



**OPTIMALISASI SISTEM ANTRIAN  
PADA LOKET FARMASI DENGAN MODEL TINGKAT ASPIRASI  
(STUDY KASUS RSK. NGESTI WALUYO TEMANGGUNG)**

skripsi  
disajikan sebagai salah satu syarat  
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Program Studi Matematika

oleh  
**Anita Anggraeni**  
**4111414015**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG  
2018**

## PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “Optimalisasi Sistem Antrian Pada Loket Farmasi dengan Model Tingkat Aspirasi (Study Kasus RSK. Ngesti Waluyo Temanggung)” ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, September 2018



*Anita Anggraeni*  
Anita Anggraeni  
4111414015

## PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Optimalisasi Sistem Antrian Pada Loker Farmasi dengan Model Tingkat Aspirasi (Study Kasus RSK. Ngesti Waluyo Temanggung)

disusun oleh

Anita Anggraeni

4111414015

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 24 September 2018 .



Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt.  
196412231988031001

Ketua Penguji

Prof. YL. Sukestiyarno, M.S, Ph.D.  
195904201984031002

Anggota Penguji/  
Pembimbing I

Dr. Nur Karomah Dwidayanti, M.Si  
196605041990022001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.  
196807221993031005

Anggota Penguji/  
Pembimbing II

Dra. Sunarmi, M.Si.  
195506241988032001

## **MOTTO**

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan

(QS. Al Insyirah: 6)

Jangan bandingkan prosesmu dengan orang lain, Tak semua bunga tumbuh dan mekar bersamaan.

(Anonim)

Orang-orang hebat di bidang apapun bukan baru bekerja karena mereka terinspirasi, namun mereka menjadi terinspirasi karena mereka lebih suka bekerja.

Mereka tidak menyia-nyiakan waktu untuk menunggu inspirasi.

(Ernest Newman)

## **PERSEMBAHAN**

Untuk Bapak Mansur, Ibu Rohmah Sa'adah,  
Silvi Dwi Maharani, Mbah Markamah,  
Almarhum mbah Sukri, Almarhumah mbah  
Tuwira , seluruh keluarga, teman-teman  
seperjuangan Program Studi Matematika 2014,  
dan Universitas Negeri Semarang

## **PRAKATA**

Puji syukur ke hadirat Allah swt. yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak dapat berjalan dengan baik tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Rektor Universitas Negeri Semarang, yang telah memberikan kesempatan untuk menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang;
2. Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang, yang telah memberikan izin untuk melaksanakan penelitian;
3. Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang, yang telah memberikan kemudahan administrasi dalam menyelesaikan skripsi ini;
4. Ketua Program Studi Matematika, yang telah memberikan kemudahan administrasi, serta memberikan arahan dan motivasi selama menjadi mahasiswa Matematika;
5. Dosen pembimbing I, Dr. Nur Karomah Dwidayanti, M.Si dan dosen pembimbing II, Dra. Sunarmi, M.Si., yang telah sabar memberikan bimbingan dan arahan dalam menyusun skripsi;
6. Dosen penguji, Prof.Dr.. YI. Sukestiyarno, M.S., yang telah memberikan masukan, saran, dan kritik yang membangun dalam penyempurnaan skripsi;
7. Dosen wali, Dr. Scolastika Mariani, M.Si., yang telah sabar memberikan arahan, bimbingan, dan motivasi selama menempuh studi;

8. Pihak Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung, yang sudah memberikan izin untuk melaksanakan penelitian.
9. Tema-teman : Rilis Pradita R, Dwi Andriani, yang telah membantu dalam terlaksananya penelitian.
10. Teman-teman terdekat: Rianti, Asmara yang telah membantu dalam setiap kesulitan;
11. Keluarga besar Kos: Mita, Retna, Rianti, Niken, Devi, Ira, Imma, dan Hana yang telah memberikan motivasi;
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pembaca yang telah berkenan membaca skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan serta menjadi bahan kajian dalam bidang ilmu terkait.

Semarang, September 2018

Penulis

## ABSTRAK

Anggraeni, Anita. 2018. *Optimalisasi Sistem Antrian Pada Loker Farmasi dengan Model Tingkat Aspirasi (Study Kasus Rsk. Ngesti Waluyo Temanggung)*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Nur Karomah Dwidayanti, M.Si. dan Pembimbing Pendamping Dra. Sunarmi, M.Si.

Kata Kunci : Antrian, (M/G/1) : (GD/∞/∞), Tingkat Aspirasi, Optimalisasi.

Antrian banyak terjadi karena banyak orang yang membutuhkan pelayanan atau jasa dalam waktu yang bersamaan Berdasarkan wawancara dengan pihak Rumah Sakit Ngesti Waluyo Temanggung, kunjungan pasien bisa setiap hari ramai tetapi untuk kunjungan paling ramai bisa terjadi pada hari Senin sampai hari Kamis. Untuk antrian pasien yang cukup panjang dalam sistem pelayanan di loket Administrasi dan loket poli pemeriksaan biasanya terjadi pada pagi hari dan untuk siang hari antrian paling ramai terjadi pada loket farmasi. Dari hasil wawancara dengan pasien pada loket farmasi ada beberapa yang sabar menunggu ada juga yang menginginkan antrian lebih cepat karena dengan antrian yang lama mereka merasa waktunya terbuang dengan percuma yang awalnya bisa mengerjakan pekerjaan bisa tertunda karena lamanya mengantri, hal ini bisa merugikan terutama pihak pengantar pasien.

Tujuan dari penelitian ini untuk mendiskripsikan model antrian, Mendiskripsikan hasil ukuran keefektifan suatu sistem antrian pada loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung dan mendiskripsikan model antrian yang optimal dengan model tingkat aspirasi.

Metode penelitian yang digunakan meliputi studi pustaka, metode pengumpulan data, metode analisis data, dan penarikan simpulan. Pengumpulan data dilakukan dengan metode observasi dan metode wawancara.

Dari hasil analisis pada sistem antrian di loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung diperoleh model antrian (M/G/1) : (GD/∞/∞), artinya kedatangan berdistribusi eksponensial, sedangkan waktu pelayanan berdistribusi general dengan jumlah loket pelayanan 1 loket dengan peraturan pasien pertama datang akan dilayani pertama, serta kapasitas sistem dan sumber tidak terbatas. Untuk ukuran keefektifan pada hari senin, rabu dan kamis sistem antrian cukup lenggang dan cukup efektif dan untuk hari selasa sistem antrian cukup padat terlihat dari ukuran keefektifitasnya, yaitu  $L_q = 11$  orang,  $L_s = 12$  orang,  $W_q = 13,21$  menit dan  $W_s = 14,36$  menit. Dengan model tingkat aspirasi dilihat dari probabilitas tidak ada pasien pada loket farmasi yang kecil dan  $L_q > 5$  orang dan  $W_s > 10$  menit maka perlu adanya optimalisasi. Dengan peneliti mensimulasikan menambah satu petugas, maka diperoleh  $L_q < 5$  orang dan  $W_s < 10$  menit.

Jadi jumlah petugas di loket farmasi untuk hari senin, rabu dan kamis sudah ideal dan sudah optimal untuk hari selasa disarankan ditambah satu petugas

# DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN .....	iv
PRAKATA.....	v
ABSTRAK .....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR .....	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
<b>BAB</b>	
1. PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	6
1.3 Batasan Masalah.....	6
1.4 Tujuan Penelitian .....	6
1.5 Manfaat Penelitian .....	7
2. TINJAUAN PUSTAKA .....	9
2.1 Model Distribusi Poisson .....	9
2.2 Model Distribusi Eksponensial .....	11
2.3 Pengantar Proses Stokastik .....	12



2.4	Teori Antrian .....	13
2.4.1	Komponen Proses Antrian .....	15
2.4.2	Faktor Sistem Antrian .....	16
2.4.2.1	Distribusi Kedatangan.....	16
2.4.2.2	Distribusi Waktu Pelayanan.....	17
2.4.2.3	Fasilitas Pelayanan.....	17
2.4.2.4	Disiplin Antrian .....	18
2.4.2.5	Ukuran Sistem Antrian .....	19
2.4.2.6	Sumber Pemanggilan .....	20
2.4.2.7	Perilaku Manusia .....	20
2.4.3	Macam Bentuk Antrian .....	21
2.4.3.1	Antrian Tunggal Server Tunggal .....	21
2.4.3.2	Antrian Tunggal Server Banyak .....	21
2.4.3.3	Antrian Banyak Server Tunggal .....	22
2.4.3.4	Antrian Banyak Server Banyak .....	22
2.4.4	Notasi Sistem Antrian .....	23
2.4.5	Ukuran <i>Steady-State</i> dari Kinerja.....	24
2.4.6	Peran Distribusi Poisson dan Eksponensial dalam Antrian .....	25
2.5	Model-model Sistem Antrian.....	28
2.5.1	Model Sistem Antrian $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ .....	29
2.5.2	Model Sistem Antrian $[M/G/c]:[GD/\infty/\infty]$ .....	32
2.5.3	Model Sistem Antrian $[M/G/1]:[GD/\infty/\infty]$ .....	33
2.6	Uji Keباikan Suai .....	35

2.6.1	Uji Kebaikan Suai- <i>Klomogorov Smirnov</i> .....	35
2.7	Model Keputusan Dalam Antrian .....	37
2.7.1	Model Pembiayaan.....	37
2.7.1.1	Tingkat Pelayanan Optimal .....	37
2.7.1.2	Jumlah Pelayan Optimal .....	40
2.7.2	Model Tingkat Aspirasi.....	40
2.8	Optimalisasi .....	44
2.9	Kerangka Berfikir .....	45
3.	METODE PENELITIAN.....	48
3.1	Studi Pustaka .....	48
3.2	Metode Pengumpulan Data .....	48
3.2.1	Metode Observasi.....	48
3.2.2	Wawancara .....	49
3.3	Metode Analisis Data.....	49
3.3.1	Menentukan Distribusi Probabilitas dari Data yang Diperoleh.....	49
3.3.2	Menentukn Ukuran Keefektifan dari Antrian di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung .....	50
3.5	Penarikan Kesimpulan .....	51
4.	HASIL DAN PEMBAHASAN.....	54
4.1	Hasil Penelitian .....	54
4.1.1	Menentukan Model Sistem Antrian.....	55
4.1.1.1	Uji Distribusi Waktu Kedatangan .....	56
4.1.1.2	Uji Distribusi Waktu Pelayanan.....	58

4.1.1.3	Kriteria Keadaan Sistem Antrian Loker Farmasi Rawat Jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung	60
4.1.1.4	Kondisi tetap sistem Antrian ( $\rho$ ) .....	62
4.1.2	Menentukan Ukuran Keefektifan pada Sistem Antrian.....	63
4.1.3	Menentukan Ukuran Keefektifan dengan <i>Software Visual Basic</i> <i>6.0</i> .....	69
4.1.4	Probabilitas Tidak Ada Pasien pada Loker Farmasi.....	71
4.1.5	Simulasi Jumlah Pelayan yang Optimal untuk Loker Farmasi Rawat Jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung...	73
4.2	Pembahasan.....	76
5.	PENUTUP.....	80
5.1	Kesimpulan .....	80
5.2	Saran.....	82
	DAFTAR PUSTAKA .....	83
	LAMPIRAN.....	85

