PERBANDINGAN METODE REGRESI RIDGE MODEL *GENERALIZED TWO STAGE* DAN *JACKKNIFE* UNTUK MENGATASI MULTIKOLINIERITAS

Skripsi
disajikan sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

oleh

Mei Dwi Antono

4111412036

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2019

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 19 Agustus 2019

Mei Dwi Antono
NIM 4111412036

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Perbandingan Metode Regresi Ridge Model *Generalized Two Stage* dan *Jackknife* untuk Mengatasi Multikolinieritas

Disusun oleh

Mei Dwi Antono

NIM 4111412036

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 19 Agustus 2019.

Panitia :

Ketua

Dr. Sugianto, M.Si.
NIP. 196102191993031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M. Si.
NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji

Dr. Wardono, M.Si.
NIP. 196202071986011001

Anggota Penguji/Pembimbing I

Dr. Nur Karomah Dwidayati, M.Si.
NIP. 196605041990022001

Anggota Penguji/Pembimbing II

Drs. Sugiman, M.Si.
NIP. 196401111989011001

MOTTO

- Jika orang lain bisa, maka kita juga termasuk bisa
- Kegagalan adalah bukti bahwa kita sudah mencoba.
- Apa yang benar-benar diperhitungkan adalah akhir yang baik, bukan awal yang buruk (Ibnu Taimiyah)

PERSEMBAHAN

- Untuk kedua orang tua tercinta Ibu Maryati dan Bapak Kaswadi.
- Untuk Kakak dan adikku tersayang Eko dan Satria.
- Teman-teman Kos, Gilang, Adi, Kukuh, Ilham, Erie, Riski, Adzan, Bimo.
- Teman-teman dekat Alif, Lusy, Adib, Gina, Arif, dan Kintan, Anna.
- Rekan-rekan Monster Pulpen, Reni, Deska, Izza, Santi, Bu Ratna, dan Pak Umar.
- Untuk teman-teman Matematika Angkatan 2012.
- Untuk Universitas Negeri Semarang (Unnes).

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim

Assalamu'alaikum Wr Wb

Alhamdulillah Alhamdulillahi Robbil 'alamiin Washolatu Washolamu 'alamuriddin Waa la alihi washohbihi ajma'iin. Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan karunia-Nya serta kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Perbandingan Metode Regresi Ridge Model *Generalized Two Stage* dan *Jackknife* untuk Mengatasi Multikolinieritas".

Penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan berkat kerjasama, bantuan, dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Dr Sugianto M.Si, Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Ketua Prodi Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
5. Dr. Nur Karomah D, M.Si., selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.

6. Drs. Sugiman, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.
7. Dr. Wardono, M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi ini serta telah memberikan bimbingan dan arahan.
8. Staf Dosen Matematika dan Staf Tata Usaha Universitas Negeri Semarang yang telah membekali dengan berbagai ilmu selama mengikuti perkuliahan sampai akhir penulisan skripsi ini.
9. Ibu dan Bapak tercinta, Ibu Maryati dan Bapak Kaswadi yang senantiasa memberikan dukungan dan doa yang tiada putusnya.
10. Teman-Teman Matematika angkatan 2012 yang berjuang bersama untuk mewujudkan cita-cita.
11. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca.

Wassalamu’alaikum Wr Wb

Semarang, 19 Agustus 2019

Penulis

ABSTRAK

Antono,Mei Dwi. 2019. *Perbandingan Metode Regresi Ridge Model Generalized Two Stage dan Jackknife Untuk Mengatasi Multikolinieritas.* Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Nurkaromah Dwidayati, M.Si dan Pembimbing Pendamping Drs. Sugiman, M.Si.

Kata kunci: Regresi Ridge, *Generalized Two Stage*, *Jackknife Ridge Regression*, Multikolinieritas.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui model persamaan regresi metode Generalized Two Stage dan Jackknife dalam mengatasi masalah multikolinieritas pada suatu regresi serta membandingkan kedua metode tersebut menggunakan kriteria pembanding yaitu nilai koefisien determinasi (R^2).

Langkah awal dalam penelitian adalah melakukan uji asumsi regresi yaitu normalitas, uji linieritas, uji multikolinieritas, uji heterokesdastisitas, dan uji autokorelasi. Kemudian dilakukan analisis Regresi Ridge *model Generalized Two Stage* dan *Jackknife* untuk mengatasi multikolinieritas pada data inflasi periode Januari 2014 sampai dengan April 2017.

Hasil penelitian menunjukan model persamaan regresi dengan metode *Jackknife Ridge Regression* yaitu $\hat{Y} = 8{,}92495 + 0{,}001236X_1 - 0{,}018774X_2$ dengan nilai $R^2 = 0{,}6228$. Sedangkan model persamaan regresi dengan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* yaitu $\hat{Y} = 8{,}8150 + 0{,}00118X_1 - 0{,}01793X_2$ dengan nilai $R^2 = 0{,}6202$. Sehingga diperoleh hasil bahwa metode *Jackknife Ridge Regression* memiliki nilai R^2 lebih besar dibandingkan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* yang berarti dapat disimpulkan bahwa metode *Jackknife Ridge Regression* lebih efektif dibandingkan *Generalized Two Stage Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas.

DAFTAR ISI

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Sudjana (2008) statistika ialah pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan fakta, pengolahan serta penganalisanya, penarikan kesimpulan, penyajian dan publikasi dari data data yang berbentuk angka. Kumpulan data, statistika dapat digunakan untuk mendeskripsikan data yang disebut juga dengan statistika deskriptif dan untuk menyimpulkan bagi kelompok yang lebih besar yang disebut statistika inferensial. Terdapat banyak metode dalam statistika, salah satunya adalah analisis regresi. Menurut Drapper dan Sumantri (1992) analisis regresi merupakan metode analisis yang dapat digunakan untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan yang bermakna tentang hubungan ketergantungan variabel terhadap variabel lainnya.

Istilah "regresi" pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli yang bernama Galton (1886). Menurut Galton, analisis regresi berkenaan dengan studi ketergantungan dari suatu variabel yang disebut variabel tak bebas, pada satu atau variabel yang menerangkan dengan tujuan untuk memperkirakan ataupun meramalkan nilai-nilai dari variabel tak bebas apabila nilai variabel yang menerangkan sudah diketahui.

Menurut Iriawan dan Astuti (2006:199) analisis regresi sangat berguna dalam penelitian antara lain: (1) model regresi dapat digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor, (2) model regresi dapat digunakan untuk mengetahui pengaruh suatu atau beberapa variabel prediktor terhadap variabel respon, (3) regresi berguna untuk memprediksi pengaruh suatu variabel atau beberapa variabel prediktor terhadap variabel respon.

Terdapat dua jenis regresi yaitu regresi linier dan regresi nonlinier. Regresi linier menyatakan bentuk hubungan dimana variabel terikat dan variabel bebasnya berpangkat satu. Regresi linier dibedakan menjadi dua yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier ganda. Apabila terdapat hubungan linier variabel terikat dengan satu variabel bebas disebut regresi linier sederhana, sedangkan hubungan linier antara variabel terikat dengan dua atau lebih variabel bebas disebut sebagai regresi linier ganda. Analisis regresi linier ganda lebih sering digunakan karena suatu peristiwa dapat disebabkan oleh berbagai faktor yang mempengaruhi, seperti harga suatu barang dipengaruhi oleh bahan baku, bahan tambahan, biaya pengolahan, biaya transportasi dan lain sebagainya.

Regresi nonlinier adalah bentuk hubungan dimana variabel terikat dan atau variabel bebasnya mempunyai pangkat tertentu (contoh regresi nonlinier diantaranya yaitu: regresi polinomial, eksponensial, regresi geometrik atau perpangkatan, dan regresi hiperbola). Regresi nonlinier memiliki hubungan antara variabel terikat dan bebas yang tidak linier pada parameter regresinya.

Adapun asumsi-asumsi yang harus dipenuhi pada analisis regresi klasik yaitu memenuhi asumsi normalitas dengan melihat nilai *p-p plot*, apabila titik sisaan menyebar di sekitar garis normal maka asumsi normalitas terpenuhi, memenuhi asumsi linieritas dengan melihat *plot standardized residual* berpencar secara acak, tidak terjadi masalah multikolinieritas dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF)< 10, tidak terjadi masalah autokorelasi dengan melihat nilai dw, jika $d < dL$, maka autokorelasi positif, sedangkan jika $4 - d < dL$, maka ada autokorelasi negatif, tidak terjadi masalah heteroskedastisitas dengan melihat *plot standardized predicted value* dengan sisaan yang dibakukan (*standardized residual*) tidak memiliki pola tertentu (Markidakis dkk.,1999).

Salah satu asumsi analisis regresi linier berganda yaitu tidak terjadi masalah multikolinieritas. Jika terjadi masalah multikolinieritas dalam model regresi, hal ini dapat menyebabkan hasil estimasi menggunakan metode kuadrat terkecil menjadi tidak baik. Beberapa cara dalam mengatasi multikolinieritas seperti dengan mereduksi peubah bebas (X) tanpa mengubah karakteristik peubah-peubah bebasnya, penggabungan data *cross section* dan data *time series* sehingga terbentuk data panel, mengeluarkan peubah bebas dengan korelasi tinggi walaupun dapat menimbulkan kesalahan spesifikasi, metode regresi *stepwise*, metode *Partial Least Square* dan metode regresi Ridge (Markidakis dkk., 1999).

