



**PEMODELAN RUNTUN WAKTU HARGA SAHAM  
DENGAN METODE MODWT-ARIMA**

Skripsi  
disusun sebagai salah satu syarat  
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Program Studi Matematika

oleh  
Maula Qorri 'Aina  
4111414028

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG  
2019**

## PERNYATAAN KEASLIAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 11 Maret 2019



Maula Qorri 'Aina  
4111414028

## PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Pemodelan Runtun Waktu Harga Saham dengan Metode MODWT-ARIMA

disusun oleh

Maula Qorri 'Aina

4111414028

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 11 Maret 2019.

Panitia:



Sudarmin, M.Si.

19601231992031003

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.

196807221993031005

Ketua Penguji

Dr. Iqbal Kharisudin, S.Pd., M.Sc.

197908052005011003

Anggota Penguji/  
Pembimbing I

Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc.

198208182006042001

Anggota Penguji/  
Pembimbing II

Dr. Walid, S.Pd., M.Si.

197408192001121001

## **MOTTO**

“Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain), dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap.” (Q.S. Al-Insyiroh: 6-8)

## **PERSEMBAHAN**

Untuk Bapak, Ibu, Guru-guru, Adikku, serta  
Teman-teman jurusan Matematika Unnes.

## PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Pemodelan Runtun Waktu Harga Saham dengan Metode MODWT-ARIMA”. Penulis menyadari bahwa penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, dan kerjasama dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Sudarmin, M.Si., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Koordinator Program Studi Matematika S1, Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
5. Putriaji Hendikawati S.Si., M.Pd., M.Sc., Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
6. Dr. Walid S.Pd., M.Si., Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
7. Kedua orang tua Bapak Safiuddin dan Ibu Mas’udah, adikku tercinta Muhammad Haidar Alwi, serta seluruh keluarga besarku tercinta yang selalu memberikan kasih sayang, motivasi, semangat, bantuan, dan doa selama menempuh pendidikan hingga terselesaikannya skripsi ini.

8. Keluarga besar Pondok Pesantren Durrotu Ahlissunnah Waljama'ah, Keluarga Al Hafidz, serta Teman seperjuangan Matematika angkatan 2014 terima kasih atas semangat, motivasi, dukungan, bantuan dan kebersamaannya.
9. Seluruh pihak baik secara langsung maupun tidak langsung yang turut membantu dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi bagi pembaca. Terima kasih.

Semarang, 11 Maret 2019

Penulis

## ABSTRAK

Aina, M.Q. 2019. *Pemodelan Runtun Waktu Harga Saham dengan Metode MODWT-ARIMA*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.  
Pembimbing : Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc. dan Dr. Walid, S.Pd., M.Si.

Kata kunci: MODWT-ARIMA, runtun waktu, saham.

MODWT-ARIMA merupakan metode pemodelan runtun waktu yang menggabungkan proses MODWT dan proses ARIMA. Proses MODWT digunakan sebagai *pre-processing* data. Proses MODWT mampu menghasilkan data yang lebih baik karakteristiknya dari data aslinya, seperti memiliki rata dan variansi yang lebih stabil. Proses ARIMA sebagai pembentuk model runtun waktu dari data hasil dekomposisi MODWT. Data yang dimodelkan adalah data runtun waktu harga saham harian BBRIJK pada rentang 2 Januari 2015 s.d. 31 Desember 2018. Sebagian besar data dalam bidang ekonomi bersifat tidak stabil sehingga dianggap perlu menggunakan MODWT dalam melakukan pemodelan runtun waktu harga saham tersebut. Tujuan utama penelitian ini adalah membuktikan bahwa pemodelan runtun waktu dengan menggabungkan proses MODWT-ARIMA untuk harga saham BBRIJK yang bersifat tidak stasioner lebih efektif dari pada dengan ARIMA saja. Keefektifan metode dilihat dari keakuratan hasil ramalan yang didasarkan pada nilai RMSE. Hasilnya model MODWT-ARIMA memiliki nilai RMSE = 4,909 yang lebih kecil dari pada model ARIMA dengan RMSE = 35,092, sedangkan RMSE hasil ramalannya untuk 43 periode kedepan adalah sebesar 428,394 yang juga lebih kecil dari RMSE ramalan ARIMA sebesar 434,973.

Hasil cek diagnostik model ARIMA untuk data hasil dekomposisi MODWT, yaitu  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , dan  $S_3$ , menunjukkan bahwa residual modelnya bersifat tidak *white noise*, sedangkan hasil cek diagnostik model ARIMA untuk runtun waktu harga saham harian menunjukkan bahwa residual model bersifat *white noise*. Secara teoritis, model yang memiliki residual tidak *white noise* dianggap kurang mampu menggambarkan sifat-sifat data yang diamati karena residual data masih mengandung informasi yang perlu dipertimbangkan dalam pemodelan sehingga sebaiknya dilakukan pemodelan lanjutan terhadap residual. Akan tetapi, kajian penelitian ini dicukupkan untuk model ARIMA dan sudah bisa ditunjukkan bahwa model MODWT-ARIMA lebih efektif untuk memodelkan runtun waktu yang tidak stasioner dibandingkan model ARIMA. Pemodelan lanjutan terhadap residual dapat dilakukan sebagai pengembangan serta penambah keakuratan hasil ramalan dari penelitian ini.

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
PERNYATAAN KEASLIAN .....	ii
PENGESAHAN .....	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN .....	iv
PRAKATA .....	v
ABSTRAK .....	vii
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR TABEL .....	xi
DAFTAR GAMBAR .....	xii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xv
DAFTAR SIMBOL .....	xvi
<b>BAB</b>	
1. PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	8
1.3 Batasan Masalah .....	8
1.4 Tujuan Penelitian .....	9
1.5 Manfaat Penelitian .....	9
1.6 Sistematika Penulisan .....	10
2. TINJAUAN PUSTAKA .....	12
2.1 Transformasi Wavelet .....	12



2.2 Transformasi Wavelet Diskrit .....	14
2.3 <i>Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform</i> .....	15
2.4 Stasioneritas .....	25
2.5 Fungsi Autokorelasi (FAK) .....	27
2.6 Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP) .....	28
2.7 <i>Autoregressive</i> (AR(p)) .....	28
2.8 <i>Moving Average</i> (MA(q)) .....	29
2.9 <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> (ARIMA) .....	29
2.10 Peramalan .....	30
2.11 Analisis Runtun Waktu .....	32
2.12 Saham .....	35
2.13 Pemilihan Model Terbaik .....	37
2.14 Matlab .....	37
2.15 R .....	39
3. METODE PENELITIAN .....	41
3.1 Studi Pustaka .....	41
3.2 Sumber Data .....	42
3.3 Analisis Data .....	42
3.4 Penarikan Kesimpulan .....	52
4. HASIL DAN PEMBAHASAN .....	53
4.1 Hasil Penelitian .....	53
4.1.1 Input Data .....	54
4.1.2 Pemodelan ARIMA .....	54

4.1.3	Pemodelan MODWT-ARIMA .....	64
4.2	Pembahasan .....	95
4.2.1	Pemodelan ARIMA .....	95
4.2.2	Pemodelan MODWT-ARIMA .....	99
4.2.3	Perbandingan Model ARIMA dan MODWT-ARIMA .....	116
5.	PENUTUP.....	118
5.1	Simpulan .....	118
5.2	Saran .....	119
	DAFTAR PUSTAKA .....	121
	LAMPIRAN.....	124

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
2.1 Lebar Filter Daubechies 4 level $j$ .....	18
3.1 Karakteristik Utama dari FAK dan FAKP Proses Stasioner .....	47
4.1 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA Teridentifikasi dan Hasil Uji Signifikansi untuk Harga Saham Harian BBRIJK .....	61
4.2 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA Teridentifikasi dan Hasil Uji Signifikansi untuk $D_1$ .....	78
4.3 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA Teridentifikasi dan Hasil Uji Signifikansi untuk $D_2$ .....	81
4.4 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA Teridentifikasi dan Hasil Uji Signifikansi untuk $D_3$ .....	84
4.5 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA Teridentifikasi dan Hasil Uji Signifikansi untuk $S_3$ .....	88
4.6 Perbandingan Keakuratan Peramalan ARIMA dan MODWT-ARIMA .....	116

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 <i>Flowchart</i> Algoritma Piramida .....	18
3.1 <i>Flowchart</i> Pemodelan MODWT-ARIMA .....	43
3.2 <i>Flowchart</i> Pemodelan ARIMA .....	51
4.1 Grafik Harga Saham BBRIJK .....	55
4.2 Plot FAK Harga Saham BBRIJK .....	56
4.3 <i>Output</i> Uji ADF Harga Saham BBRIJK .....	57
4.4 Grafik Differensi lag-1 Harga Saham BBRIJK .....	58
4.5 <i>Output</i> Uji ADF Differensi lag-1 Harga Saham BBRIJK .....	58
4.6 Plot FAK dan FAKP dari Differensi lag-1 Harga Saham BBRIJK .....	59
4.7 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA (0,1,1) tanpa Konstanta untuk Harga Saham BBRIJK.....	60
4.8 <i>Output</i> Estimasi Parameter Model ARIMA (0,1,1) dengan Konstanta untuk Harga Saham BBRIJK .....	60
4.9 Grafik Data <i>Fitting</i> ARIMA (1,1,2) Harga Saham BBRIJK .....	64
4.10 Grafik Koefisien Wavelet Level 1 ( $D_1$ ) .....	66
4.11 <i>Output</i> Uji ADF untuk $D_1$ .....	67
4.12 Plot FAK dan FAKP $D_1$ .....	67
4.13 Grafik Koefisien Wavelet Level 2 ( $D_2$ ) .....	68
4.14 <i>Output</i> Uji ADF $D_2$ .....	69

4.15	Plot FAK dan FAKP $D_2$ .....	69
4.16	Grafik Koefisien Wavelet Level 3 ( $D_3$ ) .....	70
4.17	<i>Output</i> Uji ADF $D_3$ .....	71
4.18	Plot FAK dan FAKP $D_3$ .....	71
4.19	Grafik Koefisien Skala ( $S_3$ ) .....	72
4.20	<i>Output</i> Uji ADF $S_3$ .....	73
4.21	Grafik Data Hasil Differensi lag-1 dari $S_3$ .....	74
4.22	<i>Output</i> Uji ADF Data Hasil Differensi lag-1 dari $S_3$ .....	75
4.23	Plot FAK dan FAKP Data Hasil Differensi lag-1 dari $S_3$ .....	75
4.24	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) tanpa Konstanta untuk $D_1$ .....	77
4.25	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) dengan Konstanta untuk $D_1$ .....	77
4.26	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) tanpa Konstanta untuk $D_2$ .....	80
4.27	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) dengan Konstanta untuk $D_2$ .....	80
4.28	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) dengan Konstanta untuk $D_3$ .....	83
4.29	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) dengan Konstanta untuk $D_3$ .....	84
4.30	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) tanpa Konstanta untuk $S_3$ .....	87

4.31	<i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA(0,0,1) dengan Konstanta untuk $S_3$ .....	87
4.32	Grafik Data <i>Fitting</i> ARIMA (2,0,1) untuk $D_1$ .....	91
4.33	Grafik Data <i>Fitting</i> ARIMA (3,0,3) untuk $D_2$ .....	92
4.34	Grafik Data <i>Fitting</i> ARIMA (3,0,3) untuk $D_3$ .....	92
4.35	Grafik Data <i>Fitting</i> ARIMA (3,1,3) untuk $S_3$ .....	93
4.36	Grafik Data <i>Fitting</i> Model MODWT-ARIMA .....	94
4.37	<i>Flowchart</i> Hasil Penelitian Pemodelan Harga Saham BBRIJK dengan MODWT-ARIMA .....	101

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. <i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA (p,d,q) pada Pemodelan Harga Saham Harian BBRIJK dengan R-3.5.3 .....	125
2. <i>Output</i> Cek Diagnostik ARIMA pada Pemodelan Harga Saham Harian BBRIJK dengan R-3.5.3 .....	132
3. <i>Output Data Fitting</i> ARIMA (1,1,2) pada Pemodelan Harga Saham Harian BBRIJK dengan R-3.5.3 .....	134
4. <i>Output Data Prediksi</i> dengan ARIMA (1,1,2) pada Pemodelan Harga Saham Harian BBRIJK dengan R-3.5.3 .....	139
5. <i>Output</i> Dekomposisi MODWT untuk Data Harga Saham Harian BBRIJK dengan MatlabR2018a .....	140
6. <i>Output</i> Estimasi Parameter ARIMA (p,d,q) untuk $D_1$ , $D_2$ , $D_3$ , dan $S_3$ dengan R-3.5.3 .....	166
7. <i>Output</i> Cek Diagnostik ARIMA (p,d,q) untuk $D_1$ , $D_2$ , $D_3$ , dan $S_3$ dengan R-3.5.3.....	192
8. <i>Output Data Fitting</i> Model ARIMA Terbaik untuk $D_1$ , $D_2$ , $D_3$ , dan $S_3$ dengan R-3.5.3 .....	208
9. <i>Output Data Prediksi</i> dengan Model ARIMA Terbaik untuk $D_1$ , $D_2$ , $D_3$ , dan $S_3$ dengan R-3.5.3 .....	232
10. <i>Output</i> Proses IMODWT dengan <i>Software</i> MatlabR2018a .....	236

