



**PEMODELAN MATEMATIKA PEMBERIAN
TREATMENT PADA EPIDEMI FLU BURUNG
DENGAN POPULASI MANUSIA DAN UNGGAS TAK
KONSTAN**

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

oleh

Tegar Arifin Prasetyo

4111414041

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
2018**

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 22 Januari 2018



Tegar Arifin Prasetyo

NIM.4111414041

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemii Flu Burung
Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan

disusun oleh

Tegar Arifin Prasetyo

NIM.4111414041

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada
tanggal 22 Januari 2018.



Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt.
NIP.196412231988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP.196807221993031005

Ketua Penguji

Dr. Tri Sri Noor Asih, S.Si, M.Si.
NIP.197706142008122002

Anggota Penguji Pembimbing I

Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc.
NIP.198210122005011001

Anggota Penguji Pembimbing II

Prof. Dr. St. Budi Waluyo, M.Si.
NIP.196809071993031002

MOTTO

- No One Know The Next Expect Allah, jadi teruslah berusaha dan percayalah Allah akan memberikan hasil sesuai usahamu
- Setiap teman adalah sekolah, setiap manusia adalah guru, dan setiap pengalaman adalah cara Tuhan kembangkan potensi dan karakter diri lebih baik
- Sesungguhnya sesudah kesulitan pasti ada kemudahan (Al-Insyiroh.6)
- Jangan pernah kalah dengan lelah, bergerak atau diam, sekarang atau tidak sama sekali, teruslah berjuang dan gapailah mimpi
- Hal terindah adalah dapat mewujudkan mimpi menjadi kenyataan
- Rival terbaik dan terkuat adalah diri sendiri

PERSEMBAHAN

- Untuk kedua orang tua tercinta Bapak Indarso Prayitno dan Ibu Yuniarti
- Untuk kakak saya Nila Prasetya Aryani dan adek saya Ilham Ramadhan Prasetyo
- Untuk teman-teman Matematika 2014
- Untuk kakak-kakak tingkat Matematika 2013
- Untuk Mas Mustiko Rizki Ramadhan Matematika 2012
- Untuk Jurusan Matematika Fakultas MIPA

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahkiim.

Assalamu'alaikum.wr.wb.

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan karunia-Nya serta kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemii Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan”.

Penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan berkat kerja sama, bantuan, dorongan, dan doa dari semua pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Ketua Prodi Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi.
5. Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc., Dosen Pembimbing I dan Dosen Wali yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi.
6. Prof. Dr. St. Budi Waluyo, M.Si., Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi.
7. Dr. Tri Sri Noor Asih, S.Si., M.Si., Dosen Penguji yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi serta telah memberikan saran, dan arahan.

8. Staff Dosen Jurusan Matematika dan Staff Tata Usaha Universitas Negeri Semarang yang telah membekali dengan berbagai ilmu selama mengikuti perkuliahan sampai akhir penulisan skripsi.
9. Bapak Indarso Prayitno dan Ibu Yuniarti, orang tua saya yang selalu memberikan dorongan, semangat, dan doa yang tiada pernah putus sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi.
10. Teman-teman Matematika 2014 yang sama-sama sedang mewujudkan cita-cita.
11. Kakak-kakak tingkat Matematika 2013 yang memberikan petunjuk dan arahan dalam melangkah ujian.
12. Mas Mustiko Rizki Ramadhan, kakak tingkat yang selalu memberikan arahan, semangat, dan motivasi.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan dan semangat.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca. Terimakasih.

Wassalamu'alaikum.wr.wb.

Semarang, Januari 2018

Penulis

ABSTRAK

Prasetyo, T. A. 2018. *Pemodelan Matematika Pemberian Treatment Pada Epidemi Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan*. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA UNNES. Pembimbing Utama Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc. dan Pembimbing Pendamping Prof. Dr. St. Budi Waluyo, M.Si.

Kata Kunci: Model Matematika Epidemi, Flu Burung, Titik Kesetimbangan, Kestabilan.

Flu burung merupakan penyakit pernapasan menular mengerikan yang disebabkan oleh virus *avian influenza*. Kekhawatiran besar para ahli kesehatan dunia adalah kemungkinan menyebarnya flu burung dan menjadi pandemik yang tidak terkendali. Sehingga penelitian ini dimaksudkan agar dapat menekan angka kasus Flu Burung. Penelitian ini membahas pemodelan matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi unggas dan manusia tak konstan.

Tujuan penelitian ini adalah (1) membangun model matematika, (2) menganalisis titik kestabilan, dan (3) menginterpretasikan simulasi model matematika dengan *software Maple 18*. Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah (1) penentuan masalah, (2) perumusan masalah, (3) studi pustaka, (4) analisis dan pemecahan masalah, dan (5) penarikan kesimpulan.

Sebagai hasil penelitian model matematika yang diperoleh berbentuk $S_b I_b S_h I_h T_h R_h$ (*Susceptibles bird, Infectious bird, Susceptibles human, Infectious human, Treatment human, Recovery human*). Model matematika ini mengklarifikasi populasi unggas menjadi 2 kelas dan populasi manusia menjadi 4 kelas.

Dari model tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis yang dilakukan menghasilkan angka rasio reproduksi dasar $R_0 = \frac{\beta_1}{(\mu_b + \alpha_b + \eta)}$, dengan $\beta_1, \mu_b, \alpha_b,$ dan η masing-masing mendeskripsikan proporsi kontak unggas sehat dengan unggas terinfeksi, laju kematian murni unggas, laju kematian unggas akibat terinfeksi flu burung, dan proporsi unggas terinfeksi yang dibakar. Setelah menganalisis dua titik kesetimbangan maka dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik apabila $R_0 < 1$. Sedangkan titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik apabila $R_0 > 1$. Selanjutnya, untuk mengilustrasikan model tersebut maka dilakukan simulasi model yang menghasilkan beberapa fakta yaitu semakin kecil nilai proporsi kontak unggas sehat dengan unggas terinfeksi dan semakin besar nilai proporsi individu yang menjalani *treatment* maka akan memperkecil populasi penderita flu burung. Kemudian diperoleh proporsi minimum unggas terinfeksi yang dibakar (η) agar epidemi tidak meluas yaitu $\eta > \beta_1 - (\mu_b + \alpha_b)$.

DAFTAR ISI

	HALAMAN
HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
2.1 Rumusan Masalah	5
3.1 Batasan Masalah.....	6
4.1 Tujuan Penulisan	6
5.1 Manfaat Penulisan	7
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	8
2.1 <i>Influenza</i>	8
2.2 Flu Burung.....	9
2.2.1 Etimologi Flu Burung.....	9
2.2.2 Gejala Flu Burung	11

2.2.3	Cara Penularan Flu Burung	12
2.2.4	Cara Pencegahan Flu Burung	13
2.3	Penelitian Terdahulu	15
2.4	Persamaan Differensial	20
2.5	Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	21
2.6	Titik Keseimbangan dan Kestabilan di Sekitar Titik Keseimbangan	21
2.7	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan	22
2.8	Nilai Eigen dan Vektor Eigen	23
2.9	Kriteria Routh-Hurwitz	24
2.10	Pemodelan Matematika	25
2.10.1	Pendekatan Pada Pemodelan Matematika	25
2.10.2	Tahapan Pemodelan Matematika	26
2.11	Model Epidemi SIR Klasik	27
BAB 3 METODE PENELITIAN.....		29
3.1	Penentuan Masalah.....	29
3.2	Perumusan Masalah.....	29
3.3	Studi Pustaka	30
3.4	Analisis dan Pemecahan Masalah	31
3.5	Penarikan Kesimpulan.....	32
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....		33
4.1	Hasil Penelitian	33
4.1.1	Model Matematika Epidemi Flu Burung.....	33
4.1.1.1	Fakta-fata.....	33
4.1.1.2	Asumsi-asumsi	34
4.1.1.3	Pembentukan Model Matematika	35
4.1.1.4	Model Matematika	39
4.1.2	Analisa Model Matematika	40
4.1.2.1	Titik Keseimbangan	40
4.1.2.2	Angka Rasio Reproduksi Dasar (R_0).....	49
4.1.3	Analisa Kestabilan.....	50

4.1.3.1 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Keseimbangan Bebas Penyakit.....	52
4.1.3.2 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Keseimbangan Endemik	53
4.1.4 Proporsi Minimum Unggas Terinfeksi Yang Dibakar	62
4.1.5 Simulasi Numerik	62
4.1.5.1 Analisis dan Simulasi Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (P_0).....	65
4.1.5.2 Analisis dan Simulasi Titik Keseimbangan Endemik (P_1)....	68
4.2 Pembahasan	73
BAB 5 SIMPULAN DAN SARAN	82
5.1 Simpulan	82
5.2 Saran.....	83
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN.....	92

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1	Deskripsi Variabel Model Matematika Pemberian <i>Treatment</i> Pada Epidemi Flu Burung.....36
4.2	Deskripsi Parameter Model Matematika Pemberian <i>Treatment</i> Pada Epidemi Flu Burung37
4.3	Nilai Parameter-parameter Pada Sistem (4.2)63
4.4	Nilai $R_0 < 1$ dengan Variasi Nilai β_165
4.5	Nilai $R_0 > 1$ dengan Variasi Nilai β_168
5.5	Variasi Nilai η, R_0 dan γ71

