



**PENENTUAN RUTE PENDISTRIBUSIAN TABUNG GAS LPG DAN
BIAYA TRANSPORTASI DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA
NEAREST NEIGHBOUR DAN *CLARKE & WRIGHT SAVINGS***

(Studi Kasus: PT. Harum Ossamac Grobogan)

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

oleh

Wulan Yulianingrum

4111415013

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2019

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG dan Biaya Transportasi dengan Menggunakan Algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings* (Studi Kasus: PT. Harum Ossamac Grobogan)

disusun oleh

Wulan Yulianingrum

4111415013

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 22 Agustus 2019.



Dr. Sugianto, M.Si.
NIP. 196102191993031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196807221993031005

Penguji I

A handwritten signature in black ink, consisting of a long horizontal stroke followed by a vertical stroke and a small flourish.

Dr. Rochmad, M.Si.
NIP. 195711161987011001

Penguji II

A handwritten signature in black ink, featuring a stylized 'I' and 'R'.

Dr. Isnaini Rosyida, S.Si., M.Si.
NIP. 197302191998022001

Pembimbing

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'M' and 'Y'.

Dr. Mulyono, M.Si.
NIP. 197009021997021001

PERNYATAAN

Dengan ini, saya

Nama : Wulan Yulianingrum

NIM : 4111415013

Program Studi : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi berjudul “Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG dan Biaya Transportasi dengan Menggunakan Algoritma *Nearest Neighbour* dan *Calrke & Wright Savings* (Studi Kasus: PT. Harum Ossamac Groobogan)” ini benar-benar karya sendiri bukan jiplakan dari karya orang lain. Dan pendapat atau temuan orang atau pihak lain yang terdapat dalam skripsi ini telah dikutip berdasarkan kode etik ilmiah.

Semarang, Agustus 2019



Wulan Yulianingrum

NIM 4111415013

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Barang siapa merintis jalan mencari ilmu maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga. (HR. Muslim).

Orang yang menuntut ilmu berarti menuntut rahmat; orang yang menuntut ilmu berarti menjalankan rukun Islam dan Pahala yang diberikan kepadanya sama dengan para Nabi. (HR. Dailani dari Anas R.A)

Barangsiapa yang menghendaki kebaikan di dunia maka dengan ilmu. Barangsiapa yang menghendaki kebaikan di akhirat maka dengan ilmu. Barangsiapa yang menghendaki keduanya maka dengan ilmu. (HR. Bukhori dan Muslim)

PERSEMBAHAN

1. Untuk Ibu Suciyati dan Bapak Jupri yang selalu dan tiada henti mencurahkan kasih sayang, semangat, dukungan dan segalanya untukku.
2. Untuk Kakak saya Sumarni dan Taufik, Adik saya Sulis, Dewi dan Rara yang selalu menguatkan dan menyelipkan namaku di setiap doanya.
3. Untuk segenap keluarga besar yang telah memberikan dukungannya.
4. Untuk Melita, Ulfa, Rani, Umi, Dwi, Taufiq, dan semua sahabat-sahabatku di jurusan Matematika 2015 yang menemani perjuanganku.
5. Untuk teman-teman Himatika yang telah berbagi canda tawa bersama-sama.
6. Untuk teman-teman kos dreem house yang selalu menjadi pengingat ketika malas mendera.
7. Untuk PT. Harum Ossamac Grobogan yang sudah banyak membantu dalam memberikan informasi dan masukan dalam penelitian ini.
8. Almamaterku Universitas Negeri Semarang.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG dan Biaya Transportasi dengan Menggunakan Algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings* (Studi Kasus: PT. Harum Ossamac Grobogan)”. Penulisan skripsi ini sebagai syarat mutlak yang harus dipenuhi oleh penulis untuk memperoleh gelar sarjana sains di Universitas Negeri Semarang.

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan karena adanya bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Dr. Sugianto, M.Si., Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
4. Dr. Mulyono, M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, motivasi, waktu dan pengarahan selama penyusunan skripsi ini.
5. Dr. Rochmad, M.Si., selaku Dosen Penguji 1 yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi ini serta telah memberikan bimbingan dan arahan.

6. Dr. Isnaini Rosyida, S.Si.,M.Si., selaku Dosen Penguji 2 yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi ini serta telah memberikan bimbingan dan arahan.
7. Prof. Dr. St. Budi Waluya, M.Si., selaku dosen wali yang telah memberikan arahan dan bimbingan selama masa kuliah.
8. Ibu dan Bapak tercinta yang selalu memberikan doa serta memberikan dukungan baik secara moral maupun spiritual.
9. Segenap keluarga besar yang telah memberikan dukungannya.
10. Mahasiswa Matematika angkatan 2015 yang telah memberikan dorongan dan motivasi.
11. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Hanya ucapan terima kasih dan doa, semoga apa yang telah diberikan tercatat sebagai amal baik dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi dalam kemajuan dunia pendidikan dan kepada semua pihak yang berkepentingan.

Semarang, Agustus 2019

Penulis

ABSTRAK

Yulianingrum, W. 2019. *Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG dan Biaya Transportasi dengan Menggunakan Algoritma Nearest Neighbour dan Clarke & Wright Saving (Studi Kasus: PT Harum Ossamac Grobogan)*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Dr. Mulyono, M.Si.

Kata Kunci: CVRP, Algoritma *Nearest Neighbour*, Algoritma *Clarke & Wright Savings*, Matlab.

Permasalahan rute pendistribusian termasuk dalam *Vehicle Routing Problem* (VRP) yaitu permasalahan penentuan rute kendaraan dalam mendistribusikan barang dari tempat produk yang dinamakan depot ke konsumen dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Jenis VRP diantaranya *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) dimana setiap kendaraan mempunyai kapasitas yang terbatas. Permasalahan distribusi tabung gas LPG dari salah satu agen LPG di Grobogan adalah PT. Harum Ossamac ke beberapa sub agen/pangkalan merupakan contoh kasus permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

Tujuan dari penelitian ini adalah menganalisis penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot serta biaya transportasi dengan algoritma *Nearest Neighbour* dan algoritma *Clarke & Wright Savings*. Pencarian rute tersebut dilakukan secara hitungan manual dan dengan bantuan program Matlab R2014a. selanjutnya akan ditentukan keefektifan dari penggunaan kedua algoritma tersebut.

Pengambilan data dilakukan dengan metode observasi dan wawancara secara langsung dengan pimpinan di PT Harum Ossamac. Data yang diambil berupa alamat-alamat pelanggan dan jumlah permintaan setiap pelanggan pada bulan April 2019. Selanjutnya dilakukan pencarian jarak dari masing-masing lokasi ke lokasi lain dengan bantuan *google maps*. PT Harum Ossamac Grobogan mendistribusikan tabung gas ke pangkalan sebanyak 1 kali seminggu dengan menggunakan 3 kendaraan berkapasitas 240 tabung.

Pada solusi algoritma *Nearest Neighbour* diperoleh penghematan jarak sebesar 341,4 km/hari dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp219.776,25/hari dan algoritma *Clarke & Wright Saving* diperoleh penghematan jarak sebesar 176,5 km/hari dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp113.621,875/hari. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* pada kasus ini lebih efektif dibandingkan rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Clarke & Wright Saving*. Dalam hasil analisis, diharapkan PT Harum Ossamac menerapkan algoritma *Nearest Neighbour* dalam proses pendistribusian tabung gas LPG 3 kg, sehingga biaya yang dikeluarkan minimal.

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN.....	iii
MOTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah.....	5
1.4 Tujuan	6
1.5 Manfaat Penelitian	6
1.6 Sistematika Penulisan	7
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1 Distribusi.....	9
2.2 Efektifitas	10
2.3 Graf	10
2.3.1 Konsep Dasar Teori Graf.....	10

2.3.2	Graf Berlabel	12
2.3.3	Konsep Graf Berarah (<i>Directed Graph</i> atau <i>Digraph</i>)... ..	12
2.3.4	Graf Tak Berarah (<i>Undirected Graph</i>)	13
2.3.5	Graf Berbobot (<i>Weight Graph</i>).....	14
2.3.6	Jalan (<i>Walk</i>)	15
2.3.7	Jalan Tertutup	16
2.3.8	Jejak (<i>Trail</i>)	16
2.3.9	Jejak Tertutup	16
2.3.10	Sikel (<i>Cycle</i>)	16
2.3.11	Lintasan (<i>Path</i>)	17
2.3.12	Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah.....	18
2.3.13	Lintasan dan Sikel Hamilton	19
2.4	<i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP).....	19
2.5	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (CVRP).....	24
2.6	Algoritma <i>Nearest Neighbour</i>	31
2.7	Algoritma <i>Clarke and Wright Saving</i>	34
2.8	<i>Software Matlab</i>	39
2.8.1	Menjalankan Matlab	39
2.8.2	Menggunakan Variabel	40
2.8.3	<i>Graphical User Interface</i> (GUI)	40
2.8.3.1	<i>Toolbar GUI</i>	41
2.8.3.2	Komponen GUI.....	44

BAB 3	METODE PENELITIAN	46
3.1	Identifikasi Masalah	46
3.2	Studi Pustaka.....	47
3.3	Metode Pengambilan Data	47
3.4	Analisis Data dan Pemecahan Masalah	48
3.5	Penarikan Simpulan	49
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	50
4.1	Hasil Penelitian.....	50
4.2	Pembahasan.....	51
4.2.1	Penyelesaian dengan Algoritma <i>Nearest Neighbour</i>	51
4.2.2	Penyelesaian dengan Algoritma <i>Clarke & Wright Savings</i>	60
4.2.3	Implementasi Program	69
4.2.4	Pengujian Sistem.....	70
4.2.5	Analisis dan Interpretasi Hasil	71
BAB 5	PENUTUP	74
5.1	Simpulan	74
5.2	Saran.....	75
DAFTAR PUSTAKA.	76
LAMPIRAN	80

DAFTAR TABEL

4.1	Data Permintaan LPG 3 Kg PT Harum Ossamac	51
4.2	Matriks Jarak Asal – Tujuan	52
4.3	Rute dan Total Jarak	58
4.4	Rekapitulasi Biaya Transportasi dengan Algoritma <i>Nearest Neighbour</i> ..	59
4.5	Matriks Penghematan (Km)	60
4.6	Urutan Nilai Saving dari yang Terbesar ke Terkecil	62
4.7	Rute dan Total Jarak	67
4.8	Rekapitulasi Biaya Transportasi dengan Algoritma <i>Clarke & Wright Savings</i>	68

DAFTAR GAMBAR

2.1	Contoh Sebuah Graf	11
2.2	Graf Berlabel	12
2.3	Graf Berarah	13
2.4	Graf Tak Berarah	14
2.5	Graf Berarah Berbobot	14
2.6	Graf Tidak Berarah dan Tidak Berbobot	15
2.7	Jalan, Jejak, Lintasan dan Sikel dalam Graf G	17
2.8	Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah.....	18
2.9	Hamiltonian pada Graf G.....	19
2.10	Ilustrasi VRP dengan 3 Kendaraan.....	20
2.11	<i>Flowchart</i> Algoritma <i>Nearest Neighbour</i>	33
2.12	Ilustrasi Konsep Penghematan.....	35
2.13	<i>Flowchart</i> Algoritma <i>Clarke & Wright Savings</i>	38
2.14	Tampilan Lembar Kerja GUI.....	41
2.15	Tampilan Menu Editor.....	42
2.16	Tampilan Align Object	42
2.17	Tampilan <i>Property Inspector</i>	43
2.18	Komponen-Komponen GUI	44
4.1	Tampilan <i>Form</i> Halaman CVRP	69

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Iterasi dengan Algoritma <i>Nearest Neighbour</i>	81
Lampiran 2. Iterasi dengan Algoritma <i>Clarke & Wright Savings</i>	93
Lampiran 3. Tampilan Aplikasi CVRP Menggunakan Matlab	105
Lampiran 4. Kode Program dengan Matlab	107
Lampiran 5. Graf Pendistribusian dengan Algoritma <i>Nearest Neighbour</i>	132
Lampiran 6. Graf Pendistribusian dengan Algoritma <i>Clarke & Wright Savings</i>	133
Lampiran 7. Penghematan Jarak dan Biaya Transportasi	134

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Distribusi merupakan proses penyaluran produk dari produsen sampai ke tangan masyarakat atau konsumen. Kemudahan konsumen dalam mendapatkan produk yang diinginkan menjadi prioritas utama dari setiap perusahaan untuk memuaskan pelanggannya. Dalam sistem distribusi, rute yang dipilih merupakan elemen terpenting dalam menentukan jarak yang harus ditempuh dan biaya yang harus dikeluarkan. Jika rute yang dipilih optimal, maka sistem distribusi menjadi lebih efektif dan efisien, karena akan melewati rute yang minimal jaraknya sehingga elemen-elemen yang melibatkan jarak menjadi minimal pula.