## DAFTAR SIMBOL

$A_j$  : banyaknya koefisien yang terpilih pada setiap level dekomposisi

$c_{J,k}$  : koefisien skala, elemen dari  $V_j$

$d_{j,k}$  : koefisien wavelet, elemen dari  $W_j$

$D_j$  : komponen wavelet DWT level ke- $j$

$\tilde{D}_j$  : komponen wavelet / detil MODWT level ke- $j$

$\{g_l\}$  : filter skala DWT

$\{\tilde{g}_l\}$  : filter skala MODWT

$\tilde{G}(\cdot)$  : fungsi transfer untuk  $\{\tilde{g}_l\}$

$\tilde{\mathcal{G}}(\cdot)$  : *squared gain function* untuk  $\{\tilde{g}_l\}$

$\{h_l\}$  : filter skala DWT

$\{\tilde{h}_l\}$  : filter skala MODWT

$\tilde{H}(\cdot)$  : fungsi transfer untuk  $\{\tilde{h}_l\}$

$\tilde{\mathcal{H}}(\cdot)$  : *squared gain function* untuk  $\{\tilde{h}_l\}$

$j$  : parameter dilatasi / indeks level dekomposisi

$J$  : level dekomposisi maksimum untuk ukuran sampel  $N$

$J_0$  : level dekomposisi maksimum partisi



- $k$  : parameter translasi
- $L_j$  : lebar dari filter wavelet dan filter skala level ke- $j$
- $N$  : ukuran sampel
- $p$  : ordo dari proses  $AR$
- $q$  : ordo dari proses  $MA$
- $r_k$  : koefisien autokorelasi hasil estimasi dari pengamatan untuk time-lag  
1,2,3, ...,  $k$
- $\tilde{J}_0$  : komponen skala / pemulusan MODWT level maksimum dari  $j$  yaitu  $J_0$
- $t$  : waktu pengamatan
- $V$  : vektor kolom berisi koefisien skala hasil transformasi
- $V_j$  : vektor kolom berisi koefisien skala DWT level ke- $j$
- $\tilde{V}_j$  : vektor kolom berisi koefisien skala MODWT level ke- $j$
- $\tilde{V}_{j,t}$  : elemen ke- $t$  dari  $\tilde{V}_j$
- $w_t$  : differensi
- $W_j$  : vektor kolom berisi koefisien wavelet DWT level ke- $j$
- $\tilde{W}_j$  : vektor kolom berisi koefisien wavelet MODWT level ke- $j$
- $\tilde{W}_{j,t}$  : elemen ke- $t$  dari  $\tilde{W}_j$
- $\mathcal{W}$  : matriks transformasi DWT

$\tilde{\mathcal{W}}$  : matriks transformasi MODWT

$\mathcal{W}_j$  : matriks pemetaan  $Z$  terhadap  $W_j$ , berukuran  $N \times N$  (submatrik dari  $\mathcal{W}$ )

$\tilde{\mathcal{W}}_j$  : matriks pemetaan  $Z$  terhadap  $\tilde{W}_j$

$\{Z_t\}$  : sebuah pengamatan pada saat  $t$

$Z$  : vektor yang memuat  $\{Z_0, \dots, Z_{N-1}\}$

$\rho_k$  : fungsi autokorelasi teoritis

$\hat{\phi}_{kk}$  : fungsi autokorelasi parsial hasil estimasi dari pengamatan

$\phi_{kk}$  : fungsi autokorelasi parsial teoritis

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Seringnya terdapat senjang waktu (*time lag*) antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri menjadi alasan utama bagi perencanaan dan peramalan (Makridakis, 1991). Kebutuhan akan peramalan saat ini semakin meningkat, hal ini dikarenakan untuk mengurangi ketergantungan pada hal-hal yang belum pasti. Peramalan runtun waktu merupakan metode kuantitatif untuk pendugaan berdasarkan data masa lalu dari suatu variabel yang telah dikumpulkan secara teratur. Tujuan metode peramalan runtun waktu adalah menemukan pola pada deret data historis dan mengekstrapolasikan pola tersebut ke masa depan (Hendikawati, 2015).

Proses peramalan akan suatu nilai tertentu erat kaitannya dengan pemodelan data runtun waktu tersebut. Harapannya, dengan model yang akan diperoleh nanti dapat dilakukan tindak lanjut seperti peramalan. Menurut Makridakis (1991), dengan mendeteksi pola dan kecenderungan data runtun waktu kemudian memformulasikannya dalam suatu model maka dapat digunakan untuk memprediksi data di masa mendatang. Prediksi inilah yang nantinya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam mengambil keputusan.

PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk merupakan perusahaan yang bergerak di bidang perbankan. PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk didirikan

pada tanggal 16 Desember 1895. Saham perseroannya telah dicatatkan di Bursa Efek Jakarta (sekarang Bursa Efek Indonesia) pada tanggal 10 November 2003 dengan kode saham BBRI sehingga mulai saat itu BRI menjadi perseroan terbuka. Saham BRI pada tahun itu langsung tergabung dalam indeks saham LQ45 dan menjadi salah satu saham unggulan di BEI (Laporan Tahunan BRI, 2016). LQ45 merupakan indeks saham di BEI yang beranggotakan 45 saham dengan kapitalis pasar terbesar dan terlikuid atau sering ditransaksikan. Biasanya manajer investasi akan menempatkan dananya pada saham-saham yang termasuk LQ45 untuk mengurangi resiko likuiditas.

Investasi saham memiliki daya tarik tersendiri bagi para investor perorangan maupun badan usaha berupa transaksi perdagangan yang dinamis dan biaya relatif murah dibandingkan bentuk investasi dengan penghasilan tetap seperti tabungan dan deposito yang dikenal dalam perbankan pada umumnya. Saham merupakan surat berharga yang memberikan peluang keuntungan dan potensi risiko yang tinggi. Saham dapat membuat investor mendapatkan imbal hasil yang besar ataupun mengalami kerugian besar dalam waktu singkat, seiring berfluktuasinya harga saham. Untuk menekan risiko tersebut, para investor saham dirasa perlu untuk mengetahui proyeksi harga saham di masa mendatang. Tujuannya adalah untuk membantu mempertimbangkan keputusan yang akan diambil, karena kadangkala efektifitas suatu keputusan dipengaruhi oleh faktor-faktor yang tidak dapat dilihat pada saat pengambilan keputusan itu dilakukan.

Proyeksi harga saham mendatang dapat diketahui, salah satunya dengan mempelajari pola data runtun waktu harga saham yang diamati. Sehingga

diperlukan penelitian untuk membentuk model runtun waktu yang dapat menggambarkan sifat-sifat data yang diamati agar peramalan di masa mendatang dapat dilakukan. Penelitian terhadap nilai saham BRI untuk mengetahui prospek kedepan nilai saham tersebut telah dilakukan oleh Sari (2017) dan Lilipaly (2014) dengan menggunakan metode ARIMA. Selain itu, telah dilakukan juga penelitian nilai saham BRI dengan metode ARIMA-GARCH oleh Yolanda (2017).

Harga saham terbentuk atas banyaknya permintaan dan penawaran. Permintaan dan penawaran terjadi karena berbagai faktor, baik yang sifatnya spesifik atas saham (kinerja perusahaan dan industri di mana perusahaan tersebut bergerak), maupun faktor yang sifatnya makro seperti kondisi ekonomi Negara, kondisi sosial-politik, maupun rumor-rumor yang berkembang. Kondisi-kondisi tersebut menyebabkan sebagian besar harga saham tidak stabil atau dalam analisis runtun waktu dianggap tidak stasioner.

Proses analisa data yang lebih modern untuk mengatasi data-data yang bersifat tidak stasioner atau membentuk model dari data nonstasioner adalah metode wavelet. Analisis dekomposisi wavelet merupakan fungsi basis yang memberikan alat baru sebagai pendekatan yang dapat digunakan dalam merepresentasikan data atau fungsi-fungsi yang lain (Banakar dan Azeem, 2006). Kata wavelet diberikan oleh Jean Morlet dan Alex Grossmann di awal tahun 1980-an, berasal dari bahasa Prancis, *ondelette* yang berarti gelombang kecil. Kata *onde* kemudian diterjemahkan ke bahasa Inggris menjadi *wave*, lalu digabung dengan kata aslinya sehingga terbentuk kata baru "*wavelet*".

Fungsi wavelet diartikan sebagai suatu fungsi matematika yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi disekitar nol (seperti fungsi sinus dan cosinus) serta terlokalisasi dalam domain waktu artinya pada saat nilai domain relatif besar, fungsi wavelet berharga nol (Walker, 2008). Representasi waktu dan frekuensi mengakibatkan transformasi wavelet dapat digunakan untuk menganalisa data-data nonstasioner. Karena wavelet terlokalisasi dalam domain waktu maka representasi fungsi dengan wavelet menjadi lebih efisien. Hal ini dikarenakan banyaknya koefisien wavelet yang tidak nol dalam rekonstruksi fungsi dengan wavelet relatif sedikit.

Transformasi wavelet digunakan sebagai sebuah perlakuan awal pada data sebelum peramalan dilakukan yang memperbaiki perilaku prediksi dari teknik peramalan seperti ARIMA, *Neural Network*, dll. Jika transformasi wavelet diterapkan pada data yang memiliki penyakit (rata dan variansi tidak konstan, mengandung *outliers*, atau musiman) maka data hasil transformasi tersebut akan memiliki perilaku secara umum lebih baik dari data aslinya, memiliki variansi yang lebih stabil dan tanpa *outliers*. Dengan demikian, nilai yang akan datang dari data tersebut dapat diramalkan secara lebih akurat dengan menggunakan teknik peramalan seperti ARIMA (Conejo, dkk., 2005).

Transformasi wavelet dibagi menjadi dua bagian, yaitu *Continuous Wavelet Transform* (CWT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Kajian tentang peramalan harga saham dengan Wavelet Haar dengan metode DWT menggunakan *software* Matlab R2013a telah dilakukan oleh Ulfiati dan Sugiman (2015). Penelitian mengenai DWT juga telah dilakukan oleh Lestari dan Subanar (2015)

untuk penanganan data runtun waktu yang berdimensi tinggi dan selanjutnya untuk keperluan peramalan digunakan metode peramalan runtun waktu yang mungkin menggambarkan sifat data pendekatan wavelet, yaitu model AR(1).

Pemodelan data runtun waktu dengan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) harus diasumsikan bahwa ukuran sampel  $N$  dapat dibagi menjadi  $2^J$  untuk suatu bilangan bulat positif  $J$ . Sehingga pemfilteran dengan DWT tidak dapat dilakukan pada sembarang ukuran sampel. Untuk mengatasi keterbatasan DWT dalam ukuran sampel tersebut dikembangkan konsep baru yang dikenal dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). MODWT memiliki keunggulan dari pada DWT antara lain, dapat digunakan untuk setiap ukuran sampel dan mereduksi data menjadi setengahnya (*down sampling*) sehingga dalam setiap level dekomposisi terdapat koefisien wavelet dan skala sebanyak panjang data (Percival dan Walden, 2000).

Kajian tentang *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) telah banyak dilakukan, diantaranya oleh Warsito, dkk. (2013) yang menerapkan MODWT pada pemodelan runtun waktu dengan model *linier autoregresif* yang menunjukkan bahwa transformasi wavelet dengan MODWT dengan level dekomposisi dan koefisien pada setiap level yang dipilih secara optimal dapat digunakan untuk prediksi runtun waktu. Level dekomposisi yang terlalu tinggi juga akan meningkatkan nilai residual data hasil transformasi pada level tersebut, yang dipandang kurang memberikan pengaruh yang besar terhadap data. Chen, W. D., dkk. (2017) juga telah melakukan kajian tentang analisis MODWT pada data runtun

waktu yang diaplikasikan untuk mengestimasi korelasi multi-level antara laba pada sebuah saham dan laba pada pasar saham.

