengatakan bahwa model matematika merupakan ungkapan suatu masalah dalam bahasa matematika. Petunjuk untuk menyusun model matematika yang berkaitan dengan masalah optimasi menurut Suyitno (2014: 3) adalah :

1) Menentukan tipe dari masalah yaitu masalah maksimum atau minimum
2) Mendefinisikan variabel keputusan
3) Merumuskan fungsi tujuan
4) Merumuskan kendala
5) Persyaratan non negatif.

2.1.3 Prinsip-prinsip Program Linier

Program linier disusun oleh George B. Dantzig tahun 1947 pada saat memimpin *Air Force Statistical Control's Combat Analysis Branch* di Pentagon. Saat Dantzig menganalisis masalah perencanaan *Air Force* dia menyadari dapat merumuskan sistem ketidaksamaan linier. Program linier menurut Nasendi dan Anwar (1995:13) merupakan suatu teknik perencanaan yang bersifat analitis yang analisis-analisisnya memakai model matematika, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alternatif pemecahan masalah dalam rangka menyusun strategi dan langkah-langkah kebijakan tentang alokasi sumber dan daya dan dana yang terbatas, guna mencapai tujuan atau sasaran yang diinginkan secara optimal. Siagian (1987) mengemukakan bahwa pokok pikiran yang paling utama dalam menggunakan program linier adalah merumuskan masalah dengan jelas menggunakan sejumlah informasi yang tersedia. Kemudian menerjemahkan masalah tersebut ke dalam model matematis, yang cara pemecahan masalahnya lebih mudah dan terstruktur agar didapatkan solusinya.

Menurut Sitinjak (2006), metode yang dapat digunakan untuk mencari solusi dari model program linier terbagi menjadi 2, yaitu: Metode Grafik dan Metode Simpleks. Metode grafik digunakan jika banyaknya varibel keputusan di dalam model program linier sejumlah dua variabel keputusan (= 2 variabel). Metode simpleks digunakan jika banyaknya variabel keputusan di dalam model program linier minimal dua variabel keputusan (≥ 2 variabel). Program Linier adalah suatu prosedur matematis untuk menentukan alokasi sumber daya secara optimal. Tidak semua masalah optimasi dapat diselesaikan dengan metode Program

Linier. Beberapa prinsip mendasari penggunaan metode Program Linier. Prinsip-prinsip utama dalam Program Linier ialah:

1) Adanya sasaran. Sasaran dalam model matematika masalah Program Linier berupa fungsi tujuan (fungsi obyektif). Fungsi ini akan dicari nilai optimalnya **(maksimum atau minimum).**
2) Ada tindakan alternatif, artinya nilai fungsi tujuan dapat diperoleh dengan berbagai cara dan di antaranya alternatif itu memberikan nilai optimal.
3) Adanya keterbatasan sumber daya. Sumber daya atau input data berupa waktu, tenaga, biaya, bahan, dan sebagainya. Pembatasan sumber daya disebut kendala *constraint*.
4) Masalah harus dapat dituangkan dalam bahasa matematika yang disebut model matematika. **model matematika** dalam **Program Linier** memuat fungsi tujuan dan kendala. Fungsi tujuan harus berupa fungsi linier dan kendala berupa pertidaksamaan atau persamaan linier.
5) Antar variabel yang membentuk fungsi tujuan dan kendala ada keterikatan, artinya perubahan pada satu peubah akan mempengaruhi nilai peubah yang lain.

Menurut Suyitno (2014: 3) terdapat beberapa istilah berikut yang banyak digunakan dalam Program Linier antara lain:

1) **Variabel keputusan** *(decision variable)* adalah kumpulan variabel yang akan dicari untuk ditentukan nilainya. Variabel keputusan biasanya diberi symbol $u, v, w, x, y, \ldots$ dan jika cukup banyak menggunakan $x_1, x_2, x_3, \ldots, y_1, y_2, y_3, \ldots$ dan sebagainya.

2) **Nilai ruas kanan** *(right hand side value)* adalah nilai-nilai yang biasanya menunjukkan jumlah (kuantitas, kapasitas) ketersediaan sumber daya untuk dimanfaatkan sepenuhnya. Symbol yang digunakan biasanya b_i (i menunjukkan banyaknya kendala).

3) **Variabel tambahan** (*slack variable* atau *surplus variable*) adalah variabel yang menyatakan penyimpangan positif atau negatif dari nilai ruas kanan. Variabel tambahan dalam Program Linier sring diberi simbol $S_1, S_2, S_3, \dots$.

4) **Koefisien tekhnis** yang biasanya diberi simbol a_{ij}, menyatakan setiap unit penggunaan b_i dari setiap variabel x_j.

5) **Z** adalah nilai fungsi tujuan yang belum diketahui dan yang akan dicari nilai optimumnya (dibuat sebesar mungkin untuk masalah maksimum dan dibuat sekecil mungkin untuk masalah minimum). Fungsi tujuan merupakan pernyataan matematika yang menyatakan hubungan Z dengan jumlah perkalian semua koefisien fungsi tujuan.

6) **Koefisien fungsi tujuan** (koefisien kontribusi) adalah nilai yang menyatakan kontribusi per-unit kepada Z untuk setiap x_j simbolnya c_i.

Menurut Bustani (2005) dalam program linear terdapat dua macam fungsi linier sebagai berikut:

a. Fungsi tujuan *(objective function)* yaitu fungsi yang mengarahkan analis untuk mendeteksi tujuan perumusan masalah.

b. Kendala/ batasan *(constraint)* yaitu fungsi yang mengarahkan analis untuk mengetahui sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut.

2.1.4 Model Program Linier

Masalah pemrograman linier secara umum dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai berikut (Aminudin, 2005: 26) :

Maksimumkan atau minimumkan : $Z\ (x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$, dengan kendala $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \binom{\geq}{\leq} b_i, i = 1,2,3, \dots, m$ dan $x_j \geq 0, j = 1,2,3, \dots, n$.

Keterangan :

Z = fungsi tujuan yang akan dicari nilai optimalnya

x_j = jenis kegiatan (variabel keputusan)

a_{ij} = kebutuhan sumber daya i untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j

b_i = jumlah sumber daya i yang tersedia

c_j = kenaikan nilai Z jika ada pertambahan satu unit kegiatan j

a, b, c = parameter model yang telah diketahui

m = jumlah batasan sumber atau fasilitas yang tersedia

n = jumlah kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia.

Menurut Aminudin (2005: 26), suatu model Program Linier dikatakan sebagai model normal apabila mempunyai bentuk sebagai berikut :

1) Memaksimumkan : $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

Dengan kendala : $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

2) Meminimumkan : $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

Dengan kendala : $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Fungsi tujuan pada rumusan Program Linier di atas yaitu $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ merupakan tujuan yang akan dicapai atau dioptimalkan. Selanjutnya, persamaan atau pertidaksamaan yang merepresentasikan keterbatasan atau keberadaan kendala yang membatasi pencapaian fungsi tujuan dinamakan fungsi kendala. Beberapa aturan bentuk program linear baku:

1. Semua batasan/kendala adalah persamaan (dengan sisi kanan yang non negatif)
2. Semua variabel keputusan adalah non negatif
3. Fungsi tujuan dapat berupa maksimasi atau minimasi (Aminudin, 2005: 26).

Himpunan titik-titik yang memenuhi pembatas disebut himpunan penyelesaian fisibel atau daerah yang fisibel. Penyelesaian fisibel disebut juga penyelesaian yang layak. Karena penyelesaian optimal adalah penyelesaian fisibel yang memberikan nilai fungsi tujuan mencapai nilai optimal, maka dalam grafik penyelesaian optimal merupakan titik yang termuat dalam daerah penyelesaian fisibel.

2.2 Algoritma Titik Interior

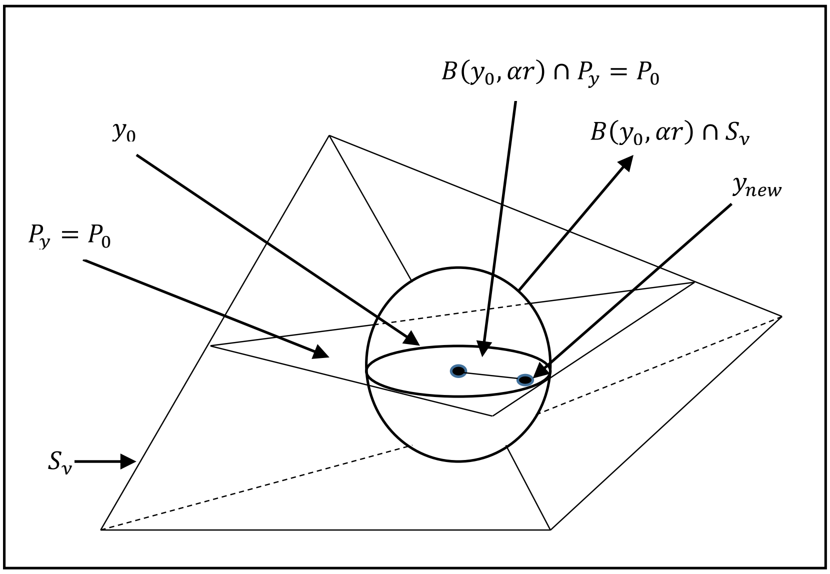
Metode Algoritma Titik Interior ditemukan oleh John Von Neumann dari Hungaria Amerika. Perkembangan yang penting dalam dalam pemrograman linier adalah penemuan oleh Narendra Karmarkar dari Laboratorium AT & T mengenai algoritma baru untuk menyelesaikan masalah-masalah pemrograman linier yang besar (Hillier & Lieberman, 1990: 315).