DAFTAR GAMBAR

Gambar		Halaman
2.1	Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung (Derouich & Boutayeb, 2008)	15
2.2	Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung (A.R.Kimbir <i>et.al</i> , 2014)	16
2.3	Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung (Tuncer, 2013)	17
2.4	Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung (Martcheva, 2013)	18
2.5	Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung (Chong, 2013)	19
4.1	Diagram Transfer Epidemi Flu Burung dengan Perlakuan <i>Treatment</i> Pada Manusia	38
4.2	Dinamika Banyak Populasi $(a)N_b, (b)I_b, (c)N_h, (d)I_h, (e)T_h, (f)R_h$ terhadap waktu t dengan $\beta_1 = 0.001; 0.1; 0.45; 0.6$	65
4.3	Banyak Populasi $I_b(t), I_h(t), T_h(t)$, dan $R_h(t)$ terhadap waktu t dengan $\beta_1 = 0.001; 0.1; 0.45; 0.6$	67
4.4	Dinamika Banyak Populasi $(a)N_b, (b)I_b, (c)N_h, (d)I_h, (e)T_h, (f)R_h$ terhadap waktu t dengan $\beta_1 = 0.67; 0.75; 0.88; 0.94$	68
4.5	Banyak Populasi $I_b(t), I_h(t), T_h(t)$, dan $R_h(t)$ terhadap waktu t dengan $\beta_1 = 0.67; 0.75; 0.88; 0.94$	70
4.4	Dinamika Banyak Populasi $(a)N_b, (b)I_b, (c)N_h, (d)I_h, (e)T_h, (f)R_h$ terhadap waktu t dengan $\eta = 0.26; 0.46; 0.6; 0.99$ dan $\gamma = 0.001; 0.005; 0.36; 0.93$	73

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan Endemik (Bagian 1)	93
Lampiran 2 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan Endemik (Bagian 2)	98
Lampiran 3 Print <i>Out Maple</i> Model Matematika Epidemi Flu Burung Pemberian <i>Treatment</i> Pada Populasi Unggas dan Manusia Tak Konstan. Kasus Bebas Penyakit ($R_0 < 1$) dengan $\beta_1 = 0.001; 0.1; 0.45; 0.6$	125
Lampiran 4 Print <i>Out Maple</i> Model Matematika Epidemi Flu Burung Pemberian <i>Treatment</i> Pada Populasi Unggas dan Manusia Tak Konstan. Kasus Endemik ($R_0 > 1$) dengan $\beta_1 = 0.67; 0.75; 0.88; 0.94$	130
Lampiran 5 Print <i>Out Maple</i> Model Matematika Epidemi Flu Burung Pemberian <i>Treatment</i> Pada Populasi Unggas dan Manusia Tak Konstan. Kasus Pengaruh Pemberian <i>Treatment</i> dengan $\eta = 0.26; 0.46; 0.6; 0.99$ dan $\gamma = 0.001; 0.005; 0.36; 0.93$	135

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Influenza merupakan infeksi virus yang menyerang saluran pernapasan terutama hidung, tenggorokan, bronkus, dan paru-paru (Liu *et al*, 2015). Infeksi biasanya berlangsung sekitar satu minggu dan ditandai dengan demam, sakit otot, sakit kepala, sakit tenggorokan, dan batuk. *Influenza* adalah penyakit yang disebabkan oleh virus myxovirus, *influenza* dibagi dalam tiga tipe virus yang berbeda yaitu tipe A,B dan C (Nashrullah *et al*, 2013). *Influenza* lebih dikenal dengan sebutan flu yang menyerang unggas dan mamalia (Anggoro *et al*, 2013). Biasanya, *influenza* ditularkan melalui udara lewat batuk atau bersin, yang akan menimbulkan aerosol yang mengandung virus (Aulia *et al*, 2016).

Salah satu jenis *influenza* yang paling berbahaya adalah flu burung. Flu burung merupakan penyakit pernapasan menular mengerikan yang disebabkan oleh virus *influenza* tipe A dengan sub tipe H5N1 atau sering dikenal dengan virus *avian influenza* (Lanre & Olumide, 2016). Virus *avian influenza* termasuk ke dalam genus *influenza* dan family *Orthomyxoviridae* (Rumschlag-booms & Rong, 2013). Virus ini diklasifikasikan menjadi dua kategori yaitu virus *avian influenza* (LPAI) patogenik rendah, dan virus *avian influenza* (HPAI) sangat patogenik (Chaudhary & Pahwa, 2013). Manusia, burung, babi, kuda, dan hewan lainnya dapat terinfeksi

virus *avian influenza* (Vemula *et al*, 2016). Virus ini tidak hanya dapat menular antar unggas, namun dapat ditularkan dari unggas ke manusia (Qin *et al*, 2015). Flu burung menular dari unggas ke unggas dan dari unggas ke manusia, melalui air liur, lendir dari hidung dan kotoran (Sya'baningtyas *et al*, 2013).

Penyebaran suatu penyakit dipengaruhi oleh jumlah kasus baru tiap satuan waktu (Kharis, 2012). Kekhawatiran besar para ahli kesehatan dunia adalah kemungkinan menyebarnya flu burung dan menjadi pandemik yang tidak terkendali. Pandemi flu burung dapat menyebabkan kematian dalam jumlah besar tidak hanya unggas namun juga manusia khususnya dalam wilayah Asia, Afrika, Eropa, Pasifik, dan Timur Tengah (Tsfahunegny, 2016). Berdasarkan data dari Januari 2003 hingga 27 september 2017, tercatat 860 kasus konfirmasi flu burung di enam belas negara di seluruh dunia (WHO 2017). Pengontrolan kandang unggas perlu diberlakukan untuk mengurangi penyebaran flu burung (More *et al*, 2017). Anti virus untuk manusia terinfeksi flu burung masih tergolong lemah (Eyer & Hruska, 2013). Pemberian antibiotik dan antivirus hanya untuk mengobati infeksi sekunder oleh virus. Virus *avian influenza* mampu bermutasi dan berkembang sehingga virus dapat mencapai titik resistensi terhadap antivirus (Pourghanbari *et al*, 2016).

Proses vaksinasi, dan *biosecurity* hanya tindakan untuk mengurangi tingkat infeksi namun tidak menghilangkan virus (Chong, 2016). Sebelumnya, turunan dari asam amino *adamantane H – His – Rem* dan *Ad (CH₂ – Ser – OMe)* yang ditandai dengan toksisitas rendah *remantadine* digunakan dalam pengobatan manusia terinfeksi virus *influenza* (Deryabin *et al*, 2014). Namun, setelah bertahun-

tahun virus flu burung mengalami mutasi genom di saluran kantung protein sehingga virus mencapai titik resistensi terhadap obat tersebut (Deryabin *et al*, 2014). Oleh karena itu, diperlukan pengobatan terbaru terhadap virus *avian influenza*. Penelitian Pourghanbari *et al* (2016) menghasilkan bahwa konsentrasi yang berbeda dari *oseltamivir* dapat menghambat virus *avian influenza*. Perbandingan MOEO (*Melissa Officinalis Essential Oil*) dengan *oseltamivir* menunjukkan bahwa komponen minyak lemon balm dapat bertindak sebagai zat *antiviral* untuk pengobatan manusia terinfeksi flu burung (Pourghanbari *et al*, 2016). Ekstrak sambiloto dan temu ireng berpotensi sebagai kandidat bahan antivirus yang mungkin diperlukan untuk memberantas infeksi virus *avian influenza* (Setiyono & Bermawie, 2013).

Epidemi flu burung dapat dipresentasikan dalam pemodelan matematika. Pemodelan matematika epidemi flu burung dapat membantu dalam memahami dan memprediksi pengendalian epidemi flu burung di masa yang akan datang sehingga tidak terjadi pandemik (Kholisoh *et al*, 2012). Chong *et al*, (2013), Derouich & Boutayeb (2008), Kimbir *et al*, (2014), Tuncer & Martcheva (2013), dan Martcheva (2013) telah membuat dan menganalisa model-model matematika epidemi flu burung.

Chong *et al*, (2013) telah menganalisa model matematika pada populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Pada model tersebut, populasi manusia terinfeksi terbagi menjadi 2 bagian yaitu manusia terinfeksi flu burung belum mutasi, dan manusia terinfeksi flu burung telah bermutasi. Dalam hal ini manusia virus flu burung dapat bermutasi dan mengakibatkan penularan antara

manusia dan manusia. Manusia yang terinfeksi flu burung belum mutasi dan manusia yang terinfeksi flu burung bermutasi dapat sembuh. Unggas yang terinfeksi flu burung tidak dapat sembuh dan akan mati.

Derouich & Boutayeb (2008) telah menganalisa model matematika pada populasi manusia tak konstan dan populasi unggas konstan. Beberapa fakta dalam model tersebut yaitu manusia yang telah terinfeksi flu burung dapat sembuh tanpa melalui proses pengobatan dan kembali dalam populasi manusia rentan, sedangkan untuk populasi unggas yang terinfeksi flu burung akan mati.