Penelitian Zhu, dkk. (2014) membahas tentang model MODWT yang digabung dengan ARMA. Ide yang diangkat juga merupakan level dekomposisi untuk peramalan data runtun waktu pada skala yang berbeda. Kemudian untuk setiap level ARMA digunakan untuk memodelkan data dan membuat peramalan. Hasil akhir peramalan data runtun waktu diperoleh dari gabungan nilai smooth dan detail. Sehingga MODWT yang dikombinasi dengan ARMA (model MODWT-ARMA) dapat digunakan untuk mengatasi data nonstasioner dan runtun waktu LRD (*Long Range Dependence*). Pengkombinasian model peramalan sederhana seperti ARMA, ARIMA, dan sebagainya dengan model peramalan modern (MODWT) dapat memberikan perbaikan pada hasil peramalan (Wadi S. Al, dkk., 2013).

Rosadi (2016) mengelompokkan model-model runtun waktu menjadi dua bagian, yaitu model stasioner dan model non stasioner. Pada umumnya, sebagian besar data runtun waktu bersifat tidak stasioner atau membentuk model yang nonstasioner. Salah satu metode peramalan runtun waktu yang umum digunakan untuk mengatasi data nonstasioner adalah metode ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*). Metode ini melakukan *differencing* dan atau transformasi terhadap data nonstasioner sehingga diperoleh data yang stasioner.

Metode ARIMA dipopulerkan oleh Box dan Jenkins yang digunakan untuk memprediksi data runtun waktu pada keadaan tertentu dengan perilaku yang sangat kompleks dan sulit dianalisis. Proses ARIMA merupakan gabungan antara



*autoregressive* (AR) dan *moving average* (MA) dimana model ini mampu mewakili runtun waktu yang stasioner dan non stasioner. Abdullah (2012) telah mengkaji model ARIMA untuk peramalan harga penjualan emas dengan periode harga harian. Dalam penelitiannya, ia menyebutkan bahwa model ARIMA memberikan teknik peramalan yang tepat untuk prediksi variabel-variabel yang mengalami fluktuasi atau *trend*. Akan tetapi model ini memerlukan banyak data runtun waktu terkait variabel yang diteliti.

Analisis runtun waktu konsumsi listrik rumah tangga dengan metode ARIMA dan ARMA telah dilakukan oleh Chujai, dkk (2013). Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa model ARIMA merupakan model terbaik untuk memperoleh nilai ramalan yang paling mendekati dengan data realnya untuk periode data bulanan dan kuartalan sedangkan model ARMA paling sesuai untuk periode data harian dan mingguan.

Tugas akhir ini akan mengkaji penggunaan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform – Autoregressive Integrated Moving Average* untuk pemodelan data runtun waktu harga saham harian PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRIJK). Data harga saham BBRIJK yang digunakan sebagai data sampel adalah data harga saham dalam rentang 2 Januari 2015 s.d. 31 Desember 2018. Suatu data runtun waktu dalam kasus ini akan didekomposisi menggunakan MODWT menjadi nilai detil dan nilai skala yang berbeda pada setiap level. Dekomposisi tersebut akan menghasilkan koefisien MODWT yaitu koefisien wavelet dan skala. Sebelum melakukan dekomposisi, harus ditentukan dahulu filter wavelet dan level dekomposisi yang akan digunakan. Koefisien wavelet dan skala

tersebut belum bisa langsung digunakan untuk mengestimasi model runtun waktu. Estimasi model dilakukan dengan proses ARIMA. Sebagai penentu model peramalan terbaik digunakan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dengan harapan nilai RMSE sekecil mungkin mendekati nol. Hasil akhir peramalan data runtun waktu diperoleh dari gabungan nilai ramalan *smooth* dan *detail* atau dengan melakukan *invers-MODWT* (IMODWT) dari nilai ramalan *smooth* dan *detail*, bergantung filter wavelet yang digunakan (Bailey, 2017). Untuk memudahkan dalam perhitungan, perlu dilakukan analisis dengan bantuan *software* komputer, khususnya menggunakan *software* Matlab dan R.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas dapat dibentuk rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana pemodelan data runtun waktu harga saham harian BBRIJK dengan metode ARIMA dan MODWT-ARIMA?
2. Bagaimana peramalan harga saham harian BBRIJK dengan model terbaik metode ARIMA dan MODWT-ARIMA?
3. Metode peramalan yang manakah yang paling efektif dari kedua metode tersebut untuk meramalkan harga saham harian BBRIJK?

## 1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka diberikan batasan-batasan penelitian ini sebagai berikut.

1. Filter wavelet yang digunakan pada kasus ini adalah Daubechies 4 (Db4).
2. Level dekomposisi yang digunakan adalah 3 level dekomposisi ( $J = 3$ ).

3. Transformasi wavelet yang digunakan adalah *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*.
4. Pemodelan runtun waktu menggunakan metode ARIMA.
5. Data yang digunakan adalah data saham PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRIJK) dalam rentang 2 Januari 2015 s.d. 31 Desember 2018 dengan periode harian yang diakses dari <https://finance.yahoo.com/>.
6. Pemilihan model peramalan yang terbaik berdasarkan nilai RMSE yang paling kecil mendekati nol.
7. Proses olah data dilakukan dengan bantuan *software* MatlabR2018a untuk proses MODWT dan IMODWT, sedangkan untuk proses ARIMA dilakukan dengan *software* R-3.5.3.

#### **1.4 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan uraian masalah yang telah dirumuskan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui proses pemodelan data runtun waktu harga saham harian BBRIJK dengan metode ARIMA dan MODWT-ARIMA.
2. Mengetahui peramalan harga saham harian BBRIJK dengan model terbaik metode ARIMA dan MODWT-ARIMA.
3. Mengetahui metode peramalan yang paling efektif dari kedua metode peramalan tersebut untuk meramalkan harga saham harian BBRIJK.

#### **1.5 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan tujuan penelitian, manfaat penulisan adalah.

1. Bagi Penulis

Menambah pengetahuan dan sebagai bentuk partisipasi dalam pengembangan ilmu pengetahuan terutama di bidang ilmu matematika dan statistik mengenai model peramalan runtun waktu dengan metode MODWT-ARIMA serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari terutama dalam bidang ekonomi.

2. Bagi Jurusan Matematika FMIPA UNNES

Menambah kajian dan pustaka keilmuan, khususnya tentang pemodelan runtun waktu dengan metode MODWT-ARIMA bagi Universitas Negeri Semarang khususnya bagi prodi Matematika.

3. Bagi Bank BRI

Memberikan gambaran perkembangan harga saham PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK) pada periode berikutnya dengan metode MODWT-ARIMA sehingga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan oleh PT Bank Rakyat Indonesia dalam menentukan kebijakan.

4. Bagi Investor

Memberikan informasi mengenai pola investasi yang sedang terjadi ataupun yang akan datang kepada para investor sehingga dapat mempersiapkan strategi yang tepat dalam berinvestasi.

## **1.6 Sistematika Penulisan**

1. BAB 1: PENDAHULUAN

Bagian ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan masalah, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

2. BAB 2: TINJAUAN PUSTAKA

Bagian ini berisi landasan teori yang menunjang pembahasan, diantaranya memuat teori-teori mengenai transformasi wavelet, *Discrete Wavelet Transform* (DWT), *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT), stasioneritas, fungsi autokorelasi (FAK) dan fungsi autokorelasi parsial (FAKP), metode peramalan *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), peramalan, konsep dasar runtun waktu, investasi saham, *software* Matlab dan *software* R.

### 3. BAB 3: METODE PENELITIAN

Bagian ini berisi jenis dan sumber data, metodologi penelitian, alat pengolahan data, dan *flowchart* analisis data.

### 4. BAB 4: HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Bagian ini berisi pemodelan runtun waktu dan peramalan harga saham PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI) menggunakan ARIMA dan MODWT-ARIMA

### 5. BAB 5: PENUTUP

Bagian ini berisi simpulan dari pembahasan permasalahan yang ada dan pemecahannya serta memuat sara-saran yang berkaitan dengan penelitian selanjutnya.

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Transformasi Wavelet

Fungsi wavelet adalah suatu fungsi matematika yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi disekitar nol (seperti fungsi *sinus* dan *cosinus*) dan terlokalisasi dalam domain waktu dan frekuensi serta membentuk basis ortonormal dalam  $L^2(R)$  (Percival dan Walden, 2000). Representasi fungsi menggunakan wavelet menjadi lebih efisien karena fungsi wavelet terlokalisasi dalam domain waktu, artinya pada saat nilai domain relatif besar, fungsi wavelet berharga nol. Selain itu, wavelet juga mampu merepresentasikan fungsi-fungsi yang bersifat tidak mulus. Hal ini karena basis dalam wavelet ditentukan oleh letak dan skala (translasi dan dilatasi). Representasi wavelet pada bagian fungsi yang tidak mulus akan menggunakan panjang *support* yang sempit dan pada bagian fungsi yang mulus akan menggunakan *support* yang lebih lebar. Dengan demikian fungsi wavelet mempunyai panjang *support* yang bersifat adaptif secara lokal sehingga metode wavelet sangat cocok untuk memodelkan data-data yang berfluktuasi.

Fungsi wavelet merupakan fungsi basis yang dapat digunakan dalam merepresentasikan data atau fungsi-fungsi yang lain. Fungsi wavelet berbeda dengan fungsi normal, ataupun fungsi gelombang seperti *sinusoida*, yang semuanya ditentukan dalam suatu domain waktu  $(-1,1)$ . Wavelet dibedakan

menjadi dua jenis, yaitu wavelet ayah ( $\phi$ ) dan wavelet ibu ( $\psi$ ) yang mempunyai sifat berikut.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)dx = 1 \text{ dan } \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)dx = 0 \quad (2.1)$$

Keluarga wavelet dihasilkan dari wavelet ayah dan wavelet ibu melalui dilatasi diadik dan translasi integer yaitu:

$$\phi_{j,k}(x) = (2^j)^{\frac{1}{2}}\phi(2^jx - k) \quad (2.2)$$

$$\psi_{j,k}(x) = (2^j)^{\frac{1}{2}}\psi(2^jx - k) \quad (2.3)$$

dengan  $j$  dan  $k$  masing-masing adalah parameter dilatasi dan parameter translasi.

Wavelet dengan bentuk dilatasi dan translasi dengan  $j = 0$  dan  $k = 0$  dapat dipandang sebagai wavelet dasar. Indeks dilatasi  $j$  dan translasi  $k$  berpengaruh terhadap perubahan *support* dan *range* dari wavelet dasar. Indeks translasi  $k$  berpengaruh terhadap pergeseran posisi pada sumbu mendatar tanpa mengubah lebar *support* sedangkan pada indeks dilatasi  $j$ , jika *support* menyempit maka *range* akan melebar.

Fungsi wavelet dapat dinyatakan sebagai kombinasi linear dari basis yang dibangun oleh wavelet atau dapat dituliskan dalam persamaan berikut:

$$f(x) = \sum_{k \in Z} c_{j,k} \phi_{j,k}(x) + \sum_{j < J} \sum_{k \in Z} d_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (2.4)$$

dengan

$$c_{j,k} = \int f(x) \phi_{j,k}(x) dx \quad (2.5)$$

$$d_{j,k} = \int f(x) \psi_{j,k}(x) dx \quad (2.6)$$

Persamaan (2.4) dapat dinyatakan sebagai jumlahan komponen skala  $S$  dan komponen wavelet  $D$  seperti pada persamaan (2.7) berikut ini.

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{J,k} \phi_{J,k}(x) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{J-1,k} \psi_{J-1,k}(x) + \\
 &\quad \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{J-2,k} \psi_{J-2,k}(x) + \cdots + \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{1,k} \psi_{1,k}(x) \\
 &= S_J + D_{J-1} + D_{J-2} + \cdots + D_1
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

## 2.2 Transformasi Wavelet Diskrit

Transformasi wavelet yang telah dibahas dibagian sebelumnya sebenarnya merupakan *Continue Wavelet Transform* (CWT). Koefisien-koefisien wavelet pada persamaan (2.4) diperoleh melalui proses integrasi, oleh karenanya nilai wavelet harus terdefinisi pada setiap  $x \in \mathbb{R}$ . Bentuk transformasi wavelet yang lain adalah *Discrete Wavelet Transform* (DWT) dimana nilai-nilai wavelet hanya terdefinisi pada titik-titik diskrit. Terdapat dua filter pembangunan pada DWT yaitu filter wavelet (ibu) dinotasikan dengan  $h$  dan filter skala (ayah) yang dinotasikan dengan  $g$ . Panjang suatu filter dinotasikan dengan  $L$ . Sebuah filter wavelet harus memenuhi tiga sifat dasar berikut.