Menurut Hillier & Lieberman (1990: 315), Algoritma Titik Interior mempunyai konsep atau pemikiran dasar sebagai berikut :

Konsep 1 : bergeraklah melalui daerah layak menuju suatu penyelesaian optimal.

Konsep 2 : bergeraklah dalam arah yang meningkatkan nilai fungsi tujuan dengan tingkat kecepatan yang paling tinggi.

Konsep 3 : ubahlah daerah layak untuk menempatkan penyelesaian percobaan yang sekarang sedekat mungkin pada titik pusatnya, dan dengan demikian memungkinkan peningkatan yang besar bila melaksanakan konsep 2.



Gambar 2.2 Ilustrasi Algoritma Titik Interior

Oleh sebab y ≥ 0 ditunjukkan oleh perpotongan antara bola dan pembatas simpleks $S_y\{y: \sum_{i=1}^{n} y_i = 1\}$.

Meminimumkan : $Z = \bar{c}y_{new}$

dengan kendala $P_y = P_0$

$$(y - y_0)^t(y - y_0) \leq \alpha^2 r^2$$

dengan $\{y : (y - y_0)^t(y - y_0) \leq \alpha^2 r^2\}$ digambarkan bola $B\ (y_0, \alpha r)$.

Berdasarkan (gambar 2.2) di atas, dapat dilihat bahwa $P_y = P_0$ merupakan sub ruang berdimensi $(n - m - 1)$ yang melalui pusat bola $B\ (y_0, \alpha r)$. Daerah fisibel dari permasalahan $(y - y_0)^t(y - y_0) \leq \alpha^2 r^2$ adalah bola berdimensi $(n - m - 1)$ yang mempunyai pusat di y_0. Solusi optimum dari permasalahan $(y - y_0)^t(y - y_0) \leq \alpha^2 r^2$, didapatkan dengan memproyeksikan negatif dari gradien fungsi tujuan $(\bar{c}^t)$ dengan pusat di y_0 atas ruang nol atau permukaan pembatas $P_y = P_0$, dan bergerak dari y_0 sepanjang arah proyeksi ini sampai pada batas permukaan bola $B\ (y_0, \alpha r)$, dengan menyatakan proyeksi dari gradien vektor $-\bar{c}^t$ sebagai C_p dan optimum dari permasalahan $(y - y_0)^t(y - y_0) \leq \alpha^2 r^2$ sebagai y_{new}, maka diperoleh :

$$y_{new} = y_0 - \alpha r \frac{C_p}{\|C_p\|}$$

Jika $C_p = 0$, maka solusi fisibel akan mencapai optimum dan proses akan diakhiri dengan x_k sebagai titik opimum dari permasalahan solusi fisibel awal $x_0 = \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)^t$. Untuk menentukan C_p, dapat dilihat bahwa C_p terletak pada permukaan pembatas $P_y = P_0$, vektor $\left(-\bar{c}^t - C_p\right)$ termuat dalam ruang yang dibatasi oleh gradien hingga $P_y = P_0$. Berdasarkan hal ini, terdapat vektor $\bar{w}$

sedemikian sehingga $p^t\overline{w} = -\bar{c}^t - C_p$. Kedua ruas ini dikalikan dengan p, maka diperoleh :

$pp^t\overline{w} = p(-\bar{c}^t - C_p)$

$pp^t\overline{w} = p\bar{c}^t - pC_p$.

Karena $pC_p = 0$, maka $pp^t\overline{w} = p\bar{c}^t$.

Karena A adalah matriks *full rank* dan $x_k > 0$, maka matriks persegi pp^t adalah matriks yang mempunyai invers. Dalam hal ini akan diperoleh :

$\overline{w} = (pp^t)^{-1}\, p\bar{c}^t$, maka diperoleh :

$C_p = \bar{c}^t - p^t\overline{w}$

$= \bar{c}^t - p^t(pp^t)^{-1}\, p\bar{c}^t$ atau

$= [I - p^t(pp^t)^{-1}\, p]\bar{c}^t$

Berdasarkan y_{new} yang telah diperoleh dari persamaan $y_{new} = y_0 - \alpha r \frac{C_p}{\|C_p\|}$ maka dapat ditentukan titik fisibel baru x_{k+1} dalam ruang x atau simpleks S_y yang diperoleh melalui transformasi invers Karmarkar. Jika diperhatikan, $y_{new} > 0$, karena terletak pada titik interior dari bidang berdimensi $(n-1)$ dalam simpleks S_y, yang berarti bahwa $x_{k+1} > 0$.

2.2.1 Definisi Algoritma Titik Interior

Algoritma titik interior merupakan metode untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier yang memotong atau menembus interior dari daerah fisibel untuk mencapai suatu solusi optimal. Titik interior merupakan titik-titik yang berada di dalam daerah fisibel (Hillier & Lieberman, 1990). Algoritma titik interior merupakan suatu metode penyelesaian permasalahan pemrograman linear dengan mentransformasikan titik interior awal ke dalam daerah fisibel sehingga mencapai solusi optimal penyelesaian pemrograman linear (Kuntari dkk, 2015: 75). Algoritma titik interior dalam menyelesaikan persoalan program linier secara fundamental berbeda dari metode simpleks. Langkah awal dalam algoritma titik interior yaitu menentukan titik awal pemecahan masalah. Titik awal algoritma titik interior dari dalam himpunan fisibel dan bergerak menuju verteks optimal. Algoritma titik interior berhenti menemukan solusi yang memiliki nilai fungsi tujuan lebih kecil atau sama dengan nilai berhenti yang telah ditentukan pertama kali (Sitorus, 2016: 26). Hamdy A. Taha (1992) dalam bukunya "Pengantar Operasi Riset" menyatakan proses formulasi masalah program linier umum ke dalam bentuk titik interior adalah:

1. Mengubah masalah program linier umum ke dalam bentuk yang diperluas.
2. Menentukan arah pergerakan mula-mula dari titik interior.
3. Memproyeksikan titik yang berada di luar daerah layak dan pemusatan
4. Mengubah kembali menjadi koordinat semula.

2.2.2 Algoritma Titik Interior

Pada Algoritma Titik Interior setiap iterasi $k \geq \alpha$ dapat dipilih sedemikian sehingga $f(x^k, z^k) - f(x^{k+1}, z^{k+1}) \geq 0{,}25$

Bukti :

Dipunyai $f(x^k, z^k) - f(x^{k+1}, z^{k+1}) \geq f(x^k, z^{k+1}) - f(x^{k+1}, z^{k+1})$

$$\geq \alpha + \sum_{i=1}^{n+1} \left(1 - \alpha \frac{\Delta \bar{x}_i}{\|\Delta \bar{x}\|}\right)$$

$$\geq \alpha - \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)}$$

Di mana ketidaksamaan pertama menggunakan $z^{k+1} \geq z^k$, ketidaksamaan kedua menggunakan $f(x^k, z^k) - f(x^{k+1}, z^{k+1}) \leq -\alpha - \sum_{i=1}^{n+1} ln\left(1 - \alpha \frac{\Delta\bar{x}_i}{\|\Delta\bar{x}\|}\right)$, dan ketidaksamaan ketiga $f(x^k, z^k) - f(x^{k+1}, z^{k+1}) \leq -\alpha - \sum_{i=1}^{n+1} ln\left(1 - \alpha \frac{\Delta\bar{x}_i}{\|\Delta\bar{x}\|}\right)$, dan fakta bahwa $e^T\Delta\bar{x} = 0$.

Buktinya selesai dengan menggantikan $\alpha = 0{,}5$ ke $-\frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)}$.