Kimbir *et al*, (2014) telah menganalisa model matematika pada populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Pada model matematika tersebut, populasi unggas terbagi antara unggas ternak dan unggas liar. Kemudian, pada populasi manusia terinfeksi flu burung yang mengalami stres kuat akan masuk ke dalam populasi manusia terinfeksi flu burung terisolasi. Manusia yang telah terinfeksi flu burung dapat sembuh tanpa atau dengan kekebalan tubuh yang kuat, sedangkan pada unggas yang terinfeksi flu burung akan mati karena infeksi virus dan pembakaran unggas terinfeksi.

Tuncer & Martcheva (2013) telah menganalisa model matematika pada populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Beberapa fakta yang diperoleh dalam model tersebut yaitu infeksi virus terjadi jika unggas ternak mengalami kontak dengan unggas liar yang telah terinfeksi. Kemudian, unggas yang telah terinfeksi diberi tindakan vaksinasi untuk memperkecil penyebaran virus. Manusia yang telah terinfeksi flu burung tidak dapat sembuh.

Martcheva (2013) telah menganalisa model matematika pada populasi manusia tak konstan dan populasi unggas konstan. Populasi manusia terinfeksi terbagi menjadi 3 sub bagian yaitu manusia terinfeksi flu biasa, manusia terinfeksi flu burung belum mutasi, dan manusia terinfeksi flu burung telah bermutasi. Manusia yang terinfeksi flu biasa dapat sembuh, sedangkan manusia yang terinfeksi flu burung belum dan sudah bermutasi tidak dapat sembuh. Unggas yang terinfeksi flu burung tidak dapat sembuh dan akan mati.

Penelitian-penelitian tersebut belum terdapat model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung. Oleh karena itu, penelitian ini membahas pengaruh pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan mempertimbangkan fakta dan asumsi yang telah dipaparkan. Pembentukan model matematika pemberian *treatment* didasarkan oleh adanya penyakit yang menular (Himawan *et al*, 2017). Berdasarkan latar belakang yang telah diberikan, penulis tertarik melakukan penelitian (skripsi) dengan judul “Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemi Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan di atas, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut.

- (1) Bagaimanakah model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan?

- (2) Bagaimanakah kestabilan titik ekuilibrium dari model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan?
- (3) Bagaimanakah simulasi model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan menggunakan *software Maple 18*?

1.3 Batasan Masalah

Pada penulisan ini, permasalahan terbatas pada pemberian *treatment* pada manusia terinfeksi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan. Virus flu burung dapat tersebar dengan melalui kontak udara, makanan, minuman, sentuhan, kotoran unggas yang terjadi antara unggas terinfeksi-unggas sehat dan unggas terinfeksi-manusia sehat. Kontak antara manusia terinfeksi dan manusia sehat tidak menimbulkan penularan flu burung.

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah yang dipaparkan di atas, dapat diperoleh tujuan masalah sebagai berikut:

- (1) Menurunkan model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan.
- (2) Menentukan kestabilan titik ekuilibrium dari model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan.

- (3) Menginterpretasikan simulasi model matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan menggunakan *software Maple 18*.

1.5 Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dari hasil penulisan skripsi ini sebagai berikut.

- (1) Bagi Penulis
 - a. Sebagai sarana untuk memperdalam ilmu mengenai pemodelan matematika khususnya “Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemi Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan”.
 - b. Sebagai sarana untuk memenuhi syarat kelulusan program studi Matematika, S1 FMIPA Universitas Negeri Semarang.
- (2) Bagi Mahasiswa Matematika
 - a. Sebagai referensi untuk menambah wawasan ilmu mengenai pemodelan matematika khususnya “Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemi Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan.
 - b. Sebagai bahan rujukan penulisan artikel ilmiah mengenai pemodelan matematika epidemi suatu penyakit khususnya flu burung.

(3) Bagi Pembaca

- a. Sebagai wacana untuk menambah pengetahuan ilmu mengenai pemodelan matematika khususnya “Pemodelan Matematika Pemberian *Treatment* Pada Epidemii Flu Burung Dengan Populasi Manusia dan Unggas Tak Konstan”.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Influenza

Influenza merupakan penyakit menular saluran pernapasan yang sering diderita manusia sejak balita hingga dewasa. *Influenza* menyerang saluran pernapasan terutama hidung, tenggorokan, bronkus, dan paru-paru (Liu *et al*, 2015). Pada umumnya *influenza* dikenal dengan sebutan flu. Gejala awal yang akan dialami oleh penderita *influenza* seperti demam, batuk, sakit kepala, sakit nyeri tulang, dan hidung tersumbat. Gejala ini terjadi beberapa hari sekitar 2 sampai 7 hari. Jika tidak segera diobati maka dapat mengganggu aktivitas sehari-hari. Meskipun penyakit *influenza* terlihat ringan, namun penyakit ini dapat menimbulkan wabah yang akan memakan banyak korban jiwa. *Influenza* disebabkan oleh virus *influenza*. Virus ini dapat ditularkan melalui udara yang terinfeksi virus saat penderita bersin, batuk, atau melalui kontak langsung dengan sekresi (air liur, ludah, ingus) penderita. Virus *influenza* juga dapat menyerang hewan (Paules & Subbarao, 2017). Virus *influenza* terbagi menjadi beberapa tipe yaitu A, B, dan C yang termasuk dalam *family Orthomyxoviridae* (Byaruhanga *et al*, 2017). Ketiga tipe virus *influenza* tersebar di seluruh dunia dan mengancam manusia tanpa memandang usia terutama di wilayah bagian tropis dan subtropis.

Virus *influenza* tipe A merupakan virus yang menginfeksi manusia dan hewan berdarah hangat seperti unggas, dan babi (Dunga *et al*, 2017). Virus *influenza* tipe A ini merupakan virus yang menimbulkan gejala dari yang bersifat ringan (*low pathogenic*) sampai bersifat fatal (*highly pathogenic*). Jika virus *influenza* tipe A tidak segera ditangani maka virus ini dapat menimbulkan wabah *highly pathogenic*. Virus *influenza* tipe B merupakan virus *influenza* normal yang menginfeksi manusia, dan virus *influenza* tipe C merupakan virus ringan yang menginfeksi manusia (Frederika *et al*, 2013). Virus *influenza* tipe B memiliki tingkat bahaya mematikan yang lebih rendah daripada virus *influenza* tipe A namun virus *influenza* tipe B tidak memiliki potensi menjadi wabah. Virus *influenza* tipe C merupakan virus *influenza* ringan yang menyerang manusia dan tidak menimbulkan kerusakan serius pada sistem pernapasan. Sama halnya dengan virus *influenza* tipe B, virus *influenza* tipe C tidak memiliki potensi menjadi wabah. Virus *influenza* tipe A dan B umumnya resistensi terhadap obat kelas pertama (Margine & Krammer, 2014).

2.1 Flu Burung

2.2.1 Etimologi Flu Burung

Influenza yang paling berbahaya dan dapat menimbulkan pandemik adalah flu burung. Flu burung merupakan penyakit saluran pernapasan yang disebabkan oleh virus *influenza* tipe A dengan sub tipe H5N1 atau sering dikenal dengan virus *avian influenza* (Lanre & Olumide, 2016). Virus ini dibagi menjadi dua kelompok sesuai dengan kemampuan menyebabkan kematian tinggi pada unggas yaitu virus *avian influenza* LPAI dan HPAI (Murtada *et al*, 2016). Virus *avian influenza*

(LPAI) merupakan virus patogenik rendah, dan virus *avian influenza* (HPAI) merupakan virus sangat patogenik (Chaudhary & Pahwa, 2013). Virus *avian influenza* dapat berkembang biak sangat banyak dengan cara mutasi. Mutasi dapat terjadi melalui proses *antigenic drift* dan *antigenic shift*, sehingga susah dideteksi oleh sistem kekebalan inang. Karena virus ini mudah bermutasi maka keganasan virus *avian influenza* ditentukan oleh waktu, artinya walaupun penyakit unggas sama-sama terinfeksi virus *avian influenza* bertipe H5 belum tentu menunjukkan keganasan yang sama. Virus *avian influenza* menular pada unggas, terutama unggas air tawar dan unggas pantai (Mekete & Nega, 2016). Pada mulanya flu burung merupakan penyakit hewan (*zoonosis*), namun sifat virus *avian influenza* yang dapat bermutasi mengakibatkan dapat menyebar dan menularkan ke manusia. Penyebaran virus flu burung dari unggas ke manusia terjadi ketika unggas telah terinfeksi (Federika *et al*, 2013).