1.  $\sum_{l=0}^{L-1} h_l = 0$
2.  $\sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1$
3.  $\sum_{l=0}^{L-1} h_l h_{l+2n} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_l h_{l+2n} = 0$

Jika diberikan filter wavelet  $\{h_l\}$  maka filter skala didefinisikan sebagai berikut.

$$g_l = (-1)^{l+1} h_{L-1-l} \tag{2.8}$$

Filter skala akan diasumsikan memenuhi kondisi berikut.

1.  $\sum_{l=0}^{L-1} g_l = \sqrt{2}$



$$2. \sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1$$

$$3. \sum_{l=0}^{L-1} g_l g_{l+2n} = 0 = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l g_{l+2n}$$

Syarat yang harus dipenuhi untuk memenuhi sifat-sifat tersebut adalah panjang filter  $L$  bernilai genap. Misalkan diberikan filter wavelet  $h = (h_0, h_1, \dots, h_{L-1})$  dan  $\mathcal{X} = (\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_n)$  adalah nilai fungsi  $\mathcal{X}$  pada  $x_1, \dots, x_n$ . Syarat yang harus dipenuhi adalah  $n = 2^R$  dengan  $R$  suatu bilangan bulat positif. Transformasi wavelet dengan DWT dapat dituliskan sebagai berikut.

$$W = \mathcal{W}\mathcal{X} \tag{2.9}$$

dengan  $W$ : hasil transformasi dengan DWT dan  $\mathcal{W}$ : matriks transformasi berukuran  $n \times n$ . Elemen-elemen dari vektor  $W$  dalam hal tersebut didekomposisi menjadi  $J + 1$  sub vektor. Transformasi dengan DWT akan memetakan vektor  $\mathcal{X} = (\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_n)$  ke vektor koefisien  $W = (W_1, W_2, \dots, W_J, V_J)$  dengan  $W_j, j = 1, 2, \dots, J$  memuat koefisien wavelet  $d_{j,k}$  dan  $V_J$  memuat koefisien skala  $c_{j,k}$ . Koefisien wavelet yang bernilai besar mempunyai kontribusi besar dalam rekonstruksi fungsi sedangkan koefisien yang bernilai kecil mempunyai kontribusi kecil sehingga dapat diabaikan (dianggap nol). Dengan demikian, DWT dapat digunakan untuk proses *denoising* dengan mengabaikan koefisien-koefisien wavelet yang dianggap kecil.

### 2.3 *Maximal Overlap Discete Wavelet Transform*

Pemfilteran dengan DWT sebagaimana pada persamaan (2.9) tidak dapat dilakukan jika sampel yang diamati berukuran sebarang yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk  $2^R$  dengan  $R$  bilangan bulat positif, padahal data runtun waktu tidak selalu memiliki banyak data kelipatan dua. Sebagai alternatif,

perhitungan koefisien  $d_{j,k}$  dan  $c_{j,k}$  dapat dilakukan dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Keuntungan MODWT adalah dapat mengeliminasi reduksi data menjadi setengahnya (*down-sampling*) sehingga dalam setiap level akan terdapat koefisien wavelet dan skala sebanyak panjang data (Percival dan Walden, 2000). Misalkan data runtun waktu dengan panjang  $N$ , transformasi MODWT akan memberikan vektor kolom  $W_1, W_2, \dots, W_J$  dan  $V_J$  masing-masing dengan panjang  $N$ .

Menurut Percival dan Walden (2000), MODWT di tingkat  $J$  untuk sebuah runtun waktu  $Z$  adalah transformasi yang menghasilkan vektor kolom  $\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \dots, \tilde{W}_J$  dan  $\tilde{V}_J$ , masing-masing berdimensi  $N$ . Vektor  $\tilde{W}_j$  berisi koefisien wavelet MODWT terkait dengan perubahan  $Z$  pada skala  $\tau_j = 2^{j-1}$ , sementara  $\tilde{V}_j$  berisi koefisien skala MODWT yang terkait dengan variasi pada skala  $\lambda_j = 2^j$  dan yang lebih tinggi. Koefisien-koefisien MODWT didapatkan dengan menggunakan algoritma piramida.

Percival dan Walden (2000) mendefinisikan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) sebagai modifikasi dari *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Transformasi ini menghasilkan orthogonalitas dari DWT. Pada DWT orthonormal, koefisien wavelet dihitung dengan selisih dari rata-rata terbobot yang tidak saling tumpang tindih (*non overlapping differences*). Hal ini berbeda dari MODWT yang memungkinkan perhitungan dari setiap pergeseran interval waktu.

Banyaknya koefisien wavelet pada setiap level di dalam MODWT selalu sama sehingga lebih sesuai untuk pemodelan data runtun waktu dibandingkan

DWT. Prediksi data runtun waktu satu langkah ke depan dimodelkan secara linier berdasarkan koefisien wavelet hasil dekomposisi pada langkah-langkah sebelumnya. Misalkan dipunyai sinyal  $Z = (Z_1, \dots, Z_t)$ . Prediksi satu langkah kedepan dari proses *autoregressive* order p atau AR(p) dapat dituliskan sebagai  $\hat{Z}_{t+1} = \sum_{k=1}^p \hat{\phi}_k Z_{t-(k-1)}$ . Koefisien wavelet (detil) dan koefisien skala hasil transformasi MODWT yang dianggap mempunyai pengaruh untuk prediksi pada waktu t + 1 akan berbentuk  $d_{j,t-2^j(k-1)}$  dan  $c_{J,t-2^J(k-1)}$  atau dapat dituliskan dalam persamaan berikut.

$$\hat{Z}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j,k} d_{j,t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^{A_{J+1}} \hat{a}_{J+1,k} c_{J,t-2^J(k-1)} \quad (2.10)$$

dimana  $J$  menyatakan level dekomposisi sedangkan  $A_j$  menjelaskan banyaknya koefisien yang terpilih pada setiap level dekomposisi atau orde dari model runtun waktu. Misalkan jika dipilih  $A_j = 1$  untuk semua level resolusi j, maka bentuk persamaan tersebut menjadi

$$\hat{Z}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \hat{a}_j d_{j,t} + \hat{a}_{J+1} c_{J,t} \quad (2.11)$$

### 2.3.1 Filter Wavelet dan Filter Skala pada MODWT

Berdasarkan filter wavelet dan filter skala pada DWT, maka dapat ditentukan filter wavelet dan filter skala pada MODWT masing-masing sebagai berikut

$$\tilde{h}_{j,l} = \frac{h_{j,l}}{2^{j/l}} \text{ dan } \tilde{g}_{j,l} = \frac{g_{j,l}}{2^{j/l}}$$

Masing-masing filter MODWT memiliki lebar  $L_j \equiv (2^j - 1)(L - 1) + 1$ .

**Tabel 2.1** Lebar Filter Daubechies 4 level ke  $j$ 

Lebar Filter	
Level	$L_j \equiv (2^j - 1)(L - 1) + 1.$
Daubechies 4 ( $L = 4$ )	
1	4
2	10
...	...
$J_0$	$3(2^{J_0} - 1) + 1$

Syarat suatu filter wavelet MODWT harus memenuhi persamaan:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \text{ dan } \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad (2.12)$$

untuk semua bilangan bulat  $n$  bukan nol.

Jika diberikan  $\tilde{H}(\cdot)$  dan  $\tilde{\mathcal{H}}(\cdot)$  dinotasikan berturut-turut adalah fungsi transfer dan *squared gain function* untuk  $\{\tilde{h}_l\}$ , didapatkan  $\tilde{H}(f) = \frac{H(f)}{\sqrt{2}}$  dan  $\tilde{\mathcal{H}}(f) = \frac{\tilde{\mathcal{H}}(f)}{2}$ , maka

$$\tilde{\mathcal{H}}(f) + \tilde{\mathcal{H}}\left(f + \frac{1}{2}\right) = 1 \quad (2.13)$$

untuk semua  $f$ , sedangkan filter skala MODWT harus memenuhi persamaan

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2}, \text{ dan } \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \quad (2.14)$$

untuk semua bilangan bulat  $n$  bukan nol. Untuk kasus khusus  $L \leq N$ , didapatkan hubungan sebagai berikut.

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{h}_{l+2n} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad (2.15)$$

untuk semua bilangan bulat  $n$ .

Jika diberikan  $\tilde{G}(\cdot)$  dan  $\tilde{\mathcal{G}}(\cdot)$  dinotasikan berturut-turut adalah fungsi transfer dan *squared gain function* untuk  $\{\tilde{g}_l\}$ , didapatkan  $\tilde{G}(f) = \frac{G(f)}{\sqrt{2}}$  dan  $\tilde{\mathcal{G}}(f) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}(f)}{2}$ , maka:

$$\tilde{\mathcal{G}}(f) + \tilde{\mathcal{G}}\left(f + \frac{1}{2}\right) = 1 \text{ dan } \tilde{\mathcal{G}}(f) + \tilde{\mathcal{H}}(f) = 1 \quad (2.16)$$

untuk semua  $f$ .

Filter *quadrature mirror* (QMF) untuk filter-filter pada MODWT adalah:

$$\tilde{g}_l = (-1)^{l+1} \tilde{h}_{L-1-l} \text{ dan } \tilde{h}_l = (-1)^l \tilde{g}_{L-1-l} \quad (2.17)$$

Berdasarkan persamaan di atas dapat menunjukkan hasil dari pemfilteran secara sirkular  $\{Z_t\}$  dengan  $\{\tilde{g}_l\}$  dan  $\{\tilde{h}_l\}$  sebagai berikut.

$$\tilde{W}_{1,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l Z_{t-l \bmod N} \quad (2.18)$$

dan

$$\tilde{V}_{1,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l Z_{t-l \bmod N} \quad (2.19)$$

$t = 0, \dots, N - 1$ . Rangkaian dari  $\{\tilde{W}_{1,t}\}$  dan  $\{\tilde{V}_{1,t}\}$  diperoleh dengan pemfilteran secara sirkular  $\{Z_t\}$  dengan berurutan adalah koefisien wavelet dan koefisien skala MODWT (pada level  $j = 1$ ).

### 2.3.2 Konsep Dasar MODWT

Formulasi MODWT bertujuan untuk mendefinisikan transformasi yang tidak mengalami kesensitifan seperti pada DWT dalam hal pemilihan titik awal

untuk suatu data runtun waktu. Sensitifitas ini mengenai *downsampling* dari *output* filter wavelet dan filter skala pada tiap tahap dari algoritma piramida.

$$\begin{bmatrix} \widetilde{W}_1 \\ \widetilde{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{W}_1 \\ \widehat{V}_1 \end{bmatrix} Z \quad (2.20)$$

$$\widetilde{W}_1 = \widehat{W}_1 Z$$

$$\widetilde{V}_1 = \widehat{V}_1 Z$$

Kemudian dapat didefinisikan,

$$\begin{aligned} Z &= \begin{bmatrix} \widehat{W}_1 \\ \widehat{V}_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \widetilde{W}_1 \\ \widetilde{V}_1 \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow Z &= \widehat{W}_1^T \widetilde{W}_1 + \widehat{V}_1^T \widetilde{V}_1 \equiv \widetilde{\mathcal{D}}_1 + \widetilde{\mathcal{S}}_1 \end{aligned} \quad (2.21)$$

$\widetilde{\mathcal{D}}_1$  adalah level pertama dari detil maximal overlap, sementara  $\widetilde{\mathcal{S}}_1$  adalah pemulusan yang sesuai.