Salah satu contoh pendistribusian adalah pengiriman tabung gas LPG. Adanya konversi minyak tanah ke gas membuat kebutuhan gas LPG terus mengalami peningkatan. Proses distribusi tabung gas LPG berawal dari pengadaan LPG yang diproduksi dari kilang di dalam negeri dan pengadaan dari impor. LPG yang dari kilang atau impor ini selanjutnya didistribusikan ke depot-depot LPG. LPG dari depot ini selanjutnya disalurkan ke SPBE. Dari SPBE ini, produk LPG mulai dilakukan pengisian ke tabung LPG 3 kg, 12 kg dan 50 kg yang selanjutnya disalurkan ke agen-agen LPG. Kemudian agen LPG ini mendistribusikan ke sub agen/pangkalan LPG. Selanjutnya apabila situasi dan kondisi pasar membutuhkan pasokan LPG maka sub agen/pangkalan LPG akan mendistribusikan ke pengecer atau konsumen akhir langsung.

Kabupaten Grobogan merupakan kabupaten terluas kedua di Jawa Tengah setelah Kabupaten Cilacap, dan berbatasan langsung dengan 9 kabupaten lain yaitu Demak, Kudus, Pati, Ngawi, Sragen, Boyolali, Semarang, Demak dan Blora. Luas Kabupaten Grobogan sebesar 1.975,865 km². Di Kabupaten Grobogan terdapat beberapa agen distributor di Grobogan, salah satunya adalah PT. Harum Ossamac. Distribusi dilakukan dari PT. Harum Ossamac, Jalan Diponegoro No. 172, Danyang, Purwodadi, Grobogan, kemudian akan di distribusikan ke sub agen atau pangkalan gas LPG di wilayah Grobogan.

Permasalahan di PT. Harum Ossamac yaitu dalam mendistribusikan Gas LPG 3 kg ke wilayah Grobogan. Selama ini proses pendistribusian yang telah dilakukan sudah baik, namun belum maksimal yang mengakibatkan jarak pengiriman yang ditempuh cukup panjang serta mengakibatkan biaya distribusi yang lebih besar, untuk itu diharapkan masing-masing agen LPG dapat memiliki perencanaan dalam menentukan jalur distribusi sehingga proses pendistribusian tabung gas LPG dapat berjalan optimal dengan biaya rendah. Pendistribusian dilakukan di 30 pangkalan di 9 kecamatan dengan menggunakan 3 kendaraan berkapasitas 240 tabung. Setiap pangkalan menerima 1 kali kiriman tabung gas per minggunya. Pendistribusian dimulai dari depot, yang dalam hal ini adalah PT. Harum Ossamac, selanjutnya didistribusikan ke pelanggan-pelanggan sesuai permintaan sampai tabung gas LPG 3 kg di dalam kendaraan habis. Jika masih ada pelanggan yang belum terlayani maka kendaraan tersebut akan kembali ke depot untuk mengambil tabung dan mendistribusikannya lagi ke pelanggan yang lain sesuai permintaan.

Permasalahan yang kerap terjadi adalah jika *node* atau tempat yang harus dikunjungi dalam sistem distribusi itu banyak dan diharuskan tidak terjadi pengulangan, kemudian harus kembali ke titik semula, maka rute yang harus ditempuh akan menjadi banyak kemungkinannya. Permasalahan tersebut dikenal dengan istilah *vehicle routing problem* (VRP). VRP didefinisikan sebagai masalah penentuan rute pendistribusian barang/jasa ke pelanggan-pelanggan dengan lokasi yang berbeda dan dengan permintaan yang sudah diketahui, dari satu atau lebih depot dan memenuhi beberapa kendala (Yeun dkk, 2008). Dalam pengembangannya, VRP dibedakan menjadi beberapa jenis, hal ini berdasarkan batasan-batasan tertentu yang ditambahkan dan kondisi tertentu yang dimasukkan pada permasalahannya. Jenis VRP di antaranya adalah *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) di mana setiap kendaraan mempunyai kapasitas terbatas. Permasalahan distribusi tabung gas LPG dari salah satu agen LPG di Grobogan yaitu PT. Harum Ossamac ke beberapa sub agen/pangkalan merupakan contoh kasus permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

Permasalahan VRP dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma *Clarke and Wright Savings*, algoritma Genetika, algoritma *Nearest Neighbour*, algoritma *Ant Colony Optimization (ACO)*, algoritma *Sweep*, dan algoritma *Sequential Insertion*. Algoritma *Clarke and Wright Saving* digunakan untuk mencari lokasi konsumen selanjutnya dengan memperhitungkan penghematan (*saving*) yang muncul dari penggabungan dua konsumen atau lebih ke dalam suatu rute. Algoritma ini dipublikasikan sebagai suatu algoritma yang digunakan sebagai solusi untuk permasalahan rute kendaraan dengan cara mengaitkan simpul-simpul

yang ada dan menjadikannya sebuah rute berdasarkan nilai *saving* yang terbesar yaitu jarak tempuh antara simpul awal dan simpul tujuan. Keunggulan algoritma ini dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan yang cukup besar, dalam hal ini adalah jumlah rute yang banyak. Sedangkan algoritma *Nearest Neighbour* memiliki kriteria pendekatan berdasarkan jarak/titik terdekat, diharapkan dari pencarian jarak/titik terdekat menghasilkan waktu tempuh yang minimum sehingga dapat meminimasi keterlambatan dalam pengiriman permintaan.

Beberapa penelitian tentang algoritma *Nearest Neighbour* dan algoritma *Clarke and Wright Saving* antara lain, Rahmawati (2014) yang melakukan penelitian di PT Wina Putra Jaya untuk pendistribusian gas LPG, didapatkan rute jarak dan biaya transportasi yang minimum dengan algoritma *Clarke and Wright Saving* dibandingkan dengan rute distribusi dari perusahaan tersebut dan Rupiah (2017) telah melakukan pengembangan untuk algoritma *Clarke & Wright Saving* untuk menyelesaikan permasalahan dalam menentukan rute pendistribusian tabung gas LPG. Arinalhaq (2012) dan Indah (2012) telah melakukan pengembangan algoritma *Nearest Neighbour* untuk menyelesaikan permasalahan pengumpulan dan pengangkutan sampah di kota Bandung.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk membahas penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dengan menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings*. Algoritma - algoritma tersebut diterapkan pada model *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRPTW)*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka permasalahan yang dapat dirumuskan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot serta biaya transportasi dengan algoritma *Nearest Neighbour* ?
2. Bagaimana penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot serta biaya transportasi dengan algoritma *Clarke & Wright Savings* ?
3. Bagaimana efektivitas jarak tempuh pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings*?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penulisan tugas akhir skripsi ini adalah masalah rute pendistribusian tabung gas LPG 3 kg dari salah satu agen di Grobogan yaitu PT. Harum Ossamac ke beberapa sub agen/pangkalan yang ada di daerah Grobogan dengan permintaan bulan April 2019. Pendistribusian dilakukan di 9 kecamatan dari 14 kecamatan di Grobogan. Pencarian rute tersebut menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* dan algoritma *Clarke & Wright Savings* serta menggunakan bantuan *software* Matlab. Permasalahan rute pendistribusian tabung gas LPG ini merupakan salah satu kasus CVRP yang dapat

digambarkan dengan sebuah graf. Di mana setiap rutenya berbentuk sikel karena perjalanan kendaraan berawal dari depot dan berakhir pula di depot.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menganalisis penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot serta biaya transportasi dengan algoritma *Nearest Neighbour*.
2. Menganalisis penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot serta biaya transportasi dengan algoritma *Clarke & Wright Savings*.
3. Menganalisis efektivitas jarak tempuh pendistribusian tabung gas LPG dari depot ke pelanggan dan kembali ke depot menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini diantaranya adalah sebagai berikut.

1. Dapat menerapkan algoritma *Nearest Neighbour* dan *Clarke & Wright Savings* untuk menyelesaikan masalah rute terpendek.
2. Mengevaluasi proses pengiriman untuk meningkatkan dan memperbaiki agar dapat meminimalkan biaya pengiriman.
3. Memberikan alternatif solusi yang efektif dan efisien kepada perusahaan.

4. Dijadikannya salah satu referensi untuk memperluas pemahaman mengenai *Vehicle Routing Problem* (VRP) bagi kalangan akademik khususnya Program Studi Matematika
5. Dijadikan salah satu referensi untuk memperluas pemahaman mengenai *Vehicle Routing Problem* (VRP) bagi kalangan akademik khususnya Program Studi Matematika.

1.6 Sistematika Penulisan

Secara garis besar, penulisan tugas akhir ini terdiri dari 3 (tiga) bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir. Bagian awal tugas akhir berisi halaman judul, pernyataan, lembar pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar dan daftar lampiran.

Bagian isi terdiri dari 5 (lima) bab, yaitu sebagai berikut.

- Bab 1 Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan tugas akhir.
- Bab 2 Tinjauan Pustaka meliputi konsep-konsep dasar dari *Vehicle Routing Problem*, *Capacitated Vehicle Routing Problem*, algoritma *Nearest Neighbour*, algoritma *Clarke & Wright Savings* dan Matlab.
- Bab 3 Metode Penelitian meliputi metode pengambilan data, analisis data dan pemecahan masalah serta penarikan simpulan.

Bab 4 Hasil Penelitian dan Pembahasan. Pada bab ini dikemukakan hasil penelitian dan pembahasan yang meliputi analisis penggunaan algoritma *Nearest Neighbour* dan algoritma *Clarke & Wright Savings* untuk menyelesaikan kasus *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)* dalam penentuan rute pendistribusian tabung gas LPG.

Bab 5 Penutup meliputi simpulan dan saran. Simpulan merupakan jawaban dari permasalahan yang ada. Saran berupa anjuran atau rekomendasi.

Pada bagian akhir, berisi daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung tugas akhir.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi

Distribusi adalah salah satu aspek dari pemasaran. Menurut Tjiptono (2008) distribusi dapat diartikan sebagai kegiatan pemasaran yang berusaha memperlancar dan mempermudah penyampaian barang dan jasa dari produsen kepada konsumen, sehingga penggunaannya sesuai dengan yang diperlukan (jenis, jumlah, harga, tempat, dan saat dibutuhkan). Sebuah perusahaan distributor adalah perantara yang menyalurkan produk dari pabrikan (*manufacturer*) ke pengecer (*retailer*). Setelah suatu produk dihasilkan oleh pabrik, produk tersebut dikirimkan (dan biasanya juga sekaligus dijual) ke suatu distributor. Distributor tersebut kemudian menjual produk tersebut ke pengecer atau pelanggan. Saluran distribusi adalah lembaga-lembaga distributor yang menyalurkan atau menyampaikan barang atau jasa dari produsen ke konsumen.

Kendala yang dihadapi perusahaan dalam mendistribusikan produknya datang dari sisi internal maupun eksternal. Dari sisi internal kendala dapat berasal dari kebijakan yang dikeluarkan perusahaan menyangkut distribusi dan pelayanan, serta sarana-prasarana penunjang dalam distribusi. Sedangkan dari sisi eksternal, kendala dapat berasal dari cara pendistribusian dan tempat yang dituju atau konsumen.

2.2 Efektifitas

Menurut Sondang dalam Othenk (2008:4), efektifitas adalah pemanfaatan sumber daya, sarana dan prasarana dalam jumlah tertentu yang secara sadar diterapkan sebelumnya untuk menghasilkan sejumlah barang atas jasa kegiatan yang dijalankannya. Efektifitas menunjukkan keberhasilan dari segi tercapai tidaknya sasaran yang telah diterapkan.