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Rata-rata Waktu Antar Kedatangan dan Rata-rata Waktu Pelayanan.....	55
4.2 Laju Kedatangan Pasien dan Laju Pelayanan Pasien.....	55
4.3 Output Uji Distribusi Waktu Antar Kedatangan dengan Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .....	58
4.4 Output Uji Distribusi Waktu Pelayanan dengan Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .....	60
4.5 Output hasil perhitungan jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem (Ls).....	65
4.6 Output hasil perhitungan jumlah pasien yang diperkirakan dalam antrian (Lq) .....	66
4.7 Output hasil perhitungan panjang rata-rata waktu menunggu pasien dalam sistem (Ws).....	67
4.8 Output hasil perhitungan panjang rata-rata waktu menunggu pasien dalam antrian (Wq) .....	69
4.9 Perhitungan dengan <i>Software visual basic 6.0</i> .....	71
4.10 Probabilitas Tida ada Pasien pada Loker Farmasi Rawat Jalan .....	72
4.11 Penentuan Jumlah Petugas Loker dengan Model Aspirasi .....	74

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Komponen Dasar Sistem Antrian.....	15
2.2 Satu Antrian Satu Pelayanan.....	21
2.3 Satu Antrian Beberapa Pelayanan Seri .....	22
2.4 Satu antrian Beberapa Pelayan <i>Single</i> .....	22
2.5 Beberapa Antrian Beberapa Pelayan Pararel .....	23
2.6 Tingkat Aspirasi .....	43
2.7 Kerangka Berfikir.....	47
3.1 Desain Form Perhitungan Ukuran Keefektifan.....	51
3.2 Diagram Alur Penelitian .....	53

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1 Data Hasil Pengamatan Sistem Antrian pada Loker Farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung .....	86
2 Waktu Antar Kedatangan dan Waktu Pelayanan Pasien di Loker Farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung .....	97
3 Hasil uji <i>One Sample Kolmogorov-Smirnov</i> Terhadap Waktu Antar Kedatangan di Loker farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung dengan SPSS .....	108
4 Hasil uji <i>One Sample Kolmogorov-Smirnov</i> Terhadap Waktu Pelayanan di Loker farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung dengan SPSS.....	111
5 Jadwal Praktik Dokter Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung .....	114
6 Hasil Perhitungan Ukuran Keefektifan dengan <i>Excel</i> .....	118
7 Hasil Perhitungan dengan dengan <i>Software visual basic 6.0</i> .....	119
8 Pertanyaan Wawancara .....	122
9 Output Hasil Simulasi Model Antrian dengan Menggunakan Program <i>POM for Windows</i> .....	123
10 Dokumentasi Penelitian.....	126

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Antrian saat ini sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Antrian terjadi saat ada pihak yang menunggu untuk mendapatkan pelayanan atau jasa dari pihak lain. Antrian untuk saat ini banyak terjadi karena banyak orang yang membutuhkan pelayanan atau jasa yang sama dalam waktu yang bersamaan sedangkan pelayan hanya bisa melayani satu per satu saja. Semakin bertambahnya jumlah populasi di dunia maka akan bertambah pula jumlah antrian dan panjang antrian. Suatu proses antrian (*queuing process*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrian) jika semua pelayannya sibuk, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut setelah dilayan (Kakiay,2004).

Beberapa kegiatan antrian yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari misalnya kendaraan yang menunggu di lampu merah, para pembeli yang berdiri di depan kasir di supermarket, pesawat yang menunggu lepas landas di bandara, mesin-mesin rusak yang menunggu untuk diperbaiki oleh petugas perbaikan mesin, surat yang menunggu diketik oleh seorang sekretaris, dan program yang menunggu untuk diproses oleh komputer digital (Kakiay 2004). Peristiwa antrian tersebut bisa menyebabkan kerugian maupun ketidaknyamanan oleh berbagai pihak. Misalnya, mesin menunggu

untuk diperbaiki dapat mengakibatkan kehilangan produksi. kendaraan (kapal, truk, bus, dan mobil) yang perlu menunggu untuk dibongkar dapat menunda pengiriman berikutnya. Pesawat menunggu untuk lepas landas dapat mengganggu jadwal perjalanan berikutnya. Penundaan dalam transmisi telekomunikasi karena sambungan direndam dapat menyebabkan gangguan data. Pekerjaan manufaktur menunggu untuk dilakukan dapat mengganggu produksi berikutnya (Sharma,2013: 1).

Selain tersebut diatas, fenomena antrian yang dapat penulis jumpai adalah antrian di rumah sakit terutama pada fasilitas rawat jalan. Fenomena antrian seringkali terjadi hampir setiap hari kerja, kebanyakan yang terjadi antrian untuk mendapatkan fasilitas kesehatan tersebut bisa mencapai lebih dari tiga jam. terutama bagian Loker Farmasi kebanyakan rumah sakit hanya menyediakan satu server ini menyebabkan antrian pasien menumpuk. Karena adanya permasalahan tersebut maka dilakukan penelitian secara sistematis untuk menganalisis antrian yang pada akhirnya antrian tersebut dapat dikurangi bahkan dicegah sehingga pasien puas terhadap pelayanan yang diberikan dan dari pihak rumah sakit sendiri dapat memberikan pelayanan yang optimal. Pelayanan yang optimal dalam dunia kesehatan adalah suatu hal yang sangat penting, karena menyangkut masalah dari baik buruknya reputasi rumah sakit, juga menyangkut masalah kesehatan dari pasien itu sendiri. Oleh karena itu diperlukan suatu keputusan tentang banyaknya pelayan yang ideal untuk meningkatkan kualitas pelayanan dari rumah sakit tersebut dan dengan tetap memikirkan tinggi rendahnya persentase mengganggu pekerja. Permasalahan



ini dapat dipecahkan yaitu dengan mencari elemen-elemen yang dibutuhkan dalam proses perhitungan sehingga nantinya dapat diperoleh suatu solusi yang sekurang-kurangnya dapat mengurangi panjang atau waktu antrian.

Penelitian terdahulu dari Rahayu *et al.* (2013: 269) mendapatkan hasil bahwa model sistem antrian yang terjadi di RSUP Dr. Kariadi berdasarkan spesialisasi penyakit adalah  $[M/M/s]:[GD/\infty/\infty]$  dan model sistem antrian pada bagian pembayaran adalah  $[M/M/4]:[GD/\infty/\infty]$ . Jumlah pelayanan pasien rawat inap berdasarkan spesialisasi penyakit sudah efektif karena jumlah dokter spesialis tiap penyakit sudah banyak. Tetapi belum ada penelitian cara mengefektifkan dan pengoptimalan dengan menggunakan model tingkat aspirasi dari kedua pihak

Hasil penelitian dari Sanitoria Nadeak *et al* (2016) bahwa sistem antrian yang terjadi di antrian pasien instalasi rawat jalan Poliklinik lantai 1 dan 2 RSUD cengkareng, jakartayaitu model *multi channel single phase* belum mencapai tujuan yang akan diteliti . Karena baru menentukan kinerja sistem belum ada cara mengoptimalkannya agar tidak terjadi antrian yang panjang pada prosedur pendaftaran serta pelayanannya untuk konsultasi dokter maupun menunggu obat di apotek dll. Dan hasil penelitian dari Arhin, Rebecca Nduba *et al* (2017) bahwa sistem antrian pada poliklinik gigi sudah optimal dengan meningkatkan jumlah dokter gigi, dari penelitian tersebut disarankan untuk penelitian lanjut pada loket farmasi atau Loker Farmasi.

Perbedaan penelitian yang akan dilakukan peneliti dengan penelitian terdahulu yang telah dipaparkan diatas adalah penelitian ini mencoba untuk

mengkaji optimalisasi dibagian antrian Loker Farmasi dengan menggunakan tingkat aspirasi. Optimalisasi dengan menggunakan tingkat aspirasi digunakan untuk model yang sulit untuk memperkirakan parameter biaya (Kakiy,2004: 278).

Penulis mencoba menerapkan model ini pada salah satu pelayanan kesehatan yang sering dikunjungi masyarakat karena letaknya yang strategis yang berdekatan dengan perbatasan antara Kabupaten Temanggung dan Kabupaten Wonosobo, yaitu Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung, karena letaknya yang strategis menyebabkan rumah sakit ini dibagian rawat jalan selalu ramai. Dan juga pada rawat jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung dihari tertentu bisa mencapai kurang lebih 700 pasien saat sepiupun bisa mencapai kurang lebih 150 pasien.

Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung terutama pada fasilitas rawat jalan telah memberikan waktu bagi para pasien pada setiap harinya yaitu dengan membuka pelayanan mulai dari hari Senin sampai dengan hari Sabtu. Berdasarkan wawancara dengan pihak Rumah Sakit Ngesti Waluyo Temanggung, kunjungan pasien bisa setiap hari ramai tetapi untuk kunjungan paling ramai bisa terjadi pada hari Senin sampai hari Kamis. Untuk antrian pasien yang cukup panjang dalam sistem pelayanan di loket Administrasi dan loket poli pemeriksaan biasanya terjadi pada pagi hari dan untuk siang hari antrian paling ramai terjadi pada loket farmasi. Dari hasil wawancara dengan pasien pada loket farmasi ada beberapa yang sabar menunggu ada juga yang menginginkan antrian lebih cepat karena dengan antrian yang lama mereka

merasa waktunya terbuang dengan percuma yang awalnya bisa mengerjakan pekerjaan bisa tertunda karena lamanya mengantri, hal ini bisa merugikan terutama pihak pengantar pasien.

Dari permasalahan yang dialami pasien tersebut, menimbulkan pertanyaan apakah permasalahan penungguan tersebut diakibatkan oleh daya tampung yang terlampaui, atau oleh kurangnya jumlah pelayanan atau akibat ukuran keefektifan yang belum optimal. Ukuran keefektifan dalam antrian sendiri adalah ukuran-ukuran yang dipakai untuk menilai sebuah sistem antrian, jadi biasanya ada penilaian tentang panjang antrian dan lama mengantri. Oleh karena itu diperlukan suatu keputusan tentang banyaknya pelayanan yang ideal untuk meningkatkan kualitas pelayanan dari Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung terutama pada loket farmasi.

Dari permasalahan diatas penelitian ini mencoba menganalisis menggunakan model tingkat aspirasi apakah bisa lebih mengoptimalkan antrian pada loket farmasi di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung, sehingga dapat mencapai tujuan pelayanan farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung yaitu Pemberian obat yang rasional, efektif dan efisien. dan juga dapat dijadikan masukan untuk pengambilan keputusan bagi pihak rumah sakit sehingga bisa memberikan kenyamanan pelayanan bagi pasien namun juga tidak merugikan bagi pihak Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, dapat dirumuskan beberapa masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana model sistem antrian yang saat ini diterapkan di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung terutama pada Loker Farmasi?
2. Bagaimana hasil perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung jika dihitung dengan menggunakan *software Visual Basic 6.0*?
3. Bagaimana model antrian yang optimal dengan model tingkat aspirasi pada antrian loket farmasi di Rumah sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung dengan bantuan *software POM for Windows* ?

## 1.3 Pembatasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini adalah

1. Pengamatan dilakukan pada Loker Farmasi pada Rawat jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung.
2. Waktu pelayanan dihitung mulai dari pasien di loket sampai meninggalkan loket tersebut.
3. Tidak terjadi penolakan dan pembatalan terhadap kedatangan pasien.
4. Pengamatan ditujukan untuk semua karena alur antrian pasien BPJS dan umum sama.

## 1.4 Tujuan Penelitian

1. Mendiskripsikan model sistem antrian yang saat ini diterapkan di loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung

2. Mendiskripsikan hasil ukuran keefektifan suatu sistem antrian pada loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung
3. Mendiskripsikan model antrian yang optimal dengan model tingkat aspirasi pada antrian loket farmasi Rumah sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung

## **1.5 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat penelitian ini dibut antara lain:

### **1.5.1 Bagi penulis**

Sebagai bahan Skripsi yang terkait teori antrian. Sebagai media penulis menyalurkan ide atau gagasan tetang permasalahan antrian disekitarnya.