### 2.3.3 Definisi Koefisien MODWT

Diberikan sebarang ukuran sampel  $N$ , kemudian akan didefinisikan koefisien-koefisien MODWT level ke- $j$  yang meliputi koefisien wavelet dan koefisien skala menjadi vektor berdimensi  $N$ , yaitu  $\widetilde{W}_j$  dan  $\widetilde{V}_j$  dengan elemennya secara berurutan adalah sebagai berikut

$$\widetilde{W}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_{j,l} Z_{t-l \bmod N} \quad \text{dan} \quad \widetilde{V}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_{j,l} Z_{t-l \bmod N} \quad (2.22)$$

$t = 1, \dots, N - 1$ , dimana  $\tilde{h}_{j,l} \equiv \frac{h_{j,l}}{2^{j/2}}$  dan  $\tilde{g}_{j,l} \equiv \frac{g_{j,l}}{2^{j/2}}$ . Filter  $\{\tilde{h}_{j,l}\}$  dan  $\{\tilde{g}_{j,l}\}$  disebut filter wavelet dan filter skala MODWT level ke- $j$ . Masing-masing filter memiliki lebar  $L_j \equiv (2^j - 1)(L - 1) + 1$ . Fungsi transfer  $\{\tilde{h}_l\}$  dan  $\{\tilde{g}_l\}$  ditunjukkan dengan  $\tilde{H}(f) = \frac{H(f)}{\sqrt{2}}$  dan  $\tilde{G}(f) = \frac{G(f)}{\sqrt{2}}$ , maka dari itu fungsi transfer  $\{\tilde{h}_{j,l}\}$  dan  $\{\tilde{g}_{j,l}\}$  ditunjukkan dengan,

$$\begin{aligned} \tilde{H}_j(f) &\equiv \tilde{H}(2^{j-1}f) \prod_{l=0}^{j-2} \tilde{G}(2^l f) & \text{dan} & & \tilde{G}_j(f) &\equiv & (2.23) \\ & \prod_{l=0}^{j-1} \tilde{G}(2^l f) \end{aligned}$$

Pada  $j = 1$ , diperoleh  $L_1 \equiv L$  dan  $\tilde{H}_1(f) \equiv \tilde{H}(f)$ , kemudian  $\tilde{G}_1(f) \equiv \tilde{G}(f)$ ,  $\tilde{h}_{1,l} \equiv \tilde{h}_l$  dan  $\tilde{g}_{1,l} \equiv \tilde{g}_l$ .

Diberikan bilangan bulat  $J_0 \geq 1$  dan ukuran sampel  $N$ , maka MODWT menghasilkan sebuah dekomposisi energi,

$$\|Z\|^2 = \sum_{j=1}^{J_0} \|\tilde{W}_j\|^2 + \|\tilde{V}_{J_0}\|^2 \quad (2.24)$$

dan sebuah dekomposisi tambahan,

$$Z = \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{D}_j + \tilde{S}_{J_0} \quad (2.25)$$

dimana  $\tilde{D}_j$  dan  $\tilde{S}_{J_0}$ , tergantung pada  $Z$  secara berurutan melalui  $\tilde{W}_j$  dan  $\tilde{V}_{J_0}$

Secara umum, penyusunan matriks filter wavelet diperoleh dari persamaan (2.22) dan kemudian persamaan (2.22) tersebut dapat ditulis kembali dengan

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{j,t} &\equiv \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_{j,l}^\circ Z_{t-l \bmod N} & \text{dan} & & \tilde{V}_{j,t} &\equiv & \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{g}_{j,l}^\circ Z_{t-l \bmod N} \\ & t = 0, \dots, N-1 \end{aligned}$$

$t = 0$ , diperoleh:  $\tilde{W}_{j,0} \equiv \tilde{\mathcal{W}}_0^T Z = \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_{j,l}^\circ Z_{-l \bmod N}$ , jadi dimiliki

$$\tilde{\mathcal{W}}_0^T = [\tilde{h}_{j,0}^\circ, \tilde{h}_{j,N-1}^\circ, \tilde{h}_{j,N-2}^\circ, \tilde{h}_{j,N-3}^\circ, \dots, \tilde{h}_{j,3}^\circ, \tilde{h}_{j,2}^\circ, \tilde{h}_{j,1}^\circ]$$

$t = 1$ , diperoleh:  $\tilde{W}_{j,1} \equiv \tilde{\mathcal{W}}_1^T Z = \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_{j,l}^\circ Z_{1-l \bmod N}$ , jadi dimiliki

$$\tilde{\mathcal{W}}_1^T = [\tilde{h}_{j,1}^\circ, \tilde{h}_{j,N-1}^\circ, \tilde{h}_{j,N-2}^\circ, \dots, \tilde{h}_{j,4}^\circ, \tilde{h}_{j,3}^\circ, \tilde{h}_{j,2}^\circ]$$

$t = 2$ , diperoleh:  $\tilde{W}_{j,2} \equiv \tilde{\mathcal{W}}_2^T Z = \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_{j,l}^\circ Z_{2-l \bmod N}$ , jadi dimiliki

$$\tilde{\mathcal{W}}_2^T = [\tilde{h}_{j,2}^\circ, \tilde{h}_{j,1}^\circ, \tilde{h}_{j,N-1}^\circ, \dots, \tilde{h}_{j,5}^\circ, \tilde{h}_{j,4}^\circ, \tilde{h}_{j,3}^\circ]$$

Seterusnya sampai  $t = N - 1$

Matriks  $\tilde{\mathcal{W}}_j$  secara umum memiliki struktur sebagai berikut,

$$\tilde{\mathcal{W}}_j \equiv \begin{bmatrix} \tilde{h}_{j,0}^\circ & \tilde{h}_{j,N-1}^\circ & \tilde{h}_{j,N-2}^\circ & \tilde{h}_{j,N-3}^\circ & \dots & \tilde{h}_{j,3}^\circ & \tilde{h}_{j,2}^\circ & \tilde{h}_{j,1}^\circ \\ \tilde{h}_{j,1}^\circ & \tilde{h}_{j,0}^\circ & \tilde{h}_{j,N-1}^\circ & \tilde{h}_{j,N-2}^\circ & \dots & \tilde{h}_{j,4}^\circ & \tilde{h}_{j,3}^\circ & \tilde{h}_{j,2}^\circ \\ \tilde{h}_{j,2}^\circ & \tilde{h}_{j,1}^\circ & \tilde{h}_{j,0}^\circ & \tilde{h}_{j,N-1}^\circ & \dots & \tilde{h}_{j,5}^\circ & \tilde{h}_{j,4}^\circ & \tilde{h}_{j,3}^\circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{h}_{j,N-2}^\circ & \tilde{h}_{j,N-3}^\circ & \tilde{h}_{j,N-4}^\circ & \tilde{h}_{j,N-1}^\circ & \dots & \tilde{h}_{j,1}^\circ & \tilde{h}_{j,0}^\circ & \tilde{h}_{j,N-1}^\circ \\ \tilde{h}_{j,N-1}^\circ & \tilde{h}_{j,N-2}^\circ & \tilde{h}_{j,N-3}^\circ & \tilde{h}_{j,N-4}^\circ & \dots & \tilde{h}_{j,2}^\circ & \tilde{h}_{j,1}^\circ & \tilde{h}_{j,0}^\circ \end{bmatrix}$$

$\tilde{\mathcal{V}}_j$  disusun berdasarkan  $\tilde{V}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{g}_{j,l}^\circ Z_{t-l \bmod N}$ , dimana strukturnya sama dengan  $\tilde{\mathcal{W}}_j$  namun  $\tilde{h}_{j,l}^\circ$  diganti dengan  $\tilde{g}_{j,l}^\circ$ .

$$\tilde{\mathcal{V}}_j \equiv \begin{bmatrix} \tilde{g}_{j,0}^\circ & \tilde{g}_{j,N-1}^\circ & \tilde{g}_{j,N-2}^\circ & \tilde{g}_{j,N-3}^\circ & \dots & \tilde{g}_{j,3}^\circ & \tilde{g}_{j,2}^\circ & \tilde{g}_{j,1}^\circ \\ \tilde{g}_{j,1}^\circ & \tilde{g}_{j,0}^\circ & \tilde{g}_{j,N-1}^\circ & \tilde{g}_{j,N-2}^\circ & \dots & \tilde{g}_{j,4}^\circ & \tilde{g}_{j,3}^\circ & \tilde{g}_{j,2}^\circ \\ \tilde{g}_{j,2}^\circ & \tilde{g}_{j,1}^\circ & \tilde{g}_{j,0}^\circ & \tilde{g}_{j,N-1}^\circ & \dots & \tilde{g}_{j,5}^\circ & \tilde{g}_{j,4}^\circ & \tilde{g}_{j,3}^\circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{g}_{j,N-2}^\circ & \tilde{g}_{j,N-3}^\circ & \tilde{g}_{j,N-4}^\circ & \tilde{g}_{j,N-1}^\circ & \dots & \tilde{g}_{j,1}^\circ & \tilde{g}_{j,0}^\circ & \tilde{g}_{j,N-1}^\circ \\ \tilde{g}_{j,N-1}^\circ & \tilde{g}_{j,N-2}^\circ & \tilde{g}_{j,N-3}^\circ & \tilde{g}_{j,N-4}^\circ & \dots & \tilde{g}_{j,2}^\circ & \tilde{g}_{j,1}^\circ & \tilde{g}_{j,0}^\circ \end{bmatrix}$$

Kemudian dapat didefinisikan detail dan penulisan MODWT pada level ke- $j$  dengan

$$\tilde{\mathcal{D}}_j = \tilde{\mathcal{W}}_j^T \tilde{\mathcal{W}}_j \text{ dan } \tilde{\mathcal{S}}_j = \tilde{\mathcal{V}}_j^T \tilde{\mathcal{V}}_j \quad (2.26)$$

dimana elemen-elemen dari  $\tilde{\mathcal{D}}_j$  dan  $\tilde{\mathcal{S}}_j$  dapat dinyatakan dengan

$$\tilde{\mathcal{D}}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_{j,l}^\circ \tilde{\mathcal{W}}_{j,t+l \bmod N} \text{ dan} \quad (2.27)$$

$$\tilde{\mathcal{S}}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{g}_{j,l}^\circ \tilde{\mathcal{V}}_{j,t+l \bmod N}$$

dimana  $t = 0, 1, \dots, N - 1$ .

### 2.3.4 Algoritma Piramida

Suatu filter sirkular  $\{\tilde{h}_l: l = 0, \dots, L - 1\}$  dan dengan lebar filter  $2^{j-1}(L -$

1) + 1 mempunyai deret

$$\tilde{h}_0, \quad \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1} - 1 \text{ zeros}}, \quad \tilde{h}_1, \quad \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1} - 1 \text{ zeros}}, \quad \tilde{h}_{L-2}, \quad \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1} - 1 \text{ zeros}}, \quad \tilde{h}_{L-1}$$



dan memiliki fungsi transfer yaitu  $\tilde{H}(2^{j-1}f)$ . Elemen-elemen  $\{\tilde{W}_{j,t}\}$  diperoleh dari  $\{\tilde{V}_{j,t}\}$  dengan rumus,

$$\tilde{W}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.28)$$

dan dengan uraian yang sama maka

$$\tilde{V}_{j,t} \equiv \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.29)$$

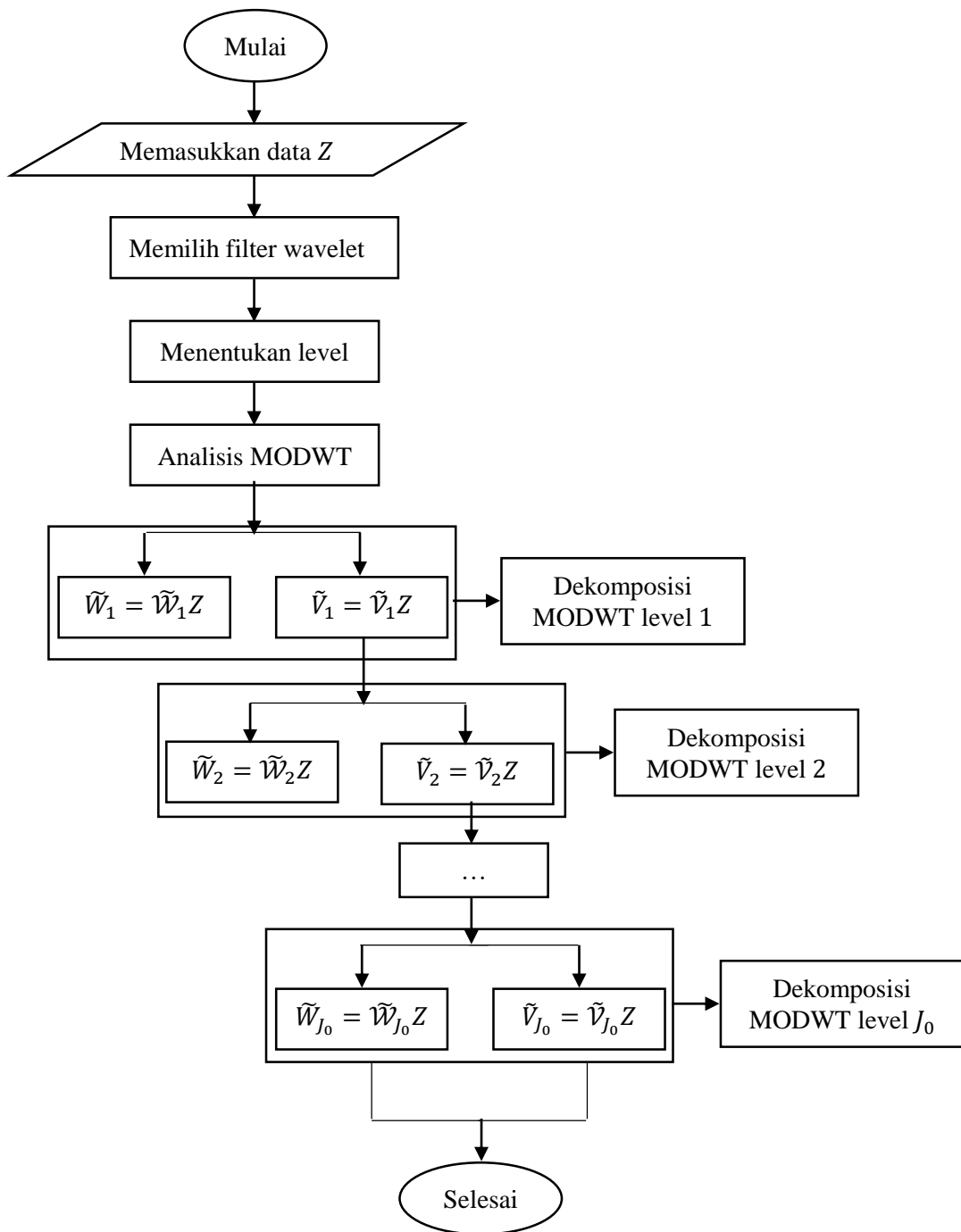
Kedua persamaan tersebut menjadi dasar algoritma piramida untuk MODWT. Jika didefinisikan  $\tilde{V}_{0,t} = Z_t$ , maka persamaan di atas menghasilkan koefisien wavelet dan koefisien skala level pertama  $\tilde{W}_1$  dan  $\tilde{V}_1$ . Algoritma piramida level pertama menghasilkan,