Salah satu cara untuk mendapatkan koefisien regresi pada persamaan regresi linier berganda adalah melalui metode kuadrat terkecil. Motode ini menghasilkan penaksir terbaik (tak bias dan bervariasi minimum) jika saja tidak ada korelasi antar variabel regressor. Namun jika hal itu terjadi, maka salah satu cara untuk mengatasi masalah tersebut adalah melalui metode regresi ridge. Pada dasarnya metode ini juga merupakan metode kuadrat terkecil. Perbedaannya adalah bahwa pada metode regresi Ridge, nilai variabel regressornya ditransformasikan dahulu melalui prosedur *centering and rescaling*. Kemudian pada diagonal utama matriks korelasi variabel regressor ditambahkan Ridge Parameter θ dimana nilainya antara 0 dan 1 (Neter dkk.,1990).

Model estimasi pada regresi Ridge banyak mengalami perkembangan. El-Dereny dan Rashwan (2011) dalam jurnalnya *Solving Multicolinierity Problem Using Ridge Regression Models* menjelaskan perkembangan dari metode regresi Ridge, antara lain *Ordinary Ridge Regression* (ORR), *Generalized Ridge Regression* (GRR) dan *Directed Ridge Regression* (DRR). Jurnal tersebut menunjukan bahwa estimator hasil dari metode-metode dalam regresi Ridge lebih baik daripada estimator metode kuadrat terkecil apabila terjadi pelanggaran asumsi multikolinieritas.

Eledum dan Alkhalifa (2012) dalam jurnalnya *Generalized Two Stages Ridge Regression Estimator GTR for Multicollinierity and Autocorrelated Errors* memperkenalkan metode baru dalam regresi Ridge yaitu *Generalized Two Stages Ridge Regession* (GTSRR) yang merupakan kombinasi antara metode *Two Stages Least Squares* dan *Generalized Ridge Regression.* Jurnal tersebut dilakukan penelitian mengenai hubungan antara produk yang dihasilkan dari sektor manufaktur dengan nilai impor, komoditas kapital dan bahan mentah yang diimpor oleh negara Irak dengan menggunakan metode estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression.*

Penelitian yang dilakukan oleh Devita dkk. (2014) dalam jurnalnya "*Kinerja Jackknife dalam Mengatasi Multikolinieritas*" mengenai kebutuhan akan tenaga kerja pada 17 Rumah Sakit Angkatan Laut U.S. Dalam jurnal tersebut Metode *Jackknife Ridge Regression* dikatakan dapat mengatasi masalah multikolinieritas dengan baik dengan melihat nilai VIF setiap peubah lebih kecil dari 10. Metode *Jackknife* sendiri merupakan pengembangan dari metode *Generalized Ridge Regression* dengan lebih menekankan pengurangan bias pada penduga Ridge (Ozkale, 2008:6).

Berdasarkan uraian tersebut kajian ini membandingkan model *Jackknife* dengan model *Generalized Two Stage* untuk mengatasi multikolinieritas pada analisis regresi berganda, dengan kriteria pembanding yang digunakan untuk kedua metode yaitu nilai koefisien determinasi (R^2). Oleh karena itu penelitian ini mengangkat judul "Perbandingan Metode Regresi Ridge Model *Generalized Two Stage* dan *Jackknife* untuk Mengatasi Multikolinieritas".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka permasalahan penilitian ini dirumuskan sebagai berikut.

1. Bagaimana hasil estimasi regresi Ridge metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas?
2. Bagaimana hasil estimasi regresi ridge metode *Jackknife Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas?
3. Metode manakah yang lebih baik antara metode *Generalized Two Stage Regression* dan *Jackknife Ridge Regression* dalam mengatasi multikolinieritas?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan, batasan masalah dalam penelitian ini yaitu data yang digunakan memenuhi asumsi normalitas dan penyimpangan terhadap asumsi klasik yang akan dibahas difokuskan pada masalah multikolinieritas beserta cara penanganan asumsi tersebut dengan Metode *Generalized Two Stage Regression* dan *Jackknife Ridge Regression*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui penerapan Metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas.
2. Mengetahui penerapan Metode *Jackknife Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas
3. Mengetahui Metode yang lebih baik antara Metode *Generalized Two Stage Regression* dan *Jackknife Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagi Penulis

a. Menambah dan memperkaya pengetahuan mengenai Metode *Generalized Two Stage Ridge Regression dan Jackknife Ridge Regression* dalam mengatasi multikolinieritas.

b. Membantu mengaplikasikan ilmu yang diperoleh selama perkuliahan sehingga menunjang kesiapan untuk terjun ke dalam dunia kerja.

2. Bagi Mahasiswa Matematika

   a. Menambah pengetahuan mengenai metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* (GTSRR).

   b. Menambah pengetahuan mengenai metode *Jackknife Ridge Regression* (JRR).

   c. Memberikan metode alternatif melakukan pemodelan regresi linier khususnya untuk mengatasi Multikolinieritas.

3. Bagi Jurusan Matematika

   a. Sebagai bahan studi kasus bagi pembaca dan acuan bagi mahasiswa serta dapat memberikan bahan referensi bagi pihak mahasiswa.

   b. Sebagai bahan bacaan yang dapat menambah ilmu pengetahuan bagi pembaca dalam hal ini mahasiswa lain.

4. Bagi peneliti selanjutnya

Adanya penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai bahan informasi dan bahan pengembangan penelitian selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi disusun dalam tiga bagian utama, yaitu bagian awal, bagian inti, dan bagian akhir skripsi.

1.6.1 Bagian Awal

Penulisan skripsi ini bagian awal berisi halaman judul, abstrak, pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, , daftar isi, daftar gambar, daftar, tabel, dan daftar lampiran.

1.6.2 Bagian Inti

Bagian inti dari penulisan skripsi ini adalah isi skripsi yang terdiri dari lima bab, yaitu :

BAB 1 : PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, sistematika penulisan.

BAB 2 : TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini mengemukakan konsep-konsep yang dijadikan landasan teori seperti matriks, turunan suatu matriks,regresi linier, jumlah unsur diagonal suatu matriks, nilai eigen dan vektor eigen, metode kuadrat terkecil, multikolinieritas, regresi

Ridge, *Generalized Ridge Regression* (GRR), *Jackknife Ridge Regression* (JRR), *Generalized Two Stage Ridge Regression* (GTSRR), definisi variabel, pemilihan model terbaik, penelitian terdahulu, dan kerangka berpikir.

BAB 3 : METODE PENELITIAN

Berisi tentang prosedur atau langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini meliputi menentukan masalah, merumuskan masalah, pengumpulan data, pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan.

BAB 4 : HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini berisi mengenai penyelesaian dari permasalahan yang diungkapkan.

BAB 5 : PENUTUP

Berisi kesimpulan dari penulisan skripsi dan saran.

1.6.3 Bagian Akhir

Berisi daftar pustaka sebagai acuan penulisan yang memberikan informasi tentang buku dan literatur lain yang digunakan dalam skripsi ini serta lampiran yang mendukung kelengkapan skripsi ini.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matriks

2.1.1 Pengertian Matriks

Matriks adalah suatu susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang disusun dalam bentuk baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat pada suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota dari suatu matriks. Suatu matriks *A* berukuran $m \times n$ bila matriks tersebut memiliki m baris dan n kolom. Secara umum matriks dapat dituliskan:

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Dimana a_{ij} adalah elemen baris ke-i dan kolom ke-j. (Sembiring,1995)

Contoh matriks B berukuran 2×3 adalah

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Terdapat beberapa jenis matriks:

2.1.1.1. *Matriks Persegi*

Matriks persegi adalah matriks yang banyaknya baris b dan kolom k sama. Bentuk umum matriks persegi berukuran $n \times n$ adalah

$$C = [c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Dalam hal ini $C_{11}, C_{22}, C_{33}, \ldots, C_{nn}$ merupakan elemen diagonal utama dari matriks persegi. Contoh matriks persegi C berordo 2×2:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

2.1.1.2. *Matriks diagonal*

Matriks diagonal adalah matriks yang elemen selain elemen diagonal utamanya bernilai nol. Bentuk umum matriks diagonal adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$ adalah:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Jika $d_{11} = d_{22} = \cdots = d_{nn} = 1$ maka matriks diagonal terebut dikatakan sebagai matriks identitas (satuan) $= I$

Contoh matriks diagonal D berordo 3×3:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1.1.3. *Matriks Identitas*

Matriks identitas adalah matriks berukuran   yang diagonal utamanya bernilai satu dan elemen-elemen selain elemen pada diagonal utamanya bernilai nol. Contoh: matriks A adalah matriks identitas dengan ukuran 4 x 4, maka

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks identitas biasanya dilambangkan dengan I. Jika matriks B adalah suatu matriks berukuran $n \times n$, maka $BI_n = B$ dan $I_n B = B$.