### **1.5.2 Bagi pembaca**

1. memberikan pengetahuan tentang sistem teori antrian dan model-model antrian dalam kehidupan nyata,
2. memberikan gambaran tentang pemecahan masalah dalam kasus antrian jika mempunyai tipe antrian yang sama dengan tipe antrian di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung,
3. memberikan kerangka berfikir untuk dikembangkan sehingga dapat dijadikan sebagai dasar atau landasan untuk penelitian lebih lanjut mengenai sistem teori antrian.
4. memberikan gambaran antrian yang optimal dikehidupan nyata.

### 1.5.3 Bagi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung

memberikan informasi yang dapat membantu dalam pengambilan keputusan atau kebijakan dalam peningkatan keefektifitas pelayanan kepada masyarakat pada pelayanan sosial.

## **BAB 2**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Model Distribusi Poisson**

Semakin kecil probabilitas sukses, distribusi probabilitasnya akan semakin melenceng. Oleh sebab itu, dikembangkan satu bentuk distribusi binomial yang mampu mencari distribusi probabilitas dengan kemungkinan sukses sangat kecil dan jumlah eksperimen sangat besar, yang disebut distribusi Poisson. (Supranto,2009: 40)

Sesuai pendapat Mulyono (2004: 230), semua proses kedatangan belum pasti mengikuti proses poisson.

Distribusi poisson sering muncul dalam literatur manajemen karena banyak diterapkan dalam bidang itu, misalnya saja, banyaknya pasien yang datang pada suatu rumah sakit, banyaknya pelanggan yang datang pada jasa pelayanan bank, banyaknya panggilan telepon selama jam kerja, banyaknya kecelakaan di perempatan jalan dan lain-lain. Beberapa proses kedatangan yang telah disebutkan itu, belum pasti akan mengikuti proses Poisson. Jika pola kedatangannya diasumsikan mengikuti proses Poisson, rumus proses Poisson dapat digunakan untuk menghitung probabilitas banyaknya kedatangan dalam suatu selang waktu tertentu.

**Definisi 2.1.1**

Suatu eksperimen yang menghasilkan jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu ataupun pada daerah yang spesifik dikenal sebagai eksperimen Poisson. Sifat eksperimen Poisson adalah sebagai berikut:

1. Jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu atau daerah tertentu bersifat *independent* terhadap yang terjadi pada interval waktu atau daerah tertentu yang lain
2. Peluang terjadinya sukses pada interval waktu atau daerah tertentu yang kecil, sebanding dengan panjang jangka waktu ataupun ukuran daerah terjadinya sukses tersebut, dan
3. Besar kemungkinan terjadinya lebih dari satu sukses pada interval waktu yang singkat ataupun daerah yang sempit, diabaikan (Tarliah & Dimiyati, 1987: 254).

**Definisi 2.1.2**

Jumlah sukses dalam eksperimen Poisson disebut variabel random Poisson. Distribusi kemungkinan dari variabel random Poisson  $X$  disebut distribusi Poisson (Tarliah & Dimiyati, 1987: 254).

**Definisi 2.1.3**

Peubah acak diskrit  $X$  dikatakan mempunyai distribusi Poisson dengan parameter  $\lambda$  jika fungsi kepadatan probabilitasnya sebagai berikut.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.1)$$

di mana  $\lambda$  adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dan  $e$  adalah bilangan natural,  $e = 2,71828\dots$  (Djauhari, 1990: 163).

## 2.2 Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa pengasumsian bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak tergantung pada banyaknya waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang sedang menunggu untuk dilayani.

### Definisi 2.2.1

Peubah acak  $X$  dikatakan berdistribusi eksponensial dengan parameter  $\lambda$  jika memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{untuk } x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.2)$$

Dimana  $x$  menyatakan waktu yang dibutuhkan sampai terjadi satu kali sukses dengan  $\lambda$  adalah rata-rata banyaknya sukses dalam selang waktu satuan (Djauhari M, 1990: 175-176).

### Definisi 2.2.2

Peubah acak kontinu  $X$  dikatakan mempunyai distribusi eksponensial dengan parameter  $\mu$  jika fungsi kepadatan probabilitasnya sebagai berikut :

$$f(x) = \begin{cases} \mu e^{-\mu x}, & \text{untuk } x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.3)$$

Di sini  $x$  dapat menyatakan waktu yang dibutuhkan sampai terjadi satu kali sukses dengan  $\mu$  adalah rata-rata banyaknya sukses dalam selang waktu satuan (Taha, 1997: 14).

## 2.3 Pengantar Proses Stokastik

Dalam analisis Markov yang dihasilkan adalah suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pembuatan keputusan. Analisis Markov merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum yang dinamakan *Stochastic process*, yaitu proses perubahan probabilistik yang terjadi terus-menerus (Mulyono, 2004: 273).

### Definisi 2.3.1

Proses stokastik adalah suatu kumpulan dari variabel random  $X(t)$ ,  $t \in T$  yang didefinisikan dalam suatu ruang probabilitas. Indeks  $T$  sering kali direpresentasikan sebagai waktu dan  $X(t)$  dinyatakan sebagai suatu keadaan (*state*) dari proses pada waktu  $t$  (Tarlih & Dimiyati, 1999: 319-320).

### Definisi 2.3.2

Proses Markov adalah suatu sistem stokastik yang mempunyai karakter bahwa terjadinya suatu keadaan pada suatu saat bergantung pada dan hanya pada

keadaan sebelumnya. Maka apabila  $t_0 < t_1 < \dots < t_n (n = 0,1,2, \dots)$  menyatakan titik-titik waktu, kumpulan variabel random  $\{x(t_n)\}$  adalah suatu proses Markov jika memenuhi sifat berikut ini:

$$\begin{aligned} P\{x(t_n) = x_n | x(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, x(t_0) = x_0\} \\ = P\{x(t_n) = x_n | x(t_{n-1}) = x_{n-1}\} \end{aligned}$$

Untuk seluruh harga  $x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_n)$  (Tarliah & Dimiyati, 1999: 320-321).

### Definisi 2.3.3

Jika  $E_1, E_2, \dots, E_j (j = 0,1,2, \dots)$  mewakili hasil (keadaan) yang lengkap dari sebuah sistem pada setiap saat dan  $a_j^{(0)} (j = 0,1,2, \dots)$  adalah probabilitas bahwa sistem tersebut berada dalam keadaan  $E_j$  pada saat  $t_0$ . Maka sebuah matriks transisi P dengan probabilitas awal  $\{a_j^{(0)}\}$  yang berkaitan dengan keadaan  $E_j$  secara lengkap didefinisikan sebagai sebuah rantai Markov (Taha, 1997: 344-345).

## 2.4 Teori Antrian

Menurut Pangestu *et al.* (1983:264). Teori antrian pertama kali dikemukakan oleh A.K.Erlang, seorang ahli matematika bangsa Denmark pada tahun 1913 dalam bukunya *Solution of Some Problem in the Theory of Probability of Significance in Automatic Telephone Exchange*. Antrian adalah deret tunggu didalam sebuah sistem dari unit-unit yang ingin memperoleh pelayanan dari suatu fasilitas pelayanan. Tujuan dari penggunaan teori antrian adalah untuk merancang fasilitas pelayanan, untuk mengatasi permintaan pelayanan yang berfluktuasi secara random dan menjaga keseimbangan antara

biaya pelayanan dan biaya yang diperlukan selama antri.

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan (Tarliah & Dimiyati, 1987: 291). Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan (Kakiay, 2004: 10). Menurut Tarliah & Dimiyati (1987: 291), dalam antrian apabila jumlah pelayan terlalu banyak maka akan memerlukan biaya yang besar. Sebaliknya apabila jumlah pelayan kurang maka akan terjadi antrian dalam waktu yang cukup lama yang juga akan menimbulkan biaya, baik berupa biaya sosial, kehilangan langganan, ataupun pengangguran pekerja. Dengan demikian yang menjadi tujuan utama teori antrian ini ialah mencapai keseimbangan antara biaya pelayanan dengan biaya yang disebabkan oleh adanya waktu menunggu. Ada dua fungsi dasar model antrian, yaitu meminimumkan biaya langsung dan biaya tak langsung. Biaya langsung adalah biaya yang timbul akibat lamanya waktu pelayanan yang secara langsung membebani pihak perusahaan. Sementara biaya tak langsung terjadi apabila konsumen harus menunggu lama sehingga mungkin membatalkan niat untuk memakai jasa perusahaan tersebut.

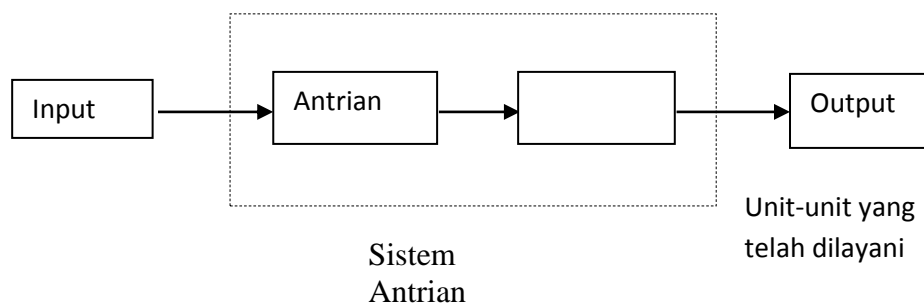
Proses antrian dimulai pada saat pelanggan yang memerlukan pelayanan mulai datang, mereka berasal dari sebuah populasi yang disebut sumber masukan. Proses antrian sendiri merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam baris tunggu jika belum dapat dilayani, dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani. Sedangkan sebuah sistem antrian adalah

suatu campuran pelanggan, pelayan dan aturan yang mengatur kedatangan pelanggan dalam pemrosesan masalah (Bronson,1996:308). Sedangkan keadaan sistem menunjukkan pada jumlah pelanggan yang berada pada suatu fasilitas pelayanan, termasuk dalam antriannya. Salah satu populasi adalah jumlah pelanggan yang datang pada fasilitas pelayanan. Besarnya populasi merupakan jumlah pelanggan yang memerlukan pelayanan. Dalam teori antrian, kinerja sistem sangat dipengaruhi oleh kebijakan penjadwalan (Sarah,2010:746-755).

Dalam proses antrian, banyaknya populasi dibedakan menjadi dua, yaitu populasi terbatas (*finite*) dan populasi tidak terbatas (*infinite*). Populasi terbatas dapat ditemukan pada suatu perusahaan yang mempunyai sejumlah mesin yang memerlukan perawatan atau perbaikan pada periode tertentu. Populasi yang tidak terbatas merupakan pelanggan yang tidak terhingga, yang setiap hari melayani pelanggan yang datang secara random dan tidak dapat ditentukan berapa jumlahnya. Karena jumlah yang datang tidak ditentukan dengan pasti, maka disebut populasi tidak terbatas.

#### 2.4.1 Komponen Proses Antrian

Komponen-komponen dasar system antrian disajikan pada Gambar 2.1.



Gambar2.1 Komponen Dasar Sistem Antrian

Berdasarkan Gambar 2.1 diatas dapat dijelaskan sebagai berikut. Unit-unit (pelanggan) yang memerlukan pelayanan yang diturunkan dari suatu sumber input memasuki sistem antrian dan ikut dalam antrian. Dalam waktu-waktu tertentu, anggota antrian ini dipilih untuk dilayani. Pemilihan ini didasarkan pada suatu aturan tertentu yang disebut disiplin pelayanan. Pelayanan yang diperlukan dilaksanakan dengan suatu mekanisme pelayanan tertentu. Setelah itu, unit-unit (pelanggan) tersebut meninggalkan sistem antrian (Dimiyati & Dimiyati, 2004:350).