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{0,t} &= \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{W}_{1,t+2^{1-1}l \bmod N} + \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t-2^{1-1}l \bmod N} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{W}_{1,t+l \bmod N} + \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t+l \bmod N} \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{h}_l \tilde{W}_{1,t+l \bmod N} + \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t+l \bmod N} \\ &= \tilde{\mathcal{W}}_1^T \tilde{W}_1 + \tilde{\mathcal{V}}_1^T \tilde{V}_1 \\ &= \tilde{\mathcal{D}}_1 + \tilde{\mathcal{S}}_1 \end{aligned}$$

Jika  $\tilde{V}_0 = Z$ , kemudian aplikasi berulang dikenakan pada persamaan di atas sampai level  $J$ , maka notasi matriknya dapat dituliskan

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{\mathcal{W}}_j^T \tilde{W}_j + \tilde{\mathcal{V}}_j^T \tilde{V}_j \\ Z &= \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{\mathcal{D}}_j + \tilde{\mathcal{S}}_{J_0} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Algoritma Piramida untuk MODWT diagambarkan dengan *flowchart* sebagai berikut.



**Gambar 2.1**  
Flowchart Algoritma Piramida

## 2.4 Stasioneritas

Stasioneritas diperlukan dalam analisis runtun waktu agar dapat diperoleh estimasi parameter yang bermanfaat dari sebuah proses. Sebuah model yang melanggar persyaratan stasioneritas akan menghasilkan ramalan yang memiliki variansi terus meningkat tanpa ada batasnya, dan ini adalah hasil yang tidak diharapkan. Persyaratan stasioneritas merupakan hal yang mutlak untuk pemodelan Box Jenkins ARIMA.

Model runtun waktu stasioner merupakan suatu model yang sedemikian hingga semua sifat statistiknya tidak berubah dengan pergeseran waktu. Menurut Wei (2006), suatu runtun waktu harus memenuhi syarat stasioneritas, yaitu nilai mean  $E(Z_t) = \mu$  dan varians  $Var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$  konstan. Hendikawati (2015) juga menyebutkan terdapat dua kasus stasioneritas yaitu

### 2.4.1 *Stasioner Mean*

Menurut Hendikawati (2015: 69), suatu data runtun waktu dikatakan stasioner mean jika rata-rata data runtun waktu tersebut relatif konstan dari waktu ke waktu, tidak ada unsur *trend* dalam data. Plot data runtun waktu dapat membantu secara visual untuk mengetahui apakah data stasioner atau tidak. Jika hasil plot tidak menunjukkan gejala *trend* maka dapat diduga bahwa data sudah stasioner. Namun, pengujian stasioneritas dengan plot harus sangat berhati-hati karena plot data runtun waktu sangat sensitif terhadap perubahan skala sumbu ( $x, y$ ).

Menurut Rosadi (2011: 62), pengujian stasioneritas suatu data runtun waktu secara formal dapat dilakukan dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ADF melihat apakah terdapat akar unit di dalam model atau tidak. Pengujian

dilakukan dengan menguji hipotesis  $H_0: \rho = 0$  (terdapat akar unit) dalam persamaan regresi

$$Y_t = \alpha + \delta t + \rho Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \phi_j Y_{t-j} + e_t$$

Hipotesis nol ditolak jika nilai statistik uji ADF memiliki nilai lebih kecil dari nilai daerah kritis. Jika hipotesis nol ditolak maka data bersifat stasioner.

Data runtun waktu yang non stasioner dalam *mean* sering kali juga dapat teridentifikasi dengan plot autokorelasi yang turun sangat lambat. Data runtun waktu yang tidak stasioner dalam *mean* dapat distasionerkan dengan melakukan differensi. Differensi merupakan sebuah operasi yang menghitung besarnya urutan perubahan nilai pada sebuah data runtun waktu.

$$w_t = Z_t - Z_{t-1}, \quad t = 2, 3, \dots, n \quad (2.31)$$

dimana  $w_t$  merupakan differensi pertama dari  $Z_t$ .

#### 2.4.2 *Stasioner Varian*

Suatu data runtun waktu dikatakan stasioner varian jika struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak ada perubahan variansi dalam besarnya fluktuasi. Jika sebuah data runtun waktu bersifat stasioner, maka besarnya varian dari sebagian data runtun waktu tersebut tidak akan jauh berbeda secara signifikan dengan varian dari sebagian data lainnya. Transformasi Box-Cox sering digunakan untuk menstabilkan varian dari data runtun waktu. Menurut Rosadi (2011: 42), jenis transformasi Box-Cox yang sering digunakan dalam analisis runtun waktu adalah transformasi logaritma, yang sering juga digabungkan dengan melakukan pembedaan terhadap data hasil transformasi logaritma.

## 2.5 Fungsi Autokorelasi (FAK)

Koefisien autokorelasi adalah korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (lag) 0, 1, 2 periode atau lebih. Persamaan mencari koefisien autokorelasi untuk time-lag  $1, 2, 3, \dots, k$  dinotasikan sebagai berikut

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (2.32)$$

dimana  $r_k$  merupakan koefisien autokorelasi hasil estimasi dari pengamatan yang dipisahkan oleh  $k$  periode waktu sebuah data runtun waktu. Nilai  $r_k$  merupakan sebuah statistik yang dihitung berdasarkan data sampel dan merupakan estimasi dari koefisien autokorelasi yang sesungguhnya atau populasi. Apabila  $\rho_k$  digunakan sebagai simbol autokorelasi populasi, maka autokorelasi untuk sampel yang berbeda akan mempunyai distribusi di sekitar  $\rho_k$ .

Fungsi autokorelasi adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi antara pengamatan pada waktu  $t$  saat sekarang dengan pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya  $(t - 1, t - 2, \dots, t - k)$ . Tercapainya keberhasilan analisis deret berkala sangat bergantung pada keberhasilan menginterpretasikan hasil analisis autokorelasi dan kemampuan membedakan pola dan kerandoman data. Jika diagram FAK cenderung turun lambat atau turun secara linier maka dapat disimpulkan bahwa data belum stasioner mean.

## 2.6 Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP)

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t-k}$ , apabila pengaruh dari *time-lag*  $1, 2, 3, \dots, k - 1$  dianggap terpisah. Ide dasar dari analisis FAKP adalah untuk mengetahui hubungan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t-k}$

dengan turut memperhitungkan pengaruh dari  $Z_t$  yang berada diantara data tersebut. Koefisien autokorelasi parsial estimasi  $Z_t$  dan  $Z_{t-k}$  diberi notasi  $\hat{\phi}_{kk}$ . Koefisien autokorelasi merupakan sebuah statistik yang dihitung berdasarkan data sampel dan merupakan estimasi dari koefisien autokorelasi parsial yang sesungguhnya yaitu  $\phi_{kk}$ .

Fungsi autokorelasi parsial dalam analisis runtun waktu model Box Jenkins ARIMA digunakan untuk memilih satu atau beberapa model ARIMA yang sesuai untuk data runtun waktu yang diamati. Koefisien autokorelasi parsial berorde  $m$  didefinisikan sebagai koefisien autoregressif terakhir dari model  $AR(m)$ . Jika terdapat  $m$  autokorelasi parsial yang signifikansinya berbeda dari nol maka diasumsikan bahwa proses tersebut adalah  $AR(m)$ . Sehingga apabila autokorelasi parsial menurun mendekati nol secara eksponensial maka proses tersebut diasumsikan sebagai proses MA.

## 2.7 Autoregressive (AR(p))

*Autoregressive* merupakan suatu model runtun waktu stasioner yang menjelaskan bahwa suatu observasi pada suatu  $t$  dinyatakan sebagai fungsi linier terhadap  $p$  waktu sebelumnya ditambah dengan sebuah residual acak  $a_t$  yang *white noise* yaitu independen dan berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan varian konstan  $\sigma_a^2$  ditulis  $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ . Banyaknya nilai lampau yang digunakan pada model (p) menunjukkan tingkat dari model itu. Secara umum proses  $AR$  orde ke- $p$  atau  $ARIMA(p, 0, 0)$  dinotasikan sebagai berikut.

$$Z_t = \mu' + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + e_t \quad (2.33)$$

dengan  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p \in \mathbb{R}$ ,  $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ , di mana  $\mu'$ : nilai konstan,  $\phi_j$ : parameter autoregressive ke- $j$ , dan  $e_t$ : nilai kesalahan pada saat  $t$ .

## 2.8 Moving Average (MA( $q$ ))

*Moving Average* (MA) merupakan suatu model runtun waktu stasioner yang menjelaskan bahwa suatu observasi pada saat  $t$  dinyatakan sebagai kombinasi linier dari sejumlah *error* acak. Secara umum proses *MA* orde ke- $q$  atau *ARIMA*(0,0, $q$ ) dinotasikan sebagai berikut.

$$Z_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (2.34)$$

di mana  $\mu$ : nilai konstanta,  $\theta_j$ : parameter moving average ke- $j$ , dan  $e_t$ : nilai kesalahan pada saat  $t$  atau dapat juga dinyatakan sebagai

$$Z_t = \theta(B)e_t \quad (2.35)$$

di mana  $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  sebagai operator *moving average* orde  $q$ . Sehingga model *moving average* dapat dianggap sebagai nilai *output*  $Z_t$  dari suatu linier filter dengan fungsi transfer  $\theta(B)$ , di mana inputnya adalah proses *white noise*  $e_t$ .

## 2.9 Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

*Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah proses ARMA yang diterapkan setelah stasionerisasi data. Proses stasionerisasi yang biasa dilakukan adalah dengan mengambil differensi  $d$  kali dari data yang dimaksud. Biasanya dengan satu atau dua kali differensi data sudah stasioner, dengan demikian sangat jarang menggunakan  $d > 2$ . Jadi, bentuk ARIMA ( $p, d, q$ ) adalah implementasi ARMA ( $p, q$ ) pada data yang telah distasionerisasi melalui differensi

pertama atau lebih (orde  $d$ ). Secara matematis bentuk ARIMA  $(p, d, q)$  sama dengan proses ARMA  $(p, q)$  hanya saja  $Z$  adalah bentuk differensi. Berikut ini adalah bentuk matematis proses ARMA  $(p, q)$ .

$$Z_t = \mu' + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.36)$$

atau

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) Z_t = \mu' + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) e_t \quad (2.37)$$

Metode ARIMA akan bekerja dengan baik apabila data runtun waktu yang digunakan bersifat dependen atau berhubungan satu sama lain secara statistik. Dalam membangun model ARIMA diperlukan sampel dengan jumlah yang memadai. Box Jenkins menyarankan ukuran sampel minimum yang dibutuhkan adalah 50 data pengamatan, terlebih lagi untuk data runtun waktu yang bersifat musiman diperlukan ukuran sampel yang lebih besar lagi.