Virus *avian influenza* memiliki 15 hemagglutinin dan 9 neuramidase. Kombinasi keduanya memungkinkan munculnya 135 subtipe (*strain*) virus. Virus *avian influenza* memiliki waktu inkubasi 3 hingga 5 hari. Virus *avian influenza* dapat bertahan hidup di air pada suhu 22°C hingga 4 hari dan pada suhu 0° dapat bertahap hidup selama 30 hari. Pada 37°C, virus kehilangan infektivitas 80-85% dalam 18 jam (Kurni *et al*, 2013). Virus *avian influenza* di luar inang merupakan virus yang lemah dan tidak tahan panas. Pada daging ayam, virus ini akan mati pada pemanasan bersuhu 70°C selama 30 menit. Sedangkan pada telur ayam, virus *avian influenza* akan mati pada pemanasan bersuhu 64°C selama 5 menit. Virus *avian influenza* akan bertahan lama dalam kotoran ayam yaitu sekitar 32 hari. Virus ini

juga dapat mati dengan desinfektan seperti ammonium kuatener, formalin 2-5%, senyawa fenol, dan kalium hipoklorit. Karena virus *avian influenza* mudah bermutasi dan cepat menular dari unggas ke manusia maka permasalahan flu burung memerlukan penanganan yang integratif dari sisi kesehatan hewan dan manusia secara tepat dan akurat.

2.2.2 Gejala Flu Burung

Gejala flu burung terjadi pada unggas dan manusia. Gejala klinis yang diakibatkan terinfeksi flu burung sangat bervariasi. Gejala flu burung pada unggas terinfeksi sebagai berikut (Integra, 2016).

- a. Unggas mati mendadak dalam jumlah yang besar.
- b. Unggas terlihat lemas, jengger bengkak berwarna biru atau berdarah, dan bulu-bulu berguguran.
- c. Kepala tetunduk dan kesulitan bernapas.
- d. Bengkak pada kepala dan kelopak mata.
- e. Pendarahan di kulit pada bagian yang tidak ditumbuhi bulu, misalnya pada kaki.
- f. Penurunan jumlah telur yang dihasilkan.
- g. Diare, menggigil dan mengeluarkan air mata.
- h. Gelisah.
- i. Unggas seperti itik, angsa bias terinfeksi tanpa menunjukkan gejala.
- j. Jengger dan pial berwarna biru.
- k. Borok pada kaki.
- l. Kematian mendadak.

- m. Keluar cairan jernih sampai kental dari rongga mulut.
- n. Haus berlebihan.
- o. Cangkang telur lembek.

Gejala flu burung pada manusia hampir mirip dengan gejala flu pada umumnya. Gejala flu burung pada manusia terinfeksi sebagai berikut (Rodrigo & Martins, 2012).

- a. Menderita ISPA (infeksi saluran pernapasan atas).
- b. Timbulnya demam tinggi (>38 derajat Celcius).
- c. Sakit tenggorokan yang tiba-tiba.
- d. Batuk, mengeluarkan ingus, nyeri otot.
- e. Sakit kepala.
- f. Lemas mendadak.
- g. Timbulnya radang paru-paru (pneumonia) yang bila tidak mendapatkan penanganan tepat dapat menyebabkan kematian.

Penyakit flu burung dapat berkembang dengan cepat dan menimbulkan permasalahan yang berat pada saluran pernapasan. Oleh karena itu, tindakan medis yang cepat dapat meminimalisir penyebaran flu burung.

2.2.3 Cara Penularan Flu Burung

Virus *avian influenza* dapat menyebar dengan cepat diantara populasi unggas dengan kematian yang tinggi. Penularan flu burung dapat terjadi dengan cara kontak langsung atau tidak langsung dengan unggas terinfeksi flu burung. Penularan flu burung dengan cara kontak langsung dapat terjadi ketika manusia

membawa, mengolah, dan menyembelih unggas terinfeksi. Selain itu, membersihkan kandang unggas terinfeksi dapat memicu penularan flu burung. Penularan flu burung dengan cara kontak tidak langsung dapat terjadi ketika memakan telur, daging unggas, darah mentah secara setengah matang. Perantara udara disekitar unggas terinfeksi juga menjadi faktor utama dalam penularan flu burung. Unggas air berperan sebagai sumber virus *avian influenza* dan dikeluarkan melalui kotoran atau feses.

2.2.4 Cara Pencegahan Flu Burung

Upaya pencegahan penularan flu burung dilakukan dengan cara menghindari bahan yang mungkin sebagai sumber kontaminasi misalnya tinja dan secret unggas (Krejцова *et al*, 2015).

Cara pencegahan flu burung pada unggas sebagai berikut (Edan *et al*, 2005).

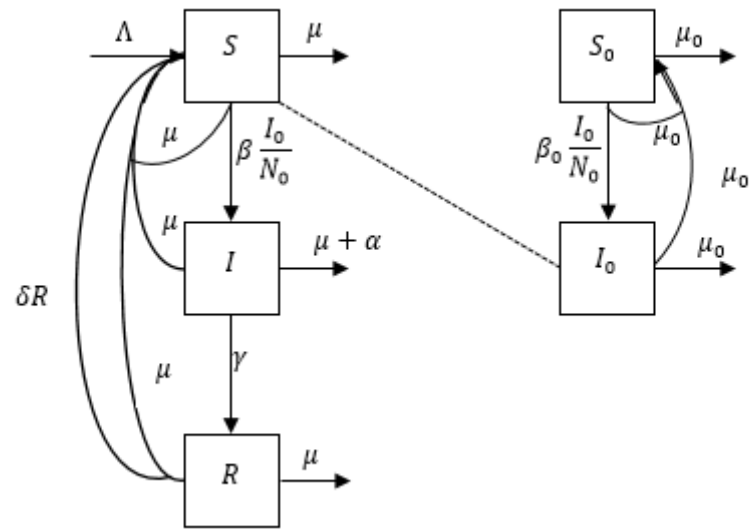
- a. Pemusnahan unggas yang terinfeksi flu burung dalam radius tiga kilometer.
- b. Pembersihan dan pensucihan kandang dan alat peralatan.
- c. Vaksinasi pada unggas yang sehat.
- d. Meningkatkan biosekuriti (tindakan pengawasan dan pengamanan yang ketat terhadap unggas yang terinfeksi flu burung).
- e. Peningkatan kesadaran masyarakat.
- f. Pengawasan kasus flu burung.
- g. Pengendalian lalu lintas keluar masuk ternak unggas dan produk unggas.

Cara pencegahan flu burung pada manusia sebagai berikut (Integra, 2016).

- A. Cara pencegahan flu burung pada kelompok berisiko tinggi (pekerja peternakan dan pedagang atau yang bersentuhan dengan produk unggas) sebagai berikut.
- a. Mencuci tangan dengan desinfektan dan mandi sehabis bekerja.
 - b. Hindari kontak langsung dengan unggas terinfeksi.
 - c. Menggunakan alat pelindung diri seperti masker.
 - d. Meninggalkan pakaian kerja di tempat kerja.
 - e. Membersihkan kotoran unggas setiap hari.
 - f. Imunisasi.
- B. Cara pencegahan flu burung pada masyarakat umum sebagai berikut.
- a. Umumnya yang harus dilakukan adalah menjaga kebersihan pribadi dan lingkungan, serta memperoleh vaksinasi.
 - b. Menjaga daya tahan tubuh dengan memakan makanan bergizi dan istirahat cukup.
 - c. Mengolah unggas dengan cara yang benar, yaitu:
 - i. Pilih unggas yang sehat (tidak terdapat gejala-gejala penyakit pada tubuhnya).
 - ii. Memasak daging unggas sampai dengan suhu $\pm 80^{\circ}\text{C}$ selama 1 menit dan pada telur sampai dengan suhu $\pm 64^{\circ}\text{C}$ selama 4,5 menit.