#### **2.4.2 Faktor Sistem Antrian**

Secara umum ada beberapa faktor yang berpengaruh terhadap sistem antrian, antara lain:

##### **2.4.2.1 *Distribusi Kedatangan***

Pada sistem antrian, distribusi kedatangan merupakan faktor penting yang berpengaruh besar terhadap kelancaran pelayanan. Distribusi kedatangan terbagi menjadi dua yaitu (1) kedatangan secara individu (*single arrivals*) dan (2) kedatangan secara kelompok (*bulk arrivals*). Kedua komponen ini harus mendapatkan perhatian yang memadai saat pendesainan sistem pelayanan (Kakiay, 2004: 4-5).

Di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung sesuai pengamatan yang pernah dialami penulis distribusi kedatangannya secara individual (*single arrivals*).

#### **2.4.2.2 Distribusi Waktu Pelayanan**

Distribusi waktu pelayanan berkaitan erat dengan berapa banyak fasilitas pelayanan yang dapat disediakan. Distribusi waktu pelayanan terbagi menjadi dua komponen penting, yaitu (1) pelayanan secara individual (*single service*) dan (2) pelayanan secara kelompok (*bulk service*) (Kakiay, 2004: 5).

Waktu yang dibutuhkan untuk melayani dapat dikategorikan konstan dan acak. Waktu pelayanan konstan jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani sama tiap pelanggan. Sedangkan waktu pelayanan acak jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani tiap pelanggan berbeda. Jika waktu pelayanan acak maka diasumsikan mengikuti distribusi eksponensial.

Di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung sesuai pengamatan yang pernah dialami penulis distribusi waktu pelayanan secara individual (*single service*), untuk pelayanan secara kelompok biasanya terjadi di tempat makan.

#### **2.4.2.3 Fasilitas Pelayanan**

Fasilitas pelayanan berkaitan erat dengan baris antrian yang akan dibentuk. Fasilitas pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Tiap-tiap fasilitas pelayanan disebut sebagai saluran (*channel*). Sesuai pendapat Kakiay (2004:5), desain fasilitas pelayanan dapat dibagi dalam tiga bentuk, yaitu

1. bentuk seri, dalam satu garis lurus ataupun garis melingkar.
2. bentuk paralel, dalam beberapa garis lurus antara yang satu dengan yang lain paralel, dan

3. bentuk jaringan (*network station*), yang dapat didesain secara seri dengan pelayanan lebih dari satu pada setiap stasiun. Bentuk ini dapat juga dilakukan secara paralel dengan stasiun yang berbeda-beda.

Di Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung sesuai pengamatan yang pernah dialami penulis fasilitas pelayanan secara seri .

#### **2.4.2.4 Disiplin Antrian**

Disiplin antrian adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pelanggan yang mengantri. Disiplin antrian berkaitan erat dengan urutan pelayanan bagi pelanggan yang memasuki fasilitas pelayanan. Menurut Kakiay (2004: 12) disiplin antrian terbagi dalam empat bentuk, yaitu

##### 2.3.2.4.1 Pertama Masuk Pertama Keluar

Aturan pelayanan ini sering disebut *First Come First Served* (FCFS) atau *First In First Out* (FIFO). FIFO merupakan suatu peraturan dimana yang akan dilayani terlebih dahulu adalah pelanggan yang datang terlebih dahulu. Contohnya dapat dilihat pada antrian di loket-loket penjualan karcis kereta api.

##### 2.3.2.4.2 Terakhir Masuk Pertama Keluar

Aturan pelayanan ini sering disebut *Last Come First Served* (LCFS) atau *Last In First Out* (LIFO), yang merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling awal atau paling dahulu. Contohnya pada sistem bongkar muat barang di dalam truk, dimana barang yang masuk terakhir justru akan keluar terlebih dahulu.



#### 2.3.2.4.3 Pelayanan dalam Urutan Acak

Pelayanan dalam urutan acak atau sering disebut *Service In Random Order* (SIRO) merupakan aturan pelayanan dimana pelayanan dilakukan secara acak. Sering juga dikenal dengan RSS (*Random Selection For Service*). Contohnya pada arisan, dimana pelayanan dilakukan berdasarkan undian (*random*).

#### 2.3.2.4.4 Pelayanan Berdasarkan Prioritas

Aturan ini sering disebut *Priority Service (PS)/VIP Consumer*, yang artinya prioritas pelayan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas lebih rendah, meskipun yang terakhir ini kemungkinan sudah lebih dahulu tiba dalam garis tunggu.

Kejadian seperti ini kemungkinan disebabkan oleh beberapa hal, misalnya seorang yang dalam keadaan penyakit lebih berat dibanding dengan orang lain dalam suatu tempat praktek dokter. Dalam hal di atas telah dinyatakan bahwa entitas yang berada dalam garis tunggu tetap tinggal di sana sampai dilayani. Hal ini bisa saja tidak terjadi. Misalnya, seorang pembeli bisa menjadi tak sabar menunggu antrian dan meninggalkan antrian.

#### 2.4.2.5 *Ukuran Sistem Antrian*

Besarnya antrian pelanggan yang akan memasuki fasilitas pelayanan pun perlu diperhatikan. Ada dua desain yang dapat dipilih untuk menentukan besarnya antrian, yaitu (1) ukuran kedatangan secara terbatas (*finite queue*) dan (2) ukuran kedatangan secara tidak terbatas (*infinite queue*) (Kakiay, 2004: 5-6).

#### **2.4.2.6 Sumber Pemanggilan**

Dalam fasilitas pelayanan yang berperan sebagai sumber pemanggilan dapat berupa mesin maupun manusia. Bila ada sejumlah mesin yang rusak maka sumber pemanggilan akan berkurang dan tidak dapat melayani pelanggan. Jadi masalahnya adalah apakah (1) sumber pemanggilan terbatas (*finite calling source*) dan (2) sumber pemanggilan tak terbatas (*infinite calling source*) (Kakiay, 2004:6).

#### **2.4.2.7 Perilaku Manusia**

Kakiay (2004:4) mengemukakan bahwa pelayan maupun pelanggan yang ada di dalam sistem antrian adalah manusia yang berperilaku (*humanbehavior*). Sebagai manusia pelayan (*human server*), pelayan dapat melayani dengan kecepatan tinggi sehingga mengurangi waktu menunggu atau juga melayani dengan lambat sehingga akan memperlama waktu tunggu. Di sisi lain manusia pelanggan juga dapat pindah dari satu baris antrian ke baris antrian yang lain untuk memperpendek antrian. Perilaku ini dikenal dengan istilah *Jockey Habit*.

Selain itu terdapat pula manusia pelanggan (*human customer*) yang melakukan pembatalan (*balking customer*) untuk memasuki baris antrian karena melihat antrian sudah panjang. Ada manusia pelanggan yang meninggalkan barisan antrian, yang dikenal dengan *renege customer*, untuk sementara waktu karena barisan masih sangat panjang. Kemampuan seseorang untuk menunggu pada barisan antrian adalah berbeda-beda antara yang satu dengan yang lain.

Di dalam baris antrian dapat terjadi hal-hal yang kurang menyenangkan, seperti perlakuan yang tidak mau tahu, tidak disiplin, yang mungkin saja karena

pada saat pendesainan fasilitas pelayanan tersebut keadaan ini belum diantisipasi.

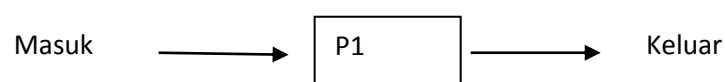
Tentu saja yang terbaik untuk mengatasi perilaku manusia di dalam antrian adalah dengan meningkatkan kecepatan waktu pelayanan untuk setiap pelanggan.

### 2.4.3 Macam Bentuk Antrian

Ada beberapa bentuk sistem di dalam antrian menurut Kakiya (2004: 13-14) yaitu :

#### 2.4.3.1 *Antrian Tunggal Server Tunggal (Single Channel Single Phase)*

*Single channel* berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single phase* berarti hanya ada satu pelayanan. Dikenal pula sebagai sistem antrian jalur tunggal yang juga disebut *single channel*, sementara *single server* merupakan sistem antrian dimana hanya terdapat satu pemberi layanan serta satu jenis layanan yang diberikan.

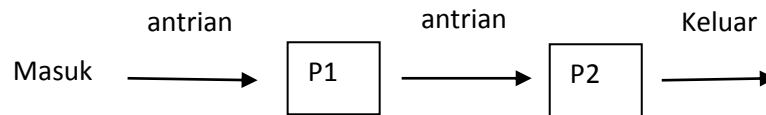


Gambar 2.2 Satu Antrian Satu Pelayanan

#### 2.4.3.2 *Antrian Tunggal Server Banyak (Single Channel Multiple Phase)*

Istilah *multi phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan. Sistem antrian jalur tunggal tahapan berganda (*single channel multi server*) berarti dalam sistem antrian tersebut terdapat lebih

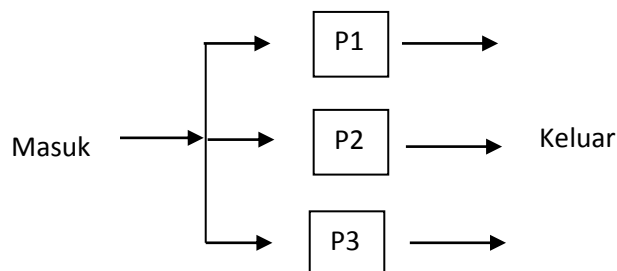
dari satu jenis layanan yang diberikan, tetapi dalam setiap jenis layanan hanya terdapat satu pemberi layanan. Sebagai contoh : pencucian mobil.



Gambar 2.3 Satu Antrian Beberapa Pelayan Seri

#### 2.4.3.3 Antrian Banyak Server Tunggal (*Multiple Channel Single Phase*)

Sistem *multi channel single phase* terjadi di mana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Sistem antrian ini juga dikenal sebagai jalur berganda satu tahap (*multi channel single server*) yaitu terdapat satu jenis layanan dalam sistem antrian tersebut, namun terdapat lebih dari satu pemberi layanan. Sebagai contoh model ini adalah antrian pada *teller* bank.

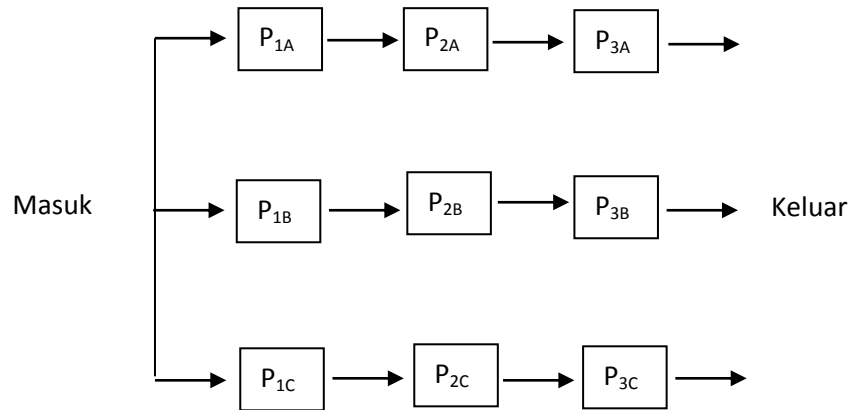


Gambar 2.4 Satu Antrian Beberapa Pelayan *Single*

#### 2.4.3.4 Antrian Banyak Server Banyak (*Multi Channel Multi Phase*)

Sistem antrian *multi channel multi phase* sama dengan antrian *multi channel multi server* atau sistem antrian dengan jalur berganda dengan tahapan berganda yaitu sistem antrian dimana terdapat lebih dari satu jenis layanan dan terdapat lebih dari satu pemberi layanan dalam setiap jenis layanan. Sebagai contoh, pelayanan kepada pasien di rumah sakit mulai dari pendaftaran,

diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada tiap tahapnya.