## 2.10 Peramalan

Peramalan adalah salah satu unsur yang penting dalam pengambilan keputusan, sebab efektif atau tidaknya suatu keputusan umumnya tergantung pada beberapa faktor yang tidak dapat dilihat pada waktu keputusan itu diambil (Soejoeti, 1987). Peramalan merupakan alat bantu yang penting dalam perencanaan yang efisien dan efektif. Adanya senjang waktu (*time lag*) antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri merupakan alasan utama bagi perencanaan dan peramalan. Perencanaan merupakan kebutuhan yang besar dalam hal manajemen dan administrasi karena waktu tenggang untuk



pengambilan keputusan dapat berkisar dari beberapa tahun (untuk kasus penanaman modal) sampai beberapa hari atau bahkan beberapa jam (untuk penjadwalan produksi dan transportasi).

Berdasarkan pada situasi peramalan yang sangat beragam dalam horizon waktu peramalan, faktor yang menentukan hasil sebenarnya, tipe pola data dan berbagai aspek lainnya, Makridakis (1991) membagi teknik peramalan menjadi dua kategori utama, yaitu.

#### 1. Metode kuantitatif

Metode kuantitatif dapat dibagi ke dalam deret berkala dan metode kausal. Peramalan model deret berkala adalah pendugaan masa depan dilakukan berdasarkan pada nilai masa lalu dari suatu variabel dan atau kesalahan masa lalu. Tujuan metode peramalan deret berkala ini adalah menemukan pola dalam deret data historis dan mengekstrapolasikan pola dalam deret data historis tersebut ke masa depan.

Model kausal kausal di pihak lain mengasumsikan bahwa faktor yang diramalkan menunjukkan suatu hubungan sebab-akibat dengan satu atau lebih variabel bebas. Sebagai contoh, penjualan =  $f$  (pendapatan, harga, advertensi). Maksud dari model kausal adalah menemukan bentuk dari hubungan tersebut dan menggunakannya untuk meramalkan nilai mendatang dari variabel tak bebas.

Peramalan kuantitatif dapat diterapkan bila terdapat tiga kondisi, yaitu tersedia informasi tentang masa lalu, informasi tersebut dapat dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik, dan dapat diasumsikan bahwa beberapa aspek pola

masa lalu akan terus berlanjut di masa mendatang. Bilamana data yang diperlukan tersedia dan memenuhi kondisi tersebut, suatu hubungan peramalan dapat dihipotesiskan baik sebagai fungsi dari waktu atau sebagai fungsi dari variable bebas, kemudian di uji.

## 2. Metode kualitatif

Metode peramalan kualitatif tidak memerlukan data. Metode kualitatif dibagi kedalam dua bagian, yaitu metode eksploratoris dan normatif. Metode eksploratoris (seperti Dalphi, kurva-S, analogi, dan penelitian morfologi) dimulai dengan masa lalu dan masa kini sebagai titik awalnya dan bergerak ke arah masa depan secara heuristik, seringkali dengan melihat semua kemungkinan yang ada. Metode normatif (seperti matriks keputusan, pohon relevansi, dan analisis sistem) dimulai dengan menetapkan sasaran dan tujuan yang akan datang, kemudian bekerja mundur untuk melihat apakah hal ini dapat dicapai, berdasarkan kendala, sumber daya, dan teknologi yang tersedia.

### 2.11 Analisis Runtun Waktu

Data runtun waktu merupakan hasil pengamatan atas sebuah variabel yang terjadi dalam kurun waktu tertentu berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap (konstan). Jika runtun waktu aslinya kontinu, kita masih dapat memperoleh runtun waktu yang diskrit dengan mengambil observasi pada waktu-waktu tertentu. Cara lain yang dapat digunakan adalah dengan mengakumulasikan observasi untuk suatu periode waktu tertentu (Soejoeti, 1987).

Suatu runtun waktu, jika dipandang dari pengalaman yang lalu dari nilai observasi itu diperoleh, dapat dibedakan atas runtun waktu deterministik dan runtun

waktu stokastik (statistik). Runtun waktu deterministik adalah runtun waktu dimana nilai observasi yang akan datang dapat diramalkan dengan pasti. Runtun waktu deterministik ini tidak memerlukan penyelidikan lebih lanjut. Berbeda dengan runtun waktu stokastik memiliki keadaan yang sebaliknya, yaitu nilai observasi yang lalu hanya dapat menunjukkan struktur probabilitas nilai observasi yang akan datang.

Runtun waktu statistik merupakan suatu realisasi dari suatu proses stokastik (statistik) maka tidak mungkin memperoleh realisasi yang lain suatu proses statistik, yaitu kita tidak dapat mengulang kembali keadaan untuk memperoleh himpunan observasi serupa seperti yang pernah kita kumpulkan (Soejoeti, 1987). Sebuah pengamatan pada saat  $t$  disimbolkan dengan  $Z_t$ . Terdapat ketergantungan waktu antara pengamatan  $Z_t$  dengan  $Z_{t-k}$  yang dipisahkan oleh jarak waktu  $k$  kali (lag  $k$ ) dalam data runtun waktu. Atas dasar pemikiran bahwa pengamatan sekarang ( $Z_t$ ) dipengaruhi oleh satu atau beberapa pengamatan sebelumnya ( $Z_{t-k}$ ) maka dibentuklah model runtun waktu (Hendikawati, 2015). Model runtun waktu dapat berupa model stasioner (seperti model *White Noise*, *Moving Average*, *Autoregressive Moving Average* (ARMA), dan lain-lain) dan model nonstasioner (seperti *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Seasonal ARIMA* (SARIMA), model ARIMAX, model heteroskedastik ARCH/GARCH, dsb).

Menurut Makridakis (1991), langkah penting dalam memilih suatu metode runtun waktu yang tepat adalah dengan mempertimbangkan jenis pola data, sehingga metode yang paling tepat dengan pola tersebut dapat diuji. Pola data dapat dibedakan menjadi empat jenis berikut.

1. Pola horizontal

Pola horizontal terjadi bilamana nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan. Suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun selama waktu tertentu termasuk jenis ini.

2. Pola musiman

Pola musiman terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya, kuartalan tahun tertentu, bulanan, atau hari-hari pada minggu tertentu). Penjualan dari produk seperti es krim, minuman ringan, dan bahan bakar pemanas ruang semuanya menunjukkan jenis pola ini.

3. Pola siklis

Pola siklis terjadi bilamana datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis. Penjualan produk seperti mobil, baja, dan peralatan utama lainnya menunjukkan jenis pola ini.

4. Pola *trend*

Pola data *trend* terjadi bilamana terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data. Penjualan banyak perusahaan, produk bruto nasional (GNP), dan berbagai indikator bisnis atau ekonomi lainnya mengikuti pola *trend* selama perubahannya sepanjang waktu.

## 2.12 Saham

Saham merupakan secarik kertas yang menunjukkan hak pemodal yaitu pihak yang memiliki kertas tersebut untuk memperoleh bagian dari prospek atau kekayaan organisasi yang menerbitkan sekuritas tersebut, dan berbagai kondisi

yang memungkinkan pemodal tersebut menjalankan haknya (Husnan, 2005). Menurut Darmadji (2006) saham merupakan sebuah tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Porsi kepemilikan ditentukan oleh seberapa besar penyertaan yang ditanamkan di perusahaan tersebut.

Pada dasarnya, terdapat dua keuntungan yang diperoleh investor dengan membeli atau memiliki saham, yaitu.

1. Dividen

Dividen merupakan pembagian keuntungan yang diberikan perusahaan penerbit saham atas keuntungan yang dihasilkan perusahaan. Dividen diberikan setelah mendapat persetujuan dari pemegang saham dalam RUPS (Rapat Umum Pemegang Saham). Investor yang berhak menerima dividen adalah investor yang memegang saham hingga batas waktu yang ditentukan oleh perusahaan pada saat pengumuman dividen. Umumnya dividen merupakan salah satu daya Tarik bagi pemegang saham dengan orientasi jangka panjang, misalknya investor institusi, dana pension, dan lain-lain.

2. *Capital gain*

*Capital gain* merupakan selisih antara harga beli dan harga jual. *Capital gain* terbentuk karena adanya aktivitas perdagangan di pasar sekunder. Umumnya investor dengan orientasi jangka pendek mengejar keuntungan melalui *capital gain*. Investor seperti ini bias saja membeli saham pada pagi hari, lalu menjualnya pada siang hari jika saham mengalami kenaikan.

Di samping dua keuntungan tersebut, pemegang saham juga dimungkinkan mendapatkan keuntungan melalui saham bonus. Saham bonus merupakan saham yang dibagikan perusahaan kepada para pemegang saham yang diambil dari agio saham. Agio saham adalah selisih antara harga jual terhadap harga nominal saham pada saat perusahaan melakukan penawaran umum di pasar perdana.

Pasar modal merupakan pasar untuk berbagai instrumen keuangan jangka panjang yang bisa diperjualbelikan, baik dalam bentuk utang, ekuitas (saham), instrumen derivatif, maupun instrument lainnya. Terjadi aktifitas perdagangan saham sehari-hari dalam pasar modal sehingga harga saham mengalami fluktuasi naik maupun turun. Permintaan harga saham terjadi karena adanya permintaan (*demans*) dan penawaran (*supply*) atas saham tersebut. Permintaan dan penawaran terjadi karena berbagai faktor, baik yang sifatnya spesifik atas saham (kinerja perusahaan dan industri di mana perusahaan tersebut bergerak), maupun faktor yang sifatnya makro seperti kondisi ekonomi negara, kondisi sosial-politik, maupun rumor-rumor yang berkembang.

### **2.13 Pemilihan Model Terbaik**

Tidak ada yang dapat memastikan bahwa model yang telah dibangun dengan prosedur dan langkah yang benar akan cocok dengan data yang ada secara tepat. Oleh karena itu digunakan kriteria pembandingan yang menilai kecocokan antara model yang dibangun dengan data yang ada dengan mengukur kesalahan peramalan. Salah satunya adalah *Root Mean Square Error* (RMSE). RMSE digunakan untuk mengukur kesalahan nilai dugaan model yang dinyatakan dalam

bentuk rata-rata akar dari kesalahan kuadrat. Rumus untuk menentukan nilai RMSE dinyatakan dengan persamaan.

$$\text{RMSE} = \frac{\sum \sqrt{(\hat{Z}_t - Z_t)^2}}{n} \quad (2.38)$$

RMSE digunakan untuk membandingkan beberapa model estimasi dari sebuah realisasi runtun waktu yang sama. Model yang memiliki nilai RMSE yang lebih rendah merupakan model yang lebih cocok atau lebih mendekati data aslinya dan cenderung akan memiliki variansi galat ramalan yang lebih kecil.

## 2.14 Matlab

Matlab merupakan sebuah program untuk analisis dan komputasi numeric yang merupakan suatu bahasa pemrograman matematika lanjutan yang dibentuk dengan dasar pemikiran menggunakan sifat dan bentuk matriks. Bidang penggunaan Matlab yaitu, statistik, matematika, komputerisasi, penelitian dan pemrograman. Bagian-bagian window pada Matlab adalah sebagai berikut.

### 1. *Command Windows*

*Command windows* digunakan untuk menjalankan perintah-perintah Matlab, memanggil *tool* Matlab seperti, *editor*, fasilitas *help*, model *Simulink*, dan lain-lain. Ciri dari windows ini adalah adanya *prompt* (tanda lebih besar) yang menyatakan Matlab siap menerima perintah. Perintah tersebut dapat berupa fungsi-fungsi bawaan (*toolbox*) dari Matlab.

**Workspace** : menampilkan semua variable yang pernah dibuat meliputi nama variabel, ukuran, jumlah *byte* dan *class*.

**Command History** : menampilkan perintah-perintah yang telah diketikkan pada *command windows*.

## 2. *Editor Windows*

*Windows* ini berfungsi sebagai *editor* Matlab (listing perintah-perintah yang harus dilakukan oleh Matlab). Ada dua cara untuk membuka editor ini, yaitu klik “*file*”, lalu “*New*” dan kemudian “*M-File*” atau dengan cara ketikkan “*edit*” pada *command windows*.

Suatu *script* merupakan suatu *file eksternal* yang berisi tulisan perintah Matlab. Tetapi *script* tersebut bukan merupakan suatu fungsi. Ketika kita menjalankan suatu *script*, perintah di dalamnya dieksekusi seperti ketika dimasukkan langsung pada Matlab melalui *keyboard*. *M-file* selain dipakai sebagai penamaan file juga bisa dipakai untuk menamakan fungsi, sehingga fungsi-fungsi yang kita buat di jendela *editor* bisa disimpan dengan ekstensi *.m* sama dengan file yang kita panggil di jendela editor.

## 3. *Figure Windows*

*Windows* ini merupakan hasil visualisasi dari *script* berupa grafik Matlab.