2.1.2.Penjumlahan Matriks

Jika matriks A dan B memiliki ukuran yang sama, jumlah $A + B$ didefinisikan dengan matriks yang memiliki ukuran sama yang diperoleh dengan menambahkan bersama sama entri yang bersusaian dalam kedua matriks tersebut. Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$, maka

$$(A + B)_{ij} = [a_{ij}] + [b_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}] \qquad (2.4)$$

Matriks-matriks yang berukuran berbeda tidak dapat dijumlahkan. (Gilbert dan Nicholson,2004)

2.1.3. Pengurangan Matriks

Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama. Selisih antara matriks A dan B dapat ditulis $A - B$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan anggota-anggota A dengan anggota anggota B yang berpadanan. Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$, maka

$$(A - B)_{ij} = [a_{ij}] - [b_{ij}] = [a_{ij} - b_{ij}] \tag{2.5}$$

Matriks-matriks yang berukuran berbeda tidak dapat dikurangkan. (Gilbert dan Nicholson,2004)

2.1.4. Perkalian Matriks

Jika A adalah matriks $m \times n$ dan B adalah matriks $n \times k$, maka hasil kali AB adalah matrik $m \times k$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut: untuk mencari entri dalam baris- i dan kolom- j dari AB dipilih baris-i dari matrik A dan kolom-j dari matriks B. Kemudian mengalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut bersama-sama dan selanjutnya menambahkan hasil kali yang dihasilkan. (Anton,2000)

Perkalian matriks A dengan B hanya bisa dilakukan jika ukuran kolom matriks A sama dengan ukuran baris matriks B. Contoh perkalian matriks berukuran 2×3 dengan matriks B berukuran 3×1, maka hasil perkalian matrik AB berukuran 2×1.

Contoh: Misalkan matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

2.1.5. Perkalian Skalar

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kali cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap elemen dari A dengan c. Perkalian matriks dengan skalar menghasilkan sebuah matriks baru yang elemennya adalah hasil perkalian setiap elemen matriks aslinya dengan skalar. (Anton, 2000)

Jika $A = [a_{ij}]$, dan c suatu skalar, maka

$$cA = c[a_{ij}]$$

Dari definisi tersebut, jika Badalah sebarang matriks, maka $-B$ menyatakan

hasil kali $(-1)B$. Jika A dan B adalah dua matriks berordo sama, maka $A - B$ dapat didefinisikan sebagai $A + (-B) = A + (-1)B$.

2.1.6. Transpose Matriks

Jika A adalah sembarang matriks $m \times n$, maka transpose A dinyatakan oleh A' yang didefinisikan sebagai matriks berukuran $n \times m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, dan seterusnya. Jadi transpose suatu matriks diperoleh dengan mempertukarkan baris dengan kolomnya.

Contoh matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$, maka $A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

Beberapa sifat transpose matriks:

a) $(A')' = A$

b) $(A + B)' = A' + B'$

c) $(kA)' = kA'$, dengan k sembarang skalar

d) $(AB)'$=$B'A'$

2.1.7. Matriks Simetris

Matriks simetris adalah matriks persegi yang elemennya simetris secara diagonal. Matriks C dikatakan simetris jika $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua i dan j, dengan c_{ij} menyatakan unsur pada baris ke-i dan kolom ke-j. Matriks yang simetris dapat dikatakan pula sebagai matriks yang transposenya sama dengan dirinya sendiri. Contoh matriks simetris yaitu:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

2.1.8. Invers Matriks

Jika A adalah matriks persegi, dan jika terdapat matriks B sehingga $AB = BA = I$, maka A dikatakan dapat dibalik (*invertible*) dan B dinamakan invers (*Inverse*) dari A. Selanjutnya invers dari A ditulis A'.(Anton,2010)

Teorema 2.2

Jika A dan B adalah matriks-matriks yang dapat dibalik dan berordo sama, maka :

a) AB dapat dibalik

b) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Bukti:

jika $(AB)^{-1}$ adalah invers dari AB, maka menurut definisi diatas dapat diturunkan:

$(B^{-1}A^{-1})(AB) = I$, perhatikan hasil perkalian dalam $A^{-1}A = I$ maka didapat $B^{-1}IB = B^{-1}B = I$.

$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = I$, perhatikan hasil perkalian dalam $BB^{-1} = I$ maka didapat $AIA^{-1} = AA^{-1} = I$

Teorema 2.3

Jika A adalah sebuah matriks yang dapat dibalik, maka

a) A^{-1} dapat dibalik dan $(A^{-1})^{-1} = A$

Bukti:

Karena $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, maka A^{-1} dapat dibalik dan $(A^{-1})^{-1} = A$

b) A^{n} dapat dibalik dan $(A^{-1})^{-1} = A$

Bukti:

Karena $A^{n}(A^{n})^{-1} = (A^{n})^{-1}A^{n} = I$, maka A^{n} dapat dibalik dan $(A^{n})^{-1} = (A^{-1})^{n}$.

c) Untuk setiap k yang tak sama dengan nol, maka kA dapat dibalik dan $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$

Bukti:

Jika k adalah sebarang skalar yang tidak sama dengan 0, maka dari Teorema 2.1 akan memungkinkan kita untuk menuliskan

$$(kA)\left(\frac{1}{k}A^{-1}\right) = \frac{1}{k}(kA)A^{-1} = \left(\frac{1}{k}k\right)AA^{-1} = I$$

Demikian juga $\left(\frac{1}{k}A^{-1}\right)(kA) = I$, sehingga kA dapat dibalik dan $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$.

2.1.9. Matriks Ortogonal

Matriks T dikatakan matriks ortogonal, jika

$$T^{-1}T = TT^{-1} = I$$

Karena persamaan diatas, maka

$$T^{-1} = I$$

Sifat matriks ortogonal:

1. Invers matriks ortogonal juga matriks ortogonal
2. Hasil kali matriks-matriks ortogonal juga matriks ortogonal
3. Jika T matriks ortogonal T, maka $\det(A) = 1$ atau $\det(T) = -1$.

2.2 Turunan Suatu Matriks

Pada dasarnya turunan satu peubah terhadap suatu vektor adalah suatu vektor atau matriks yang unsur-unsurnya adalah turunan peubah pertama terhadap peubah unsur-unsur vektor penurun sedemikian sehingga posisi unsurnya sesuai dengan posisi unsur yang diturunkan dan unsur penurun. (Greene, 2012)

Misalkan terdapat dua vektor A dan X, dengan

$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$, maka $A' = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n]$

$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, maka $A' = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$

Dan

$X'A = A'X$, maka

$$\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(A'X)}{\partial x} = A$$

Bukti:

1) $\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+\cdots+x_na_n)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+\cdots+x_na_n)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+\cdots+x_na_n)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+\cdots+x_na_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A$

2) $\frac{\partial(A'X)}{\partial x} = \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(a_1x+a_2x_2+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(a_1x_1+a_2x+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A$

Jadi, terbukti $\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(A'X)}{\partial x} = A$.

Misalkan fungsi linier $Y = AX$ dengan $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$

setiap elemen $y_t = a_t x$.

Dengan a_t adalah elemen-elemen baris ke-i dari A, maka

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial_x} \\ \frac{\partial y_2}{\partial_x} \\ \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial_x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

Sehingga $\frac{\partial AX}{\partial x} = A$

Suatu persamaan

$$X'AX = [x_1\ x_2\ x_3 \ldots x_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \ldots & a_{11} \\ a_{11} & a_{11} & \ldots & a_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11} & a_{11} & \ldots & a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + \cdots + 2a_{1n}x_1x_n + a_{22}x_2^2 + 2a_{23}x_2x_3 + \cdots + 2a_{2n}x_2x_n + \cdots + a_{nn}x_n^2$$

Jika diambil turunan parsial terhadap elemen-elemen X akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_1} = 2(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n)$$

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_2} = 2(a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_n} = 2(a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n)$$

Jika diperhatikan bentuk hasil di atas, $a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n$ merupakan elemen-elemen dari hasil matriks A dan vektor X, yaitu AX dan memberikan suatu vektor kolom dengan n elemen. Jadi hasil di atas dapat diringkas sebagai berikut:

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_n} = 2AX$$

2.3 Regresi Linier

Regresi linier mempunyai persamaan yang disebut persamaan regresi. Persamaan regresi mengekspresikan hubungan linier antara variabel tergantung atau variabel terikat (Y) dan satu atau lebih variabel bebas atau prediktor (X) jika hanya ada satu prediktor dan $X_1, X_2, \cdots, X_k$, jika terdapat lebih dari satu prediktor (Crammer dkk., 2006:139).

Persamaan regresi yang menggambarkan hubungan antara satu peubah bebas (X) dan satu peubah tak bebas (Y), dimana hubungan keduanya dapat digambarkan sebagai garis lurus disebut regresi linier sederhana. Sedangkan persamaan regresi yang menggambarkan hubungan antara lebih dari satu peubah bebas $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ dan satu peubah tak bebas (Y) disebut regresi linier berganda (Novalia et al, 2014).

Model regresi linier berganda dengan k variabel yaitu:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, i = 1,2,3, \cdots, n \qquad (2.6)$$

dengan $\beta_0, \beta_{1,\cdots,}\beta_k$ adalah parameter dan ε_i adalah galat atau error.