Pada penelitian ini, peneliti menekankan kata efektivitas pada hasil perbandingan algoritma-algoritma yang digunakan. Algoritma dikatakan efektif apabila algoritma yang dibandingkan menghasilkan rute dengan jarak tempuh dan biaya yang paling minimal dalam menyelesaikan proses pengangkutan.

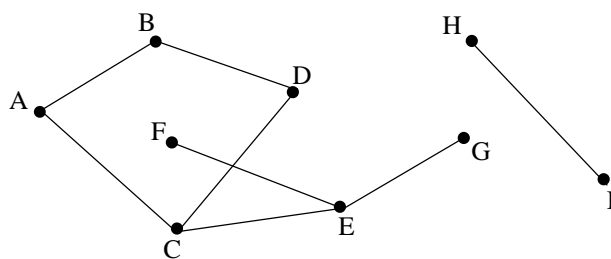
2.3 Graf

2.3.1 Konsep Dasar Teori Graf

Menurut Budayasa (2007: 1), graf adalah himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. Sebuah graf G dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram (gambar) di mana setiap titik G digambarkan dengan sebuah noktah dan setiap sisi yang menghubungkan dua titik di G digambarkan dengan sebuah kurva sederhana (ruas garis) dengan titik-titik akhir di kedua titik tersebut. Sisi yang hanya berhubungan dengan satu titik ujung disebut *loop*. Dua sisi berbeda yang menghubungkan titik yang sama disebut *parallel*.

Dua titik dikatakan berhubungan (*adjacent*) jika ada sisi yang menghubungkan keduanya dan sebuah sisi dikatakan terkait (*incident*) dengan titik yang menghubungkan sisi tersebut. Graf yang tidak mempunyai *loop* ataupun sisi *parallel* disebut Graf Sederhana. Sedangkan graf sederhana dengan n titik, di mana setiap dua titik berbeda dihubungkan dengan suatu sisi disebut Graf Lengkap. Banyaknya sisi dalam suatu graf lengkap dengan n titik adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ buah.

Berdasarkan label sisinya, graf dibagi menjadi dua macam, yaitu graf tak berlabel dan graf berlabel. Dalam graf tak berlabel, sisi yang menghubungkan kedua titik tidak menyatakan bobot atau kualitas hubungan tersebut. Sisi hanyalah sekedar menunjukkan bahwa kedua titik berhubungan. Sebaliknya, dalam graf berlabel, setiap sisi diasosiasikan dengan bilangan riil yang menunjukkan bobot hubungan antara kedua titik. Dalam dunia nyata, bobot sisi menyatakan jarak, waktu, biaya, dll. Sejumlah sisi yang terkait pada sebuah titik disebut derajat titik. Sebagai contoh sebuah graf berikut.



Gambar 2.1 Contoh Sebuah Graf

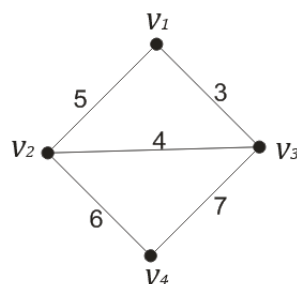
Gambar 2.1 menunjukkan titik A *adjacent* dengan B dan B *adjacent* dengan D , dan $A-C$ *incident* dengan titik A dan C . Titik H memiliki derajat satu, D memiliki derajat dua dan E memiliki derajat tiga. Dalam menggambar sebuah graf,

tidaklah penting apakah sisi yang digambar lurus atau bengkok, panjang atau pendek, yang penting adalah besarnya pengaruh antara sisi dan titik.

Titik pada graf yang tidak mempunyai sisi yang berhubungan dengannya disebut titik terasing (*isolating point*). Sedangkan, graf yang tidak mempunyai titik (sehingga tidak mempunyai sisi) disebut Graf Kosong. Menurut Munir (2010: 183), garis pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi maka secara umum graf dibedakan atas dua jenis yaitu Graf Tak Berarah (*Undirected Graph*) dan Graf Berarah (*Directed Graph*).

2.3.2 Graf Berlabel

Graf berlabel/berbobot adalah graf yang setiap sisinya mempunyai nilai/bobot berupa bilangan non negatif.



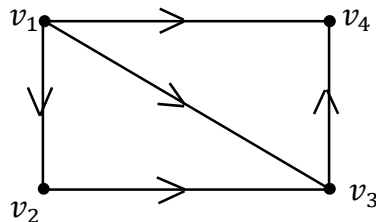
Gambar 2.2 Graf Berlabel

2.3.3 Konsep Graf Berarah (*Directed Graph* atau *Digraph*)

Menurut Budayasa (2007: 214), sebuah graf berarah D adalah suatu pasangan berurutan dari dua himpunan $V(D)$ yaitu himpunan berhingga tak kosong yang anggota-anggotanya disebut titik dan (D) yaitu himpunan berhingga (boleh kosong) yang anggota-anggotanya disebut busur sedemikian hingga setiap busur merupakan pasangan berurutan dari dua titik di $V(D)$. Jika v_1 dan v_2 adalah dua titik pada graf berarah D dan $e = (v_1, v_2)$ sebuah busur D , maka e disebut busur

keluar titik v_1 dan e disebut busur menuju titik v_2 . Untuk efisiensi, busur $e = (v_1, v_2)$ sering ditulis $(1,2)$.

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai Graf Berarah. Sisi berarah dapat disebut juga dengan sebutan busur (*arc*). Pada graf berarah, (v_i, v_j) dan (v_j, v_i) menyatakan dua busur yang berbeda, dengan kata lain $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$. Untuk busur (v_i, v_j) , titik v_i dinamakan titik asal (*initial vertex*) dan titik v_j dinamakan titik terminal (*terminal vertex*).

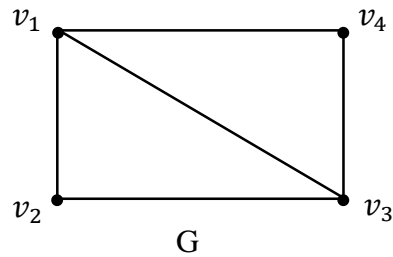


Gambar 2.3 Graf Berarah

Graf pada Gambar 2.3 merupakan graf berarah dengan himpunan titik-titik $V(D) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(D) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ yaitu pasangan terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_4), (v_1, v_3)\}$.

2.3.4 Graf Tak Berarah (*Undirected Graph*)

Menurut Siang (2011: 268), graf tak berarah adalah graf yang semua sisinya tidak memiliki arah. Misalkan graf G terdiri dari suatu himpunan V dari titik-titik dan suatu himpunan E dari sisi-sisi sedemikian rupa sehingga setiap sisi $e \in E$ dikaitkan dengan pasangan titik tak terurut. Jika terdapat sebuah sisi e yang menghubungkan titik v dan w , maka dapat dituliskan dengan $e = (v,w)$ atau $e = (w,v)$ yang menyatakan sebuah sisi antara v dan w dapat direpresentasikan dalam bentuk graf seperti tampak pada Gambar 2.4.

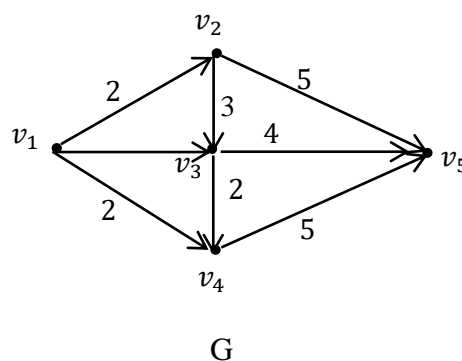


Gambar 2.4 Graf Tak Berarah

Graf pada Gambar 2.4 merupakan graf tak berarah dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ yaitu pasangan tak terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_4), (v_1, v_3)\}$.

2.3.5 Graf Berbobot (*Weight Graph*)

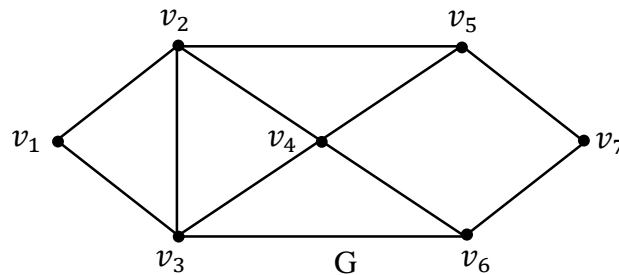
Menurut Nugraha (2011: 72), graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga. Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah tiang listrik, kapasitas, biaya perjalanan antara dua buah kota, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah titik komunikasi ke titik komunikasi lain, ongkos produksi, dan sebagainya. Untuk lebih jelasnya, graf berbobot dapat digambarkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Graf Berarah Berbobot

Graf pada Gambar 2.5 merupakan graf berarah dan berbobot dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$ yaitu pasangan terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$. Dengan $w(v_1, v_2) = 2, w(v_2, v_3) = 3, w(v_3, v_4) = 2, w(v_1, v_3) = 4, w(v_1, v_4) = 2, w(v_2, v_5) = 5, w(v_3, v_5) = 4, w(v_4, v_5) = 5$.

Graf tidak berarah dan tidak berbobot adalah graf yang tiap sisinya tidak mempunyai anak panah dan tidak berbobot.



Gambar 2.6 Graf Tidak Berarah dan Tidak Berbobot

Graf pada Gambar 2.6 merupakan graf tidak berarah dan tidak berbobot dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$ yaitu pasangan tak terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_7), (v_6, v_7)\}$.

2.3.6 Jalan (*Walk*)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$ yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi, sedemikian hingga v_{i-1} dan v_i adalah titik-titik akhir sisi e_i , untuk $1 \leq i \leq k$. Titik

v_0 dan titik v_k berturut-turut disebut titik awal dan titik akhir W . Sedangkan titik-titik v_1, v_2, \dots, v_{k-1} disebut titik-titik internal W dan k disebut panjang jalan W .

2.3.7 Jalan Tertutup

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Sebuah jalan W dengan panjang positif disebut tertutup, jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama). Sebuah titik G mungkin saja muncul lebih dari satu kali dalam jalan W , begitu juga dengan sebuah sisi G , boleh muncul lebih dari satu kali pada jalan W .

2.3.8 Jejak (*Trail*)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut sebuah jejak (*trail*).

2.3.9 Jejak Tertutup

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jejak disebut tertutup jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama). Jejak tertutup disebut sirkuit.

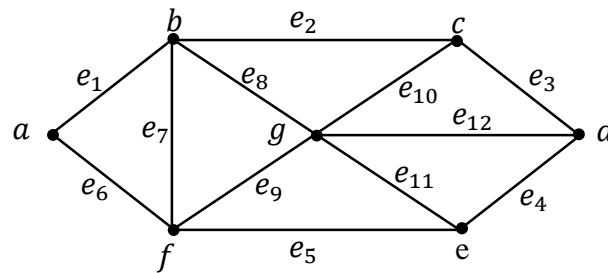
2.3.10 Sikel (*Cycle*)

Menurut Budayasa (2011: 6), sebuah sikel adalah sebuah jejak tertutup (*closed trail*) yang titik awal dan semua titik internalnya berbeda. Banyaknya sisi

dalam suatu siklus disebut panjang dari siklus tersebut. Siklus dengan panjang k disebut siklus- k , disimbolkan dengan C_k .

2.3.11 Lintasan (*Path*)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut sebuah jejak (*trail*). Jika semua titik $v_0, v_1, v_2, \dots, v_k$ dalam jalan W juga berbeda, maka W disebut lintasan (*path*).



G

Gambar 2.7 Jalan, Jejak, Lintasan dan Siklus dalam Graf G

Gambar 2.7 merupakan contoh jalan, jejak, lintasan dan siklus yang terletak dalam graf G . Berikut penjelasan jalan, jejak, lintasan dan siklus dalam graf G .

Jalan : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_3 c$.

Jalan tertutup : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_3 c e_{10} g e_8 b e_1 a$.

Jejak : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_{12} g e_8 b$.