2.3 Penelitian Terdahulu

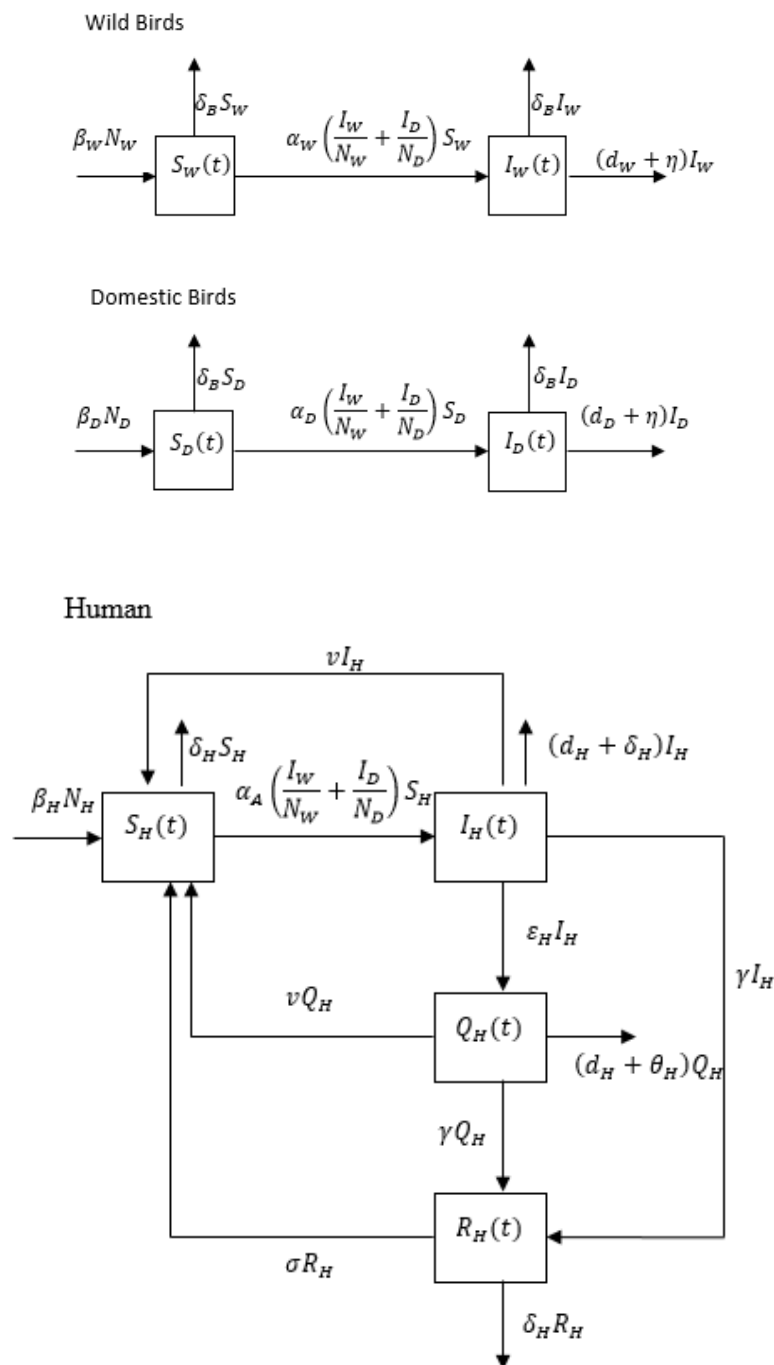
Penelitian epidemi flu burung (Derouich & Boutayeb, 2008) menghasilkan model matematika seperti Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung
(Derouich & Boutayeb, 2008)

Gambar 2.1 menunjukkan bahwa penyebaran flu burung terjadi dalam populasi manusia tak konstan dan populasi unggas konstan. Manusia yang telah terinfeksi flu burung dapat sembuh dan kembali dalam populasi manusia rentan, sedangkan unggas yang terinfeksi flu burung akan mati.

Penelitian epidemi flu burung (Kimbir *et al*, 2014) menghasilkan model matematika seperti Gambar 2.2.



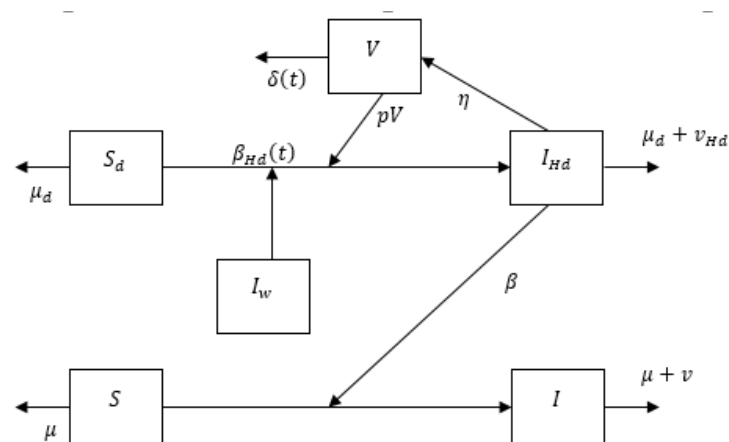
Gambar 2.2 Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung

(Kimbir *et al*, 2014)

Gambar 2.2 menunjukkan bahwa penyebaran flu burung terjadi dalam populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Pada populasi

unggas terbagi antara unggas ternak dan unggas liar. Manusia yang telah terinfeksi flu burung dapat sembuh karena kekebalan tubuh yang kuat atau dengan tindakan pengobatan. Sedangkan pada unggas yang terinfeksi flu burung akan mati karena infeksi virus dan pembakaran unggas terinfeksi.

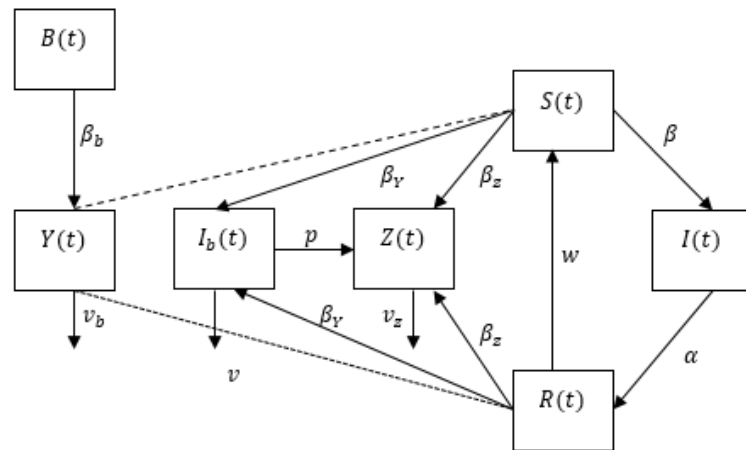
Penelitian epidemi flu burung (Tuncer, 2013) menghasilkan model matematika seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung
(Tuncer, 2013)

Gambar 2.3 menunjukkan bahwa penyebaran flu burung terjadi dalam populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Pada populasi unggas ternak, infeksi virus terjadi jika unggas ternak mengalami kontak dengan unggas liar yang telah terinfeksi. Kemudian, unggas yang telah terinfeksi diberi tindakan vaksinasi untuk memperkecil penyebaran virus. Manusia yang telah terinfeksi flu burung tidak dapat sembuh.

Penelitian epidemi flu burung (Martcheva, 2013) menghasilkan model matematika seperti Gambar 2.4.

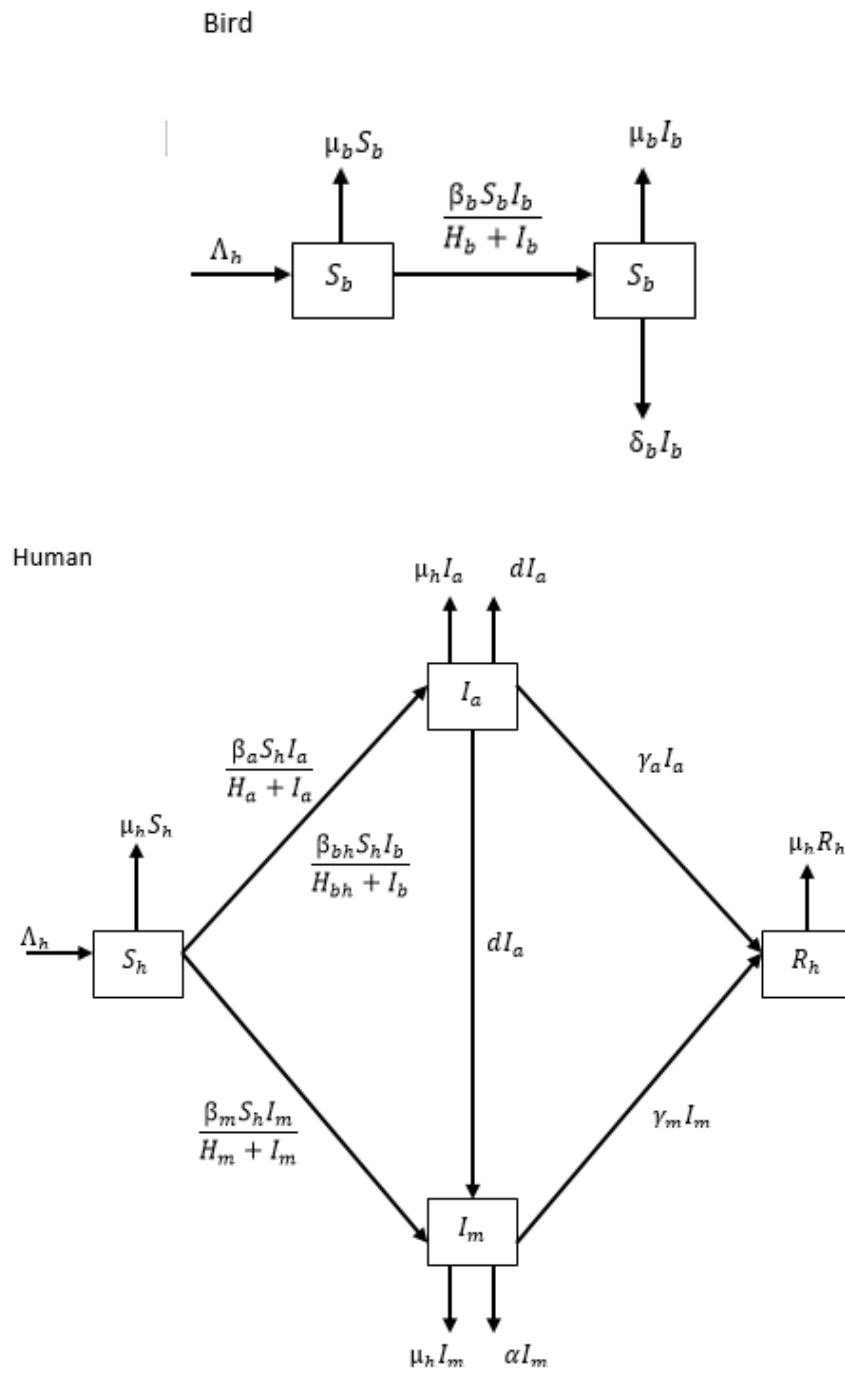


Gambar 2.4 Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung

(Martcheva, 2013)

Gambar 2.4 menunjukkan bahwa penyebaran flu burung terjadi dalam populasi manusia tak konstan dan populasi unggas konstan. Pada populasi manusia terinfeksi terbagi menjadi 3 sub bagian yaitu manusia terinfeksi flu biasa, manusia terinfeksi flu burung belum mutasi, dan manusia terinfeksi flu burung telah bermutasi. Manusia yang terinfeksi flu biasa dan flu burung belum mutasi dapat sembuh, sedangkan manusia yang terinfeksi flu burung bermutasi tidak dapat sembuh.