Gambar 2.5 Beberapa Antrian Beberapa Pelayan Paralel

Keterangan :  $P_{ij}$  adalah pelayan  $i$  pada stasiun  $j$ , dengan  $i = 1,2,3$  dan  $j = A,B,C$ .

#### 2.4.4 Notasi Sistem Antrian

Pada pengelompokan model-model antrian yang berbeda akan digunakan suatu notasi yang disebut dengan Notasi Kendall. Notasi ini sering digunakan karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi.

Notasi itu dituliskan:  $[a/b/c]:[d/e/f]$  dengan keterangan:

- a : distribusi kedatangan,
- b : distribusi keberangkatan atau waktu pelayanan, untuk a dan b, M menunjukkan Poisson, Ek menunjukkan Erlang, dan D berarti deterministik atau konstan,
- c : banyaknya pelayanan paralel,
- d : disiplin antri,
- e : jumlah maksimum pengantri dalam sistem (antri dan dilayani),

f : jumlah sumber kedatangan (Mulyono, 2004: 292-293).

#### 2.4.5 Ukuran *Steady-State* dari Kinerja

Ukuran *steady state* sistem antrian disimbolkan dengan  $\rho$  dan dapat dihitung dengan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu} < 1$$

(2.4)

Dengan

$\lambda$ : rata-rata jumlah pelanggan yang datang

$\mu$  : rata-rata waktu pelayanan

s : jumlah pelayan (Tarlih & Dimiyati, 1987: 305).

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi apabila  $\rho < 1$  yang berarti bahwa  $\lambda < \mu$ . Sedangkan jika  $\rho > 1$  maka kedatangan terjadi dengan kelajuan yang lebih cepat daripada yang dapat ditampung oleh pelayan, keadaan yang sama berlaku apabila  $\rho = 1$ .

Jika  $\rho > 1$  maka kedatangan terjadi dengan laju yang lebih cepat daripada yang dapat dilayani pelayan, panjang antrian yang diharapkan bertambah tanpa batas sehingga tidak terjadi *steady state*. Demikian juga jika  $\rho = 1$ , maka kedatangan terjadi dengan laju yang sama dengan laju pelayanan, sehingga tidak terjadi antrian. Dengan kata lain, *steady state* tidak tercapai (Dwidayati, 2005: 156).

Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja antara lain jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, jumlah pelanggan

yang diperkirakan dalam antrian, waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian.

#### 2.4.6 Peran Distribusi Poisson dan Eksponensial dalam Antrian

Situasi antrian dimana kedatangan dan keberangkatan (kejadian) yang timbul selama interval waktu dikendalikan dengan kondisi berikut,

Kondisi 1 : probabilitas dari sebuah kejadian (kedatangan atau kepergian) yang timbul antara  $t$  dan  $t+s$  tergantung hanya pada panjang  $s$ , yang berarti bahwa probabilitas tidak tergantung pada  $t$  atau jumlah kejadian yang timbul selama periode waktu  $(0,t)$ ,

Kondisi 2: Probabilitas kejadian yang timbul selama interval waktu yang sangat kecil  $h$  adalah positif tapi kurang dari satu,

Kondisi 3: Paling banyak satu kejadian dapat timbul selama interval waktu yang sangat kecil  $h$ .

Ketiga kondisi di atas menjabarkan sebuah proses dimana jumlah kejadian selama satu interval waktu yang diberikan adalah Poisson dan karena itu interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah Eksponensial. Dengan kasus demikian, dikatakan bahwa kondisi tersebut mewakili proses Poisson.

Definisikan :

$p_n(t)$  = probabilitas kejadian  $n$  yang timbul selama waktu  $t$

Lalu, berdasarkan kondisi 1, probabilitas tidak adanya kejadian yang timbul selama  $t+h$  adalah

$$p_0(t + h) = p_0(t)p_0(h)$$

(2.4)

Untuk  $h > 0$  dan cukup kecil, kondisi 2 menunjukkan bahwa  $0 < p_0(h) < 1$  berdasarkan kondisi ini, persamaan diatas memiliki pemecahan berikut

$$p_0(t) = e^{-\alpha t}, \quad t \geq 0 \quad (2.5)$$

Di mana  $\alpha$  adalah konstanta positif. [lihat Parzen (1962, hal. 121-123) untuk perincian bukti]

Untuk proses yang dijabarkan dengan  $p_n(t)$ , interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial. Dengan menggunakan hubungan yang diketahui antara eksponensial dan poisson, kita lalu menyimpulkan bahwa  $p_n(t)$  pastilah poisson.

Anggaplah

$f(t)$  = fungsi kepadatan probabilitas (pdf) dari interval waktu  $t$  antar pemunculan kejadian yang berturut-turut,  $t \geq 0$

Misalkan bahwa  $T$  adalah interval waktu sejak pemunculan kejadian terakhir, maka pernyataan probabilitas berikut ini berlaku :

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{Waktu antar kejadian} \\ \text{melebihi } T \end{array} \right\} = P \left\{ \begin{array}{l} \text{Tidak ada kejadian} \\ \text{sebelum } T \end{array} \right\}$$

Pernyataan ini dapat diterjemahkan menjadi

$$\int_T^{\infty} f(t) dt = p_0(T) \quad (2.6)$$

Mensubstitusi  $p_0(t)$  sebagaimana diturunkan di atas, kita memperoleh



$$\int_T^{\infty} f(t) dt = e^{-\alpha T}, \quad T > 0$$

$$\int_0^T f(t) dt = 1 - e^{-\alpha T}, \quad T > 0$$
(2.7)

Dengan mengambil derivatif dari kedua sisi dalam kaitannya dengan T, kita memperoleh

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t}, \quad t \geq 0 \quad (\text{eksponensial})$$
(2.8)

Yang merupakan sebuah distribusi eksponensial dengan mean  $E[t] = \frac{1}{\alpha}$  unit waktu.

Dengan diketahui bahwa  $f(t)$  merupakan sebuah distribusi eksponensial, teori probabilitas memberi tahu bahwa  $p_n(t)$  pastilah merupakan distribusi poisson, yaitu

$$p_n(t) = \frac{(\alpha t)^n e^{-\alpha t}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
(2.9)

Nilai mean dari n selama periode waktu tertentu t adalah  $E\{n|t\} = \alpha t$  kejadian. Ini berarti bahwa  $\alpha$  mewakili laju timbulnya kejadian.

Kesimpulan dari hasil di atas adalah bahwa jika *interval* waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial dengan mean  $\frac{1}{\alpha}$  unit waktu, maka jumlah kejadian dalam satu periode waktu tertentu pastilah poisson dengan laju pemunculan rata-rata (kejadian per unit waktu)  $\alpha$ . Demikian pula sebaliknya.

Distribusi poisson merupakan proses yang sepenuhnya acak (*completely random process*) karena memiliki sifat bahwa interval waktu yang tersisa sampai pemunculan kejadian berikutnya sepenuhnya tidak bergantung pada interval waktu pada interval waktu yang telah berlaku dari pemunculan kejadian terakhir. Sifat ini setara dengan pembuktian pernyataan probabilitas berikut ini

$$\begin{aligned}
 P\{t > T + S | t > S\} &= \frac{P\{t > T + S | t > S\}}{P\{t > S\}} = \frac{P\{t > T + S\}}{P\{t > S\}} \\
 &= \frac{e^{-\alpha(T-S)}}{e^{-\alpha S}} = e^{-\alpha T} \\
 &= P\{t > T\}
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Sifat ini disebut sebagai keadaan lupa (*forgetfulness*) atau kurangnya ingatan (*lack of memory*) dari distribusi eksponensial, yang menjadi dasar untuk menunjukkan bahwa distribusi poisson sepenuhnya bersifat acak.

Satu ciri unik lainnya dari poisson adalah bahwa ini merupakan satu-satunya distribusi dengan mean yang sama dengan varians. Sifat ini kadang-kadang dipergunakan sebagai indikator awal dari apakah sebuah sampel data ditarik dari sebuah distribusi poisson (Taha, 1997: 178-179).

## 2.5 Model-model Sistem Antrian

Sistem antrian terdiri dari banyak model-model antrian, antara lain sebagai berikut

### 2.5.1 Model Sistem Antrian [M/M/1]:[GD/∞/∞]

Sistem antrian ini merupakan suatu sistem antrian yang pola kedatangannya berdistribusi Poisson dan pola pelayanannya berdistribusi eksponensial dengan jumlah pelayan satu, kapasitas fasilitasnya tak hingga dan disiplin pelayanannya FIFO. [M/M/1]:[GD/∞/∞] adalah model antrian dengan satu pelayan, yang dapat digunakan sebagai pendekatan untuk berbagai sistem yang sederhana.

Pada model antrian ini M (Markov) yang pertama menyatakan distribusi Poisson (*interarrival*), M yang kedua menyatakan distribusi Poisson/Eksponensial, 1 berarti *Single Server*, GD (*General Disciplin*) menyatakan FCFS (*First Come First Service*), dan ∞ menyatakan antrian tak terhingga (Kakiy, 2004: 48).

Pada sistem ini, diasumsikan bahwa laju kedatangan tidak bergantung pada jumlah pada sistem tersebut, yaitu  $\lambda_n = \lambda$  untuk semua  $n$ . Demikian pula diasumsikan bahwa pelayan tunggal dalam sistem tersebut menyelesaikan pelayanan dengan kecepatan konstan, yaitu  $\mu_n = \mu$  untuk semua  $n$ . Akibatnya model ini memiliki kedatangan dengan mean  $\lambda$  dan keberangkatan dengan mean  $\mu$ . Jika  $\lambda$  menyatakan laju kedatangan rata-rata (jumlah pelanggan persatuan waktu) dan  $\mu$  menyatakan laju pelayanan pelanggan rata-rata (jumlah pelanggan per satuan waktu), maka waktu antar kedatangan yang diharapkan adalah  $\frac{1}{\lambda}$  dan waktu pelayanan adalah  $\frac{1}{\mu}$ . *Steady state* tercapai jika  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ .

Probabilitas-probabilitas keadaan tunak (*steady-state probabilities*) untuk suatu sistem antrian adalah  $P_n \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} P_n(t)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )

Jika limitnya ada. Untuk sebuah sistem M/M/1, maka kita definisikan faktor kegunaan (atau intensitas lalu-lintas) sebagai  $\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu}$

Yakni  $\rho$  adalah jumlah kedatangan yang diharapkan per rata-rata waktu pelayanan. Jika  $\rho < 1$  maka probabilitas-probabilitas keadaan tunak ada dan diberikan oleh  $P_n = \rho^n(1 - \rho)$ .

Jika  $\rho > 1$ , maka kedatangannya terjadi dengan kelajuan yang lebih cepat daripada yang dapat ditampung oleh pelayan : panjang antrian yang diharapkan bertambah tanpa batas sehingga tidak terjadi suatu keadaan tunak. Keadaan yang sama berlaku apabila  $\rho = 1$ . Sedangkan apabila nilai  $\rho = 0$  maka tidak terjadi *steady state*, karena tidak terdapat antrian sama sekali.

Dalam buku Teori dan soal-soal *operation research* ukuran-ukuran kinerja pada saat *steady state* pada model antrian [M/M/1]:[GD/ $\infty$ / $\infty$ ] adalah sebagai berikut :

L : Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem

$L_q$  : Panjang rata-rata dari antrian.

W : Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem

$W_q$  : Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian

W(t) : Probabilitas bahwa seorang pelanggan menghabiskan lebih daripada t unit waktu dalam sistem

$W_q(t)$  : Probabilitas bahwa seorang pelanggan menghabiskan lebih daripada t unit waktu dalam antrian.

Keempat ukuran efektif yang pertama dalam kebanyakan sistem antrian berkaitan melalui hubungan

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \text{ (rumus waktu tunggu)}$$

(2.11)

Dan menurut rumus Little

$$L = \bar{\lambda}W$$

(2.12)

$$L_q = \bar{\lambda}W_q$$

(2.13)

Rumus waktu tunggu berlaku apabila (seperti dalam suatu sistem M/M/1) terdapat suatu waktu pelayanan tunggal yang diharapkan,  $\frac{1}{\mu}$  untuk semua pelanggan. Rumus little berlaku untuk sistem antrian yang umum. Asalkan bahwa  $\bar{\lambda}$  menyatakan waktu kedatangan rata-rata para pelanggan kedalam fasilitas pelayanan

Untuk suatu sistem M/M/1,  $\bar{\lambda} = \lambda$  dan keenam ukuran diatas secara eksplisit diberikan oleh :

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

(2.14)

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

(2.15)

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

(2.16)

$$W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda} \quad (2.17)$$

$$W_q(t) = \rho e^{-tW} \quad (2.18)$$

Dari rumus 2.12 perhatikan bahwa meskipun waktu yang dihabiskan dalam sistem memiliki distribusi eksponensial dan waktu yang dihabiskan dalam fasilitas pelayanan memiliki distribusi eksponensial, tetapi selisih kedua waktu ini yang merupakan waktu yang dihabiskan dalam barisan, tidak memiliki distribusi eksponensial.

### 2.5.2 Model Sistem Antrian [M/G/c]:[GD/∞/∞]

Sistem antrian [M/G/c]:[GD/∞/∞] merupakan sistem antrian dengan pelayan ganda, dimana laju kedatangan lebih kecil dari laju pelayanan keseluruhan. Distribusi kedatangan Poisson dan distribusi pelayanan general/umum (Kakiy,2004). Dari Donald Gross (2008) waktu tunggu dalam antrian diperoleh dari persamaan

$$\begin{aligned} P_n = \pi_n^q &= \Pr\{n \text{ dalam antrian setelah keberangkatan}\} \\ &= \frac{1}{n!} \int_0^\infty (\lambda t)^n e^{-\lambda t} dW_q(t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dari Ross, S.M. (1996),  $W_q$  dapat dicari dengan :

$$W_q = \frac{\lambda^c E[t^2] (E[t])^{c-1}}{2(c-1)! (c - \lambda E[t])^2 \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda E[t])^n}{n!} + \frac{(\lambda E[t])^c}{(c-1)(c - \lambda E[t])} \right]} \quad (2.20)$$

Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian :

$$L_q = \lambda \cdot W_q \quad (2.21)$$

Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem :

$$L_s = L_q + c \quad (2.22)$$

Waktu tunggu rata-rata pelanggan dalam sistem :

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (2.23)$$

Dengan  $c$  adalah jumlah pelayan dalam sistem antrian,  $E[t] = \frac{1}{\mu}$ . Dan  $E[t^2] = \frac{2}{\mu^2}$

### 2.5.3 Model Sistem Antrian [M/G/1]:[GD/∞/∞]

Secara umum, penggunaan simulasi sebagai alat analisis dalam kasus-kasus seperti ini sangat disarankan.

Model tersebut waktu pelayanan dijabarkan dengan sebuah distribusi probabilitas umum dengan mean  $E(t)$  dan varian  $var[t]$ . Sayangnya, analisis situasi ini agak dibatasi dalam arti bahwa analisis ini tidak memberikan ekspresi analitis yang dapat ditelusuri untuk probabilitas  $P_n$ . Sebaliknya, hasil-hasil dari model ini hanya memberikan ukuran-ukuran dasar dari kinerja, termasuk  $L_s, L_q, W$  dan  $W_q$ .

Anggaplah  $\lambda$  adalah laju kedatangan disebuah sarana dengan satu pelayan, dan diketahui  $E(t)$  dan  $var[t]$  sebagai mean dan varians dari distribusi waktu

pelayanan, dan dilihat dengan menggunakan analisis probabilitas/Markov yang canggih bahwa

$$L_s = \lambda E(t) + \frac{\lambda^2 \{E^2(t) + var(t)\}}{2(1 - \lambda E(t))} \quad (2.24)$$

Menurut Sugito & Hoyyi (2013), dapat disederhanakan menjadi

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 var(t)}{2(1 - \rho)} \quad (2.25)$$

Dimana  $\lambda E(t) < 1$ . Ekspresi ini dikenal sebagai rumus **Pollaczek-Khintchine (P-K)**. Dan Rumus ini, kita dapat memperoleh ukuran-ukuran kinerja lainnya seperti

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (2.26)$$

$$L_q = L_s - \lambda E(t) \quad (2.27)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.28)$$

Untuk kasus di mana waktu mendekati konstan,  $var[t]=0$  dan rumus P-K dapat disederhanakan menjadi

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)} \quad (2.29)$$



Dimana  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  dan  $\mu$  adalah laju pelayanan konstan (Taha, 1997: 208-209).

## 2.6 Uji Kebaikan Suai

Uji kebaikan suai merupakan suatu uji untuk menentukan apakah suatu populasi mempunyai suatu distribusi teoritis tertentu. Uji tersebut didasarkan atas baiknya kesesuaian antara frekuensi terjadinya pengamatan dalam sampel yang diamati dengan frekuensi harapan yang diperoleh dari distribusi yang dihipotesiskan (Walpole & Myers, 1995: 574-575).

### 2.6.1 Uji Kebaikan Suai – Klomogorov Smirnov

Uji satu sampel *Klomogorov Sminov* adalah suatu tes *goodness of fit* artinya, yang diperhatikan adalah tingkat kesesuaian antara distribusi pengamatan dengan suatu distribusi teoritis atau yang diharapkan. Uji ini menetapkan apakah nilai-nilai dalam sampel dapat secara masuk akal dianggap berasal dari suatu populasi dengan distribusi teoritis. Singkatnya, uji ini mencangkup perhitungan distribusi frekuensi kumulatif teoritis serata membandingkan dengan distribusi frekuensi kumulatif hasil observasi. Distribusi teoritis tersebut merupakan representasi dari apa yang diharapkan.

Uji ini menentukan suatu titik dimana kedua distribusi itu yakni distribusi yang diharapkan dan distribusi hasil pengamatan memiliki perbedaan terbesar. Dengan melihat distribusi samplingnya, apakah perbedaan besar yang diamati mungkin terjadi apabila observasi-observasi itu benar-benar suatu sampel random dari distribusi teoritis.

Misalkan  $F_0(x)$  adalah suatu fungsi distribusi frekuensi kumulatif yang sepenuhnya ditentukan, yaitu distribusi kumulatif teoritis. Nilai dari  $F_0(x)$  adalah

proporsi kasus yang diharapkan mempunyai nilai yang sama atau kurang dari pada  $x$ .

Misalkan  $S_N(x)$  adalah distribusi kumulatif yang diobservasi dari suatu sampel random dengan  $N$  observasi. Di mana  $x$  adalah sembarang nilai,  $S_N(x) = \frac{k}{N}$ , di mana  $k$  adalah banyaknya observasi,  $k \leq x$ .

Observasi=observasi yang dilakukan jarang sekali distribusi frekuensi pengamatan ( $S_N(x)$ ) sama dengan fungsi distribusi frekuensi yang diharapkan ( $F_0(x)$ ), walaupun pengujian hipotesisnya benar. Uji ini membuat perbandingan antara frekuensi pengamatan ( $S_N(x)$ ) dengan frekuensi yang diharapkan ( $F_0(x)$ ), untuk berbagai nilai variabel random. Uji *Klomogorov Smirnov* memusatkan perhatian pada penyimpangan (deviasi) terbesar. Harga  $F_0(x) - S_N(x)$  terbesar dinamakan deviasi maksimum. Berikut adalah persamaan *Klomogorov Smirnov*

$$D_{hitung} = \text{maksimum}|F_0(x) - S_N(x)| \quad (2.30)$$

Uji satu sampel *Klomogorov Smirnov* bisa digunakan untuk menganalisa data yang jumlahnya sedikit. Lain halnya dengan uji *chi square* hanya dapat digunakan untuk data yang berjumlah banyak. Selain itu, uji satu sampel *Klomogorov Smirnov* tidak perlu kehilangan informasi karena digabungkannya kategori-kategori seperti yang dilakukan pada uji *chi square*, bila sampelnya kecil dan disebabkan kategori-kategori yang berhampiran harus digabungkan sebelum *chi square* dapat dihitung. Fakta ini menunjukkan bahwa uji *Klomogorov Smirnov*

mungkin lebih besar kekuatannya dalam semua kasus jika dibandingkan dengan tes lainnya. (Sidney Siegel, 1988: 59).

## **2.7 Model Keputusan dalam Antrian**

Pada bagian lain dari sistem antrian terdapat penguraian yang lebih ditunjukk untuk pembuatan keputusan yang optimal. Pembuatan keputusan berkaitan erat dengan biaya rata-rata, tingkat pelayanan yang optimal, jumlah pelayanan (serve) yang optimal dan adanya tempat aspirasi yang dapat dilakukan semuanya oleh pengambilan keputusan.

### **2.7.1 Model Pembiayaan**

Tujuan dari model ini adalah untuk mengurai tingkat pelayanan baik pada pelayananan ataupun pada jumlah pelayan sehingga kemudian dapat diperoleh keseimbangan antara dua pembayaran yang bertentangan,yaitu:

Biaya untuk penawaran dari pelayanan (*Service Cost*), Biaya yang diakibatkan oleh keterlambatan dalam penawaran pelayanan (*Service Delay Cost*)

Bentuk Biaya :

1. Berkaitan dengan pelaksanaan operasional dari fasilitas pelayanan
2. Biaya yang dikeluarkan karena ditolak kaibat terlambat didalam memberikan pelayanan kepada pelanggan ( *Custemer Delaying Cost*)

Bila terjadi peningkatan didalam tingkat pelayanan maka akan dapat mengakibatkan terjadinya penurunan waktu tinggal dari pelanggan dan demikian juga sebaliknya.

### 2.7.1.1 Tingkat Pelayanan Optimal

Pada sistem antrian dengan model satu pelayan (*serve*) terdapat kedatangan dengan tingkat rata-rata  $\lambda$  dan juga tingkat rata-rata pelayanan  $\mu$ . Diasumsikan bahwa tingkat pelayanan ini dapat dikontrol dengan baik.

$C_1$  = Peningkatan Biaya per unit didalam  $\mu$  per unit time.

$C_2$  = Biaya menunggu per unit dan juga waktu menunggu per pelanggan

$TC(\mu)$  = Biaya ekspektasi untuk menunggu dan pelayanan per unit waktu pada parameter  $\mu$

Dengan ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$TC(\mu) = C_1\mu + C_2L_s \quad (2.31)$$

Dengan catatan biaya biaya dari layanan per unit waktu adalah langsung proposional pada  $\mu$  dan juga biaya menunggu per unit waktu adalah sama dengan ekspektasi jumlah pelanggan, dan dalam sistem antrian dikalikan dengan biaya menunggu per pelanggan per unit waktu.