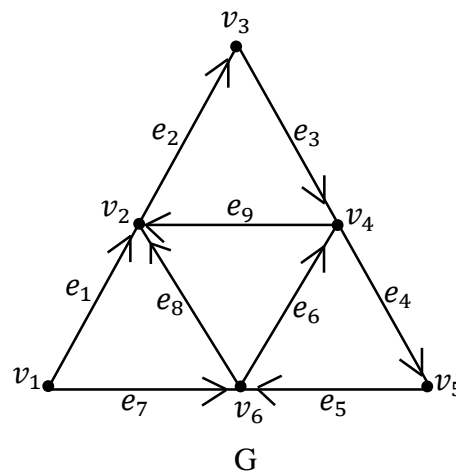
Jejak tertutup (sirkuit) : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_{12} g e_8 b e_7 f e_6 a$.

Siklus : $a e_6 f e_5 e_4 d e_{12} g e_8 b e_1 a$.

Lintasan : $a e_1 b e_2 c e_{10} g e_9 f e_5 e_4 d$.

2.3.12 Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah

Menurut Siang (2011: 277), pengertian jalan, lintasan, sirkuit dalam graf berarah sama dengan jalan, lintasan dan sirkuit dalam graf tak berarah, hanya saja dalam graf berarah, perjalanan yang dilakukan harus mengikuti arah garis untuk membedakan dengan graf tak berarah, maka jalan, lintasan dan sirkuit dalam graf berarah disebut jalan berarah, lintasan berarah dan sirkuit berarah. Suatu graf berarah yang tidak memuat sirkuit berarah disebut asiklik.



Gambar 2.8 Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah

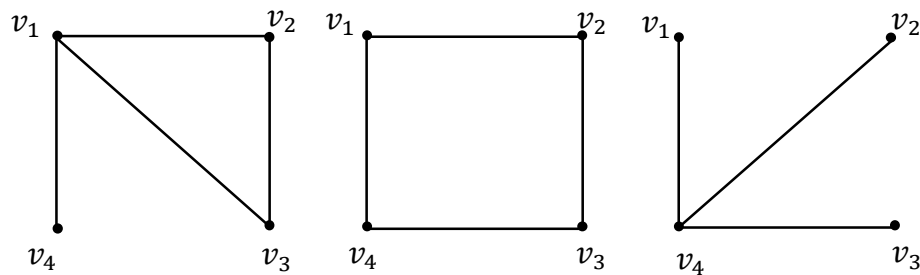
Graf berarah pada Gambar 2.8 menunjukkan lintasan berarah dan sirkuit berarah pada graf G . Berikut penjelasan lintasan berarah dan sirkuit berarah dalam graf G tersebut.

Lintasan berarah : $v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_5$

Sirkuit berarah : $v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_5 e_5 v_6 e_6 v_4 e_9 v_2$.

2.3.13 Lintasan, Sikel dan Sirkuit Hamilton

Misalkan G sebuah graf. Sebuah lintasan di G yang memuat semua titik di G disebut Lintasan Hamilton. Graf non Hamilton yang memuat lintasan hamilton disebut graf semi-hamilton (Budayasa,2007:130). Sikel hamilton adalah sikel yang memuat semua titik digraf. Sirkuit hamilton adalah sirkuit yang melalui tiap titik di graf tepat satu kali, kecuali titik asal (sekaligus titik ahir) yang dilalui dua kali. Graf Hamilton adalah graf yang memiliki sirkuit hamilton (Munir,2001:232).



Gambar 2.9 Hamiltonian pada Graf G

Keterangan:

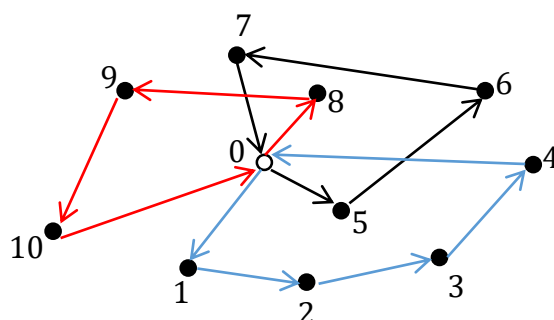
- Graf G memiliki lintasan hamilton $v_3 - v_2 - v_1 - v_4$.
- Graf G memiliki Sirkuit Hamilton $v_1 - v_2 - v_3 - v_4$.
- Graf G tidak memiliki Lintasan maupun Sirkuit Hamilton.

2.4 *Vehicle Routing Problem (VRP)*

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan permasalahan yang membahas mengenai pencarian rute suatu kendaraan dengan tujuan tertentu. Menurut Toth & Vigo (2002), VRP adalah masalah penentuan rute kendaraan dalam mendistribusikan barang dari tempat produksi yang dinamakan depot ke konsumen dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Selain

dapat meminimumkan jarak tempuh kendaraan, VRP juga bertujuan meminimumkan biaya transportasi dan waktu tempuh kendaraan yang digunakan. Permasalahan VRP erat kaitannya dengan pendistribusian produk atau barang antara depot dengan konsumen. Depot digambarkan sebagai gudang atau tempat keluar dan kembalnya kendaraan yang digunakan untuk mendistribusikan barang/produk tersebut kepada konsumen.

Pada gambar 2.10, titik 0 menyatakan depot, titik 1, 2, 3, dan 4 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 1, titik 5, 6, dan 7 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 2, sedangkan titik 8, 9, dan 10 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 3.



Gambar 2.10 Ilustrasi VRP dengan 3 Kendaraan

VRP pertama kali dipelajari oleh Dantzig dan Ramser (1959) dalam bentuk rute dan penjadwalan truk. Clarke dan Wright (1964) kemudian melanjutkan penelitian ini dengan memperkenalkan istilah depot sebagai tempat keberangkatan dan kembalnya kendaraan. Clarke dan Wright menggunakan *saving algorithm*. Sejak saat itu penelitian VRP terus berkembang karena peran VRP yang penting dalam pengiriman dunia industri. Perkembangan VRP meliputi pendekatan pemecahan masalah dan munculnya kendala-kendala baru. VRP yang standar dapat

dijelaskan sebagai berikut: terdapat sebuah depot dan beberapa pelanggan dengan lokasi dan permintaan yang diketahui. VRP bertujuan untuk menentukan beberapa rute yang meminimumkan fungsi tujuan dengan tetap memenuhi seluruh permintaan pelanggan. Sebuah rute mencakup urutan mengunjungi pelanggan dengan kendaraan yang berangkat dan berakhir di depot. Total permintaan semua pelanggan dalam satu rute tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan. Setiap rute ditunjukkan oleh satu kendaraan yang mengunjungi pelanggan minimal sebanyak satu kali. Karena terdapat keterbatasan pada kapasitas kendaraan VRP standar sering disebut dengan *capacitated vehicle routing problem* (CVRP). Secara umum fungsi tujuan dari permasalahan VRP adalah meminimumkan jumlah kendaraan yang digunakan dan meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Meminimumkan jumlah kendaraan biasanya diletakkan sebagai fungsi tujuan yang utama baru kemudian meminimumkan jarak tempuh kendaraan. Fungsi tujuan lain yang dapat ditambahkan adalah meminimumkan waktu penyelesaian untuk setiap kendaraan maupun rentang waktu penyelesaian antar kendaraan, ataupun jenis fungsi tujuan lain sesuai kebutuhan dan karakteristik masing-masing kasus. Karakteristik dari komponen-komponen tersebut perlu diperhatikan di dalam permasalahan VRP. Komponen-komponen VRP antara lain sebagai berikut.

1. Jaringan Jalan

Jaringan jalan biasanya dideskripsikan dalam sebuah graf yang terdiri dari *edge* (sisi) yang merepresentasikan bagian jalan yang digunakan dan *vertex* (titik) yang merepresentasikan pelanggan dan depot.

2. Pelanggan

Dalam menyelesaikan masalah VRP, terlebih dahulu harus menetapkan lokasi pelanggan-pelanggan yang ada. Kemudian diperhatikan pula permintaan yang dibutuhkan oleh pelanggan tersebut. Besarnya permintaan yang dibutuhkan oleh pelanggan, mempengaruhi lamanya waktu juga apakah ada rentang waktu (*time window*) yang disyaratkan dalam melayani pelanggan-pelanggan tersebut.

3. Depot

Lokasi dimana depot berada juga merupakan komponen yang penting, sebab depot merupakan tempat awal dan berakhirnya suatu kendaraan dalam mendistribusikan barang. Kemudian perlu diketahui jumlah kendaraan yang ada pada depot serta jam operasional yang ditentukan pada depot. Tujuannya untuk membatasi waktu kinerja kendaraan dalam proses distribusi.

4. Kendaraan

Komponen yang perlu diperhatikan dari kendaraan yaitu antara lain, jumlah dan kapasitas kendaraan yang digunakan. Kapasitas kendaraan tersebut membatasi permintaan konsumen, artinya jumlah permintaan konsumen tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan. Kemudian ditentukan pula bahwasanya dalam satu rute hanya dilayani oleh satu kendaraan. Kemudian dalam satu kendaraan, disediakan alat untuk melayani konsumen (*loading-unloading*) dan biaya-biaya yang berhubungan dengan penggunaan kendaraan tersebut, seperti misalnya bahan bakar yang dikeluarkan, dan lainnya.

5. Pengemudi

Pengemudi memiliki kendala seperti jam kerja harian, durasi maksimum perjalanan, dan tambahan jam lebur jika diperlukan.

6. Rute

Rute merepresentasikan urutan kunjungan sebuah kendaraan ke pelanggan-pelanggan, dimulai dari depot dan kembali ke depot. Sebuah rute terdiri dari satu depot dan setidaknya satu pelanggan.

Dalam perkembangannya, VRP memiliki beberapa variasi (Toth & Vigo, 2002), antara lain:

1. *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*, dengan kendala yaitu masing-masing kendaraan memiliki kapasitas tertentu.
 2. *Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)*, merupakan jenis VRP dengan kendala interval waktu pelayanan.
 3. *Multiple Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)*, merupakan jenis VRP yang memiliki banyak depot dalam melakukan pelayanan terhadap pelanggan.
 4. *Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivering (VRPPD)*, dengan kendala yaitu pelanggan dimungkinkan mengembalikan barang kepada agen asal. Pengiriman barang disuplai dari satu depot pada titik awal pengiriman, sementara *pick-up* muatan kemudian diambil untuk dikembalikan ke depot.
- Karakteristik dari VRP –SPD adalah bahwa kendaraan yang digunakan pada suatu rute diisi oleh muatan barang yang dikirim dan muatan barang *pickup*.

5. *Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP)*, merupakan variasi dari CVRP dimana pelayanan terhadap pelanggan dilakukan dengan menggunakan kendaraan yang berbeda-beda.
6. *Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP)*, dengan faktor utama yaitu pengantaran hanya dilakukan di hari tertentu. Tujuan dari PVRP ini adalah untuk meminimalkan total jarak rute dan menyelesaikan permasalahan penentuan jadwal pelayanan pelanggan.
7. *Vehicle Routing Problem with Multiple Products (VRPMP)*, karakteristik dari VRP ini adalah permintaan pelanggan lebih dari satu jenis barang. Variasi dari semua VRP tersebut dapat digunakan sesuai dengan keadaan atau kondisi dari masalah yang dihadapi nantinya, tentunya dengan tujuan awal yang sama yaitu untuk meminimalkan total jarak tempuh untuk mendapatkan biaya transportasi yang minimum pula.

2.5 *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) adalah bentuk paling dasar dari VRP. CVRP adalah masalah optimasi untuk menemukan rute dengan biaya minimal (*minimum cost*) untuk sejumlah kendaraan (*vehicles*) dengan kapasitas tertentu yang homogen (*homogeneous fleet*), yang melayani permintaan sejumlah pelanggan yang kuantitas permintaannya telah diketahui sebelum proses pengiriman berlangsung.

Pada dasarnya, dalam CVRP, kendaraan akan memulai perjalanan dari depot untuk melakukan pengiriman ke masing-masing pelanggan dan akan kembali

ke depot. Diasumsikan jarak atau biaya perjalanan antara semua lokasi telah diketahui. Jarak antara dua lokasi adalah simetris, yang berarti jarak dari lokasi A ke lokasi B sama dengan jarak dari lokasi B ke lokasi A .