Penelitian epidemi flu burung (Chong, 2013) menghasilkan model matematika seperti Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Diagram Transfer Model Matematika Epidemi Flu Burung

(Chong, 2013)

Gambar 2.5 menunjukkan bahwa penyebaran flu burung terjadi dalam populasi manusia tak konstan dan populasi unggas tak konstan. Pada populasi manusia terinfeksi terbagi menjadi 2 sub bagian yaitu manusia terinfeksi flu burung belum mutasi, dan manusia terinfeksi flu burung telah bermutasi. Dalam hal ini manusia virus flu burung dapat bermutasi dan mengakibatkan penularan antara manusia dan manusia. Manusia yang terinfeksi flu burung belum mutasi dan manusia yang terinfeksi flu burung bermutasi dapat sembuh.

2.4 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang memuat satu atau beberapa turunan (*derivatife*) dari variabel tak bebas terhadap satu atau beberapa variabel bebas. Selain itu, persamaan diferensial merupakan persamaan yang memuat satu atau beberapa turunan fungsi yang tak diketahui (Waluya, 2011). Persamaan diferensial muncul di berbagai bidang sains, teknik, dan lainnya, terutama bila ada hubungan deterministik yang melibatkan fungsi dan turunannya yang tidak diketahui (Waluya, 2011). Klasifikasi persamaan diferensial didasarkan pada apakah fungsi yang tidak diketahui bergantung pada variabel bebas tunggal atau lebih dari satu variabel (Waluya, 2011). Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial dimana fungsi yang tidak diketahui memuat satu atau beberapa turunan dari variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial dimana fungsi yang tidak diketahui memuat satu atau beberapa turunan dari variabel tak bebas terhadap dua atau lebih variabel bebas.

Contoh persamaan diferensial sebagai berikut.

$$\frac{dy}{dx} = x + 7y; \quad \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 9y = 0; \quad \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + \cos x = 2x \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 8xy \quad (2.1.2)$$

Persamaan (2.1.1) dan (2.1.2) merupakan persamaan diferensial biasa dan diferensial parsial.

2.5 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar adalah rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu yang telah terinfeksi dan masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan (Giesecke, 2002). Bilangan reproduksi dasar disebut juga sebagai laju rasio reproduksi dasar dari suatu infeksi. Jika model memiliki dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik, maka tidak terjadi wabah (endemik) jika $R_0 < 1$ dan terjadi wabah (endemik) jika $R_0 > 1$.

2.6 Titik Kesetimbangan dan Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan

Definisi 2.2

Diberikan sistem persamaan differensial $\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x)$, titik $\bar{x} \in R^n$ disebut titik kesetimbangan jika $f(\bar{x}) = 0$ (Tu, 1994).

Definisi 2.3

Titik kesetimbangan $\bar{x} \in R^n$ dikatakan

- Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\|x(t) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.
- Stabil asimtotil lokal jika titik kesetimbangan $\bar{x} \in R^n$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta_0$ berlaku $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$.
- Tidak stabil jika titik kesetimbangan (*equilibrium*) $\bar{x} \in R^n$ tidak memenuhi a.

(Wiggins, 2003).

2.7 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Diberikan fungsi $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ pada sistem $\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in$

$C(E, \mathbb{R}), i = 1, 2, \dots, n$. Matriks transformasi L dari fungsi f adalah

$$J_f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Matriks $J_f(\bar{x})$ dinamakan matriks Jacobian f di titik \bar{x} (Kocak & Hole, 1991).

Teorema 2.1

Diberikan matriks Jacobian $J_f(\bar{x})$ dari sistem nonlinear $\dot{x} = f(x)$ dengan nilai eigen λ .

- i. Jika semua bagian real nilai eigen dari matriks $J_f(\bar{x})$ bernilai negatif, maka titik kesetimbangan \bar{x} stabil asimtotik.
- ii. Jika terdapat paling sedikit satu bagian real nilai eigen matriks $J_f(\bar{x})$ bernilai positif, maka titik kesetimbangan \bar{x} tidak stabil.

(Olsder, 1994)

2.8 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi 2.4

Jika A adalah matriks $n \times n$, maka vektor tak nol x di dalam R^n dinamakan vektor eigen (*eigen vector*) dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x ; yakni,

$$Ax = \lambda x$$

untuk suatu skalar $\lambda \in \mathbb{R}$. Skalar λ dinamakan nilai eigen (*eigen value*) dari A dan x dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ .

(Anton, 1995)

Untuk mencari nilai eigen matriks A yang berukuran $n \times n$ maka persamaan $Ax = \lambda x$ dapat dituliskan kembali sebagai $(\lambda I - A)x = 0$. Dengan I matriks identitas. Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan tak nol dari persamaan ini. Persamaan $(\lambda I - A)x = 0$ akan mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika $\det(\lambda I - A) = 0$. Persamaan $\det(\lambda I - A) = 0$ disebut persamaan karakteristik A (Anton, 1995).

2.9 Kriteria Routh-Hurwitz

Kriteria Routh-Hurwitz ini digunakan ketika nilai eigen persamaan karakteristik tidak dapat ditentukan dengan mudah. Jika diberikan sistem persamaan karakteristik $p(\lambda) = a_0\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + \dots + a_{k-1}\lambda + a_k = 0$ maka didefinisikan matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ sebagai berikut.

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix}$$

Determinan Hurwitz tingkat ke- k dinotasikan dengan $\Delta_k; k = 1, 2, 3, \dots, n$ yang dibentuk dari matriks Hurwitz didefinisikan sebagai berikut.

$$\Delta_1 = |a_1|, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}, \dots$$

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix}$$

Pembuat nol dari polinomial $p(\lambda) = a_0\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + \dots + a_{k-1}\lambda + a_k$ mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika pertidaksamaan $\frac{a_1}{a_0} > 0, \frac{a_2}{a_0} > 0, \dots, \frac{a_k}{a_0} > 0$ dipenuhi dan $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0, \dots, \Delta_n > 0$ (Edelstein, 1988).

2.10 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan suatu proses mengubah permasalahan yang ada di kehidupan nyata menjadi suatu model matematika yang dapat diselesaikan secara matematis. Model matematika digunakan oleh hampir semua bidang ilmu. Misalnya, kita dapat memodelkan permasalahan di bidang ilmu seperti ilmu biologi, fisika, kedokteran, dan teknik dalam permasalahan matematika. Dengan model matematika dapat diperoleh pemahaman dari dunia nyata menjadi lebih tepat.

2.10.1 Pendekatan Pada Pemodelan Matematika

Perlu diketahui bahwa terdapat perbedaan pendekatan pemodelan matematika dalam menformulasikan model matematika. Jenis-jenis model matematika meliputi.

1. Model Empiris

Pada model empiris, data yang berhubungan dengan permasalahan menentukan peran yang penting. Dalam pendekatan ini, gagasan yang utama adalah mengkonstruksi formula (persamaan) matematika yang dapat menghasilkan grafik terbaik untuk mencocokkan data.

2. Model Simulasi

Dalam pendekatan ini program komputer dituliskan didasarkan aturan–aturan. Aturan–aturan ini dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer ini dijalankan terhadap waktu sehingga implikasi interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.

3. Model Deterministik dan Stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk merepresentasikan hubungan antara berbagai komponen (variabel) suatu sistem atau problem. Misalnya persamaan differensial biasa yang menjelaskan bagaimana suatu kuantitas (yang dinyatakan oleh variabel tak bebas dari persamaan) dan waktu sebagai variabel bebas. Diberikan syarat awal yang sesuai, persamaan differensial dapat diselesaikan untuk memprediksi perilaku sistem model. Dalam model deterministik, variasi random diabaikan. Dengan kata lain persamaan ini digunakan untuk menyatakan problem dunia nyata yang diformulasikan berdasarkan pada hubungan dasar faktor-faktor yang terlibat dalam problem ini (Widowati & Sutimin, 2007).