Oleh karena i menunjukan pengamatan ke-i, maka jika terdapat n pengamatan, model regresinya menjadi

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \beta_0 + \beta_1 X_{31} + \beta_2 X_{32} + \cdots + \beta_k X_{3k} + \varepsilon_3$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \cdots + \beta_k X_{nk} + \varepsilon_n \qquad (2.7)$$

dengan:

Y_n adalah variabel tak bebas

$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{nk}$ adalah variabel bebas

β adalah parameter atau koefisien regresi

ε_n adalah galat yang saling bebas dan menyebar normal $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

Dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ & & & & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

$$Y_{n\times 1} = X_{n\times(k+1)}\beta_{(k+1)\times 1} + \varepsilon_{n\times 1}$$

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

dengan

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ & & & & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

dengan

Y menyatakan vektor respons berukuran $n \times 1$

β menyatakan vektor parameter berukuran $(k+1) \times 1$

X menyatakan vektor galat berukuran $n \times 1$

Dalam analisis regresi linier, terdapat asumsi-asumsi yang harus dipenuhi, yaitu

1. Nilai ekspektasi dari vektor residualnya adalah 0

$$E(\varepsilon_i) = 0, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

$$E\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\varepsilon_1) \\ E(\varepsilon_2) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Variansinya konstan untuk semua residual

$$var(\varepsilon_i) = \sigma^2, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

2.4 Jumlah Unsur Diagonal Suatu Matriks

Bila A adalah suatu matriks $n \times n$, maka jumlah unsur diagonal matriks A disimbolkan matriks $tr(A)$ adalah

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \text{ (Sembiring, 1995)}$$

2.5 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Bila A adalah suatu matriks $n \times n$, maka ada bilangan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$dan vektor $v_1, v_2, \dots, v_n$ yang saling orthogonal, sehingga dipenuhi

$$Av_1 = \lambda_1 v_1$$

Bilangan λ_1 disebut bilangan eigen, sedangkan $v_1$disebut vektor eigen dari matriks A. (R.K. Sembiring, 1995). Bila matriks A simetris, maka $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ bernilai real. Bila V adalah suatu matriks diagonal, maka unsur diagonal V adalah nilai eigennya, sehingga

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij}$$

Matriks persegi P disebut matriks *idempotent* bila $P^2 = P$

Bila P simetris $(P' = P)$ dan *idempotent*, maka P disebut matriks proyeksi. Jika P *idempotent*, maka $I - P$ juga *idempotent*. Pada matriks proyeksi berlaku

$$x'Px = x'^{P^2}x = (Px)'(Px)$$

2.6 Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil adalah suatu metode yang digunakan untuk menaksir β dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG) (Suryanto,1998:140)

Persamaan regresi ganda

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad (2.8)$$

Atau dapat ditulis dengan $Y = X\beta + \varepsilon$.

Sedangkan persamaan regresi penduganya yaitu $Y = X\beta + \varepsilon$.

Metode kuadrat terkecil digunakan untuk menentukan $\beta_{0,}\beta_{1,}\beta_{2,} \dots, \beta_{k,}$ sehingga jumlah kuadrat galat (JKG) minimum, maka

$$\mathrm{JKG} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots \varepsilon_n^2$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \varepsilon'\varepsilon$$

Dari persamaan $Y = X\beta + \varepsilon$,

Maka $\varepsilon = Y - X\beta$.

Untuk meminimumkan jumlah kuadrat terkecil, maka persamaan

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= (Y - X\beta)'(Y - X\beta)$$

$$= (Y' - \beta'X')(Y - X\beta)$$

$$= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta$$

Karena $\beta'X'Y$ adalah suatu skalar, maka dengan menggunakan sifat *transpose* suatu matriks diperoleh dari $\beta'X'Y$ adalah $(\beta'X'Y) = Y'X\beta$, maka

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= (Y - X\beta)'(Y - X\beta)$$

$$= (Y' - \beta' X')(Y - X\beta)$$

$$= Y'Y - Y'X\beta - \beta' X'Y + \beta' X'X\beta$$

$$= Y'Y - 2\beta' X'Y + \beta' X'X\beta$$

Jumlah kuadrat galat (JKG) minimum diperoleh dari β yang memenuhi persamaan $\frac{\partial JKG}{\partial \beta} = 0$, sehingga diperoleh

$$-2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

$$2X'X\beta = 2X'Y$$

$$X'X\beta = X'Y$$

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y$$

Akan bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Sifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) ini dibuktikan sebagai berikut

1. Linier

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon)$$

$$= (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon$$

$$= (\beta + (X'X)^{-1})X'\varepsilon$$

merupakan fungsi linier dari β dan ε

2. Tak bias

Dengan $(X'X)^{-1}X'X = 1$

$$E(\beta) = E[(X'X)^{-1}X'Y]$$

$$= (X'X)^{-1}X'E(Y)$$

$$= (X'X)^{-1}X'(X\beta)$$

$$= (X'X)^{-1}X'X(\beta)$$

$$= \beta$$

Jadi $E(\beta) = \beta$ maka β adalah estimator yang merupakan penaksir tak bias β.

Variansi minimum

$$var(\beta) = (X'X)^{-1}X'var(Y)X(X'X)^{-1}$$

$$= (X'X)^{-1}X'\sigma^2 IX(X'X)^{-1}$$

$$= \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Bahwa $var(\beta) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ merupakan varians terkecil dari semua penaksir linier tak bias. Karena estimator kuadrat terkecil memenuhi sifat linier, tak bias, dan mempunyai variansi minimum maka estimator kuadrat terkecil disebut bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE).

2.7 Multikolinieritas

2.7.1 Pengertian Multikolinieritas

Multikolinieritas atau kolinieritas ganda pertama kali dikemukakan oleh Ragnan Frisch (1934) dalam bukunya berjudul *"Statistical Conflrunce Analysis by Means Complete Regression Systems"*. Variabel ekonomi memiliki kecenderungan bergerak secara bersama-sama sepanjang waktu. Kecenderungan faktor-faktor dalam deret waktu dapat menjadi penyebab terjadinya multikolinieritas.

Multikolinieritas sendiri merupakan kejadian yang menginfomasikan terjadinya hubungan antara variabel-variabel bebas Xi dan yang terjadi adalah hubungan yang cukup erat. Sehingga informasi yang dihasilkan dari variabel-variabel yang saling berhubungan (kolinier) sangat mirip dan sulit dipisahkan pengaruhnya. Hal ini juga akan menghasilkan perkiraan keberartian koefisien yang diperoleh.

2.7.2 Dampak Multikolinieritas

Dampak multikolinieritas dapat mengakibatkan koefisien regresi yang dihasilkan oleh analisis regresi berganda menjadi sangat lemah atau tidak dapat memberikan hasil analisis yang mewakili sifat atau pengaruh dari variabel bebas yang bersangkutan (Montgomery *dkk.*, 2006).

Dalam banyak hal masalah multikolinieritas dapat menyebabkan uji t menjadi tidak signifikan padahal jika masing-masing variabel bebas diregresikan secara terpisah dengan variabel tak bebas (*simple regression*) uji t menunjukkan hasil yang signifikan.

2.7.3 Cara Mendeteksi Multikolinieritas

Ada beberapa cara untuk mengetahui keberadaan multikolinieritas dalam suatu model regresi, yaitu :

1. Menganalisis Matriks Korelasi

   Jika antara dua atau lebih variabel independen memiliki korelasi yang cukup tinggi, biasanya di atas 0,9 maka hal tersebut mengindikasikan terjadinya multikolinieritas.

2. *Variance Inflantion Factor* (VIF)

   Variance Inflantion Factor (VIF) adalah salah cara dalam mendeteksi adanya multikolinieritas dan dalam penulisan ini menggunakan nilai *Tolerance atau Variance Inflantion Factor (*VIF).

$$VIF = \frac{1}{1-R_j^2} \tag{2.9}$$

   Dengan R_j merupakan koefisien determinasi ke-j, $j = 1,2, \dots, k$. Multikolinieritas dalam sebuah regresi dapat diketahui apabila nilai VIF ≥ 10 (Utami dkk., 2003).

3. *Tolerance* (TOL)

   Jika nilai *tolerance* kurang dari 0,1 maka hal tersebut menunjukkan bahwa multikolinieritas adalah masalah yang pasti terjadi antar variabel bebas.

2.7.4 Cara Mengatasi Multikolinieritas

Masalah multikolinieritas dapat dihilangkan dengan menggunakan beberapa cara, sebagai berikut

1. Menambahkan data yang baru

   Penambahan sample baru dapat digunakan untuk mengatasi multikolinieritas. Oleh karena adanya kolinieritas merupakan gambar sampel, ada kemungkinan bahwa untuk sampel lainnya yang mencakup variabel-variabel yang sama, persoalan multikolinieritas mungkin tidak seserius seperti sampel sebelumnya.

2. Menghilangkan satu atau beberapa variabel bebas

Pada permasalahan yang serius, salah satu hal yang/ mudah untuk dilakukan yaitu mengeluarkan salah satu variabel yang berkorelasi /tinggi dengan variabel lainnya.

3. Estimasi regresi Ridge

Estimasi Ridge untuk koefisien regresi dapat diperoleh dengan menyelesaikan suatu bentuk dari persamaan normal regresi. Asumsikan bahwa bentuk standar dari model regresi linier ganda adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad (2.10)$$

Parameter penting yang membedakan regresi Ridge dari metode kuadrat terkecil adalah c. Tetapan bias c yang relatif kecil ditambahkan pada diagonal utama matriks $X'X$, sehingga koefisien estimator regresi Ridge dipenuhi dengan besarnya tetapan bias c.