Tonci Caric and Hrvoje Gold (2008) mendefinisikan CVRP sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1}\}$ adalah himpunan titik, v_0 menyatakan depot dan v_{n+1} merupakan depot semu dari v_0 yaitu tempat kendaraan memulai dan mengakhiri rute perjalanan. Sedangkan $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan antar titik. Setiap titik $v_i \in V$ memiliki permintaan (*demand*) sebagai d_i . Himpunan $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ merupakan himpunan kendaraan yang homogen dengan kapasitas yang identik yaitu Q , sehingga panjang setiap rute dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Setiap titik (v_i, v_j) memiliki jarak tempuh c_{ij} yaitu jarak dari titik v_i ke titik v_j . Jarak perjalanan ini diasumsikan simetrik yaitu $c_{ij} = c_{ji}$ dan $c_{ii} = 0$. Permasalahan CVRP adalah menentukan himpunan dari K rute kendaraan yang memiliki kondisi berikut:

1. Setiap rute berawal dan berakhir di depot.
2. Setiap pelanggan harus dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan.
3. Total permintaan pelanggan dari setiap rute tidak melebihi kapasitas kendaraan.
4. Total jarak dari semua rute diminimumkan.

Dari permasalahan tersebut kemudian diformulasikan ke dalam model matematika dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan.

Didefinisikan variabel keputusannya adalah:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{jika ada perjalanan dari pelanggan } i \\ & \text{ke pelanggan } j \text{ oleh kendaraan } k \\ 0, & \text{tidak ada perjalanan dari pelanggan } i \\ & \text{ke pelanggan } j \text{ oleh kendaraan } k \end{cases}$$

$$u_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jika pelanggan } i \text{ dilayani oleh kendaraan } k \\ 0, & \text{jika pelanggan } i \text{ tidak dilayani oleh kendaraan } k \end{cases}$$

Keterangan:

$K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ kendaraan yang digunakan

$V =$ himpunan titik/pelanggan

$c_{ij} =$ jarak antara pelanggan i dan pelanggan j

$d_i =$ jumlah permintaan pelanggan i

$Q =$ kapasitas masing- masing kendaraan

$x_{ij}^k =$ kendaraan k melakukan perjalanan dari pelanggan i dan pelanggan j

$u_i^k =$ kendaraan k melayani pelanggan i

Selanjutnya fungsi tujuannya meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan. Jika z adalah fungsi tujuan, maka

$$\begin{aligned} \text{Meminimumkan } z = & c_{00}x_{00}^1 + c_{01}x_{01}^1 + \dots + c_{0n}x_{0n}^1 + c_{10}x_{10}^1 + c_{11}x_{11}^1 + \dots + \\ & c_{1n}x_{1n}^1 + \dots + c_{n0}x_{n0}^1 + c_{n1}x_{n1}^1 + \dots + c_{nn}x_{nn}^1 + c_{00}x_{00}^2 + c_{01}x_{01}^2 + \dots + \\ & c_{0n}x_{0n}^2 + c_{10}x_{10}^2 + c_{11}x_{11}^2 + \dots + c_{1n}x_{1n}^2 + \dots + c_{n0}x_{n0}^2 + c_{n1}x_{n1}^2 + \dots + \\ & c_{nn}x_{nn}^2 + \dots + c_{00}x_{00}^m + c_{01}x_{01}^m + \dots + c_{0n}x_{0n}^m + c_{10}x_{10}^m + c_{11}x_{11}^m + \dots + \\ & c_{1n}x_{1n}^m + \dots + c_{n0}x_{n0}^m + c_{n1}x_{n1}^m + \dots + c_{nn}x_{nn}^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^m (c_{00}x_{00}^k + c_{01}x_{01}^k + \dots + c_{0n}x_{0n}^k + c_{10}x_{10}^k + c_{11}x_{11}^k + \dots + c_{1n}x_{1n}^k + \dots \\
&\quad + c_{n0}x_{n0}^k + c_{n1}x_{n1}^k + \dots + c_{nn}x_{nn}^k) \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n (c_{i0}x_{i0}^k + c_{i1}x_{i1}^k + c_{i2}x_{i2}^k + \dots + c_{in}x_{in}^k) \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}^k \\
&= \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}^k \tag{2.1}
\end{aligned}$$

dengan kendala-kendala:

1. Setiap rute hanya dikunjungi tepat satu kali oleh satu kendaraan. Jika x_{ij}^k bernilai 1, artinya ada perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j pada rute k atau $u_i^k = 1$. Sebaliknya jika x_{ij}^k bernilai 0, artinya tidak ada perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j pada rute kendaraan k atau $u_i^k = 0$. Sehingga dapat dikatakan bahwa variabel x_{ij}^k dan variabel u_i^k saling berhubungan.

$$\begin{aligned}
&(x_{10}^1 + x_{20}^1 + \dots + x_{n0}^1 + x_{01}^1 + x_{21}^1 + \dots + x_{n1}^1 + \dots + x_{0n}^1 + x_{1n}^1 + \dots \\
&\quad + x_{n-1n}^1 + x_{10}^2 + x_{20}^2 + \dots + x_{n0}^2 + x_{01}^2 + x_{21}^2 + \dots + x_{n1}^2 + \dots \\
&\quad + x_{0n}^2 + x_{1n}^2 + \dots + x_{n-1n}^2 + \dots + x_{10}^m + x_{20}^m + \dots + x_{n0}^m + x_{01}^m \\
&\quad + x_{21}^m + \dots + x_{n1}^m + \dots + x_{0n}^m + x_{1n}^m + \dots + x_{n-1n}^m) \\
&= \sum_{k=1}^m (x_{10}^k + x_{20}^k + \dots + x_{n0}^k + x_{01}^k + x_{21}^k + \dots + x_{n1}^k + \dots + x_{0n}^k + x_{1n}^k + \dots \\
&\quad + x_{n-1n}^k)
\end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^m \sum_{j=0, i \neq j}^n x_{ij}^k = \sum_{k \in K} \sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in V \quad (2.2)$$

2. Total jumlah permintaan pelanggan dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan yang melayani rute tersebut. Kapasitas kendaraan untuk memenuhi permintaan pelanggan harus dimaksimalkan namun tidak lebih dari kapasitas kendaraan tersebut.

$$\begin{aligned} & (d_0 x_{01}^1 + d_0 x_{02}^1 + \dots + d_0 x_{0n}^1 + d_0 x_{01}^2 + d_0 x_{02}^2 + \dots + d_0 x_{0n}^2 + \dots + d_0 x_{01}^m \\ & \quad + d_0 x_{02}^m + \dots + d_0 x_{0n}^m + d_1 x_{10}^1 + d_1 x_{12}^1 + \dots + d_1 x_{1n}^1 + \dots \\ & \quad + d_1 x_{10}^2 + d_1 x_{12}^2 + \dots + d_1 x_{1n}^2 + \dots + d_1 x_{10}^m + d_1 x_{12}^m + \dots \\ & \quad + d_1 x_{1n}^m + \dots + d_n x_{n0}^1 + d_n x_{n1}^1 + \dots + d_n x_{n \ n-1}^1 + \dots \\ & \quad + d_n x_{n0}^2 + d_n x_{n1}^2 + \dots + d_n x_{n \ n-1}^2 + \dots + d_n x_{n0}^m + d_n x_{n1}^m \\ & \quad + \dots + d_n x_{n \ n-1}^m) \\ & = \sum_{i=0}^n (d_i x_{i0}^1 + d_i x_{i1}^1 + \dots + d_i x_{in}^1 + d_i x_{i0}^2 + d_i x_{i1}^2 + \dots + d_i x_{in}^2 + \dots \\ & \quad + d_i x_{i0}^m + d_i x_{i1}^m + \dots + d_i x_{in}^m) \\ & = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n d_i x_{ij}^k = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} d_i x_{ij}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (2.3) \end{aligned}$$

3. Setiap rute perjalanan kendaraan berawal dari depot

$$\begin{aligned} & (x_{00}^1 + x_{01}^1 + x_{02}^1 + \dots + x_{0n}^1 + x_{00}^2 + x_{01}^2 + x_{02}^2 + \dots + x_{0n}^2 + \dots + x_{00}^m + x_{01}^m \\ & \quad + x_{02}^m + \dots + x_{0n}^m) \\ & = \sum_{k=1}^m (x_{00}^k + x_{01}^k + x_{02}^k + \dots + x_{0n}^k) \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{0i}^k = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{0i}^k = 1 \quad (2.4)$$

4. Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir di depot

$$\begin{aligned} & (x_{0n+1}^1 + x_{1n+1}^1 + x_{2n+1}^1 + \cdots + x_{nn+1}^1 + x_{0n+1}^2 + x_{1n+1}^2 + x_{2n+1}^2 + \cdots \\ & \quad + x_{nn+1}^2 + \cdots + x_{0n+1}^m + x_{1n+1}^m + x_{2n+1}^m + \cdots + x_{nn+1}^m) \\ &= \sum_{k=1}^m (x_{0n+1}^k + x_{1n+1}^k + x_{2n+1}^k + \cdots + x_{nn+1}^k) \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{in+1}^k = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{in+1}^k = 1 \quad (2.5) \end{aligned}$$

5. Kendaraan yang mengunjungi suatu titik, setelah selesai melayani akan meninggalkan titik tersebut.

$$\begin{aligned} & (x_{00}^1 + x_{01}^1 + \cdots + x_{0n}^1 + x_{00}^2 + x_{01}^2 + \cdots + x_{0n}^2 + \cdots + x_{00}^m + x_{01}^m + \cdots + x_{0n}^m \\ & \quad + x_{10}^1 + x_{11}^1 + \cdots + x_{1n}^1 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + \cdots + x_{1n}^2 + \cdots + x_{10}^m \\ & \quad + x_{11}^m + \cdots + x_{1n}^m + x_{n0}^1 + x_{n1}^1 + \cdots + x_{nn}^1 + x_{n0}^2 + x_{n1}^2 + \cdots \\ & \quad + x_{nn}^2 + \cdots + x_{n0}^m + x_{n1}^m + \cdots + x_{nn}^m) - (x_{00}^1 + x_{01}^1 + \cdots + x_{0n}^1 \\ & \quad + x_{00}^2 + x_{01}^2 + \cdots + x_{0n}^2 + \cdots + x_{00}^m + x_{01}^m + \cdots + x_{0n}^m + x_{10}^1 \\ & \quad + x_{11}^1 + \cdots + x_{1n}^1 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + \cdots + x_{1n}^2 + \cdots + x_{10}^m + x_{11}^m \\ & \quad + \cdots + x_{1n}^m + x_{n0}^1 + x_{n1}^1 + \cdots + x_{nn}^1 + x_{n0}^2 + x_{n1}^2 + \cdots + x_{nn}^2 \\ & \quad + \cdots + x_{n0}^m + x_{n1}^m + \cdots + x_{nn}^m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^n (x_{i0}^1 + x_{i1}^1 + \dots + x_{in}^1 + x_{i0}^2 + x_{i1}^2 + \dots + x_{in}^2 + \dots + x_{i0}^m + x_{i1}^m + \dots \\
&\quad + x_{in}^m) \\
&\quad - \sum_{j=0}^n (x_{j0}^1 + x_{j1}^1 + \dots + x_{jn}^1 + x_{j0}^2 + x_{j1}^2 + \dots + x_{jn}^2 + \dots + x_{j0}^m \\
&\quad + x_{j1}^m + \dots + x_{jn}^m) \\
&= \sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{j=0}^n x_{ji}^k = \sum_{i \in V} x_{ij}^k - \sum_{j \in V} x_{ji}^k = 0, \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (2.6)
\end{aligned}$$

6. Batasan ini memastikan bahwa tidak terdapat subrute pada setiap rute yang terbentuk.

$$x_{ij}^k = 1 \Rightarrow u_i^k - d_j = u_j^k, \forall i, j \in V; i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \quad (2.7)$$

$$u_0 = Q, 0 \leq u_i, \forall i \in V \quad (2.8)$$

7. Variabel keputusan X_{ij}^k merupakan *integer biner*.

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall i, j \in V; i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \quad (2.9)$$

Menggunakan formulasi model matematis CVRP tidak terdapat subrute pada rute-rute yang terbentuk yang dikaitkan dengan batasan kapasitas kendaraan. Variabel keputusan hanya akan terdefinisi jika jumlah permintaan pelanggan i dan pelanggan j tidak melebihi kapasitas kendaraan.