2.2.3 Langkah-langkah Algoritma Titik Interior

Mengoptimalkan fungsi obyektif $Z = c^T x$ dengan kendala $Ax = b$ dan $x \geq 0$. Langkah-langkah ini dapat diringkas sebagai berikut untuk sembarang iterasi (Hillier & Lieberman, 1990: 322) :

Langkah 1: Jika diketahui penyelesaian percobaan yang sekarang $(x_1, x_2, \dots, x_n)$,

tentukan $D = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & x_n \end{bmatrix}$

Langkah 2: Hitunglah $\bar{A} = AD$ dan $\bar{c} = Dc$

Langkah 3: Tentukan matriks proyeksi $P = I - A^T(AA^T)^{-1}A$

Langkah 4: Tentukan *projected gradient* : $c_p = PC$ dan $v = |c_p| =$ absolut komponen negatif dari c_p.

Langkah 5: Tentukan dengan iterasi koordinat baru $\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V} . c_p$

Langkah 6: Tentukan $\tilde{X} = D\bar{X}$ sebagai penyelesaian percobaan untuk iterasi berikut (langkah 1). (Jika penyelesaian percobaan ini praktis tidak berubah dari yang sebelumnya, maka algoritma telah memusat ke suatu penyelesaian optimal, maka berhentilah).

Pengambilan titik interior x dimana $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$ di dalam daerah fisibel, dilakukan dengan menggunakan iterasi dan dari proses iterasi dapat didapatkan titik yang layak dari x untuk menentukan nilai optimal fungsi obyektif, sehingga dengan Algoritma Titik Interior dapat menghasilkan nilai yang menuju ke nilai optimal (maksimal atau minimal). Proses berhenti apabila nilai $Z(\tilde{X}^{k+1}) \leq Z(\tilde{X}^{k})$.

Contoh Data Simulasi

Data Keuntungan Tiap Produk

No	Nama Produk	Keuntungan
1	Batik A	8000
2	Batik B	6000

Data Kebutuhan Bahan Baku

No	Nama Produk	Jumlah bahan baku yang digunakan	
		Kain	Malam/lilin batik
1	Batik A	1 meter	3 kg
2	Batik B	1 meter	2 kg

Data Persediaan Bahan Baku

No	Bahan Baku	Jumlah
1	Kain	25 meter
2	Malam/lilin batik	60 kg

Penyelesaian :

Maks: $Z = 8000x_1 + 6000x_2$

dengan kendala:

$x_1 + x_2 \leq 25$

$3x_1 + 2x_2 \leq 60$

$x_1, x_2 \geq 0$

Penyelesaian dengan Algoritma Titik Interior

Dengan menggunakan formulasi pada contoh 2.1, diperoleh:

$$C = \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 25 \\ 60 \end{bmatrix};\ \alpha = 0{,}9$$

Proses berhenti apabila nilai $Z(\tilde{X}^{k+1}) \leq Z(\tilde{X}^{k})$.

Diambil titik awal pemecahan yaitu $\tilde{X}^0 = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (10{,}10{,}5{,}10)$

$Z\tilde{X}^0 = 140000$

Iterasi 1

$$D_1 = diag(\tilde{X}^0) = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_1 = AD_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 5 & 0 \\ 30 & 20 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_1 = D_1 C = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80000 \\ 60000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = I - A_1^T (A_1 A_1^T)^{-1} A_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ 10 & 20 \\ 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 10 & 10 & 5 & 0 \\ 30 & 20 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ 10 & 20 \\ 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 10 & 5 & 0 \\ 30 & 20 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3462 & -0.3846 & 0.0769 & -0.2692 \\ -0.3846 & 0.5385 & -0.3077 & 0.0769 \\ 0.0769 & -0.3077 & 0.4615 & 0.3846 \\ -0.2692 & 0.0769 & 0.3846 & 0.6538 \end{bmatrix}$$

$$CP_1 = P_1 C_1$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3462 & -0.3846 & 0.0769 & -0.2692 \\ -0.3846 & 0.5385 & -0.3077 & 0.0769 \\ 0.0769 & -0.3077 & 0.4615 & 0.3846 \\ -0.2692 & 0.0769 & 0.3846 & 0.6538 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 80000 \\ 60000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x0.4615 \\ 1.0e + 004x - 0.1538 \\ 1.0e + 004x - 1.2308 \\ 1.0e + 004x - 1.6923 \end{bmatrix}$$

$V_1 = abs(\min(CP_1)) = 16923$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_1} CP_1 = \begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} + \frac{0.9}{16923}\begin{bmatrix}1.0e+004x0.4615\\1.0e+004x-0.1538\\1.0e+004x-1.2308\\1.0e+004x-1.6923\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1.2455\\1.0818\\0.3455\\0.1000\end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^1 = D_1\bar{X}_1 = \begin{bmatrix}10 & 0 & 0 & 0\\0 & 10 & 0 & 0\\0 & 0 & 5 & 0\\0 & 0 & 0 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.2455\\1.0818\\0.3455\\0.1000\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}12.4545\\10.8182\\1.7273\\1.0000\end{bmatrix}$$

$$Z\tilde{X}^1 = (8000x12.4545) + (6000x10.8182) = 164550$$

Karena nilai $Z\tilde{X}^1 \geq Z\tilde{X}^0 = 164550 \geq 140000$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 2

$$D_2 = diag(\tilde{X}^1) = \begin{bmatrix}12.4545 & 0 & 0 & 0\\0 & 10.8182 & 0 & 0\\0 & 0 & 1.7273 & 0\\0 & 0 & 0 & 1.0000\end{bmatrix}$$

$\bar{A}_2 = AD_2$

$$= \begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\3 & 2 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12.4545 & 0 & 0 & 0\\0 & 10.8182 & 0 & 0\\0 & 0 & 1.7273 & 0\\0 & 0 & 0 & 1.0000\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}12.4545 & 10.8182 & 1.7273 & 0\\37.3635 & 21.6364 & 0 & 1.0000\end{bmatrix}$$

$\bar{C}_2 = D_2C$

$$= \begin{bmatrix}12.4545 & 0 & 0 & 0\\0 & 10.8182 & 0 & 0\\0 & 0 & 1.7273 & 0\\0 & 0 & 0 & 1.0000\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8000\\6000\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e+004x9.9636 \\ 1.0e+004x6.4909 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = I - A_2^T(A_2A_2^T)^{-1}A_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12.4545 & 37.3635 \\ 10.8182 & 21.6364 \\ 1.7273 & 0 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 13.7085 & 8.9428 & 2.3522 & 0 \\ 41.1255 & 17.8856 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12.4545 & 37.3635 \\ 10.8182 & 21.6364 \\ 1.7273 & 0 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 12.4545 & 10.8182 & 1.7273 & 0 \\ 37.3635 & 21.6364 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0632 & -0.1062 & 0.2090 & -0.0654 \\ -0.1062 & 0.1802 & -0.3632 & 0.0673 \\ 0.2090 & -0.3632 & 0.7680 & 0.0504 \\ -0.0654 & 0.0673 & 0.0504 & 0.9885 \end{bmatrix}$$

$$CP_2 = P_2C_2$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0632 & -0.1062 & 0.2090 & -0.0654 \\ -0.1062 & 0.1802 & -0.3632 & 0.0673 \\ 0.2090 & -0.3632 & 0.7680 & 0.0504 \\ -0.0654 & 0.0673 & 0.0504 & 0.9885 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0e+004x9.9636 \\ 1.0e+004x6.4909 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e+003x-0.5912 \\ 1.0e+003x1.1203 \\ 1.0e+003x-2.7540 \\ 1.0e+003x-2.1510 \end{bmatrix}$$

$V_2 = abs(\min(CP_2))$ =2754

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_2} CP_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{2754} \begin{bmatrix} 1.0e+003x-0.5912 \\ 1.0e+003x1.1203 \\ 1.0e+003x-2.7540 \\ 1.0e+003x-2.1510 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8068 \\ 1.3661 \\ 0.1000 \\ 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^2 = D_2\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} 12.4545 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10.8182 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.7273 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.8068 \\ 1.3661 \\ 0.1000 \\ 0.2970 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.0483 \\ 14.7790 \\ 0.1727 \\ 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$Z(\tilde{X}^2) = (8000x10.0483) + (6000x14.7790) = 169060$$