2.8 Regresi Ridge

Prosedur regresi Ridge pertama kali dikemukakan oleh Hoerl dan Kennard (1970) dalam "*Ridge Regression*: *Biased Estimator for Non-orthogonal Problems*", prosedur ini ditujukan untuk mengatasi kondisi buruk (*ill-conditioned*) yang diakibatkan oleh korelasi yang tinggi antara beberapa peubah peramal di dalam model, sehingga menyebabkan matriks $X'X$-nya hampir singular, yang pada gilirannya menghasilkan nilai dugaan parameter model yang tidak stabil. Metode ini digunakan juga untuk mengatasi permasalahan multikolinieritas.

Dengan menggunakan pengganda *Lagrange*, dimana $\hat{\beta}^*$ nilai yang meminimumkan fungsi tujuan dengan syarat $\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* \leq c^2$

$$F \equiv \left(Y^* - X^*\hat{\beta}^*\right)'\left(Y^* - X^*\hat{\beta}^*\right) + k(\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* - c^2)$$

$$F \equiv \left(Y^{*\prime} - \hat{\beta}^{*\prime}X^{*\prime}\right)\ \left(Y^* - X^*\hat{\beta}^*\right) + k(\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* - c^2)$$

$$F \equiv Y^{*\prime}Y^* - Y'X^*\hat{\beta}^* \quad - \hat{\beta}^{*\prime}{X^*}'Y^* + \hat{\beta}^{*\prime}X^{*\prime}X^*\hat{\beta}^* + k(\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* - c^2)$$

Karena $\hat{\beta}^{*\prime}{X^*}'Y^*$ merupakan skalar, maka dengan menggunakan sifat *tranpose* $\hat{\beta}^{*\prime}{X^*}'Y^* = Y'X^*\hat{\beta}^{*\prime}$, sehingga menjadi

$$F \equiv Y^{*\prime}Y^* - \hat{\beta}^{*\prime}X^{*\prime}Y^* \quad - \hat{\beta}^{*\prime}{X^*}'Y^* + \hat{\beta}^{*\prime}X^{*\prime}X^*\hat{\beta}^* + k(\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* - c^2)$$

$$F \equiv Y^{*\prime}Y^* - \quad 2\hat{\beta}^{*\prime}{X^*}'Y^* + \hat{\beta}^{*\prime}X^{*\prime}X^*\hat{\beta}^* + k(\hat{\beta}^{*\prime}\hat{\beta}^* - c^2)$$

Nilai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\beta}*} = 0$, maka

$$0 = -2X^{*\prime}Y^* + 2X^{*\prime}X^*\hat{\beta}^* + 2kI\hat{\beta}^*$$

$$0 = -{X^*}'Y^* + \hat{\beta}^*({X^*}'X^* + \ kI)$$

$$\hat{\beta}^*\left({X^*}'X^* + \ kI\right) = {X^*}'Y^*$$

$$\hat{\beta}^* = \left(X^{*'}X^* + \ kI\right)^{-1}X^{*'}Y^*$$

Nilai k pada regresi Ridge sama untuk setiap peubah bebas, sedangkan *Generalized Ridge Regression* merupakan pengembangan dari prosedur regresi Ridge yang memungkinkan terdapat parameter bias (*k*) berbeda untuk setiap peubah bebas.

2.8.1. *Generalized Ridge Regression*

Sebelumnya telah dijelaskan bahwa regresi Ridge mulai diperkenalkan oleh Hoerl dan Kennard (1970). Metode tersebut dipakai untuk mengatasi pelanggaran terhadap asumsi multikolinieritas. Estimator regresi Ridge yaitu:

$$\hat{\beta}^* = (X^{*'}X^* + kl)^{-1}X^{*'}Y^* \tag{2.11}$$

Nilai k pada regresi Ridge sama untuk setiap peubah bebas, sedangkan *Generalized Ridge Regression* merupakan pengembangan dari prosedur regresi Ridge yang memungkinkan terhadap parameter bias berbeda untuk setiap peubah bebas.

Suatu persamaan regresi linier ganda

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X_{i1}^* + \beta_2 X_{i2}^* + \cdots + \beta_k X_{ik}^* + \varepsilon_i \tag{2.12}$$

Persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$Y_i^* = X^*\beta + \varepsilon_i \tag{2.13}$$

dengan :

Y_i^* menyatakan vektor respon berukuran$(n \times 1)$

X^* menyatakan matriks peubah bebas berukuran $(n \times p)$

β menyatakan vektor parameter berukuran $(p \times 1)$

ε_i menyatakan vektor galat dengan rataan $E(\varepsilon) = 0$ dan ragam $V(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$

Berdasarkan persamaan tersebut, bentuk regresi Ridge dengan mereduksi $X'X$. Mengingat $X'X$ merupakan matriks simetri, sehingga terdapat matriks orthogonal T sedemikian hingga

$$T'(X'X)T = \Lambda$$

$$T'X'XT = \Lambda$$

$$(XT)'XT = \Lambda$$

$$X^{*\prime}X^{*} = \Lambda$$

Dengan Λ merupakan matriks $p \times p$ dengan anggota dari diagonal utamanya merupakan nilai eigen $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p)$ atau dapat ditulis $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p)$ dan matriks T adalah matriks ortogonal berukuran $p \times p$ yang elemen elemenya adalah nilai eigen vektor dari $X'X$, sehingga $X'X = T\Lambda T'$ dan $T'T = TT' = I$

Sehingga persamaan regresi linier ganda dapat ditulis

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y = XTT'\beta + \varepsilon$$

$$Y = (XT)(T'\beta) + \varepsilon$$

$$Y = X^{*}\alpha + \varepsilon \qquad (2.14)$$

Dengan

$$X^{*} = XT \text{ dan } \alpha = T'\beta$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil estimator adalah

$$\hat{\alpha} = (X^{*'}X^{*})^{-1}X^{*\prime}Y$$

Bukti: Metode kuadrat terkecil digunakan untuk mengistimasi $\hat{\alpha}$ dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG), maka

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= (Y - X^*\alpha)'(Y - X^*\alpha)$$

$$= (Y' - \alpha'X^{*\prime})(Y - X^*\alpha)$$

$$= Y'Y - Y'X^*\alpha - \alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*\prime}X^*\alpha \qquad (2.15)$$

Karena $\alpha'X^{*'}Y$ adalah skalar, maka dengan menggunakan sifat transpose $(\alpha'X^{*'}Y)' = Y'X^*\alpha$, sehingga persamaan (2.15) menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = Y'Y - \alpha'X^{*'}Y - \alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*\prime}X^*\alpha$$

$$= Y'Y - 2\alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*\prime}X^*\alpha \qquad (2.16)$$

JKG minimum diperoleh dari α yang memenuhi persamaan $\frac{\partial JKG}{\partial \alpha} = 0$ sehingga diperoleh

$$2X^{*'}Y + 2X^{*\prime}X^*\alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow -X^{*'}Y + X^{*\prime}X^*\alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow X^{*\prime}X^*\alpha = X^{*'}Y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = (X^{*'}X^*)^{-1}X^{*'}Y \qquad (2.17)$$

Sehingga estimator $\hat{\alpha} = (X^{*'}X^*)^{-1}X^{*'}Y$ (terbukti)

Persamaan (2.17) dapat dibentuk menjadi

$$\hat{\alpha} = (X^{*'}X^*)^{-1}X^{*'}Y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = \left((XT)'(XT)\right)^{-1}(XT)'Y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = (T'X'XT)^{-1}T'X'Y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = (T'X'XT)^{-1}T'X'X\hat{\beta}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = (T'X'XT)^{-1}T'X'XTT'\hat{\beta}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = (T'X'XT)^{-1}(T'X'XT)T'\hat{\beta}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha} = T'\hat{\beta} \qquad (2.18)$$

Dari persamaan (2.18), sehingga

$$\hat{\beta} = T\hat{\alpha} \qquad (2.19)$$

dengan menggunakan pengganda *Lagrange*, di mana $\hat{\alpha}(K)$ nilai yang meminimumkan fungsi tujuan dengan syarat $\hat{\alpha}(K)'\alpha(K) \leq c^2$

$$F \equiv \left(Y^* - X^*\hat{\alpha}(K)\right)'\left(Y^* - X^*\hat{\alpha}(K)\right) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$F \equiv (Y^{*\prime} - \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime})\left(Y^* - X^*\hat{\alpha}(K)\right) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - Y^{*'}X^*\hat{\alpha}(K) - \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}X^*\hat{\alpha}(K) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2) \qquad (2.20)$$

Karena $\hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}Y^*$ merupakan skalar, maka dengan menggunakan sifat *transpose* $(\hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}Y^*)' = Y^{*\prime}X^*\hat{\alpha}(K)$, sehingga persamaan (2.20) menjadi

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - 2\hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}X^*\hat{\alpha}(K) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2) \qquad (2.21)$$

Nilai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\alpha}(K)} = 0$, maka

$$\Leftrightarrow 0 = 2X^{*\prime}Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}X^* + 2k\hat{\alpha}(K) - c^2$$

$$\Leftrightarrow 0 = -X^*\hat{\alpha}(K) + \hat{\alpha}(K)(X^{*\prime}X^* + K)$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}(K)(X^{*\prime}X^* + K) = X^*Y^*$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}(K) = (X^{*\prime}X^* + K)^{-1}X^*Y^*$$

dengan K adalah matiks diagonal $(k_1, k_2, k_3, \dots, k_p)$.