Sebagai contoh model matematika pendistribusian tabung gas LPG 3 kg dalam penelitian ini adalah:

Fungsi tujuan meminimalkan jarak tempuh kendaraan

$$z = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=0}^{30} \sum_{j=0}^{30} c_{ij} x_{ij}^k$$

dengan kendala-kendala:

1. Perjalanan berawal dari depot

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=0}^{30} x_{0j}^k = 1$$

2. Setiap titik hanya dikunjungi satu kali

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=0, i \neq j}^{30} x_{ij}^k = 1, \forall i \in V, V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{13}\}$$

3. Setiap kendaraan tidak melebihi kapasitas

$$\sum_{i=0}^{30} \sum_{j=0, j \neq i}^{30} d_i x_{ij}^k \leq 240, \forall k \in K, K = \{k_1, k_2, k_3\}$$

4. Setiap kendaraan yang mengunjungi suatu titik, setelah selesai melayani akan meninggalkan titik

$$\sum_{i=0}^{30} x_{ij}^k - \sum_{j=0}^{30} x_{ji}^k = 0, \forall i, j \in V, \forall k \in K, K = \{k_1, k_2, k_3\}$$

5. Perjalanan berakhir di depot

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{i=0}^{30} x_{i n+1}^k = 1$$

2.6 Algoritma *Nearest Neighbour*

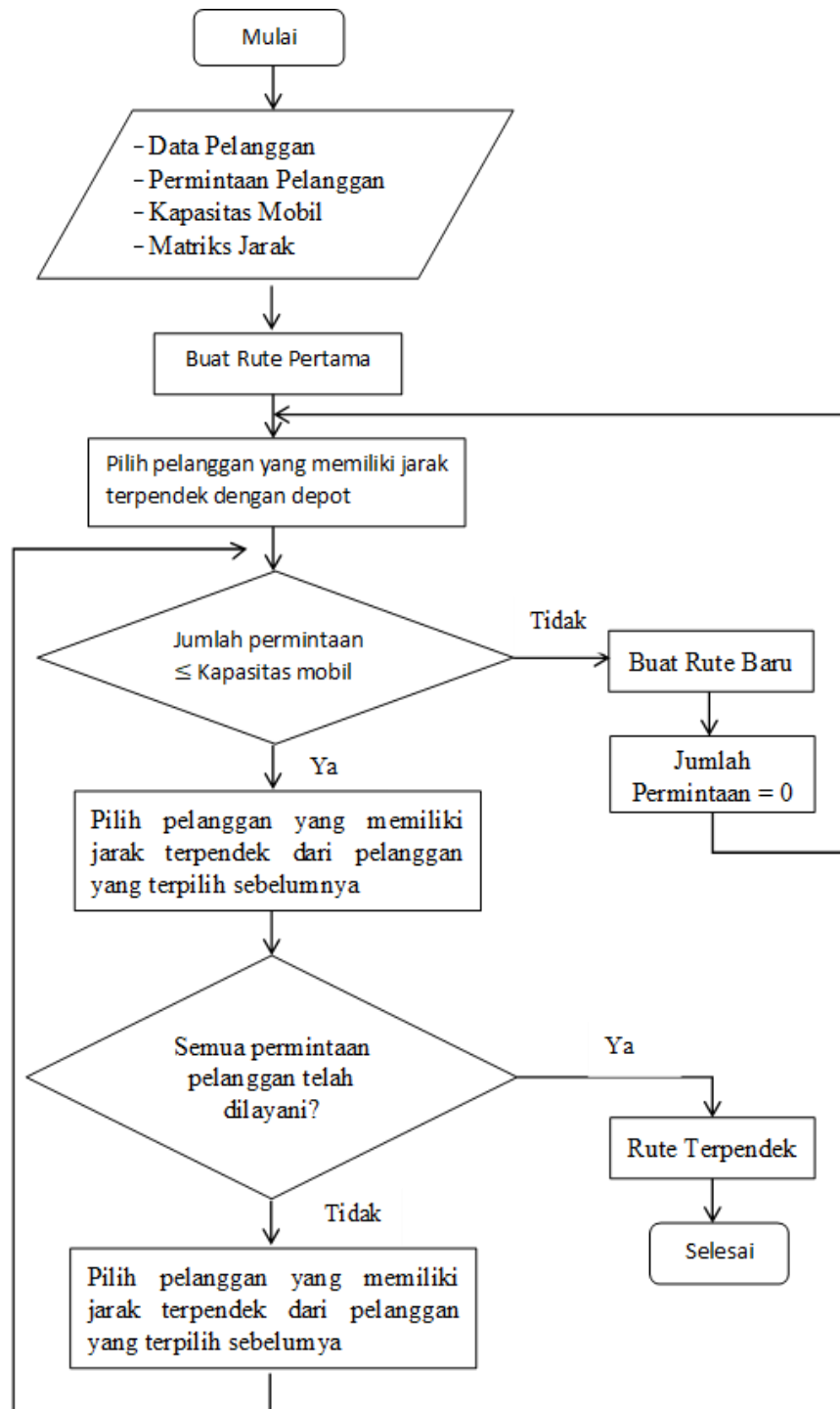
Algoritma *Nearest Neighbour* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1983 dan merupakan algoritma yang sangat sederhana dan tamak. Pada setiap iterasinya, dilakukan pencarian pelanggan terdekat dengan pelanggan yang terakhir untuk ditambahkan pada akhir rute tersebut. Rute baru dimulai dengan cara yang sama

jika tidak terdapat posisi yang fleksibel untuk menempatkan pelanggan baru karena kendala kapasitas.

Langkah-langkah algoritma *Nearest Neighbour* (Pop,2011) adalah sebagai berikut:

1. Menentukan data pelanggan, jumlah permintaan dan kapasitas kendaraan sebagai input yang dibutuhkan.
2. Pembentukan rute pertama ($t = 1$)
3. Tentukan pelanggan pertama yang ditugaskan pada rute dengan cara memilih pelanggan yang memiliki jarak terpendek dari depot.
4. Hitung banyaknya jumlah permintaan dari konsumen yang telah terpilih. Apabila jumlah permintaan masih memenuhi kapasitas kendaraan maka lanjut ke langkah 5. Apabila jumlah permintaan melebihi kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 6. Apabila kendaraan tidak memiliki sisa kapasitas, maka dilanjutkan ke langkah 6.
5. Lanjutkan ke pelanggan berikutnya yang memiliki jarak terpendek dari pelanggan terpilih sebelumnya.
6. Pembentukan rute baru ($t = t + 1$), lanjut ke langkah 3.

Berikut ini merupakan *flowchart* algoritma *Nearest Neighbour*:



Gambar 2.11 *Flowchart* Algoritma *Nearest Neighbour*

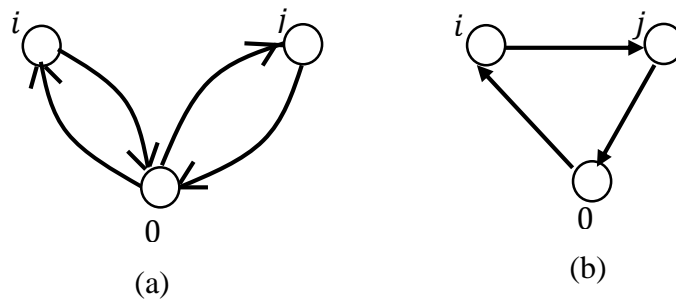
2.7 Algoritma Clarke and Wright Savings

Pada tahun 1964, Clarke dan Wright mempublikasikan sebuah algoritma sebagai solusi permasalahan dari berbagai rute kendaraan, yang sering disebut sebagai permasalahan klasik dari rute kendaraan (*the classical vehicle routing problem*). Algoritma ini didasari pada suatu konsep yang disebut konsep *savings*. Algoritma ini dirancang untuk menyelesaikan masalah rute kendaraan dengan karakteristik sebagai berikut. Dari suatu depot barang harus diantarkan kepada pelanggan yang telah memesan. Untuk sarana transportasi dari barang-barang ini, sejumlah kendaraan telah disediakan, di mana masing-masing kendaraan dengan kapasitas tertentu sesuai dengan barang yang diangkut. Setiap kendaraan yang digunakan untuk memecahkan permasalahan ini, harus menempuh rute yang telah ditentukan, memulai dan mengakhiri di depot, di mana barang-barang diantarkan kepada satu atau lebih pelanggan (Clarke G. & Wright J.W, 1964).

Permasalahannya adalah untuk menetapkan alokasi untuk pelanggan diantara rute-rute yang ada, urutan rute yang dapat mengunjungi semua pelanggan dari rute yang ditetapkan dari kendaraan yang dapat melalui semua rute. Tujuannya adalah untuk menemukan suatu solusi yang meminimalkan total pembiayaan kendaraan. Lebih dari itu, solusi ini harus memuaskan batasan bahwa setiap pelanggan dikunjungi sekali, di mana jumlah yang diminta diantarkan, dan total permintaan pada setiap rute harus sesuai dengan kapasitas kendaraan.

Algoritma *Clarke-Wright* adalah sebuah algoritma heuristik, dan oleh karena itu tidak menyediakan sebuah solusi yang optimal. Tetapi bagaimanapun juga sering menghasilkan solusi yang baik, yang merupakan suatu solusi yang

sedikit berbeda dari solusi optimal. Dasar dari konsep penghematan ini untuk mendapatkan penghematan biaya dengan menggabungkan dua rute menjadi satu rute yang digambarkan pada Gambar 2.12, titik 0 adalah depot.



Gambar 2.12 Ilustrasi Konsep Penghematan

Berdasarkan Gambar 2.12 (a) tujuan/pelanggan i dan j dikunjungi dengan rute yang terpisah. Untuk mendapatkan penghematan, tujuan/pelanggan i dan j akan dikunjungi dengan rute yang sama, contoh terlihat pada Gambar 2.12 (b). Rute kendaraan yang ditunjukkan diantara titik i dan j oleh c_{ij} , rute kendaraan oleh D_a pada Gambar 2.12 (a).

$$D_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} \quad (2.10)$$

Ekivalen dengan rute kendaraan D_b pada Gambar 2.12 (b) adalah

$$D_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{j0} \quad (2.11)$$

Dengan menggabungkan kedua rute memperoleh penghematan s_{ij} .

$$s_{ij} = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} - (c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}) \quad (2.12)$$

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad (2.13)$$

s_{ij} = nilai penghematan jarak dari titik i ke titik j .

c_{i0} = jarak dari titik i ke depot

c_{0j} = jarak dari titik j ke depot

c_{ij} = jarak dari titik i ke titik j

Nilai penghematan (s_{ij}) adalah jarak yang dapat dihemat jika rute $0 - i - 0$ digabungkan dengan rute $0 - j - 0$ menjadi rute tunggal $0 - i - j - 0$ yang dilayani oleh satu kendaraan yang sama.