Karena nilai $Z(\tilde{X}^2) \geq Z(\tilde{X}^1) = 169060 \geq 164550$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 3

$$D_3 = diag\left(\tilde{X}^2\right) = \begin{bmatrix} 10.0483 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7790 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_3 = AD_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10.0483 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7790 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10.0483 & 14.7790 & 0.1727 & 0 \\ 30.1449 & 29.5580 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_3 = D_3C$$

$$= \begin{bmatrix} 10.0483 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7790 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x8.0386 \\ 1.0e + 004x8.8674 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = I - A_3^T(A_3A_3^T)^{-1}A_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10.0483 & 30.1449 \\ 14.7790 & 29.5580 \\ 0.1727 & 0 \\ 0 & 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 10.0483 & 14.7790 & 0.1727 & 0 \\ 30.1449 & 29.5580 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.0483 & 30.1449 \\ 14.7790 & 29.5580 \\ 0.1727 & 0 \\ 0 & 0.2970 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 10.0483 & 14.7790 & 0.1727 & 0 \\ 30.1449 & 29.5580 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0020 & -0.0018 & 0.0342 & -0.0295 \\ -0.0018 & 0.0016 & -0.0349 & 0.0200 \\ 0.0342 & -0.0349 & 0.9976 & 0.0017 \\ -0.0295 & 0.0200 & 0.0017 & 0.9987 \end{bmatrix}$$

$$CP_3 = P_3 C_3$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0020 & -0.0018 & 0.0342 & -0.0295 \\ -0.0018 & 0.0016 & -0.0349 & 0.0200 \\ 0.0342 & -0.0349 & 0.9976 & 0.0017 \\ -0.0295 & 0.0200 & 0.0017 & 0.9987 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0e+004x8.0386 \\ 1.0e+004x8.8674 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5.6729 \\ 0.1814 \\ -345.5886 \\ -593.8360 \end{bmatrix}$$

$V_3 = abs(\min(CP_3))$ =593.8360

$$\bar{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_3} CP_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{593.8360} \begin{bmatrix} 5.6729 \\ 0.1814 \\ -345.5886 \\ -593.8360 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0086 \\ 1.0003 \\ 0.4762 \\ 0.1000 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^3 = D_3 \bar{X}_3 = \begin{bmatrix} 10.0483 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7790 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2970 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0086 \\ 1.0003 \\ 0.4762 \\ 0.1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.1347 \\ 14.7831 \\ 0.0822 \\ 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$Z(\tilde{X}^3) = (8000x10.1347) + (6000x14.7831) = 169780$$

Karena nilai $Z(\tilde{X}^3) \geq Z(\tilde{X}^2) = 169780 \geq 169060$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 4

$$D_4 = diag(\tilde{X}^3) = \begin{bmatrix} 10.1347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7831 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0822 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_4 = AD_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.1347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7831 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0822 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10.1347 & 14.7831 & 0.0822 & 0 \\ 30.4041 & 29.5662 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_4 = D_4 C$$

$$= \begin{bmatrix} 10.1347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7831 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0822 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x8.1076 \\ 1.0e + 004x8.8699 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = I - A_4^T (A_4 A_4^T)^{-1} A_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10.1347 & 30.4041 \\ 14.7831 & 29.5662 \\ 0.0822 & 0 \\ 0 & 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 10.1347 & 14.7831 & 0.0822 & 0 \\ 30.4041 & 29.5662 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10.1347 & 30.4041 \\ 14.7831 & 29.5662 \\ 0.0822 & 0 \\ 0 & 0.0297 \end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 10.1347 & 14.7831 & 0.0822 & 0 \\ 30.4041 & 29.5662 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0003 & -0.0003 & 0.0162 & -0.0029 \\ -0.0003 & 0.0003 & -0.0167 & 0.0020 \\ 0.0162 & -0.0167 & 0.9995 & 0.0001 \\ -0.0029 & 0.0200 & 0.0001 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$CP_4 = P_4 C_4$

$$= \begin{bmatrix} 0.0003 & -0.0003 & 0.0162 & -0.0029 \\ -0.0003 & 0.0003 & -0.0167 & 0.0020 \\ 0.0162 & -0.0167 & 0.9995 & 0.0001 \\ -0.0029 & 0.0200 & 0.0001 & 1.0000 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1.0e + 004x8.1076 \\ 1.0e + 004x8.8699 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2.4913 \\ 2.6216 \\ -164.3159 \\ -59.4126 \end{bmatrix}$$

$V_4 = abs(\min(CP_4))$ =164.3159

$$\bar{X}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_4} CP_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{164.3159}\begin{bmatrix} -2.4913 \\ 2.6216 \\ -164.3159 \\ -59.4126 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9864 \\ 1.0144 \\ 0.1000 \\ 0.6746 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^4 = D_4 \bar{X}_4 = \begin{bmatrix} 10.1347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.7831 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0822 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0297 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.9864 \\ 1.0144 \\ 0.1000 \\ 0.6746 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.9964 \\ 14.9954 \\ 0.0082 \\ 0.0200 \end{bmatrix}$$

$Z(\tilde{X}^4) = (8000x9.9964) + (6000x14.9954) = 169940$

Karena nilai $Z(\tilde{X}^4) \geq Z(\tilde{X}^3) = 169940 \geq 169780$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 5

$$D_5 = diag(\tilde{X}^4) = \begin{bmatrix} 9.9964 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9954 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_5 = AD_5$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.9964 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9954 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.9964 & 14.9954 & 0.0082 & 0 \\ 29.9892 & 29.9908 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_5 = D_5 C$$

$$= \begin{bmatrix} 9.9964 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9954 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x7.9971 \\ 1.0e + 004x8.9972 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = I - A_5^T (A_5 A_5^T)^{-1} A_5$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9.9964 & 29.9892 \\ 14.9954 & 29.9908 \\ 0.0082 & 0 \\ 0 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 9.9964 & 14.9954 & 0.0082 & 0 \\ 29.9892 & 29.9908 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.9964 & 29.9892 \\ 14.9954 & 29.9908 \\ 0.0082 & 0 \\ 0 & 0.0200 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 9.9964 & 14.9954 & 0.0082 & 0 \\ 29.9892 & 29.9908 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0016 & -0.0020 \\ -0.0000 & 0.0003 & -0.0016 & 0.0013 \\ 0.0016 & -0.0016 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0020 & 0.0013 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$CP_5 = P_5 C_5$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0016 & -0.0020 \\ -0.0000 & 0.0003 & -0.0016 & 0.0013 \\ 0.0016 & -0.0016 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0020 & 0.0013 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0e + 004x7.9971 \\ 1.0e + 004x8.9972 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0531 \\ -0.0264 \\ -16.4001 \\ -39.9999 \end{bmatrix}$$

$V_5 = abs(\min(CP_5))$ =39.9999

$$\bar{X}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_5} CP_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{39.9999} \begin{bmatrix} 0.0531 \\ -0.0264 \\ -16.4001 \\ -39.9999 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0012 \\ 0.9994 \\ 0.6310 \\ 0.1000 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^5 = D_5 \bar{X}_5 = \begin{bmatrix} 9.9964 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9954 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0012 \\ 0.9994 \\ 0.6310 \\ 0.1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.0083 \\ 14.9865 \\ 0.0052 \\ 0.0020 \end{bmatrix}$$

$$Z(\tilde{X}^5) = (8000x10.0083) + (6000x14.9865) = 169990$$

Karena nilai $Z(\tilde{X}^5) \geq Z(\tilde{X}^4) = 169990 \geq 169940$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 6

$$D_6 = diag(\tilde{X}^5) = \begin{bmatrix} 10.0083 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0052 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix}$$

$\bar{A}_6 = AD_6$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.0083 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0052 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10.0083 & 14.9865 & 0.0052 & 0 \\ 30.0249 & 29.9730 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_6 = D_6 C$$

$$= \begin{bmatrix} 10.0083 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0052 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x8.0066 \\ 1.0e + 004x8.9919 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_6 = I - A_6^T (A_6 A_6^T)^{-1} A_6$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10.0083 & 30.0249 \\ 14.9865 & 29.9730 \\ 0.0052 & 0 \\ 0 & 0.0020 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 10.0083 & 14.9865 & 0.0052 & 0 \\ 30.0249 & 29.9730 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.0083 & 30.0249 \\ 14.9865 & 29.9730 \\ 0.0052 & 0 \\ 0 & 0.0020 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 10.0083 & 14.9865 & 0.0052 & 0 \\ 30.0249 & 29.9730 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0010 & -0.0002 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0010 & 0.0001 \\ 0.0010 & -0.0010 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0002 & 0.0001 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$CP_6 = P_6 C_6$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0010 & -0.0002 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0010 & 0.0001 \\ 0.0010 & -0.0010 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0002 & 0.0001 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0e+004x8.0066 \\ 1.0e+004x8.9919 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0100 \\ -0.0103 \\ -10.4000 \\ -4.000 \end{bmatrix}$$

$V_6 = abs(\min(CP_6))$ =10.4000

$$\bar{X}_6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_6} CP_6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{10.4000} \begin{bmatrix} -0.0100 \\ -0.0103 \\ -10.4000 \\ -4.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9991 \\ 1.0009 \\ 0.1000 \\ 0.6538 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^6 = D_6 \bar{X}_6 = \begin{bmatrix} 10.0083 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0052 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9991 \\ 1.0009 \\ 0.1000 \\ 0.6538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.9996 \\ 14.9998 \\ 0.0005 \\ 0.0013 \end{bmatrix}$$

$$Z(\tilde{X}^6) = (8000x9.9996) + (6000x14.9998) = 170000$$

Karena nilai $Z(\tilde{X}^6) \geq Z(\tilde{X}^5) = 170000 \geq 169990$, maka dilakukan iterasi selanjutnya.