Jadi, estimasi *Generalized Ridge Regression* yaitu :

$$\hat{\beta}_{GRR} = (X^{*\prime}X^* + K)^{-1}X^*Y^* \qquad (2.22)$$

2.8.2 *Jackknife Ridge Regression*

Metode *Jackknife* diperkenalkan pertama kali oleh Hinkley (1977) yang merupakan pengembangan dari metode *Generalized Ridge Regression.* Model umum seperti model umum regresi linier yaitu

$$y = Zy + u \qquad (2.23)$$

Dengan $Z = XG$ dan $y = G'B$. G adalah matriks berukuran $n \times n$ yang kolom-kolomnya dinormalisasi vektor eigen dari matriks $X'X$. Matriks $Z'Z = G'X'XG = \Lambda$. Penduga awal *generalized regression* dari y dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{Y} = (\Lambda + \mathrm{K})^{-1}Z'y = A^{-1}Z'y = A^{-1}\Lambda\hat{y} = (I - A^{-1}K)\hat{y}$$

Dengan $K =$ matriks diagonal dengan anggota $(k_1, k_2, k_3, \dots, k_p)$, $A = \Lambda\mathrm{K}$. Pada $y = G'B$ dan $GG' = I$, penduga *generalized regression* dari β adalah:

$$\hat{\beta}_{GRR} = G\hat{\gamma}_{GRR} = A *^{-1} X'y \qquad (2.24)$$

Dengan $A *= X'X + K$.

Menurut Hinkley (1977) metode *Jackknife* berasal dari $\hat{\gamma}_{GR}$ sebagai berikut:

$$\hat{\gamma}_{JRR} = [I - (A^{-1}K)^2]\hat{\beta}_{LS} \qquad (2.25)$$

Aplikasi metode *Jackknife* dihitung dengan mentransformasikan ulang agar mendapatkan penduga parameter dari regresi awal.

Penduga *Jackknife ridge* diperoleh dengan langkah-langkah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{JR} = G\hat{\gamma}_{JRR}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_{JR} = G[I + (A^{-1}K)][I - (A^{-1}K)]\hat{\beta}_{LS}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_{JR} = G[I + (A^{-1}K)](A^{-1}\,\Lambda)\Lambda^{-1}Z'y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_{JR} = G[I + (A^{-1}K)]\,A^{-1}G'X'y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_{JR} = [GA^{-1}G' + GA^{-1}KA^{-1}G']X'y$$

karena $A = Z'Z + K = G'[X'X + GKG']X'y$, maka:

$GA^{-1}G' = (X'X + K_*)^{-1} = A_*^{-1}$ dan $GA^{-1}KA^{-1}G' = A_*^{-1}K_*A_*^{-1}$

dengan $K_* = GKG'$

Setelah mendapatkan penduga koefisien regresi dari metode *Jackknife Ridge Regression*, perlu dipastikan apakah peubah-peubah bebas yang terlibat dalam model sudah tidak mengindikasikan adanya multikolinieritas dengan kembali melihat nilai *Variance Inflation Facktors* (VIF). VIF*(K)* adalah fungsi dari K yang merupakan unsur diagonal ke j dalam matriks;

$$(X'X + K)^{-1}X'X(X'X + K)$$

Apabila nilai VIF dari masing-masing peubah bebas maka dipastikan bahwa peubah-peubah bebas sudah terbebas dari masalah multikolinieritas.

2.9.3 Generalized Two Stage Ridge Regression

Metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* pertama kali diperkenalkan oleh Eledum dan Alkhalifa (2012) dalam jurnalnya "*Generalized Two Stages Ridge Regression Estimator GTSRR for Multicollinierity and Autocorelated Errors"* yang merupakan pengembangan dari regresi Ridge dan merupakan gabungan antara metode *Two Stage Least Square* dan metode *Generalized Ridge Regression*. Estimasi GTSRR yaitu

$$\hat{\beta}^* = \left(X^{*'}\Omega X^* + K\right)^{-1} X^{*'}\Omega Y^* \tag{2.25}$$

Persamaan regresi linier ganda

$$Y^* = X^*\beta + \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \rho\hat{Y}^* = \rho X^*\hat{\beta}^* + \varepsilon^*$$

Berdasarkan persamaan diatas, bentuk regresi ridge dengan mereduksi $X^{*'}\Omega X^*$. Mengingat $X^{*'}\Omega X^*$ merupakan matriks simetri, sehingga terdapat matriks ortogonal , sedemikian hingga

$$Q'\left(X^{*'}\Omega X^*\right)Q = \Gamma$$

$$\Leftrightarrow Q'X^{*'}\Omega X^* Q = \Gamma$$

$$\Leftrightarrow (X^*Q)'X^*Q = \Gamma$$

$$\Leftrightarrow M'M = \Gamma$$

Di mana Γ merupakan matriks $q \times q$ dengan anggota dari diagonal utamanya merupakan nilai eigen $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p)$ atau dapat ditulis $\Gamma = diag(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p)$ dan matriks adalah matriks ortogonal berukuran $q \times q$ yang elemen-elemenya adalah nilai eigen vektor dari $X^{*'}\Omega X^*$ sehingga $X^{*'}\Omega X^* = Q'\Gamma Q$ dan $Q'Q = QQ' = I$.

Persamaan regresi linier ganda dapat ditulis

$$Y^* = X^*\beta + \varepsilon$$

$$Y^* = X^*QQ'\beta + \varepsilon$$

$$Y^* = (X^*Q)(Q'\beta) + \varepsilon$$

$$Y^* = Ma + \varepsilon \qquad (2.26)$$

dengan $M = X^*Q$ dan $a = Q'\beta$.

Karena $a = Q'\beta$, maka estimasi $\hat{a} = Q'\beta$.

Dari persamaan $Y^* = X^*a + \varepsilon$, sehingga $\hat{\beta} = Q\hat{a}$.

Analog dengan estimasi regresi Ridge yang diperoleh dengan metode *OLS*, pada persamaan $F \equiv (Y^* - X^*\beta^*)'(Y^* - X^*\beta^*) + k(\beta^{*\prime}\beta^* - c^2)$ dan mengasumsikan $\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) \leq c^2$ dimana c adalah nilai konstata. Dengan mengggunakan pengganda Lagrange k, sehingga didapatkan fungsi

$$F \equiv \left(\rho Y^* - \rho X^*\hat{\alpha}(K)\right)'\left(\rho Y^* - X^*\hat{\alpha}(K)\right) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$\Leftrightarrow F \equiv (Y^{*\prime}\rho' - \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}\rho')\left(\rho Y^* - X^*\hat{\alpha}(K)\right) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$\Leftrightarrow F \equiv Y^{*'}\rho Y^* - Y^{*'}\rho' X^*\hat{\alpha}(K) - \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}\rho' X^*\hat{\alpha}(K) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$\Leftrightarrow F \equiv Y^{*'}\rho Y^* - 2\hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}\rho' X^*\hat{\alpha}(K) + k(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

Nilai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\alpha}(K)} = 0$, maka

$$0 = -2X^{*'}\rho'\rho Y^* + 2\hat{\alpha}(K)'X^{*\prime}\rho' X^* + 2K\hat{\alpha}(K)$$

$$0 = -X^{*\prime}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)(X^{*\prime}\rho' X^* + K)$$

$$\hat{\alpha}(K)(X^{*\prime}\rho' X^* + K) = X^{*\prime}\rho'\rho Y^*$$

$$\hat{\alpha}(K) = (X^{*\prime}\rho' X^* + K)^{-1} X^{*\prime}\rho'\rho Y^*$$

$$\hat{\alpha}(K) = (X^{*\prime}\Omega X^* + K)^{-1} X^{*\prime}\Omega Y^*$$

dengan $\Omega = \rho'\rho = \rho\rho'$

Jadi, estimator GTSRR adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{GTR} = (X^{*\prime}\Omega X^* + K)^{-1} X^{*\prime}\Omega Y^* \qquad (2.27)$$

2.9 Definisi Variabel

2.9.1 Inflasi

Data inflasi dalam penelitian ini digunakan sebagai variabel terikat (Y) pada model yang dianalisis menggunakan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* dan *Jackknife Ridge Regression*. Inflasi sendiri adalah peningkatan dalam seluruh tingkat harga. Kadang kadang kenaikan harga ini berlangsung terus-menerus dan berkepanjangan. Kenaikan harga dari satu atau dua barang saja tidak dapat disebut inflasi kecuali bila kenaikan itu (atau menyebabkan kenaikan) kepada barang lainnya (Mankiw, 2005). Adapun indikator yang sering digunakan dalam mengukur tingkat inflasi adalah

1. Indeks Harga Konsumen (IHK) atau *Customer Price Index* (CPI) merupakan indikator yang umum digunakan untuk menggambarkan pergerakan harga.

Perubahan IHK dari waktu ke waktu menunjukkan pergerakan harga dari paket barang dan jasa yang dikonsumsi masyarakat.