2.10.2 Tahapan Pemodelan Matematika

Tahapan pemodelan matematika dikemas dalam beberapa versi. Secara umum, tahapan pemodelan matematika sebagai berikut.

i. Pengidentifikasian Masalah.

Dalam tahap ini, dilakukan pengidentifikasian terhadap masalah nyata yang akan diteliti. Identifikasi masalah tersebut menghasilkan variabel-variabel apa saja yang terkait di dalamnya dan menjelaskan hubungan beberapa variabel. Selain itu dapat ditambahkan asumsi dan batasan masalah untuk menyempurnakan model.

ii. Penyusunan Model Matematika.

Dalam tahap ini, variabel-variabel, asumsi, dan batasan masalah diterjemahkan ke dalam lambang-lambang matematika. Kemudian dapat dilihat

bagian matematika yang mana yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan.

iii. Penyelesaian Model Matematika.

Dalam tahap ini, dilakukan analisa terhadap model matematika yang telah terbentuk untuk menemukan suatu penyelesaian. Dalam prosesnya, setiap bagian matematika akan di analisa.

iv. Penafsiran Kembali.

Dalam tahap ini, hasil pemecahan masalah ditafsirkan kedalam permasalahan awal. Tujuan penafsiran adalah untuk melihat apa makna dari hasil pemecahan masalah yang telah diperoleh.

v. Validasi Model Matematika.

Dalam tahap ini, hasil analisa akan dikaji melalui simulasi menggunakan *software Maple 18* untuk melihat apakah sistem cukup sah atau belum.

vi. Pelaksanaan.

Dalam tahap ini, jika sistem cukup sah maka model matematika dapat diterapkan dalam pelaksanaan.

2.11 Model Epidemik SIR Klasik

Salah satu model matematika epidemic untuk menganalisis penyebaran penyakit di antaranya adalah SIR (Puspita *et al*, 2017). Model SIR klasik adalah model epidemik yang paling sederhana, model ini dibagi menjadi tiga kompartemen masing –masing meliputi *suspected* (S), *infected* (I), dan *recovered* (R). Diagram kompartemen dari model epidemik SIR klasik dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Diagram Transfer Model Epidemi SIR Klasik

(Kermack & Kendrick, 1927)

Gambar 2.1 menunjukkan bahwa $S, I,$ dan R berturut-turut menyatakan jumlah individu yang rentan, sakit/terinfeksi, dan sembuh saat t .

Model matematika dari diagram kompartemen di atas dapat dilihat pada Sistem (2.1).

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - rI \quad (2.1)$$

$$\frac{dR}{dt} = rI$$

$$S + I + R = N$$

dengan parameter-parameter sebagai berikut.

N = besarnya populasi total, $N > 0$,

β =laju kontak antara individu rentan dengan individu terinfeksi,

r = konstanta penyembuhan per kapita.

BAB 5

SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Dari hasil dan pembahasan sebelumnya diperoleh simpulan sebagai berikut.

1. Model matematika epidemi flu burung pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi unggas dan manusia tak konstan sebagai berikut.

$$\frac{dN_b}{dt} = A_b - \mu_b N_b - (\alpha_b + \eta) I_b$$

$$\frac{dI_b}{dt} = \beta_1 \frac{I_b}{N_b} (N_b - I_b) - (\mu_b + \alpha_b + \eta) I_b$$

$$\frac{dN_h}{dt} = A_h - \mu_h N_h - \delta_h I_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_2 \frac{I_b}{N_b} (N_h - I_h - T_h - R_h) - (\mu_h + \delta_h + \gamma) I_h$$

$$\frac{dT_h}{dt} = \gamma I_h - (\mu_h + \kappa) T_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \kappa T_h - (\mu_h + \sigma) R_h$$

2. Analisis kesetimbangannya dipunyai $R_0 = \frac{\beta_1}{(\mu_b + \alpha_b + \eta)}$,

- a. Titik kesetimbangan P_0 dengan $(N_b, I_b, N_h, I_h, T_h, R_h) =$

$\left(\frac{A_b}{\mu_b}, 0, \frac{A_h}{\mu_h}, 0, 0, 0\right)$ stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil

jika $R_0 > 1$.

- b. Titik kesetimbangan $P_1 = (N_b^*, I_b^*, N_h^*, I_h^*, T_h^*, R_h^*)$ dengan

$$N_b^* = \frac{A_b \beta_1}{\beta_1 \mu_b + (\alpha_b + \eta)(\beta_1 - (\mu_b + \alpha_b + \eta))},$$

$$I_b^* = \frac{A_b(\beta_1 - (\mu_b + \alpha_b + \eta))}{\beta_1 \mu_b + (\alpha_b + \eta)(\beta_1 - (\mu_b + \alpha_b + \eta))},$$

$$N_h^* = \frac{A_h - \delta_h I_h^*}{\mu_h},$$

$$I_h^* = \frac{\beta_2 I_b^* (\mu_h + \kappa)(\mu_h + \sigma) A_h}{\beta_2 I_b^* [(\mu_h + \kappa)(\mu_h + \sigma) \delta_h + \mu_h (\mu_h + \kappa)(\mu_h + \sigma) + \gamma \mu_h (\mu_h + \sigma) + \mu_h \kappa \gamma] + N_b^* \mu_h (\mu_h + \kappa)(\mu_h + \sigma)(\mu_h + \delta_h + \gamma)},$$

$$T_h^* = \frac{\gamma I_h^*}{(\mu_h + \kappa)},$$

$$R_h^* = \frac{\kappa \gamma I_h^*}{(\mu_h + \kappa)(\mu_h + \sigma)}$$

stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.

3. Simulasi model matematika epidemi flu burung pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi unggas dan manusia tak konstan menggunakan *software Maple 18* menghasilkan beberapa fakta, yaitu semakin kecil nilai peluang kontak antara unggas rentan dan unggas terinfeksi yang menyebabkan infektifitas maka jumlah penderita flu burung akan berkurang. Kemudian diperoleh fakta bahwa semakin besar peluang pemberian *treatment* pada individu manusia aktif flu burung maka semakin besar jumlah individu manusia yang sembuh.

5.2 Saran

Dalam penulisan ini, penulis membahas pemodelan matematika pemberian *treatment* pada epidemi flu burung dengan populasi manusia dan unggas tak konstan. Pada model matematika yang dibahas belum diteliti adanya peluang kontak antara manusia rentan dan manusia terinfeksi yang dapat menyebabkan epidemi flu burung. Hal tersebut mengakibatkan bilangan reproduksi R_0 yang

didapat tidak bergantung pada peluang manusia terinfeksi flu burung yang menjalani *treatment*. Sehingga pemberian *treatment* pada manusia kurang berpengaruh dalam pengendalian manusia yang terinfeksi. Selain itu, penelitian ini belum mengamati adanya laju individu yang gagal pada *treatment*. Oleh karena itu, penulis menyarankan kepada pembaca yang tertarik pada masalah ini untuk mengembangkan model yang sudah dibangun seperti mempertimbangkan peluang kontak antara manusia rentan dengan manusia terinfeksi dan laju individu yang gagal pada *treatment*.

DAFTAR PUSTAKA

- Anggoro, A.D., Kharis, M., and Supriyono. 2013. Pemodelan SIRPS Untuk Penyakit Influenza Dengan Vaksinasi Pada Populasi Konstan. *Unnes Journal of Mathematics*. 2(1):55-56.
- Anton, H. 1995. *Aljabar Linier Elementer Edisi kelima*. Jakarta: Erlangga.
- Asmara, W. 2008. *Peran Biologi Molekuler dalam Pengendalian Avian Influenza dan Flu Burung*. Fakultas Kedokteran Hewan Universitas Gadjah Mada.
- Aulia, N., Kharis, M., and Supriyono. 2016. Pemodelan Matematika Epidemi Influenza Dengan Memperhatikan Peluang Keberhasilan Vaksinasi dan Kekebalan Tetap. *Unnes Journal Of Mathematics*. 5(2):192.
- Byaruhanga, T., Bagaya, B., Namulondo, J., Namagambo, B., Nicholas, O., and Nabukenya, I. 2017. The Correlation of IFN γ to the Preferential Isolation of Influenza Type B over Type A Viruses in Madin Darby Canine Kidney Cells. *Open Journal of Medical Microbiology*. 7(1):12-28.
- Chaudhary, S & Pahwa, K. 2013. Avian Influenza. *Journal of Universal College of Medical Sciences & Teaching Hospital*. 1(03):1-2.
- Chong, N.S., Tchuenche, J.M., and Smith, R.J. 2013. A Mathematical Model of Avian Influenza With Half-Saturated Incidence. *Journal Theory Biosci.* DOI 10.1007/s12064-013-0183-6.