Iterasi 7

$$D_7 = diag(\tilde{X}^6) = \begin{bmatrix} 9.9996 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

$\bar{A}_7 = AD_7$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.9996 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.9996 & 14.9998 & 0.0005 & 0 \\ 29.9988 & 29.9996 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

$\bar{C}_7 = D_7 C$

$$= \begin{bmatrix} 9.9996 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0e + 004x7.9997 \\ 1.0e + 004x8.9999 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$P_7 = I - A_7^T (A_7 A_7^T)^{-1} A_7$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9.9996 & 29.9988 \\ 14.9998 & 29.9996 \\ 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 9.9996 & 14.9998 & 0.0005 & 0 \\ 29.9988 & 29.9996 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.9996 & 29.9988 \\ 14.9998 & 29.9996 \\ 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0013 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 9.9996 & 14.9998 & 0.0005 & 0 \\ 29.9988 & 29.9996 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0001 & -0.0001 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0001 \\ 0.0010 & -0.0001 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0001 & 0.0001 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$CP_7 = P_7 C_7$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0001 & -0.0001 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0001 \\ 0.0010 & -0.0001 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.0001 & 0.0001 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0e + 004x7.9997 \\ 1.0e + 004x8.9999 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0001 \\ -1.0000 \\ -2.6000 \end{bmatrix}$$

$V_7 = abs(\min(CP_7))$ =2.6000

$$\bar{X}_7 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{V_7} CP_7 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{0.9}{2.6000} \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0001 \\ -1.0000 \\ -2.6000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0001 \\ 1.0000 \\ 0.6538 \\ 0.1000 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}^7 = D_7 \bar{X}_7 = \begin{bmatrix} 9.9996 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0013 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0001 \\ 1.0000 \\ 0.6538 \\ 0.1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.0004 \\ 14.9991 \\ 0.0003 \\ 0.0001 \end{bmatrix}$$

$Z(\tilde{X}^7) = (8000x10.0004) + (6000x14.9991) = 170000$

Nilai $Z(\tilde{X}^7) \geq Z(\tilde{X}^6) = 170000 \geq 170000$ dan kriteria pemberhentian terpenuhi maka iterasi berhenti. Diperoleh hasil $x_1 = 10.0004 = 10, x_2 = 14.9991 = 15$, dengan nilai $Z = 170000$.

Penyelesaian Menggunakan *Software* MATLAB

$f = [-8000 - 6000]$

Karena harus mengubahnya ke dalam *problem* minimasi dengan mengalikannya dengan -1 dan *inequality constraints* dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 25 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Setelah mengkonversikan fungsi tujuan menjadi minimasi, maka dapat diselesaikan masalah tersebut dengan LINPROG sebagai berikut :

```
>> f=[-8000 -6000];%
>> A=[1 1;3 2];%
>> b=[25;60];%
>> Aeq=[];%
>> beq=[];%
>> LB=[0 0];%
>> x=linprog(f,A,b,Aeq,beq,LB)


Optimal solution found.


x =

   10.0000
   15.0000

>>
```

Gambar 2.3 Sintaks dan *Output Software* MATLAB

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh nilai x maksimum adalah $x = [x_1 x_2] = [10 \quad 15]$ yang berarti bahwa $x_1 = 10$ dan $x_2 = 15$.

Untuk mengetahui nilai fungsi tujuan pada titik maksimum tersebut dapat ditulis dengan perintah berikut :

```
>> f*x

ans =

     -170000

>>
```

Gambar 2.4 Sintaks dan *Output Software* MATLAB

Diperoleh fungsi tujuan bernilai negatif, karena sebelumnya mengubah fungsi tujuannya menjadi minimasi. Kemudian kalikan hasil tersebut dengan -1, sehingga nilai fungsi tujuannya adalah 170.000. Perintah berikut akan memberikan nilai x optimum sekaligus nilai fungsi obyektifnya pada nilai optimum.

2.2.4 Kelebihan Algoritma Titik Interior

Kelebihan Algoritma Titik Interior adalah sebagai berikut :

1. Algoritma Titik Interior lebih efektif dan efisien dalam memecahkan masalah program linier yang mempunyai kendala yang besar (Indriani, 2013:106)
2. Algoritma Titik Interior lebih cepat dalam mencapai titik optimal untuk permasalahan program linier dengan kendala fungsional yang besar (Indriani, 2013:106)
3. Tingkat efisiensi Algoritma Titik Interior akan tampak saat menggunakan program komputer (Indriani, 2013:106)

2.3 Pembulatan Bilangan Bulat dengan Metode *Branch and Bound*

Metode *Branch and Bound* pertama kali diperkenalkan oleh A.H Land dan A.G. Doig dan dikembangkan lebih lanjut oleh peneliti-peneliti lain. Teknik ini dapat diterapkan baik untuk masalah pure maupun *mixed integer programming* (Sri Mulyono, 2017). Metode *branch and bound* adalah salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linear yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas atau bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru (Widi Hartono, 2014). Pencabangan *(branching)* berarti memecah soal menjadi 2 soal baru (masing-masing ditambah dengan kendala baru) dan menyelesaikan keduanya (Jong Jek Siang, 2014). Ada beberapa cara untuk menentukan (menghitung) solusi program linier bilangan bulat, antara lain: metode grafik, metode *cutting plan algorithm*, metode *branch and bound,* dan penyelesaian dengan program komputer. Pada kajian di sini hanya akan dibahas dua cara yaitu metode *branch and bound,* dan penyelesaian dengan program komputer (Dwijanto, 2008:151). Menurut Basriati (2018) metode *branch and bound* caranya dengan membuat cabang bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai tidak bulat agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru.

Berikut yang akan dibahas adalah metode *branch and bound*. Adapun langkah-langkah dalam pemrograman bilangan bulat *branch and bound* sebagai berikut (Dwijanto, 2008:151) :

1. Selesaikan masalah program linier dengan metode biasa (simpleks) yaitu dengan bilangan real (biasa)
2. Teliti solusi optimumnya. Apabila variabel basis yang diharapkan berbentuk bilangan bulat, maka pekerjaan telah selesai. Solusi itu adalah solusi optimum. Tetapi bila solusinya bukan bilangan bulat, maka lakukan langkah selanjutnya
3. Nilai solusi yang tidak bulat yang layak dicabangkan ke dalam sub-sub masalah, dengan tujuan untuk menghilangkan solusi yang tidak memenuhi persyaratan bilangan bulat. Pencabangan ini dilakukan dengan kendala-kendala *mutually exclusive* yang perlu untuk memenuhi persyaratan bulat.

4. Untuk setiap sub masalah, nilai solusi optimum kontinu (tak bulat) fungsi tujuan dijadikan sebagai batas atas. Solusi bulat terbaik menjadi batas bawah (pada awalnya ini adalah solusi kontinu yang dibulatkan ke bawah). Sub-sub masalah yang mempunyai batas atas kurang dari batas bawah yang ada tidak diikutsertakan dalam analisis selanjutnya. Suatu solusi bulat yang layak adalah sama baik atau lebih baik dari atas untuk semua sub masalah yang dicari. Jika solusi demikian ada, suatu sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan, kemudian kembali ke langkah 3.

Pembulatan yang dilakukan begitu saja, akan mengakibatkan solusi tidak optimal, bahkan dapat menghasilkan jawaban yang tak layak (tidak masuk dalam jawaban yang mungkin). Oleh karena itu pembulatan pada program linear bilangan bulat tidak sesederhana membulatkan menjadi bilangan bulat. Sebab beberapa persyaratan mesti dipenuhi (Dwijanto, 2008: 150).