2. Indeks Harga Perdagangan Besar (IHPB) merupakan indikator yang menggambarkan pergerakan harga dari komoditi-komoditi yang diperdagangkan di suatu daerah.
3. Produk Domestik Bruto (PDB) menggambarkan pengukuran level harga barang akhir (*final goods*) dan jasa yang diproduksi di dalam suatu ekonomi (negeri). Deflator PDB dihasilkan dengan membagi PDB atas dasar harga nominal dengan PDB atas harga konstan.

Tingkat inflasi yang tinggi biasanya dikaitkan dengan kondisi ekonomi yang terlalu panas (*overheated*). Artinya, kondisi ekonomi mengalami permintaan atas produk yang melebihi kapasitas penawaran produknya, sehingga harga-harga cenderung mengalami kenaikan. Inflasi yang terlalu tinggi juga akan menyebabkan penurunan daya beli uang (*purchasing power of money*). Disamping itu, inflasi yang tinggi juga bisa mengurangi tingkat pendapatan riil yang diperoleh investor dari investasinya (Kewal, 2012:46).

2.9.2 Nilai Tukar Uang (Kurs)

Data kurs dalam penelitian ini digunakan sebagai variabel bebas (X) pada model yang dianalisis menggunakan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* dan *Jackknife Ridge Regression* Kurs adalah alat perbandingan nilai tukar mata uang suatu negara dengan mata uang negara asing atau perbandingan nilai tukar valuta antar negara (Hasibuan, 2005). Menurut Mankiw (2005), para ekonom membedakan kurs menjadi dua yaitu kurs nominal dan kurs riil. Kurs nominal adalah harga relatif dari mata uang dua negara. Sedangkan kurs riil adalah harga relatif dari barangbarang di antara dua negara. Jika diformulasikan kurs IDR/US$ artinya Rupiah yang diperlukan untuk membeli satu US$. Apabila kurs meningkat berarti Rupiah mengalami depresiasi, sedangkan jika kurs menurun artinya Rupiah mengalami apresiasi.

Kurs merupakan variabel makro ekonomi yang turut mempengaruhi volatilitas harga saham. Depresiasi mata uang domestik akan meningkatkan volume ekspor. Bila permintaan pasar internasional cukup elastis hal ini akan meningkatkan *cash flow* perusahaan domestik, yang kemudian meningkatkan harga saham, yang tercermin pada IHSG. Sebaliknya, jika emiten membeli produk dalam negeri dan memiliki hutang dalam bentuk Dollar maka harga sahamnya akan turun. Depresiasi kurs akan menaikkan harga saham yang tercermin pada IHSG dalam perekonomian yang mengalami inflasi. (Kewal, 2012).

2.9.3 Jumlah Uang yang Beredar (JUB)

Data Jumlah Uang yang Beredar (JUB) dalam penelitian ini digunakan sebagai variabel bebas (X) pada model yang dianalisis menggunakan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* dan *Jackknife Ridge Regression* Menurut Murni (2009), jumlah uang yang beredar diklasifikasikan menjadi dua, yaitu jumlah uang beredar dalam arti sempit atau disebut *Narrow Money* (M1), yang terdiri dari uang kartal dan uang giral (*demand* deposit) dan uang beredar dalam arti luas atau *Broad Money* (M2), yang terdiri dari M1 ditambah dengan deposito berjangka (*time deposit*).

Sebelum menguraikan uang beredar dalam arti sempit dan luas tersebut, akan dijelaskan mengenai uang primer atau uang inti (*reserve money*), yang dinotasikan dengan M0. Uang primer atau uang inti (M0) merupakan kewajiban otoritas moneter (Bank Indonesia), yang terdiri dari uang kartal yang berada di luar Bank Indonesia, Kas Negara, dan rekening giro Bank Pencipta Uang Giral (BPUG) dan sector swasta (perusahaan maupun perorangan) di Bank Indonesia. Dengan demikian, uang kartal yang dipegang pemerintah dalam bentuk kas pemerintah atau kas negara, dan simpanan giral pemerintah pada Bank Indonesia, tidak termasuk sebagai komponen dari uang primer.

Uang Beredar dalam arti sempit secara sederhana dapat dikatakan seluruh uang kartal dan uang giral yang ada ditangan masyarakat. Sedangkan uang kartal milik pemerintah (Bank Indonesia) yang disimpan di bank-bank umum atau bank sentral itu sendiri, tidak dikelompokan sebagai uang kartal. Sedangkan uang giral merupakan simpanan rekening koran (giro) masyarakat pada bank-bank umum. Simpanan ini merupakan bagian dari uang beredar, karena sewaktu-waktu dapat digunakan oleh pemiliknya untuk melakukan transaksi. Namun saldo rekening giro milik suatu bank yang terdapat pada bank lain, tidak dikategorikan sebagai uang giral.

Uang yang beredar dalam arti luas (M2) merupakan penjumlahan dari M1 dengan uang kuasa. Uang kuasa atau *near money* adalah simpanan masyarakat pada bank umum dalam bentuk deposito berjangka (*time deposit*) dan tabungan. Uang kuasa diklasifikasikan sebagai uang beredar, dengan alasan bahwa kedua bentuk simpanan masyarakat ini dapat dicairkan menjadi uang tunai oleh pemiliknya, untuk berbagai keperluan transaksi yang dibakukan.

2.10 Pemilihan Model Terbaik

Salah satu tujuan dalam analisis regresi berganda adalah untuk mendapatkan model terbaik yang menjelaskan hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat. Model terbaik adalah model yang seluruh koefisien regresinya berarti (signifikan) dan mempunyai kriteria model terbaik optimum.

Koefisien Determinasi (R^2) merupakan suatu nilai atau ukuran yang dapat digunakan untuk mengetahui seberapa jauh kecocokan dari suatu model regresi. Koefisien determinasi mengukur proporsi atau presentase total variasi dalam   yang dijelaskan oleh model regresi (Gujarati,2004). Suatu model dikatakan lebih baik jika memiliki nilai Koefisien Determinasi (R^2) yang besar. Koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut (Sembiring,1995).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{Y_i} - \bar{y}^2}{\sum_{i=1}^{n} \hat{Y_i} - \bar{y}^2}$$

Dengan,

R^2 = koefisien determinasi

$\hat{Y_i}$ = variabel tak bebas dugaan

$\bar{y}$ = nilai rata-rata variabel tak bebas

Sifat-sifat koefisien determinasi yaitu sebagai berikut:

1. koefisien determinasi merupakan besaran non *negative*

2. batasnya adalah $0 \leq R^2 \leq 1$. Suatu R^2 sebesar 1 berarti suatu kecocokan sempurna sedangkan R^2 sebesar 0 berarti tidak ada hubungan antara variabel terikat dengan variabel bebas.

2.11 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian Utami (2013) mengenai Penerapan Metode *Generalized Ridge Regression* dalam mengatasi masalah multikolinieritas memberikan kesimpulan data mengenai kebutuhan akan tenaga kerja pada 17 Rumah Sakit Angkatan Laut U.S menghasilkan model regresi *linier* berganda yaitu $Y = 1{,}963 - 15{,}85X_1 + 0{,}0559X_2 + 1{,}59X_3 - 4{,}219X_4 - 394{,}3X_5$ dengan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0,987 dan nilai korelasi antar peubah bebas cukup besar yaitu mendekati satu yang menunjukkan bahwa terjadi kolinieritas sangat kuat antar peubah bebas serta nilai VIF dari peubah bebas $X_1, X_2, X_3\ dan\ X_4$ memiliki nilai VIF yang lebih besar dari 5. Sehingga dapat dipastikan terjadi pelanggaran terhadap asumsi multikolinieritas. Dengan menggunakan metode *Generalized Ridge Regression* nilai konstanta bias $k_1, k_2, \dots, k_5$ diperoleh melalui proses iterasi sampai ditemukan penduga koefisien regresi yang stabil. Dan iterasi berhenti ketika nilai $(\Lambda + K)$ menjadi *singular*. Sehingga model regresi untuk metode *Generalized Ridge Regression* adalah $Y = -1.420 + 6{,}4929X_1 + 0{,}0459X_2 + 0{,}213X_3 + 9{,}1916X_4 + 453{,}3054X_5$ dengan nilai koefisien determinasi R^2) adalah 0,9913 dan MSE sebesar 3.214.166 serta nilai VIF dari masing-masing peubah bebas lebih kecil dari 5.

Pada penelitian Eledum dan Alkhalifa (2012) memperkenalkan metode baru dalam regresi Ridge yaitu *Generalized Two Stages Ridge Regession* (GTSRR) yang merupakan kombinasi antara metode *Two Stages Least Squares* dan *Generalized Ridge Regression.* Dalam penelitian tersebut dilakukan penelitian mengenai hubungan antara produk yang dihasilkan dari sektor manufaktur dengan nilai impor, komoditas kapital dan bahan mentah yang diimpor oleh negara Irak dengan menggunakan metode estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression.*

Pada penelitian Prihastuti (2014) mengenai penerapan *metode generalized two stages ridge regression* (GTSRR) dalam mengatasi multikolinieritas dan Autokorelasi yang merupakan gabungan antara metode *Generalized Ridge Regression* (GRR) dan *Two Stage Ridge Regression*. Dalam penelitian tersebut digunakan untuk mengetahui hubungan antara jumlah uang yang beredar (JUB) dengan kurs Rupiah terhadap USD (KURS), Suku Bunga Bank Sentral (SBBS) dan Indeks Harga Konsumen (IHK). Penelitian ini menghasilkan model regresi linier berganda yaitu $Y = -321{,}487 - 0{,}009X_1 - 17{,}887X_2 + 4{,}838X_3$dengan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0,983 dan nilai korelasi antar peubah bebas cukup besar yaitu mendekati satu yang menunjukkan bahwa terjadi kolinieritas sangat kuat antar peubah bebas serta nilai VIF dari peubah bebas $X_1\ dan\ X_3$ memiliki nilai VIF yang lebih besar dari 10. Sehingga dapat dipastikan terjadi pelanggaran terhadap asumsi multikolinieritas. Dengan menggunakan metode *Generalized* Two Stage *Ridge Regression* nilai konstanta bias $k_1, k_2, \ldots, k_5$ diperoleh melalui proses iterasi sampai ditemukan penduga koefisien regresi yang stabil. Sehingga model regresi untuk metode *Generalized* Two Stage *Ridge Regression* $Y = -337{,}898 - 0{,}0087X_1 - 17{,}3335X_2 + 4{,}962X_3$ dengan nilai VIF dari masing-masing peubah bebas lebih kecil dari 5.