- Chong, N.S., Dionne, B., and Smith, R. 2016. An Avian-only Filippov Model Incorporating Culling of Both Susceptible and Infected Birds in Combating Avian Influenza. *Journal Mathematical Biologi*. DOI 10.1007/s00285-016-0971-y.
- Derouich, M & Boutayeb, A. 2008. An Avian Influenza Mathematical Model. *Journal Applied Mathamtic Sciences*. 2(36):1749-1760.
- Deryabin, P.G., Garaev, T.M., Finogenova, M.P., Botikov, A.G., and Shibnev, V.A. 2014. Amino Acid Derivatives of Adamantane Carbocycle are Capable of Inhibiting Replication of Highly Virulent Avian Influenza A/H5N1 Virus. *Journal Experimental Biology and Medicine*. 157(1):62-65.
- Dunga, J.A., Mohammed, A., Alkali, N.H., Jibrin, Y.B., Gwalabe, S.A., and Lassan, B. 2017. Human Avian Influenza Virus Serotypes in A Tertiary Hospital in Nigeria. *Journal of Medicine and Medical Sciences*. 8(2):014-019.
- Edan, M., Desvaux, S., and Gautier, P. 2005. *Pencegahan dan Pengendalian Flu Burung (Avian Influenza) pada Peternak Unggas Scala Kecil*. Food and Agriculture Organization.
- Edelstein-Keshet, L. 1988. *Mathematical Models in Biology*. New York: Random House.
- Eyer, L & Hruska, K. 2013. Antiviral Agents Targeting The Influenza Virus: A Review and Publication Analysis. *Veterinari Medicina*. 58(3):113-185.
- Frederika, E., Mareta, A., Krisna, W., Poetranto, D., Wulandari, L., and Styoningrum, A. 2013. Identification of Influenza Viruses in Human and

Poultry in The Area of Larangan Wet Market Sidoarjo East Java, Indonesia. *Indonesia Journal of Tropical and Infectious Disease*. 4(4):30-34.

Giesecke, J. 2002. *Modern Infectious Disease Epidemiology*. Second Edition. Florida: CRC Press.

Himawan, A., Waluyo, S.B., and Supriyono. 2017. Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Ebola Dengan Model Epidemologi SIR Pada Populasi Manusia Tak Konstan Dengan Treatment. *Unnes Journal of Mathematics*. 6(2):154-167

Integra. 2016. Newsletter. *Welfare Solution*. Tersedia di www.integra.co.id [diakses 20 Oktober 2017].

Kharis, M. 2012. Model SEIR Untuk Epidemologi Flu Babi Pada Populasi Babi Dengan Laju Kontak Jenuh. *Jurnal MIPA*. 35(1):85.

Kharis, M & Arifudin, R. 2017. Mathematical Model of Seasonal Influenza With Treatment in Constan Population. *Journal of Physics:Conference Series*. doi:10.1088/1742-6596/824/1/012034.

Kholisoh, S., Waluyo, S.B., and Kharis, M. 2012. Model Epidemologi SEIR Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi. *Unnes Journal of Mathematics*. 1(2):110-111.

Krejcová, L., Michálek, P., Hynek, D., Adam, V., and Kizek, R. 2015. Structure of influenza viruses, connected with influenza life cycle. *Journal of Metallomics and Nanotechnologies*. 1:13-15.

- Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. 1927. Contributions To The Mathematical Theory Of Epidemics. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Section A. Mathematics*. 115 700–721.
- Kimdir, A.R., Aboiyar, T., and Okolo, P.N. 2014. A Model Analysis for the Transmission Dynamics of Avian Influenza. *Journal IISTE Mathematical Theory and Modeling*. 4(13):15-29.
- Kurni, B., Murugkar, H.V., Nagarajan, S., Tosh, C., Dubey, S.C., and Kumar, M. 2013. Survivability of Highly Pathogenic Avian Influenza H5N1 Virus in Poultry Faeces at Different Temperatures. *Indian Journal Virol*. 24(2): 272-277.
- Lanre, Gabriel A. & Olumide, Adeleke O. 2016. The Securitisation of Communicable Viral Diseases in The 21ST Century: A Growing Human Security Danger in A Globalized World. *Idea Journal of Art and Humanities*. 2(2):71-81.
- Lestari, D.2013. *Persamaan Differensial*.Yogyakarta:UNY.
- Liu, S., Shigui, R., and Zhang, X. 2015. On Avian Influenza Epidemic Models With Time Delay. *Journal CrossMark Theory Biosci*. 134:75-82.
- Margine, I & Krammer F. 2014. Animal Models for Influenza Viruses: Implications for Universal Vaccine Development. *Journal Pathogens*. 3:845-874.
- Martcheva, M. 2013. Modeling and Implications for Control. *Department of Mathematics. University of Florida*.

- Mekete K.B, & Nega B.H. 2016. Global Threat of Highly Pathogenic Avian Influenza, A Review. *African Journal of Basic & Applied Sciences*. 8(5): 253-261.
- More, S., Bicout, D., Butterworth, A., Calistri, A., and Miche, V. 2017. Urgent Request On Avian Influenza. *EFSA Journal*.15(1):4687
- Murtada M, Barbour E, & Shaib H., 2016. Avian Influenza Infections in Human and Poultry of Lebanon: A Mini Review. *Journal of Emerging Diseases and Virology*. 3(1):1-4.
- Nashrullah, A., Supriyono, and Kharis, M. 2013. Pemodelan SIRS Untuk Penyakit Influenza Dengan Vaksinasi Pada Populasi Manusia Tak Konstan. *Unnes Journal Of Mathematics*. 2(1):46-47.
- Olsder, G.J. 1994. Mathematics System Theory. *The Netherlands: Delftse Uitgevers Maatscappij b.v.*
- Paules, C & Subbarao, K. 2017. Influenza. *Seminar Published Online*. Tersedia di [http://dx.doi.org/10.1016/S0140-6736\(17\)30129-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0140-6736(17)30129-0) [diakses 20 Oktober 2017].
- Pourghanbari, G., Nili, H., Moattari, A., and Ali, M. 2016. Antiviral Activity of The Oseltamivir and Melissa Officinalis L Essential Oil Agains Avian Influenza A Virus (H9N2). *Journal CrossMark*. 27(2):170-178.
- Puspita, G., Kharis, M., and Supriyono. 2017. Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Karantina dan Vaksinasi. *Unnes Journal of Mathematics*. 6(1):26-35.

- Qin, Y., Peter, W., Horby, Tim, K., Tsang. *et.al.* 2015. Differences in the Epidemiology of Human Cases of Avian Influenza A(H7N9) and A(H5N1) Viruses Infection. *Major Article*. 61(4):563-71.
- Rahmalia, D & Winarko, M.S. 2017. Mathematical Model And Stability Analysis The Spread of Avian Influenza. *Unisda Journal of Mathematics and Copmuter Science*. 1(1):8-9.
- Rodrigo, N & Martins, S. 2012. An Overview on Avian Influenza. *Brazilian Journal of Poultry Science*. 14(2):71-158.
- Rumschlag-Booms, E & Rong, L. 2013. Influenza A Virus Entry: Implications in Virulence and Future Therapeutics. *Hindawi Publishing Corporation*. Article ID 121924, 9 page.
- Setiyono, A., & Bermawie, N. 2013. Potency of Medicinal Plants for Eradication of Avian Influenza : In Vitro Test on Vero Cells 1. *Journal Sain Veteriner*. 31(1):27-30.
- Sya'baningtyas, F.S., Chotim, M., and Kharis, M.2013. Model Matematika Wabah Flu Burung Pada Populasi Unggas Dengan Pengaruh Vaksinasi. *Unnes Journal Of Mathematics*. 2(2):127-128.
- Tasmi & Nuraini, N. 2016. Optimal Vaccination and Treatment Schedules in A Deterministic Avian Influenza Model. *Journal Mathematic ITB*. 48(2):174-177.
- Tesfahunegn, W. 2016. A Review on Zoonosis and Avian Influenza (Bird Flu): A Literature Review. *The Journal of Zoology Studies JOZS*. 3(02):07-23.

- Tu, P. N. V. 1994. *Dynamical System, An Introduction with Applications in Economics and Biology*. *Spinger-Verlag*. Hiedelberg, Germany.
- Tuncer, N & Martcheva, M. 2013. Modeling Seasonality in Avian Influenza H5N1. *AMS Subject Classification: 92D30, 92D40*.
- Vemula, S.A., Zhao, J., Liu, J., Wang, X., Biswas, S., and Hewlett, I. 2016. Current Approaches for Diagnosis of Influenza Virus Infections in Humans. *MDPI.15 page*.
- Waluya, S.B. 2011. *An Introduction to Ordinary Differential Equations*. Semarang:UNNES Press.
- Widowati & Sutimin. 2007. *Bahan Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang : Universitas Dipenogoro.
- Wiggins, S. 2003. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Second Edition. New York: Springer Verlag.
- WHO. 2017. Avian Influenza Weekly Update Number 611. Tersedia di http://www.wpro.who.int/emerging_diseases/ai_weekly_611_20171117.pdf?ua=1 [diakses 20 Oktober 2017].
- Zou, Z., Yan, Y., Shu, Y., Gao, R. *et.al*. 2014. Angiotensin-converting Enzyme 2 Protects Lethal Avian Influenza A H5N1 Infectious. *Journal Nature Communication*. DOI: 10.1038/ncomms4594.