2.4 *Software* MATLAB

MATLAB merupakan singkatan dari *MATrix LABoratory*. MATLAB merupakan *software* interaktif untuk proses numerik yang berorientasi pada manipulasi vektor dan matriks (Mursita, D, 2010: 1). Menurut Santoso (2008: 73) pemakaian *software* dalam menyelesaikan masalah optimasi sangatlah penting. Ini terutama bila sudah menyangkut persoalan skala besar dan melibatkan banyak iterasi dalam menemukan solusi optimal dari suatu persoalan. Persoalan sederhana mungkin bisa diselesaikan dengan suatu algoritma yang hanya memerlukan satu atau dua iterasi. Akan sangat membantu apabila algoritma atau metode yang dipakai bisa diprogramkan dengan bantuan *software*. Menurut Muhammad Arhami dan Anita Desiani (2005: 2), MATLAB banyak digunakan pada :

a. Matematika dan Komputasi
b. Pengembangan dan Algoritma
c. Pemrograman modeling, simulasi, dan pembuatan prototype
d. Analisa data, eksplorasi, dan visualisasi
e. Analisis numerik dan statistik
f. Pengembangan aplikasi teknik

MATLAB merupakan salah satu *software* yang popular dan banyak dipakai untuk menyelesaikan masalah optimasi. MATLAB mempunyai fungsi-fungsi yang sudah siap untuk menyelesaikan berbagai problem optimasi. Tugas kita sebagai user adalah memilih fungsi yang sesuai dengan persoalan yang kita punyai. Kemudian kita perlu menuliskan persoalan optimasi kita dalam format MATLAB. Di sisi lain kita juga bisa menuliskan sendiri fungsi/ *script*/ program yang belum tersedia dalam MATLAB untuk menyelesaikan suatu persoalan optimasi. Dengan cara ini kita mempunyai keleluasaan untuk membuat tampilan, format *input* dan *output* dari *script* yang kita tulis. Masalah optimasi bisa kita kategorikan ke dalam dua kelas besar, yaitu :

2.4.1 Penyelesaian Persoalan program Linier dengan Algoritma Titik Interior menggunakan *Software* MATLAB

MATLAB *Optimization Toolbox* mempunyai *subroutine* atau *solver* LINPROG untuk menyelesaikan permasalahan Program Linier. Permasalahan Program Linier bisa dirumuskan sebagai berikut :

$min f^T x$

$st\ Ax \leq b$

$Aeqx = beq$

$LB \leq x \leq UB$

sedangkan sintaks Program Linier dalam MATLAB adalah sebagai berikut :

X=LINPROG(f,A,b,Aeq,beq,LB) , di mana f adalah koefisien untuk fungsi tujuan dan A adalah matriks koefisien dan b adalah vektor konstanta sisi kanan *(right hand side, RHS)* untuk *linier inequality constraints,* Aeq dan beq masing-masing adalah matriks koefisien untuk *linier inequality constraints* dan vektor konstanta sisi kanan *(right hand side, RHS),* serta LB dan UB masing-masing adalah batas bawah dan batas atas.

Apabila kita tidak mempunyai *equality constraints*, maka perintahnya bisa dipersingkat menjadi sebagai berikut :

X=LINPROG(f,A,b).

Perhatikan contoh 2.2 berikut :

$\max f(x) = 20x_1 + 5x_2 + 4x_3$

subject to

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 200$

$12x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 700$

$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 450$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

sehingga

$f = [-20 - 5 - 4]$

Karena kita harus mengubahnya ke *problem* minimasi dengan mengalikannya dengan -1, dan *inequality constraints* dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & 3 & 6 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 200 \\ 700 \\ 450 \end{bmatrix}$$

Setelah mengkonversikan fungsi tujuan menjadi minimasi, maka dapat diselesaikam masalah di atas dengan LINPROG sebagai berikut :

```
>> f=[-20 -5 -4];%
>> A=[1 1 1;12 3 6;3 3 5];%
>> b=[200;700;450];%
>> Aeq=[];%
>> beq=[];%
>> LB=[0 0 0];%
>> x=linprog(f,A,b,Aeq,beq,LB)

Optimal solution found.


x =

   58.3333
         0
         0
```

Gambar 2.5 Sintaks dan *Output Software* MATLAB

Dari hasil ini, dapat diketahui bahwa nilai x maksimum adalah $x = [x_1\ x_2\ x_3] =$ [58.3333 0.0000 0.0000]. Untuk mengetahui nilai fungsi tujuan pada titik maksimum tersebut dapat ditulis dengan perintah berikut :

```
>> f*x

ans =

  -1.1667e+03
```

Gambar 2.6 Sintaks dan *Output Software* MATLAB

Karena sebelumnya merubah fungsi tujuannya menjadi minimasi, maka diperoleh fungsi tujuan bernilai negatif. Selanjutnya kalikan hasil tersebut dengan -1, sehingga nilai fungsi tujuannya adalah 1166.7. Perintah berikut akan memberikan nilai x optimum sekaligus nilai fungsi obyektifnya pada nilai optimum.

```
>> [x,fx]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,LB)

Optimal solution found.


x =

   58.3333
         0
         0


fx =

  -1.1667e+03
```

Gambar 2.7 Sintaks dan *Output Software* MATLAB

Default dari MATLAB dalam penyelesaian masalah Program Linier adalah menggunakan *interior-point method*, bukan *simplex* (Santosa, 2008: 81-83).

2.5 Gambaran Umum Batik Wahyu Sari Girilayu

2.5.1 Sejarah dan Perkembangan Berdirinya *Home Industry* Batik Wahyu Sari Girilayu

Batik Wahyu Sari Girilayu didirikan oleh Ibu Sugiyem pada tahun 2006. Batik Wahyu Sari Girilayu merupakan *home industry*, dimana perusahaan menyediakan bahan baku dan pengolahan sedangkan peran buruh pabrik mengerjakan di rumah masing-masing, cara tersebut dilakukan karena sebagian buruh berasal dari daerah Girilayu. Adapun produksi utama perusahaan batik ini adalah batik tulis. Awal mula pada tahun 2006, Ibu Sugiyem mengikuti pelatihan pewarnaan untuk batik dan dari situlah mulai mengembangkan batik di rumah sendiri. Khususnya batik untuk khas Girilayu telah dikembangkan oleh Ibu Sugiyem. Sedikit demi sedikit Ibu Sugiyem merintis usaha batik tersebut hingga berkembang sampai saat ini.

Di Girilayu terdapat paguyuban untuk membuat batik. Terdapat 7 kelompok yang telah mengembangkan batik dengan nama kelompok dan ciri khas batik masing-masing. Perkembangan Batik Wahyu Sari Girilayu tersebut sangat cepat karena keuletan, keahlian, pengalaman, dan jiwa wirausaha pimpinan perusahaan dalam mendesain produk maupun dalam mengelola perusahaan. Corak dan motif batik yang dibuat mengikuti selera konsumen dan mode yang digemari, mengakibatkan penghasilan penjualan perusahaan sedikit demi sedikit mengalami peningkatan.

Dengan semakin berkembangnya perusahaan, maka didirikanlah rumah batik atau *show room* dan sekaligus batik ini diberi nama “Wahyu Sari”, nama tersebut diambil dari nama anak dari pemiliknya yaitu Wahyu dan adiknya bernama Sari. Batik Wahyu Sari berkedudukan di Dusun Seberan RT 01/ RW 08, Desa Girilayu, Kecamatan Matesih, Kabupaten Karanganyar. Batik Wahyu Sari saat ini belum memiliki cabang untuk memproduksi batik. Direktur belum mengalami perubahan dari pertama kali pada saat berdirinya Batik Wahyu Sari sampai sekarang, yaitu Ibu Sugiyem.

2.5.2 Produk

Produk keluaran yang dihasilkan Batik Wahyu Sari Girilayu dapat dibedakan dalam beberapa kriteria, antara lain :

1. Produk berdasarkan proses produksinya, yaitu: batik tulis, batik cap, batik priting, dan batik kombinasi antara tulis dengan cap.
2. Produk berdasarkan kegunaannya, yaitu: kain selendang, kain jarik, baju panjang, daster, hem, dan Iain-lain.
3. Produk berdasarkan nama corak atau motif batik, antara lain : motif girilayu, motif manggisan, dan lain-lain.

Dalam melakukan pengembangan produk, Batik Wahyu Sari Girilayu akan tetap menjaga kedudukan perusahaan yang telah dibangun tahun 2006, yaitu produk yang berkualitas, mempunyai nilai gengsi tersendiri dan penetapan harga yang sesuai dengan kepuasan segmen pasar tertentu. Keputusan pengembangan produk yang dilakukan Batik Wahyu Sari Girilayu selain untuk mengantisipasi kejenuhan akan produk juga untuk memenuhi kebutuhan pasar yang semakin kompleks sehingga konsumen dalam sekali langkah kebutuhannya dapat terpenuhi.