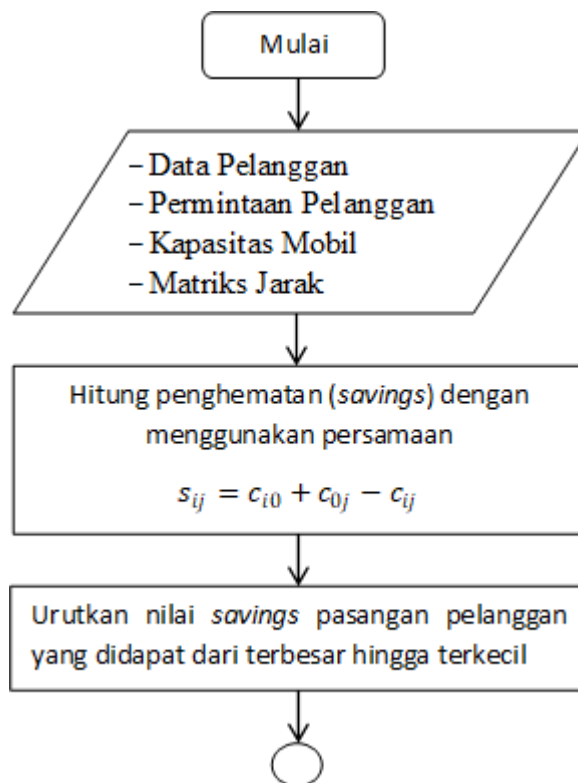
Penyelesaian permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) dengan algoritma *Clarke-Wright* melalui beberapa langkah. Adapun langkah-langkah yang diadopsi dari Lita Octora dkk adalah sebagai berikut:

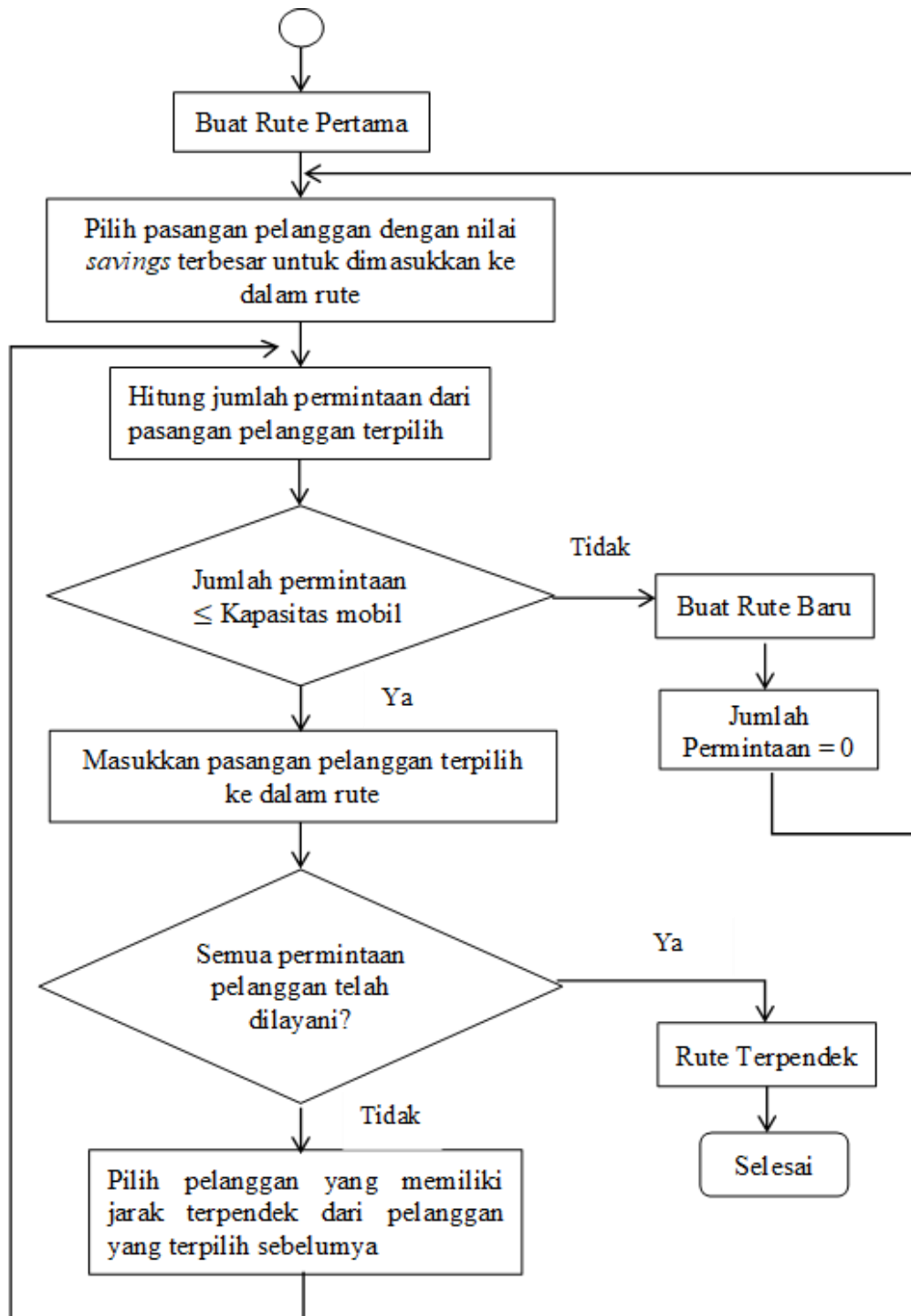
1. Menentukan data pelanggan, jumlah permintaan dan kapasitas kendaraan sebagai input yang dibutuhkan.
2. Buat matriks jarak antar depot ke konsumen dan antar konsumen ke konsumen.
3. Hitung nilai *saving* menggunakan persamaan $s_{ij} = c_{io} + c_{oj} - c_{ij}$ pada setiap pelanggan untuk mengetahui nilai penghematan.
4. Urutkan pasangan pelanggan berdasarkan nilai *saving* matriks penghematan dari nilai *saving* terbesar hingga yang terkecil. Langkah ini merupakan iterasi dari matriks penghematan, di mana jika nilai *saving* terbesar terdapat pada titik i dan j maka baris i dan kolom j dicoret, lalu i dan j digabungkan dalam satu kelompok rute, demikian seterusnya sampai iterasi yang terakhir. Iterasi akan berhenti apabila semua entri dalam baris dan kolom sudah terpilih.
5. Pembentukan rute pertama ($t = 1$)
6. Tentukan pelanggan pertama yang ditugaskan pada rute dengan cara memilih kombinasi pelanggan dengan nilai *saving* terbesar.
7. Hitung banyaknya jumlah permintaan dari konsumen yang telah terpilih. Apabila jumlah permintaan masih memenuhi kapasitas kendaraan maka lanjut

ke langkah 8. Apabila jumlah permintaan melebihi kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 9.

8. Pilih pelanggan selanjutnya yang akan ditugaskan berdasarkan kombinasi pelanggan terakhir yang terpilih dengan nilai *savings* terbesar, kembali ke langkah 7.
9. Hapus pelanggan terakhir yang terpilih, lanjut ke langkah 10.
10. Masukkan pelanggan yang terpilih sebelumnya untuk ditugaskan kedalam rute maka rute (t) telah terbentuk. Apabila masih ada pelanggan yang belum terpilih maka lanjut ke langkah 11. Apabila semua pelanggan telah ditugaskan maka proses pengerjaan algoritma *Clarke & Wright* telah selesai.
11. Pembentukan rute baru ($t = t + 1$), lanjut ke langkah 6.

Berikut ini merupakan *flowchart* algoritma *Clarke-Wright* :





Gambar 2.13 Flowchart Algoritma Clarke & Wright Savings

2.8 *Software Matlab*

Matlab merupakan bahasa pemrograman yang hadir dengan fungsi dan karakteristik yang berbeda dengan bahasa pemrograman lain yang sudah ada lebih dahulu seperti Delphi, Basic maupun C++. Matlab merupakan bahasa pemrograman level tinggi yang dikhususkan untuk kebutuhan komputasi teknis, visualisasi dan pemrograman, seperti komputasi matematik, analisis data, pengembangan algoritma, simulasi dengan pemodelan serta grafik-grafik perhitungan.

Matlab hadir dengan membawa warna yang berbeda. Hal ini karena Matlab membawa keistimewaan dalam fungsi-fungsi matematika, fisika, statistik, dan visualisasi. Matlab dikembangkan oleh MathWorks, yang pada awalnya dibuat untuk memberikan kemudahan mengakses data matriks pada proyek Linpack dan Eispack. Saat ini Matlab memiliki ratusan fungsi yang dapat digunakan sebagai *problem solver* mulai dari *simple* sampai masalah-masalah yang kompleks dari berbagai disiplin ilmu (Firmansyah,2007).

2.8.1 Menjalankan Matlab

Berikut langkah-langkah yang dilakukan untuk menjalankan program Matlab.

1. Klik pada tombol *Start*.
2. Pilih *All Programs*.
3. Klik pada folder Matlab
4. Klik pada ikon Matlab R2014a.

2.8.2 Menggunakan Variabel

Pada *Command Window*, bisa digunakan variabel. Variabel adalah suatu nama yang dapat dipakai untuk menyimpan suatu nilai yang ada di dalamnya bisa diubah sewaktu-waktu. Sebelum mempraktikkan penggunaan variabel, aturan tentang cara menamakan variabel perlu diketahui terlebih dahulu. Aturan yang memberikan nama variabel adalah sebagai berikut.

(1) Matlab membedakan huruf kecil dan huruf kapital pada penamaan variabel.

Dengan demikian *bilangan* dan *Bilangan* adalah dua variabel yang berbeda.

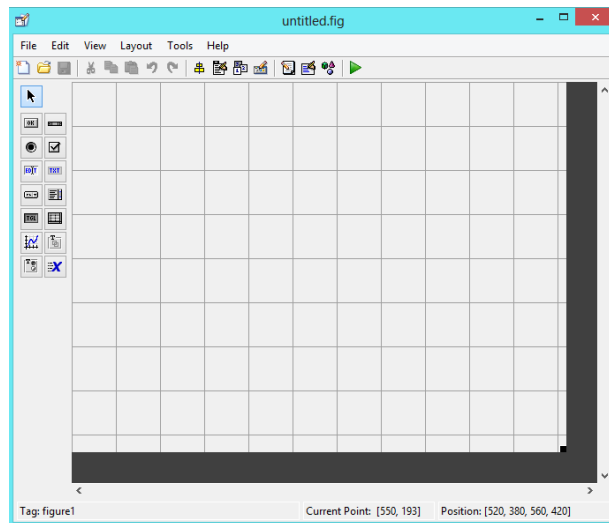
(2) Nama variabel harus diawali dengan huruf sedangkan kelanjutannya dapat berupa huruf, angka atau tanda garis bawah (`_`).

(3) Panjang nama variabel dapat mencapai 31 karakter. Jika nama variabel lebih dari 31 karakter, maka karakter ke-32 dan seterusnya diabaikan.

2.8.3 *Graphical User Interface* (GUI)

Graphical User Interface GUI merupakan tampilan grafis yang memudahkan *user* berinteraksi dengan perintah teks. Dengan GUI, program yang dibuat menjadi lebih *user friendly*, Sehingga *user* mudah menjalankan suatu aplikasi program (Paulus & Natalia, 2007: 17).










Untuk membuka lembar kerja GUI dalam Matlab, digunakan perintah `File – New – GUI` atau dengan mengetikkan `>> guide` pada *Command Window*. Tampilan lembar kerja GUI dalam Matlab terlihat pada Gambar 2.14.




Gambar 2.14 Tampilan Lembar Kerja GUI

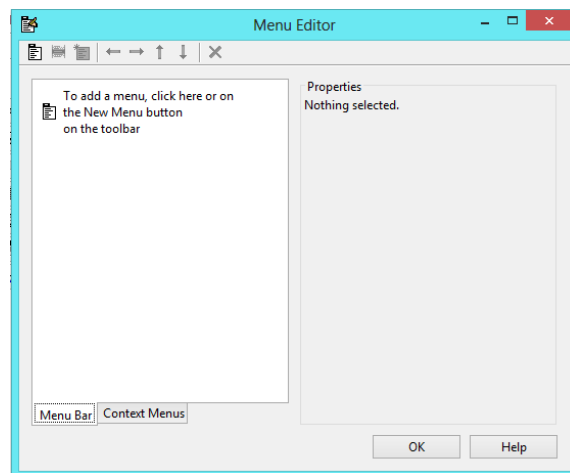
2.7.3.1 *Toolbar GUI*

Berikut adalah penjelasan kegunaan ikon-ikon pada toolbar GUI.

- (1) New  , untuk membuka lembar kerja GUI Matlab yang baru.
- (2) Open  , untuk membuka file Matlab yang sudah tersimpan.
- (3) Save  , untuk menyimpan GUI yang telah dibuat.
- (4) Cut  , untuk menghapus komponen GUI supaya dapat disalin kembali.
- (5) Copy  , untuk mengkopi komponen GUI supaya dapat disalin.
- (6) Paste  , untuk menyalin komponen GUI yang telah dihapus atau dikopi.
- (7) Undo  , untuk mengembalikan suatu perintah yang dilakukan sebelumnya.
- (8) Redo  , untuk mengembalikan suatu perintah yang dilakukan sebelumnya.
- (9) M-File Editor  , untuk membuka *script* program GUI pada m-file editor.