Dengan mengetahui bahwa  $\mu$  kontinu, maka nilai yang optimum dari  $\mu$  dapat ditemukan melalui diferensial dari  $TC(\mu)$  dengan komponen dasar  $\mu$  sebagai contoh yang sederhana dapat digunakan model dari (M/M/I) : (GD/ $\infty/\infty$ ) sebagai berikut

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$TC(\mu) = C_1\mu + C_2 \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$\frac{d(TC(\mu))}{d\mu} = C_1 - \lambda C_2 \left( \frac{1}{\mu - \lambda} \right)^2$$

$$\frac{d(TC(\mu))}{d\mu} = 0$$

Diperoleh

$$0 = C_1 - C_2 \lambda \left( \frac{1}{(\mu - \lambda)^2} \right)$$

$$C_1 = C_2 \lambda \frac{1}{(\mu - \lambda)^2}$$

$$C_1 (\mu - \lambda)^2 = C_2 \lambda$$

$$(\mu - \lambda)^2 = \frac{C_2 \lambda}{C_1}$$

$$\mu - \lambda = \sqrt{\frac{C_2 \lambda}{C_1}}$$

$$\mu = \lambda + \sqrt{\frac{C_2 \lambda}{C_1}}$$

(2.32)

Dari hasil optimal  $\mu$  terbukti bahwa rata-rata tingkat pelayanan sangat tergantung pada tingkat rata-rata kedatangan  $\lambda$ . Hal ini secara logic dapat diterima karena  $\lambda < \mu$  dan keduanya mempunyai keterkaitan tersendiri. Namun pada kasus lain dimana pelanggan dengan jumlah maksimum  $N$ , seperti model (M/M/I) : (GD/N/∞), model biayanya akan dapat diuraikan berdasarkan  $N$  tersebut. Dengan demikian jumlah  $N$  dapat diberlakukan sebagai variabel keputusan bersama-sama dengan  $\mu$  dan dirumuskan untuk meminimalisasi biaya berikut ini :

$$TC(\mu N) = C_1\mu + C_2\mu L_s + C_3N + C_4\lambda P_N \quad (2.33)$$

Untuk :

$C_3$  = Biaya per unit waktu/ per unit akomodasi

$C_4$  = Biaya per pelanggan yang tertinggal (Bila N Pelanggan yang ditentukan terdapat pelanggan yang ditolak untuk dilayani)

Dengan catatan  $\lambda P_N$  menunjukkan jumlah pelanggan tertinggal (ditolak) per unit waktu . pada penguraian dari model ini kurang dapat dijelaskan secara matematis. Namun demikian model ini dapat diuraikan dengan teknik-teknik numerik sehingga didapat hasil yang optimal.

### 2.7.1.2 Jumlah Pelayan Optimal

Penguraian jumlah pelayan berkaitan erat dengan multiple serve (jumlah pelayanan yang banyak). Dengan demikian untuk model biayanya dapat juga dikembangkan melalui penguraian yang optimal dari jumlah serve K dengan asumsi  $\lambda$  dan  $\mu$  adalah bersifat (*fixed*).

Selanjutnya dengan model biaya yang sama seperti Total Biaya unit waktu maka dapat dirumuskan :

$$TC(k) = kC_1 + C_2L_s(k) \quad (2.34)$$

Dengan :

$C_1$  = Biaya setiap penambahan pelayanan per unit waktu

$C_2$  = Biaya menunggu per unit dan juga waktu menunggu per pelanggan

$L_s(k)$  = Ekspetasi jumlah pelanggan dalam sistem antrian dengan  $k$  pelayan  
(*serve*)

Dalam hal ini juga diketahui  $k$  adalah diskret, dan tidak dapat dideferensialkan. Oleh karena itu untuk mendapatkan  $k$  optimum dapat diuraikan melalui dua cara, yaitu:

1. Substitusikan langsung dari nilai-nilai yang sukses dari  $k$  untuk dapat meminimumkan  $TC(k)$  yang dibutuhkan
2. Dengan cara komputasi pada prosedur yang efisien untuk dikembangkan *necessary condition* (kondisi yang diperlukan) bagi suatu minimumisasi fungsi yang ada.

Cara yang kedua ini dapat diuraikan sebagai berikut :

1.  $TC(k - 1) \geq (k)$ , dan juga
2.  $TC(k + 1) \geq (k)$

dengan penguraian *necessary condition* akan diperoleh :

$$L_s(k) - L_s(k + 1) \leq \frac{C_1}{C_2} \leq L_s(k - 1) - L_s(k) \quad (2.35)$$

Untuk  $\frac{C_1}{C_2}$  merupakan hasil pencarian optimal dari  $k$  yang dapat diperoleh dengan perkiraan yang benar.

### 2.7.2 Model Tingkat Aspirasi

Model tingkat Aspirasi ini sudah dipahami sebagai model yang sulit untuk memperkirakan parameter biaya. Diperlukan suatu basis untuk

menggunakannya secara langsung dalam analisis sistem yang bertujuan untuk menemukan nilai optimal dari rangkaian desai parameter.

Optimalisasi ini dimaksudkan untuk menentukan tingkat aspirasi yang memadai dari pengambilan keputusan (*Decision Maker*). Tingkat Aspirasi dapat diartikan sebagai batas atas nilai-nilai dari perhitungan-perhitungan yang bertentangan, yang mana sipengambil keputusan harus menentukan keseimbangannya.

Didalam pelayanan majemuk (*multiple server*), model dari suatu sistem antrian perlu diurai sehingga nilai opimum dari jumlah pelayan : k dapat ditentukan dengan dua ukuran pertentangan yang dinyatakan sebagai berikut :

1. Adanya ekspetasi waktu menunggu didalam sistem antrian ( $W_s$ )
2. Adanya persentase dari pelayan untuk idle time X.

Hasil kedua pengukuran ini sangat berpengaruh terhadap aspirasi dari pelayan dan pelanggan dan pelayan. Bila dinyatakan bahwa tingkat aspirasi pada upper limits (batas atas), untuk  $W_s$  dan  $X_s$  diumpamakan  $\alpha$  dan  $\beta$ , maka metode tingkat aspirasi dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut :

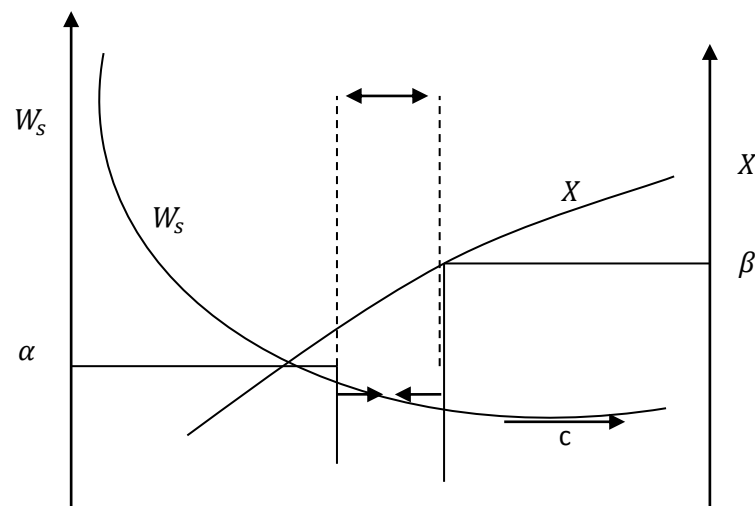
1. Dalam hal ini akan dilakukan analisis untuk mendapatkan jumlah pelayan (k) dengan  $W_s \leq \alpha$  dan  $X \leq \beta$ .
2. Dengan  $W_s$  yang didapatkan melalui analisis model (M/M/K) : ( GD/ $\infty/\infty$ ) dan dengan X yang dapat dirumuskan sebagai berikut :



$$\begin{aligned}
 X &= \frac{100}{k} \sum_{n=0}^k (k-n) \cdot P_n \\
 &= 100 \left(1 - \frac{\rho}{k}\right)
 \end{aligned}$$

(2.36)

3. Solusi dari persoalan ini mungkin dapat diperoleh dengan membuat gambar grafik  $W_s$  dan  $X$  yang berhadapan dengan  $k$  seperti dibawah ini



Gambar 2.6 Tingkat Aspirasi

4. Dengan menetapkan lokasi  $\alpha$  dan  $\beta$  pada grafik tingkat aspirasi maka kita akan dapat langsung menentukan range penerimaan nilai  $k$  yang sudah memenuhi kendala  $W_s$  dan  $X$  tersebut. Bila kedua kendala ini belum dapat diatasi maka kita perlu mencari perubahan yang terjadi pada salah satu atau kedua kendala tersebut sebelum pengambilan keputusan dilakukan.

(Kakiay, 2004: 270-279).

## 2.8 Optimalisasi

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia Optimalisasi adalah berasal dari kata dasar optimal yang berarti terbaik, tertinggi, paling menguntungkan, menjadikan paling baik, menjadikan paling tinggi, pengoptimalan proses, cara, perbuatan mengoptimalkan (menjadikan paling baik, paling tinggi, dan sebagainya) sehingga optimalisasi adalah suatu tindakan, proses, atau metodologi untuk membuat sesuatu (sebagai sebuah desain, sistem, atau keputusan) menjadi lebih/sepenuhnya sempurna, fungsional, atau lebih efektif.

Dalam penelitian ini optimalisasi digunakan untuk membuat gambaran sistem antrian pada loket farmasi rawat jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung lebih efektif .dan bisa memenuhi dari aspirasi kedua belah pihak.

## 2.9 Kerangka Berfikir

Antrian merupakan salah satu masalah operasional yang terjadi ketika permintaan melebihi kapasitas pelayanan. Penumpukan antrian dapat menimbulkan rasa ketidaknyamanan. Contohnya pada antrian diunit rawat jalan sebuah rumah sakit penumpukan terjadi dikarenakan mereka adalah orang-orang sakit yang memerlukan penanganan medis segera. Penilaian kualitas pelayanan sebuah rumah sakit tidak terlepas dari fungsi sebagai penyedia dan penyelenggara upaya kesehatan yang bersifat penyembuhan dan pemulihan pasien. Salah satu dimensi kualitas yang terpenting dari pelayanan adalah ketepatan waktu pelayanan yang berkaitan erat dengan waktu tunggu .

Antrian pada Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung terutama pada loket farmasi rawat jalan ini sangat menarik untuk diteliti karena dari pengamatan awal penulis, sistem antrian pada loket farmasi Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung menganut distribusi kedatangan secara acak. Kedatangan dianggap sebagai kedatangan yang acak bila kedatangan tersebut tidak terikat satu sama lain dan kejadian kedatangan tidak bisa diramalkan secara tepat.

Asumsi waktu pelayanan loket farmasi Rumah Sakit Ngesti Waluyo Temanggung bersifat acak, artinya waktu untuk melayani pasien tidak tergantung pada banyaknya waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pasien sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pasien yang sedang menunggu untuk dilayani.