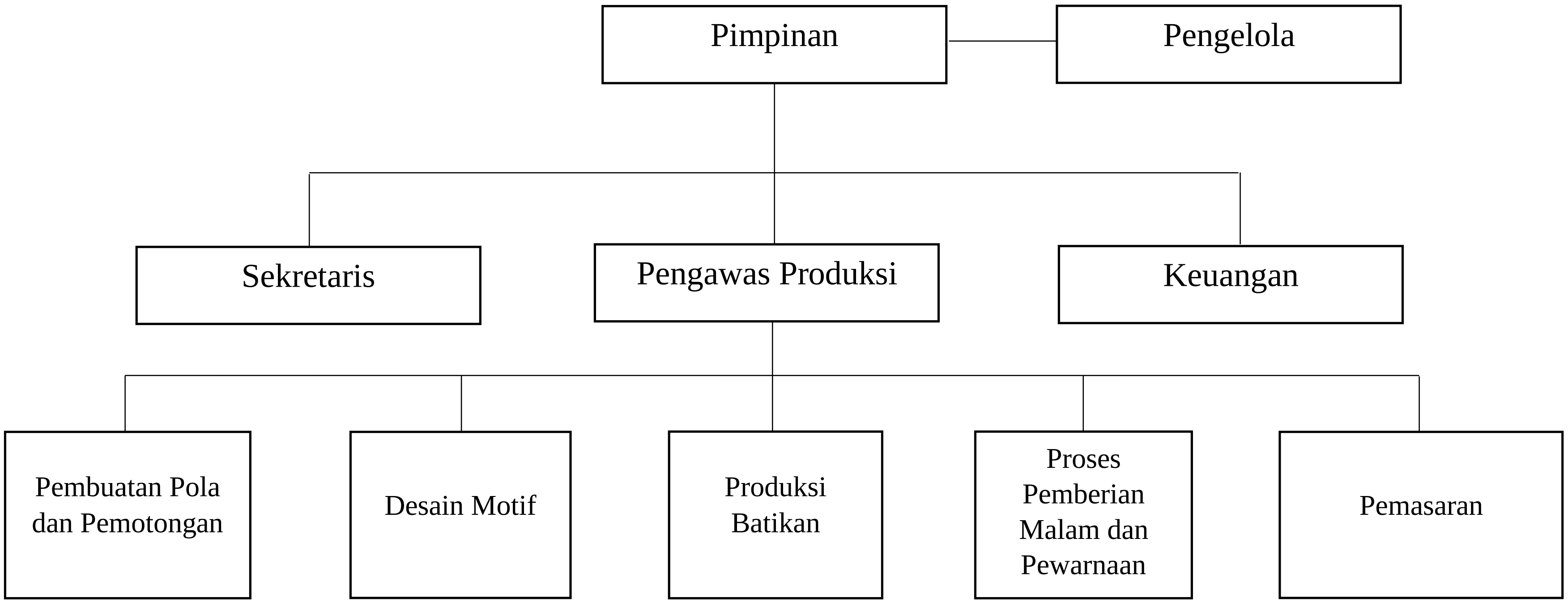
2.5.3 Struktur Organisasi

Struktur organisasi merupakan suatu kerangka yang menunjukkan hubungan antara pejabat maupun bidang kerja yang satu dengan yang lain sehingga akan tampak mengenai kepegawaiannya. Dengan adanya struktur organisasi yang baik, maka akan membawa keuntungan pelaksanaan pekerjaan, dan dari struktur organisasi inilah dapat diketahui mengenai kedudukan, tanggung jawab, wewenang, tugas, dan kewajiban dari masing-masing personil. Bagi perusahaan maupun instansi, baik yang berskala kecil maupun besar, struktur organisasi adalah masalah yang sangat penting bagi pimpinan dalam pembagian tugas atau pekerjaannya. Pimpinan menentukan pekerjaan pada bawahan mengenai pekerjaan atau tugas. Struktur organisasi menunjukkan perwujudan hubungan antara fungsi wewenang dan tanggung jawab antara yang satu dengan yang lainnya yang saling berhubungan dalam organisasi ataupun yang bersangkutan. Bentuk struktur organisasi yang ditetapkan oleh Batik Wahyu Sari Girilayu adalah struktur organisasi fungsional. Semua bagian memiliki tugas yang berbeda antara yang satu dengan yang lainnya. Hubungan wewenang dan tanggung jawab seseorang didasarkan pada tugas masing-masing struktur organisasi yang telah ditetapkan. Untuk mengetahui lebih jelas mengenai bentuk struktur organisasi pada Batik Wahyu Sari Girilayu, akan ditunjukkan dalam gambar sebagai berikut:

STRUKTUR ORGANISASI

BATIK WAHYU SARI GIRILAYU

KARANGANYAR



Adapun tugas-tugas dan tanggung jawab dari masing-masing unit organisasi pada Batik Wahyu Sari Girilayu adalah sebagai berikut :

1. Pimpinan
   a) Bertanggung jawab atas kelangsungan dan kelancaran perusahaan.
   b) Mengawasi keseluruhan aktivitas-aktivitas yang ada dalam perusahaan.
   c) Menentukan kebijakan umum pengembangan perusahaan.
   d) Menentukan kebijakan peningkatan mutu dan efisien hasil produksi.
2. Pengelola
   a) Bertanggung jawab terhadap pengelolaan-pengelolaan pada perusahaan.
   b) Memimpin dan mengawasi tugas-tugas dari para manajer.
   c) Membantu direktur utama dalam memimpin perusahaan.
3. Sekretaris
   a) Bertanggung jawab terhadap pencatatan dan pembukuan.
4. Bagian Keuangan
   a) Menerima, menyimpan, dan mengeluarkan uang untuk keperluan perusahaan dan mengurus pembagian gaji karyawan.
   b) Mengurus pembagian bantuan keuangan untuk kesejahteraan karyawan.
   c) Bertanggung jawab terhadap masalah keuangan perusahaan dan pembuatan laporan keuangan.
   d) Bertanggung jawab terhadap penganalisaan keuangan perusahaan dan melaporkan data keuangan dan pembukuan perusahaan.

e) Bertanggung jawab terhadap grafik keuangan perusahaan baik penerimaan maupun pengeluaran.

5. Pengawas Produksi

a) Bertanggung jawab dalam pengawasan proses produksi batik, antara lain: pembuatan pola, seleksi motif, produksi batikan, proses pemberian malam dan pewarnaan, dan pemasaran.

6. Bagian Pembuatan Pola dan Pemotongan

a) Bertugas membuat pola di atas kain dan pemotongan kain sesuai ukuran yang telah ditentukan.

7. Seksi Desain dan Motif

a) Menciptakan berbagai motif-motif batik yang mengikuti kemauan pasar dengan dikaitkan hasil observasi maupun penelitian yang dilakukan.

b) Memberikan atau menciptakan motif-motif yang diinginkan oleh kehendak pasaran.

c) Menyeleksi motif-motif yang telah didesain untuk dipasarkan dan langsung disamaikan kepada direktur utama.

8. Bagian Produksi Batikan

a) Bertanggung jawab terhadap pelaksanaan proses produksi.

b) Bertanggung jawab terhadap kualitas dan kwantitas hasil produksi.

c) Menangani masalah penyimpanan dan pemeliharaan hasil-hasil produksi dan alat-alat produksi.

d) Melaporkan hasil produksi dan mendistribusikan ke bagian pemasaran.

9. Bagian Proses Pemberian Malam dan Pewarnaan
    a) Bertanggung jawab terhadap proses pemberian malam.
    b) Memelihara persediaan bahan baku, bahan penolong, dan peralatan lainnya.
    c) Bertanggung jawab menyediakan pewarna alami dan tidak alami untuk digunakan dalam proses pembatikan.
10. Bagian Pemasaran
    a) Memasarkan dan menawarkan hasil produksi.
    b) Memasarkan produk Batik Wahyu Sari Girilayu dalam pameran-pameran.

2.5.4 Pemasaran dan Harga

Pemasaran

Kegiatan pemasaran yang dilakukan oleh Batik Wahyu Sari Girilayu antara lain

1. Mendirikan rumah batik atau showroom di Girilayu.
2. Mengikuti berbagai acara pameran yang diselenggarakan di daerah Surakarta.
3. Memberikan kredit dan menjual secara satuan maupun grosir kepada konsumen.
4. Menjual produksinya melalui toko luar (pihak lain) yang telah membuat kontrak kerja penjualan.

Harga

Kebijakan harga Batik Wahyu Sari Girilayu dipengamhi oleh beberapa faktor, baik langsung (seperti: naik turunnya harga bahan baku, biaya produksi maupun pemasarannya) maupun tidak langsung (seperti: persaingan dari produk sejenis, harga barang subtitusi dan komplementer). Dalam penetapan harga jual Batik Wahyu Sari Girilayu mempunyai dasar penetapan, antara lain :

a. Nilai Seni Produk

   Merupakan harga yang tidak dapat diukur dengan nilai uang yang wajar karena selain dipengaruhi oleh kualitas barang, nilai seninya sendiri mempunyai harga tersendiri.

b. Dasar Penentuan Harga Jual

   Perusahaan berusaha melihat harga produk sejenis di pasar sehingga harga yang ditetapkan tidak terlalu mahal atau terlalu mahal. Metode yang biasa digunakan sebagai penentuan harga adalah metode: *"Cost Plus Pricing Method"* yaitu penetapan harga dengan komposisi:

   Harga Jual: Harga Produk + Biaya-biaya + Laba yang diinginkan

c. Potongan Harga (kebijakan harga pada keadaan tertentu yang bertujuan merangsang konsumen untuk membeli dan meningkatkan penjualan dengan memberi potongan harga untuk pembeli yang menjadi pelanggan tetap, potongan pembelian, potongan harga spesial, potongan untuk karyawan).