## 2.15 R

R merupakan suatu sistem analisis statistika yang relatif lengkap, sebagai hasil kolaborasi riset berbagai statistikawan di seluruh dunia. Versi paling awal R dibuat tahun 1992 di Universitas Auckland, New Zealand oleh Ross Ihaka dan Robert Gentleman (yang menjadi asal muasal akronim nama R untuk *software* ini). R bersifat multiplatform, dengan fail instalasi biner atau fail tar yang tersedia untuk sistem operasi Windows, Mac OS, Mac OS X, Free BSD, NetBSD, Linux, Irix, Solaris, AIX, dan HPUX.



R bersifat GNU sehingga pengguna R tidak memerlukan pembayaran lisensi. R dapat diperoleh secara gratis di CRAN-archive (*The Comprehensive R Archive Network*) pada alamat <http://cran.r-project.org>. Beberapa kelebihan program R dari pada *software* statistik komersial, yaitu

- (1) Probabilitas, yaitu pengguna bebas untuk mempelajari dan menggunakannya sampai kapanpun.
- (2) Multiplatform, yaitu jika pengguna memutuskan untuk berpindah sistem operasi, penyesuaiannya akan relatif lebih mudah untuk dilakukan.
- (3) Bahasa berbasis analisis matriks. Bahasa R sangat baik untuk pemrograman dengan basis matriksnya (seperti halnya dengan bahasa Matlab atau GAUSS).
- (4) Fasilitas grafik yang relatif baik.

Umumnya suatu hal, disamping ada kelebihan pasti juga ada kekurangannya. Kekurangan dari R, yaitu ketidaktersediaan sejumlah fungsi statistik. Walaupun analisis statistika dalam R sudah cukup lengkap, tidak semua metode diimplementasikan ke dalam bahasa R.

Fungsionalitas dan kemampuan R sebagian besar diperoleh dari tambahan (*add-on*) paket atau pustaka (*package/library*). Pustaka adalah kumpulan perintah atau fungsi yang dapat digunakan untuk melakukan analisis tertentu (mirip halnya dengan *toolbox* dalam Matlab). Instalasi standar dari R memuat berbagai pustaka dasar, seperti *stats*, *graphics*, *utils*, *datasets*, dan *base*. Selain pustaka-pustaka ini, terdapat sejumlah besar pustaka hasil kontribusi dari pengguna R yang harus diinstal jika diperlukan. Daftar semua pustaka yang tersedia dapat diakses dari CRAN pada alamat <http://cran.rproject.org/>.

## **BAB 5**

### **PENUTUP**

#### **5.1 Simpulan**

Pemodelan runtun waktu harga saham harian BBRIJK dalam penelitian ini menggunakan metode MODWT-ARIMA yang dibandingkan dengan model ARIMA dengan bantuan *software* MatlabR2018a dan R-3.5.3. Berdasarkan hasil penelitian tersebut diperoleh simpulan sebagai berikut.

1. Proses pemodelan runtun waktu harga saham harian BBRIJK dengan MODWT-ARIMA dilakukan dengan menentukan filter dan level dekomposisi yang akan digunakan, yaitu Daubechies 4 dan 3 level dekomposisi. MODWT digunakan sebagai *pre-processing* data dalam pengolahan runtun waktu nonstasioner yang dilakukan dengan *software* MatlabR2018a. Hasil dekomposisi berupa nilai detil dan skala, yaitu  $D_1, D_2, D_3$ , berupa runtun waktu stasioner, sedangkan  $S_3$  mengandung unsur trend, sehingga perlu dilakukan stasionerisasi terlebih dahulu. Setelah semua runtun waktu hasil dekomposisi sudah stasioner maka pemodelan ARIMA dapat dilakukan terhadap runtun waktu nilai detil dan skala tersebut. Nilai asli runtun waktu diperoleh dari gabungan nilai detil dan skala. Sebab filter yang digunakan dalam penelitian ini adalah Daubechies maka nilai asli diperoleh dengan melakukan invers MODWT dari data hasil dekomposisi tersebut. Invers MODWT dilakukan dengan *software* MatlabR2018a.

2. Peramalan harga saham dilakukan dengan menggunakan model terbaik hasil pemodelan dengan MODWT-ARIMA dan ARIMA. Untuk proses MODWT-ARIMA, diperoleh model terbaik dari masing-masing data hasil dekomposisi MODWT yaitu ARIMA (2,0,3) untuk  $D_1$ , ARIMA (3,0,3) untuk  $D_2$ , ARIMA (2,0,3) untuk  $D_3$ , dan ARIMA (3,13) untuk  $S_3$ . Peramalan pada model MODWT-ARIMA dilakukan dengan meramalkan data hasil dekomposisinya, yaitu  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , dan  $S_3$  kemudian dilakukan proses IMODWT untuk memperoleh ramalan nilai asli data BBRIJK. Sementara itu, untuk proses pemodelan ARIMA untuk harga saham harian BBRIJK, diperoleh model terbaiknya adalah ARIMA(1,1,2).
3. Berdasarkan nilai RMSE yang digunakan sebagai alat pengukur keakuratan hasil peramalan, diperoleh metode MODWT-ARIMA memiliki nilai RMSE lebih kecil dari metode ARIMA. Nilai RMSE model MODWT-ARIMA dan ARIMA untuk data *fitting* harga saham harian BBRIJK secara berturut-turut sebesar 4,909 dan 35,092, sedangkan nilai RMSE untuk peramalan data *out sample*-nya secara berturut-turut sebesar 428,394 dan 434,073. Jadi, pemodelan harga saham harian BBRIJK dengan model MODWT-ARIMA memberikan hasil peramalan yang lebih akurat dibanding dengan model ARIMA, sehingga metode MODWT-ARIMA lebih efektif untuk pemodelan runtun waktu nonstasioner dibanding dengan ARIMA.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan sudah dapat ditunjukkan bahwa pemodelan MODWT-ARIMA menghasilkan ramalan yang lebih akurat

dibandingkan dengan ARIMA. Akan tetapi, keterbatasan-keterbatasan dalam penelitian ini tidak dapat dihindari, yaitu ditemukannya data hasil dekomposisi MODWT mengandung volatilitas dan residual model data hasil dekomposisi MODWT tidak bersifat *white noise*. Sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya bisa dicoba melakukan pemodelan harga saham BBRIJK dengan MODWT-ARIMA yang dikombinasikan dengan model untuk volatilitas atau menggunakan model *hybrid* lainnya yang dapat mengatasi volatilitas data.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, Lazim. 2012. ARIMA Model for Gold Bullion Coin Selling Prices Forecasting. *International Journal of Advances in Applied Sciences (IJAAS)*, 1(4): 153 – 158.
- Al-Rawashdi, F. M. Al, dkk. 2015. Wavelet Methods in Forecasting for Insurance Companies Listed in Amman Stock Exchange. *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, 82: 54 – 60.
- Ariefianto, M. D. 2012. *Ekonometrika : Esensi dan Aplikasi dengan Menggunakan Eviews*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Bailey, K. 2017. *A Combined Wavelet and ARIMA Approach to Predicting Financial Time Series*. Thesis. Dublin City University.
- Banakar, A. & M.F. Azeem. 2006. A New Artificial Neural Network and its Application in Wavelet Neural Network and Wavelet Neuro Fuzzy (Case Study: Time Series Prediction). *3<sup>rd</sup> International IEEE Conference Intelligent Systems*. London: UK.
- Chen, W. D., H.C. Li, & S. Mirmirani. 2017. Stratified Market Equilibria: An Application of Maximal Overlap Discrete Wavelet Analysis. *Empirical Economic Review*, 7(1): 1 – 14.
- Chujai, P., N. Kerdprasop, & K. Kerdprasop. 2013. Time Series Analysis of Household Electric Consumption with ARIMA and ARMA Models. *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*, 1.
- Conejo, A. J., M.A. Plazas, R. Espinol, & A.B. Molina. 2005. Day-Ahead Electricity Price Forecasting Using the Wavelet Transform and ARIMA Models. *IEEE Transactions on Power System*, 20(2): 1035 – 1042.
- Darmaji, T. & M.F. Hendi. 2006. *Pasar Modal di Indonesia: Pendekatan Tanya Jawab*. Jakarta: Salemba Empat.
- Dritsaki, C. 2018. The Performance of Hybrid ARIMA-GARCH Modelling and Forecasting Oil Price. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 8(3): 14 – 21.
- Farima, Vega Zayu. 2016. *Model Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform-Autoregressive Moving Average (MODWT-ARMA) untuk Peramalan Data Runtun Waktu*. Thesis. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.

- Hendikawati, Putriaji. 2015. *Peramalan Data Runtun Waktu: Metode dan Aplikasinya dengan Minitab dan Eviews*. Semarang: FMIPA Universitas Negeri Semarang.
- Iqbalullah, J. dan Winahju, W.S. 2014. Peramalan Jumlah Penumpang Pesawat Terbang di Pintu Kedatangan Bandar Udara Internasional Lombok dengan Metode ARIMA Box-Jenkins, ARIMAX, dan Regresi *Time Series*. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, 3(2): 212 – 217.
- Kriechbaumer, T., A. Angus, D. Parsons, & M.R. Casado. 2014. An Improved Wavelet-ARIMA Approach for Forecasting Metal Prices. *Resources Policy*, 39: 32 – 41.
- Layla, Dina Ameliana. 2016. *Peramalan Harga Saham dengan Menggunakan Metode Transformasi Wavelet Diskrit Daubechies*. Skripsi. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Sunan Kalijaga.
- Lestari, Vemmie Nastiti dan Subanar. 2015. Transformasi Wavelet Diskrit untuk Data Time Series. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Lilipaly, G.S., D. Hatidja, & J.S. Kekenusa. 2014. Prediksi Harga Saham PT.BRI, Tbk. Menggunakan Metode ARIMA. *Jurnal Ilmiah Sains*, 14(2): 60 – 67.
- Makridakis, Spyros dkk. 1991. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi Kedua. Diterjemahkan oleh: Andriyanto, Untung Sus dan Abdul Basith. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Percival, D.B. & A.T., Walden. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. United Kingdom: Cambridge University Press.
- Renaud, O. dkk. 2002. *Wavelet-based Forecasting of Short and Long Memory Time Series*. 40 Boulevard du Pont-d'Arve: Universite de Geneve.
- Rosadi, Dedi. 2011. *Analisis Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.
- Rosadi, Dedi. 2016. *Analisis Runtun Waktu dan Aplikasinya dengan R*. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- Sari, E.D.N. 2017. *Peramalan Harga Saham Perusahaan Industri Perbankan Menggunakan Metode ARIMA Box-Jenkins*. Tugas Akhir. Surabaya: Fakultas Vokasi Institut Teknologi Sepuluh November.
- Soejati, Zanzawi. 1987. *Materi Pokok Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Penerbit Karunia.

- Ulfiati, Leili dan Sugiman. 2015. Peramalan Data Saham dengan Transformasi Wavelet Haar. *Unnes Journal of Mathematics*, 4(2): 136 – 146.
- Vidakovic, Brani. 1999. *Statistical Modelling by Wavelets*. USA: Intescience Publication.
- Wadi, S. Al, M.T. Ismail, M.H. Alkhahazaleh, & S.A.A. Karim. 2011. Selecting Wavelet Transforms Model in Forecasting Financial Time Series Data Based on ARIMA Model. *Applied Mathematical Sciences*, 5(7): 315 – 326.
- Wadi, S. Al, A. Hamarsheh, & H. Alwadi. 2013. Maximum Overlapping Discrete Wavelet Transform in Forecasting Banking Sector. *Applied Mathematical Sciences*, 7(80): 3995 – 4002.
- Warsito, B., Subanar, & Abdurakhman. 2013. Pemodelan Time Series dengan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform. *Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Walker, James S. 2008. *A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications: Second Edition*. United States of America: Taylor & Francis Group, LLC.
- Wei, W. 2006. *Time Series Univariate and Multivariate Method*. USA: Pearson Education, Inc.
- Yaziz, S.R., N.A. Azizan, R. Zakaria, & M.H. Ahmad. 2013. The Performance of Hybrid ARIMA-GARCH Modelling in Forecasting Gold Price. *20<sup>th</sup> International Congress on Modelling and Simulation*. Australia.
- Yolanda, N.B., N. Nainggolan, & H.A.H. Komalig. 2017. Penerapan Model ARIMA-GARCH Untuk Memprediksi Harga Saham Bank BRI. *Jurnal MIPA UNSRAT ONLINE*, 6(2): 92 – 96.
- Zhu, L., Y. Wang, & Q. Fan. 2014. MODWT-ARMA Model for Time Series Prediction. *Applied Mathematical Modelling*, 38: 1859 – 1865.