- (10) Menu Editor , terdapat dua menu, yaitu sebagai berikut.
- Menu bar* : untuk membuat menu pada *figure* yang bersangkutan.
 - Context Menu* : akan tampil jika pengguna mengklik mouse pada komponen di menu yang didefinisikan.

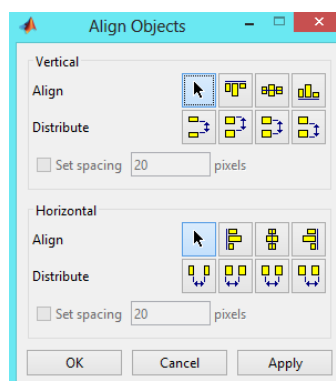
Tampilan Menu Editor terlihat pada Gambar 2.15.




Gambar 2.15 Tampilan Menu Editor

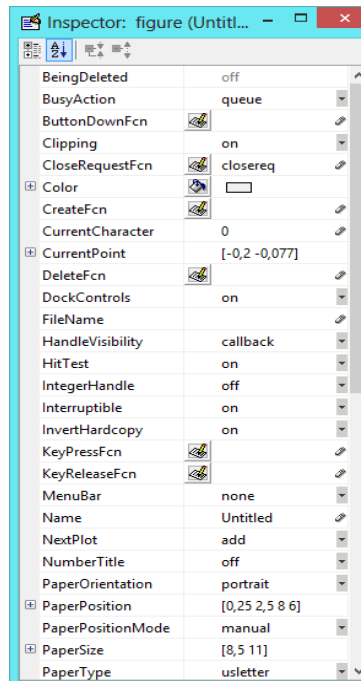
- (11) Align Objects , untuk merapikan beberapa komponen GUI.

Tampilan Align Object terlihat pada Gambar 2.16.





Gambar 2.16 Tampilan Align Object

- (12) *Property Inspector*  , untuk membuka properti suatu komponen GUI yang dibuat. Tampilan *Property Inspector* terlihat pada Gambar 2.17.









Gambar 2.17 Tampilan *Property Inspector*







- (13) *Object Browser*  , untuk menampilkan daftar urutan komponen-komponen GUI pada *figure*.
- (14) *Run*  , untuk menjalankan program.

2.7.3.2 Komponen-Komponen GUI



Gambar 2.18 Komponen-Komponen GUI

- (1) Push Button , push button merupakan tombol yang jika diklik akan menghasilkan suatu tindakan.
- (2) Slider , slider menerima masukan berupa angka pada suatu range tertentu di mana pengguna menggeser kontrol pada slider.
- (3) Radio Button , radio button merupakan kontrol yang digunakan untuk memilih suatu pilihan yang ditampilkan.
- (4) Check Box , check box merupakan kontrol yang digunakan untuk memilih satu atau lebih pilihan dari beberapa pilihan yang ditampilkan.
- (5) Edit Text , edit text merupakan kontrol untuk memasukkan atau memodifikasi teks.
- (6) Static Text , static text merupakan kontrol untuk membuat teks label.

- (7) Pop Up Menu , pop up menu merupakan kontrol yang digunakan untuk membuka tampilan daftar-daftar pilihan yang telah didefinisikan dengan mengklik tanda panah yang terdapat pada pop up menu.
- (8) Listbox , listbox merupakan kontrol yang digunakan untuk menampilkan semua daftar item. Kemudian pengguna memilih satu diantara item-item yang ada.
- (9) Toggle Button , toggle button hampir sama dengan push button, hanya jika push button diklik, tombol akan kembali ke posisi semula. Sebaliknya, jika toggle button diklik, tombol tidak akan kembali ke posisi semula kecuali diklik kembali.
- (10) Axes , axes digunakan untuk menampilkan grafik atau gambar.
- (11) Panel , panel merupakan kotak yang digunakan untuk menandai atau mengelompokkan daerah tertentu pada *figure*.
- (12) Button group , button group hampir sama dengan panel, tetapi button group lebih digunakan untuk mengelompokkan radio button dan toggle button.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

1. Penyelesaian masalah pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* menghasilkan rute-rute sebagai berikut.
 - a. Rute 1 : Depot – A3 – A7 – A15 – A17 – A2 – A10 – Depot.
 - b. Rute 2 : Depot – A13 – A4 – A5 – A28 – A27 – A23 – A11 – Depot.
 - c. Rute 3 : Depot – A29 – A30 – A16 – A1 – Depot.
 - d. Rute 4 : Depot – A9 – A20 – A14 – A26 – A19 – Depot.
 - e. Rute 5 : Depot – A22 – A6 – A25 – A12 – A24 – A18 – A8 – A21 – Depot.

Solusi dengan algoritma *Nearest Neighbour* selama 1 hari menghasilkan total jarak tempuh sebesar 279 km dan total biaya transportasi sebesar Rp 794.606,25.

2. Penyelesaian masalah pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke & Wright Savings* menghasilkan rute-rute sebagai berikut.
 - a. Rute 1 : Depot – A8 – A21 – A24 – A18 – A12 – A1 – A23 – A27 – A11 – A25 – Depot.
 - b. Rute 2 : Depot – A26 – A19 – A28 – A10 – A14 – A22 – A9 – Depot.
 - c. Rute 3 : Depot – A16 – A20 – A6 – A5 – Depot.
 - d. Rute 4 : Depot – A30 – A29 – A2 – A17 – A4 – A7 – Depot.
 - e. Rute 5 : Depot – A13 – A15 – A3 – Depot.

Solusi dengan algoritma *Clarke & Wright Savings* selama 1 hari menghasilkan total jarak tempuh sebesar 443,9 km dan total biaya transportasi sebesar Rp 900.760,625.

3. Pada solusi algoritma *Nearest Neighbour* diperoleh penghematan jarak sebesar 341,4 km/hari dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp219.776,25/hari. Sedangkan pada solusi algoritma *Clarke & Wright Savings* diperoleh penghematan jarak sebesar 176,5 km/hari dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp 113.621,875/hari. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* pada kasus ini lebih efektif dibandingkan dengan rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Clarke & Wright Savings*.

5.2 Saran

1. Berdasarkan kesimpulan diatas, disarankan kepada PT. Harum Ossamac untuk menggunakan algoritma *Nearest Neighbour* dalam proses pendistribusian tabung gas LPG 3 kg, sehingga biaya yang dikeluarkan minimal.
2. Perlu diadakan penelitian lebih lanjut untuk memperlihatkan dan membuktikan keefektifan, kelebihan, keakuratan dan kelemahan dari algoritma *Nearest Neighbour* dengan tujuan untuk membandingkan antara algoritma heuristik yang ada pada berbagai data dengan tujuan titik yang lebih banyak dari yang saat ini diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

- A. Cano-Acosta, J. F.-G. (2016). *Shortest Path Algorithm For Optimal Sectioning Of Hydrocarbon Transport Pipeline*, 5.
- Abadi, C. (2014). Penentuan Rute Kendaraan Distribusi Produk Roti Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Metode Sequential Insertion. *Jurnal Online Teknologi Nasional*, 152-163.
- Ade Irman SM, R. E. (2017). Optimalisasi Rute Distribusi Air Minum Quelle dengan Algoritma Clarke & Wright Saving dan Model Vehicle Routing Problem. *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 1-7.
- Ahmad Aliyuddin, P. S. (2017). Metode Vehicle Routing Problem (VRP) dalam Mengoptimalkan Rute Distribusi Air Minum PT. SMU. 147-153.
- Aliyuddin Ahmad, P. P. (2017). Metode Vehicle Routing Problem (VRP) dalam Mengoptimalkan Rute Distribusi Air Minum PT.SMU. *Journal Universitas Islam Majapahit*, 147-153.
- Amri, M. (2013). Penyelesaian Vehicle Routing Problem dengan Menggunakan Metode Nearest Neighbour (Studi Kasus: MTP Nganjuk Distributor PT. Coca Cola). 36-45.
- Clandlu Pop, P. (2011). Heuristic Algorithms for Solving the Generalized Vehicle Routing Problem. *Int. J. of Computers, Communications & Control*, 158-165.
- Clarke, G. &. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Point. *Operations Research*, 568-581.

- Fatharani Arinalhaq, A. I. (2013). Penentuan Rute Kendaraan Pengangkutan Sampah dengan Menggunakan Metode Nearest Neighbour (Studi Kasus PD Kebersihan Kota Bandung). *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 22-32.
- Firmansyah, A. (2007). *Dasar-Dasar Pemrograman MATLAB*. Ilmu Komputer.com.
- Hantono Raharjo, E. A. (2015). Minimalisasi Biaya Distribusi Kayu dengan Metode Clarke and Wright Saving Heuristic (di CV. Sumber Jaya Gresik). 46-54.
- Indra Sidik Kurniawan, S. S. (2014). Usulan Rute Pendistribusian Air Mineral dalam Kemasan Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Clarke & Wright Savings (Studi Kasus di PT. X Bandung). *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 125-136.
- Mariana Sianipar, D. F. (2017). Penentuan Rute Kendaraan Menggunakan Metode Clarke and Wright Saving Heuristic (Studi Kasus: PT. Sinar Sosro). 143-151.
- Munir, R. (2007). *Teori Graph Dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.
- Nissa Mardiani, S. S. (2014). Penentuan Rute untuk Pendistribusian BBM Menggunakan Algoritma Nearest Neighbour (Studi Kasus di PT X). *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 142-153.

- Nur Azizah, U. (2015). Optimalisasi Biaya Distribusi Produk PT. Madubaru dengan Pendekatan Metode Saving Matrix dan Generalized Assignment. *Jurnal Rekavasi*, 102-110.
- Pratiwi Kusumawardi, A. d. (2017). Penentuan Rute Distribusi Daging Ayam Menggunakan Metode Clarke & Wright Savings dan Algoritma Genetika. *Jurnal Matematika*.
- Purnomo, A. (2017). Analisis Rute Distribusi dengan Metode Capacity Vehicle Routing Problem (CVRP) pada Produk Coca Cola di Pusat Distribusi Bandung. 1-99.
- Rupiah, S. (2017). Efektivitas Algoritma Clarke-Wright dan Sequential Insertion dalam Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG. *Unnes Journal of Mathematics*, 198-210.
- Sari A, M. Penyelesaian Capacitated Vehicle Routing Problem Menggunakan Saving Matriks, Sequential Insertion, dan Nearest Neighbour di Victoria RO. *Jurnal Matematika*.
- Satria Megantara Rohandi, A. I. (2014). Penentuan Rute Distribusi Produk Obat Menggunakan Metode Sequential Insertion dan Clarke & Wright Savings (Studi Kasus di PT X Bandung). *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 34-45.
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Windows Constraints. *Operations Research*, 254-265.
- Sugeng Fuadi, A. (2018). Penyelesaian Vehicle Routing Problem Menggunakan Metode Clarke & Wright Saving Heuristic (Studi Kasus: PT. Coca Cola

- Amatil Indonesia-Wilayah Banyuwangi). *Seminar Nasional IENACO*, 164-172.
- Supriyadi. (2017). Minimalisasi Biaya dalam Penentuan Rute Distribusi Produk Minuman Menggunakan Metode Savings Matrix. *Institut Supply Chain Logistik Indonesia*, 1-7.
- Tarigan, U. (2018). Analysis of Optimal Transport Route Determination of Oil Palm Fresh Fruit Bunches from Plantation to Processing Factory. *Journal of Physics*, 1-7.
- Tonci, C. &. (2008). Vehicle Routing Problem. *University of Zagreb- In-the Croatia*.
- Toth, P. &. (2002). An Overview of Vehicle Routing Problem. 1-26.
- William Tanujaya, D. R. (t.thn.). Penerapan Algoritma Genetik Untuk Penyelesaian Masalah Vehicle Routing di PT. MIF. 92-102.
- Yuniarti, R. (2013). Penerapan Metode Saving Matrix dalam Penjadwalan dan Penentuan Rute Distribusi Premium di SPBU Kota Malang. *Jurnal Rekayasa Mesin*, 17-26.