BAB V

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan mengenai mengoptimalkan keuntungan di Batik Wahyu Sari Girilayu, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

(1) Formula model optimasi keuntungan batik di Batik Wahyu Sari Girilayu adalah sebagai berikut.

Maksimumkan $Z = 350000X_1 + 100000X_2 + 50000X_3 + 250000X_4$

dengan kendala :

$$
\begin{aligned}
&2{,}5X_1 + 2{,}5X_2 + 2{,}5X_3 + 2{,}5X_4 \leq 280 \\
&0{,}5X_1 + 0{,}4X_2 + 0{,}5X_3 + 0{,}6X_4 \leq 50 \\
&0{,}5X_1 + 0{,}6X_2 + 0{,}4X_3 + 0{,}7X_4 \leq 60 \\
&0{,}3X_1 + 0{,}2X_2 + 0{,}4X_4 \leq 20 \\
&X_1 \leq 25 \\
&X_2 \leq 30 \\
&X_3 \leq 40 \\
&X_4 \leq 20 \\
&X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

Jadi, formula model matematika yang telah diperoleh tersebut adalah untuk menghitung banyaknya masing-masing batik yang harus diproduksi sehingga Batik Wahyu Sari Girilayu memperoleh keuntungan yang maksimal. Serta model dari fungsi kendala tersebut dilihat dari kebutuhan bahan baku, persediaan bahan baku, dan kapasitas produksi untuk tiap jenis batik.

(2) Penyelesaian optimal dari permasalahan Batik Wahyu Sari Girilayu dengan memproduksi masing-masing jenis produk batik seperti berikut.

a. Batik tulis sebanyak 25 unit
b. Batik cap sebanyak 22 unit
c. Batik *printing* sebanyak 33 unit
d. Batik kombinasi sebanyak 20 unit

Keuntungan produksi batik dalam periode satu bulan yang diperoleh Batik Wahyu Sari Girilayu adalah Rp17.600.000,00

(3) Berdasarkan perhitungan dengan Algoritma Titik Interior yang dibulatkan dengan Metode *Branch and Bound* diperoleh keuntungan sebesar Rp17.600.000,00 dan perhitungan keuntungan yang dilakukan oleh Batik Wahyu Sari Girilayu memperoleh keuntungan sebesar Rp15.400.000,00, selisih perhitungan keuntungan yang dilakukan Batik Wahyu Sari Girilayu dan perhitungan dengan Algoritma Titik Interior terpaut sebesar Rp2.200.000,00. Ini menunjukkan keuntungan yang diperoleh Batik Wahyu Sari Girilayu belum optimal.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah Algoritma Titik Interior berbantuan *software* MATLAB dapat dijadikan alternatif bagi Batik Wahyu Sari Girilayu dalam mengoptimalkan banyaknya produksi yang harus diproduksi sehingga dapat mencapai keuntungan di titik optimum. Perusahaan juga dapat menggunakan bantuan dari *Software* MATLAB untuk mempermudah dalam perhitungan. Demikian saran yang dapat disampaikan penulis dengan harapan Batik Wahyu Sari Girilayu dapat terus meningkatkan hasil produksi.

DAFTAR PUSTAKA

Agustaf. (2011). Primal Program Linier Menggunakan Metode Interior Point dan Metode Simpleks. *Jurnal Teknik*, 40-46.

Aminudin. (2005). *Prinsip-prinsip Riset Operasi.* Jakarta: Erlangga.

Arhami, M., & Desiani, A. (2005). *Pemrograman MATLAB.* Yogyakarta: ANDI.

Basriati, S. (2018). Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane Dan Branch And Bound Untuk Optimasi Produksi Tahu . *Jurnal Sains Matematika dan Statistika Vol. 4, No. 2*, 95.

Bazaraa, M. (2010). *Linier Programming and Network Flows.* Canada: John Wiley & Sons Inc .

Bustani, H. (2005). *Fundamental Operation Research.* Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Dantzig, G., & Thapa, M. (1997). *Linear Programming, 1: Introduction.* New York.

Dimyati, & Dimyati. (1992). *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan.* Bandung: Sinar Baru.

Dimyati, T. T., & Dimyati, A. (2004). *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan* . Bandung: Penerbit Sinar Baru Algensindo.

Dwijanto. (2008). *Program Linier Berbantuan Komputer: Lindo, Lingo, dan Solver.* Semarang: UNNES Press.

Hartono, W. (2014). Implementasi Algoritma Branch and Bound pada 0-1 knapsack Problem untuk mengoptimalkan muatan barang. *Jurnal Matematika Semarang*, 55.

Hillier, F., & Lieberman, G. (1990). *Pengantar Riset Operasi.* Jakarta: Erlangga.

Hillier, F., & Lieberman, G. (2000). *Introduction To Operations Research.* Amerika Serikat: Stanford University.

Indriani, D., Suyitno, H., & Mashuri. (2013). Analisis Metode Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier. *Jurnal MIPA*, 98-106.

Kuntari, A., Octarina, S., & Cahyono, E. S. (2015). Optimasi Produksi Dan Analisis Sensitivitas Menggunakan Algoritma Titik Interior (Studi Kasus: UP2K Melati, Prabumulih) . *Jurnal Matematika*.

Margaret, H. (2004). *The interior-point revolution in optimization:history, recent developments, and lasting consequences.* J Am Mathe Soc: 42 (1). 3956 .

Mulyono, S. (2002). *Riset Operasi.* Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. .

Mulyono, S. (2017). *Riset Operasi Edisi 2.* Jakarta: Mitra Wacana Media.

Mursita, D. (2010). *Aljabar Linear*. Bandung: Rekayasa Sains.

Nasendi, B., & Anwar, A. (1995). *Program Linier dan Variasinya.* Jakarta: Gramedia.

Santosa, B. (2008). *Matlab untuk Statistika dan Teknik Optimasi.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Sasongko, A., Dwijanto, & Arifudin, R. (2012). Optimalisasi Masalah Transportasi Solver di Bagian Distribusi Frozen Vedgeentgaabnleprogram. *Unnes Journal of Mathematics*, 1(1): 40 - 47 .

Siagian, P. (1987). *Penelitian Operasional Universitas Indonesia.* Jakarta: UI-Press.

Siang, J. J. (2014). *Riset Operasi dalam pendekatan Algoritmis, edisi ke-2.* Yogyakarta: CV. ANDI OFFSET.

Sitinjak, T. (2006). *Riset Operasi: Untuk Pengambilan Keputusan Manajerial dengan Aplikasi Excel.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Sitorus, A. A. (2016). Perbandingan Metode Simpleks Dengan Algoritma Titik Interior Dalam Penyelesaian Masalah Program Linier. *Skripsi*. Medan: FMIPA Universitas Sumatera Utara.

Soejoeti, Z. (1987). *Analisis Runtun Waktu.* Jakarta: Karunika Jakar.

Stapleton, D., Hanna, J., & Markussen, D. (2003). Marketing strategy optimization: Using linear programming to establish an optimal marketing mixture. *American Business Review*, 21(2), 54–62.

Subagyo, P. (1986). *Forecasting Konsep dan Aplikasi.* Yogyakarta: BPFE.

Subagyo, P. (2000). *Dasar-Dasar Operation Research.* Yogyakarta: BPFE.

Suherman. (2003). *Evaluasi Pembelajaran Matematika.* Bandung: JICA.

Suparno. (2009). Penyelesaian Program Linier Dengan Menggunakan Algoritma Titik Interior Dan Metode Simpleks. *Skripsi.* Surakarta: FMIPA Universitas Sebelas Maret.

Supranto, J. (2009). *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan.* Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI-Pers).

Suyitno, H. (2014). *Program Linear dengan Penerapannya.* Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

Taha, H. (1996). *Riset Operasi, Jilid I. Ed ke-5. Editor: Dr. Lyndon Saputra.* Jakarta: Binarupa Aksara.

Taha, H. (2007). *Operations Research an Introductionm Eight Edition.* Fayetteville: University of Arkansas.

Winston, L. (1987). *Operations Research: Applications and Algorithms.* Boston: PWS-Kent Publishing Company.

Wirdasari. (2009). Metode Simpleks dalam Program Linier. *Jurnalsu Saintikom*, 6(1):276-28.