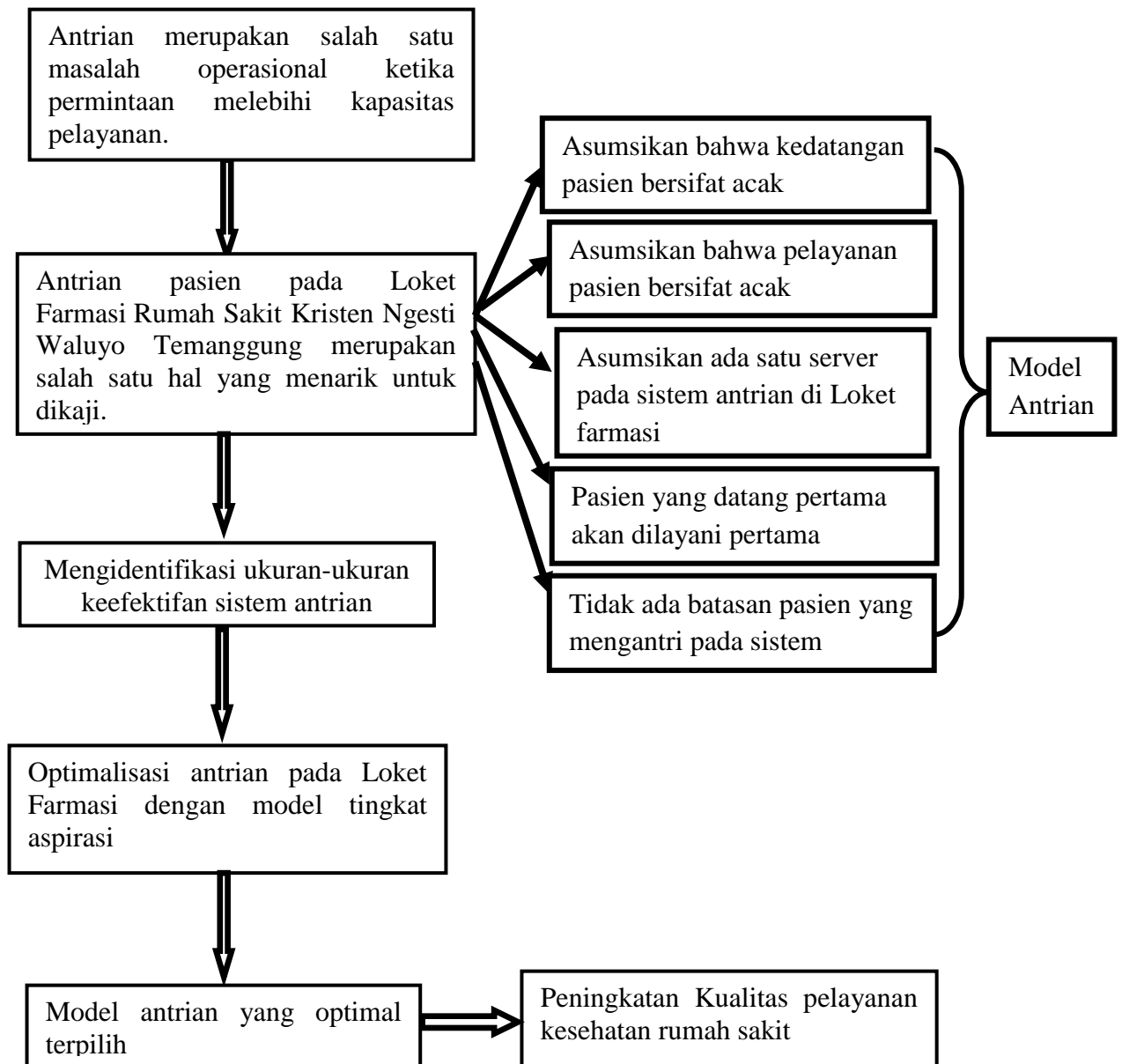
Untuk banyaknya pelayan yang melayani pada loket farmasi sendiri ada satu server dan untuk disiplin antrian sendiri atau aturan keputusan yang

menjelaskan cara melayani pelanggan yang mengantri adalah pertama masuk pertama dilayani atau FIFO, tidak terdapat pembatasan pasien dalam sistem antrian.

Dari asumsi-asumsi diatas bisa diidentifikasi model-model antrian suatu sistem antrian, jika sudah memperoleh model antrian bisa dilakukan proses selanjutnya yaitu mencari ukuran keefektifan suatu sitem antrian.

Ukuran keefektifan sistem antrian pada loket farmasi ini dijadikan bahan kajian penelitian untuk mengetahui karakteristik antrian pasien yang terjadi dan kemudian dilakukan optimalisasi antrian pada sistem pelayanan farmasi agar antrian bisa optimal dan juga dapat membantu dalam pengambilan keputusan atau kebijakan guna meningkatkan keefektifitas pelayanan kepada masyarakat pada pelayanan sosial.

Otimalisasi yang digunakan dengan menggunakan model tingkat aspirasi dengan mempertimbangkan antara aspirasi daripasien dan aspirasi dari pihak rumh sakit, agar mendapatkan model antrian yang efektif sehingga dapat meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan.



Gambar 2.7. Kerangka Berfikir

## **BAB 5**

### **PENUTUP**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Antrian yang terjadi di loket farmasi rawat jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung mengikuti model antrian (M/G/1) : (GD/ $\infty$ / $\infty$ ), berarti sistem antrian pada loket farmasi mengikuti pola kedatangan yang berdistribusi eksponensial, dan untuk waktu pelayanannya berdistribusi general, dengan jumlah loket pelayanan terdiri dari satu loket dengan peraturan pasien yang pertama datang akan dilayani pertama, serta tidak ada batasan jumlah pelayanan dan jumlah sumber kedatangannya tidak terbatas,
2. Berdasarkan perhitungan ukuran keefektifan menggunakan *software visual basic 6.0* didapatkan hasil sebagai berikut, untuk hari Senin, 26 Maret 2018 didapat kondisi tetap ( $\rho$ ) sebesar 0,782, rata-rata jumlah pasien dalam antrian (Lq) sebanyak 1,403 pasien, rata-rata pasien dalam sistem (Ls) sebanyak 2,185 pasien, rata-rata pasien menunggu dalam antrian (Wq) selama 1,824 menit dan rata-rata pasien menunggu dalam sistem (Ws) selama 2,840 menit. untuk hari Selasa, 27 Maret 2018 didapat kondisi tetap ( $\rho$ ) sebesar 0,958, rata-rata jumlah pasien dalam antrian (Lq) sebanyak 11 pasien, rata-rata pasien dalam sistem (Ls) sebanyak 11,96 pasien, rata-rata pasien menunggu dalam antrian (Wq) selama 13,21 menit dan rata-rata pasien menunggu dalam sistem (Ws) selama 14,36 menit. untuk hari Rabu,

28 Maret 2018 didapat kondisi tetap ( $\rho$ ) sebesar 0,634, rata-rata jumlah pasien dalam antrian ( $L_q$ ) sebanyak 0,550 pasien, rata-rata pasien dalam sistem ( $L_s$ ) sebanyak 1,184 pasien, rata-rata pasien menunggu dalam antrian ( $W_q$ ) selama 0,853 menit dan rata-rata pasien menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) selama 2,840 menit. Untuk hari Kamis, 29 Maret 2018 didapat kondisi tetap ( $\rho$ ) sebesar 0,609, rata-rata jumlah pasien dalam antrian ( $L_q$ ) sebanyak 0,475 pasien, rata-rata pasien dalam sistem ( $L_s$ ) sebanyak 1,085 pasien, rata-rata pasien menunggu dalam antrian ( $W_q$ ) selama 1,158 menit dan rata-rata pasien menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) selama 2,641 menit

3. Berdasarkan optimalisasi dengan model tingkat aspirasi, diperoleh model antrian untuk hari Senin, Rabu, dan Kamis yaitu  $(M/G/1) : (GD/\infty/\infty)$ , sudah optimal karena dari aspirasi kedua belah pihak tersebut sudah memenuhi rata-rata pasien menunggu dalam antrian ( $L_q$ ) tidak lebih dari 5 orang dan waktu rata-rata pasien menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) tidak lebih dari 10 menit. Dan untuk hari Selasa model sistem antrian  $(M/G/1) : (GD/\infty/\infty)$  belum optimal karena rata-rata pasien menunggu dalam antrian ( $L_q$ ) tidak lebih dari 5 orang dan waktu rata-rata pasien menunggu dalam sistem ( $W_s$ ) tidak lebih dari 10 menit, agar optimal disarankan ditambah satu petugas loket sehingga diperoleh model antrian  $(M/G/2) : (GD/\infty/\infty)$ .

## **5.2 Saran**

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut

Sitem antrian pada loket farmasi rawat jalan Rumah Sakit Kristen Ngesti Waluyo Temanggung sudah cukup baik, karena sistem kinerja yang relatif efektif, hanya untuk hari yang padat jika antrian lebih dari 5 orang maka disarankan adanya penambahan petugas loket. Tetapi tetap dengan memperhitungkan biaya.



## DAFTAR PUSTAKA

- Aminuddin.2005. *Prinsip-prinsip Riset Operasi*. Jakarta :Erlangga.
- Bronson, R. 1996. *Teori dan Soal-soal Operations Research*. Jakarta: Erlangga.
- Dimiyati,Tjutju dan Ahmad Dimiyati. (2004). *Operation Research (Model-Model Pengambilan Keputusan)*. Bndung: Sinar Baru Algesindo
- Djauhari, M.A. 1990. *Statistika Matematika*. Bandung : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung.
- Dwidayati, N. 2005. Optimalisasi Sarana Pembayaran Rekening Telepon Berdasar Model Tingkat Aspirasi. *Jurnal MIPA*, 28(3):155-162.
- Gross, Donald. 2008. *Fundamental Of Queuing Theory*, John Willey and Sons. New York.
- Kakiay, T.J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta:Andi.
- Mulyono, S. 2004. *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Nadeak, S., Sugito, Suparti. 2016. Analisis Antrian Pasien Instalasi Rawat Jalan Poliklinik Lantai 1 dan 2 RSUD Cengkareng, Jakarta. *Journal Gaussian*, 5(1). 211 – 220.
- Nduba, R., Mensah, S., Adote, E. 2017. *Queuing Characteristics of The Dental Department at Essikado Hospital*. *Journal of Mathematical Theory and Modeling*, 7(5).
- Ngestiwaluyo. (nd). Farmasi. Online <http://www.ngestiwaluyo.com/read/28/farmasi.html> [accessed 03/01/18]
- Nurhayati, R., Rochmad, Kartono. 2014. Analisis Proses Antrian Multiple Channel SinglePhase di Loker Administrasi dan Rawat Jalan RSUP Dr.Kariadi Semarang. *Unnes Journal of Mathematics*, 3(1). 1 – 6.
- Pangestu S., Marwan A., dan Handoko, T.H.1983. *Dasar-dasar Operartion Research*. Edisi2. BPFE. Yogyakarta.
- Ross, S.M. 1996. *Stochastic Processes Second Edition*. America: John Wiley & Sons, Inc.

- Sarah T. 2010. *A Residual Time Based Sceduling : Performance Modeling in M/G/C Queuing Applications*. University of Connecticut, Storrs, USA. Vol :746-755. June 2010.
- Sharma, A. K. & G. K. Sharma. 2013. Queueing Theory Approach With Queueing Model: A Study. *International Journal of Engineering Science Invention*, 2(2).
- Sidney Siegel. 1988. *Statistik Nonparametrik Untuk Ilmu-ilmu Sosial*. Jakarta : Gramedia
- Subagjo, P. 1983. *Dasar-dasar Operation Research*. Yogyakarta:BPFE, UGM.
- Sudjana.1996. *Metoda Statistika*. Bandung: TARSITO.
- Sugito dan Hoyyi, A. *Proses Antrian dengan Kedatangan Berdistribusi Poisson dan Pola Pelayanan Berdistribusi General*. Vol.6 No.1, juni 2013.
- Supranto, J. 2001. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga.
- Taha, H.A. 1997. *Riset Operasi Jilid Dua*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Tatkine, Tetsuya. 2001. *Queue Length Distribution in a FIFO Single-ServerQueue with Multiple Arrival Streams Having Different Service Time Distributions*. *Journal of Applied Mathematics*, Vol.39. 349-375.
- Tarliah, T. & A. Dimiyati. 1987. *Operations Research, Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Tarliah, T. & A. Dimiyati. 1999. *Operations Research, Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Walpole, R.E. & R.H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyurdan Ilmuwan*. Bandung: ITB.