Pada penelitian Devita,dkk (2014) mengenai penerapan *Jackknife Ridge Regression* dalam mengatasi multikolinieritas memberikan kesimpulan mengenai data kebutuhan tenaga kerja di 17 Rumah Sakit Angkatan Laut U.S dengan persamaan regresi yaitu $Y = 1.963 - 15{,}9X_1 + 0{,}0559X_2 + 1{,}59X_3 - 4{,}22X_4 - 394X_5$. Masing masing variabel memiliki nilai VIF lebih dari 5 sehingga terjadi pelanggaran multikolinieritas. Dengan menggunakan metode *jackknife ridge Regreesion* menghasilkan persamaan regresi $Y = -2.014{,}64 + 7{,}094X_1 - 0{,}05013X_2 + 0{,}2327X_3 - 10{,}0481X_4 - 495{,}68X_5$.dengan nilai VIF masing masing variabel sangat kecil sehingga tidak terjadinya pelanggaran multikolinieritas.

2.12 Kerangka Berpikir

Tujuan dalam analisis regresi linier adalah mengestimasi koefisien regresi dalam model. Pada umumnya digunakan metode kuadrat terkecil (OLS) untuk mengestimasi koefisien regresi dalam model regresi. Dalam statistika, sebuah model regresi dikatakan baik apabila model tersebut memenuhi asumsi-asumsi regresi linier dan memenuhi asumsi-asumsi regresi klasik, seperti tidak terjadi multikolinieritas, heteroskedastisitas, dan autokorelasi. Sehingga, metode kuadrat terkecil menjadi tidak tepat jika terdapat gejala multikolinieritas, heteroskedastisitas dan autokorelasi dalam suatu data.

Penelitian ini diawali dengan pengumpulan data, yaitu data jumlah uang yang beredar, kurs Rupiah terhadap Dollar dan Inflasi pada bulan Januari 2014 sampai dengan bulan April 2017. Kemudian, dilakukan pengujian asumsi klasik terhadap data. Pada penelitian ini, menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) untuk mengetahui keberadaan multikolinieritas dalam suatu model regresi. Untuk menguji ada tidaknya asumsi regresi klasik, seperti multikolinieritas dapat menggunakan *software* SPSS 16.0 dengan melihat nilai *Tolerance* atau nilai VIF pada tabel *coefficient*.

Dalam penanganan multikolinieritas akan ditangani dengan dua metode regresi Ridge yaitu metode *Jackknife Ridge Regression* (JRR) dan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* (GTSRR). Model persamaan regresi terbaik untuk masalah multikolinieritas yaitu model yang memiliki nilai kofisien determinasi lebih besar.

BAB V

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada bab IV, maka dapar diperoleh beberapa simpulan yaitu sebagai berikut.

1. Model persamaan dengan metode *Jackknife Ridge Regression* (JRR) pada kasus data inflasi yaitu sebagai berikut

$$Y = 8{,}92495 + 0{,}001236X_1 - 0{,}018774X_2$$

2. Model persamaan dengan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* (GTSRR) pada kasus data inflasi yaitu sebagai berikut

$$Y = 8{,}8150 + 0{,}00118X_1 - 0{,}01793X_2$$

3. Berdasarkan hasil penelitian *Jackknife Ridge Regression* memiliki nilai koefisien determinasi (R^2) lebih besar dibandingan dengan hasil regresi menggunakan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression.*, dengan demikian, metode *Jackknife Ridge Regression* lebih baik dibandingkan metode *Generalized Two Stage Ridge Regression* untuk mengatasi multikolinieritas.

5.2 Saran

Dari simpulan yang telah disampaikan, peneliti memberikan saran sebagai berikut.

1. Lebih baik menggunakan metode *Jackknife Ridge Regression* dalam mengatasi multikolinieritas pada suatu regresi berganda

2. Menggunakan variabel-variabel lain yang mempengaruhi inflasi seperti suku bunga, pendapatan perkapita, ekspor bersih, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. (2000). *Dasar-Dasar Aljabar Linier Jilid 1*. Tangerang: Binarupa Aksara Publisher.

Ball, L., Mankiw, N. G., & Reis, R. (2005). Monetary Policy for Inattentive Economies. *Journal of monetary economics*, *52*(4), 703-725.

Crammer, K., Dekel, O., Keshet, J., Shalev-Shwartz, S., & Singer, Y. (2006). Online Passive-aggressive Algorithms. *Journal of Machine Learning Research*, 7(Mar), 551-585.

Devita, H., Sukarsa, I. K. G., & N Kencana, I. P. E. (2014). Kinerja Jackknife Ridge Regression dalam Mengatasi Multikolinearitas. *E-Jurnal Matematika*, 3(4), 146-153.

Draper, N. R., Smith, H., & Sumantri, B. (1992). *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Duzan, H., & Shariff, N. S. B. M. (2015). Ridge Regression for Solving the Multicollinearity Problem: Review Of Methods And Models. *Journal of Applied Sciences*, *15*(3), 392.

Eledum, H. Y. A., & Alkhalifa, A. A. (2012). Generalized Two Stages Ridge Regression Estimator GTR for Multicollinearity and Autocorrelated Errors. *Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics*, 3(3), 79-83.

Frisch, R. (1934). *Statistical confluence* analysis *by means of complete regression systems* (Vol. 5). Universitetets Økonomiske Institut.

Galton, F. (1886). Regression Towards Mediocrity in Hereditary Stature. *The Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland*.

Gilbert, W. J., & Nicholson, W. K. (2004). *Modern algebra with applications* (Vol. 66). John Wiley & Sons.

Ghozali, Imam. 2013. *Statistik Nonparametrik.* Semarang: Badan Penerbit UNDIP

Greene, Wiliam H. 2012. *Econometric Analysis* (7*th* ed.). New York: Prentice Hal

Gujarati, D., & Porter, D. C. (2004). *Basic Econometrics*, 2004. *Editura McGraw-Hill*, 858.

Hasibuan, M. S. (2005). *Manajemen sumber daya manusia edisi revisi*. Bumi Aksara, Jakarta, 288.

Hidayati, N. N., & Murni, S. (2009). Pengaruh Pengungkapan Corporate Social Responsibility Terhadap Earningss Response Coefficient Pada Perusahaan High Profile. *Jurnal Bisnis dan Akuntansi*, *11*(1), 1-18.

Hinkley, D. V. (1977). *Jackknifing* in *unbalanced situations*. Technometrics, 19(3), 285-292.

Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). *Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems*. Technometrics, 12(1), 55-67.

Iriawan, N., & Astuti, S. P. (2006). *Mengolah data statistik dengan mudah menggunakan minitab 14*. Yogyakarta, Penerbit Andi.

Jain, K. K. (2012). Nanobiotechnology-based strategies for crossing the blood–brain barrier. *Nanomedicine*, *7*(8), 1225-1233.

Markidakis, S., Wheelwright, S. C., & McGee, V. E. (1999). *Metode dan aplikasi peramalan*. Jakarta, Binarupa Aksara.

Montgomery, H. L. (2006). *Topics in* multiplicative *number theory* (Vol. 227). Springer.

Montgomery, D. C., & Elizabeth, A. PECK (1991) Introduction to linear regression analysis.

Sudjana, I. (2004). *Penelitian dan Penilaian Pendidikan*. Bandung: Sinar Baru.

Neter, J., Wasserman, W., & Kutner, M. H. (1990). *Applied statistical linear models*. Irwin, New York.

Novalia, M. S., & Syazali, M. (2014). *Olah Data Penelitian Pendidikan*. Bandar Lampung: Anugrah Utama Rahaja.

Özkale, M. R. (2008). *A jackknifed ridge estimator in the linear regression model* with heteroscedastic or correlated errors. *Statistics & Probability Letters*, *78*(18), 3159-3169.

Pasha, G. R., & Shah, M. A. (2004). Application of ridge regression to multicollinear data. *Journal of research (Science)*, *15*(1), 97-106.

Prihastuti, D. (2014). *Analisis* Generalized *Two Stages Ridge Regression (GTSRR) untuk Mengatasi Multikolinearitas dan Autokorelasi Beserta Aplikasinya* (Doctoral dissertation, UNY).

Sembiring, R. K. (1995). *Analisis regresi*. Bandung: ITB.