# ESTIMASI PARAMETER REGRESI *ROBUST* MODEL *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION* (SUR) DENGAN METODE *GENERLAIZED LEAST SQUARE* (GLS)

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

Dimas Arif Yulianto

4111413001

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

**2018**

# PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan

Semarang, 31 Januari 2018

Dimas Arif Yulianto
4111413001

# PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Estimasi Parameter Regresi *Robust* Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan Metode *Generalized Least Square* (GLS)

disusun oleh

Dimas Arif Yulianto

4111413001

telah dipertahankan dihadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 26 Januari 2018

Panitia

Ketua

Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt.
196412231988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

Ketua Penguji

Dra. Sunarmi, M.Si.
195506241988032001

Anggota Penguji/Pembimbing I

Drs. Sugiman, M.Si.
196401111989011001

Anggota Penguji/Pembimbing II

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

# MOTTO DAN PERSEMBAHAN

**MOTTO**

- ❖ Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (Qs. Al-Insyirah: 6)
- ❖ Janganlah berduka cita, sesungghunya Allah bersama kita (*La Tahzan, Innallaha Ma'ana*)
- ❖ Wahai orang-orang yang beriman jadikanlah sabar dan sholat sebagai penolongmu. Sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar (Qs. Al-Baqarah: 153).
- ❖ Segeralah mencari solusi atas masalah yang kita peroleh

**PERSEMBAHAN**

- ❖ Kedua orang tua, bapak Mufti A'idin dan ibu Lin Herwati yang tanpa henti memberi dukungan baik materi maupun nonmateril.
- ❖ Kakakku tersayang, Risa Nur Amalia yang selalu memberikan motivasi.
- ❖ Keponakan tersayang, Dhanurendra Abiyasa Notogomo.
- ❖ Bapak Drs. Sugiman, M.Si dan Bapak Drs. Arief Agoestanto, M.Si, terimakasih atas bimbingan yang telah diberikan selama penulisan skripsi
- ❖ Teman-teman prodi Matematika angkatan 2013,

# KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang Maha Pengasih dan Penyayang, atas limpahan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**ESTIMASI REGRESI *ROBUST* MODEL *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION* (SUR) DENGAN METODE *GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS)**".

Penulis menyadari dalam menyelesaikan skripsi ini memperoleh banyak bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu, dengan rasa hormat, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum, selaku Rektor Universitas Negeri Semarang;
2. Prof. Dr. Zaenuri S.E, M.Si, Akt., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang;
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang dan dosen pembimbing pendamping;
4. Drs. Mashuri M.Si., selaku Ketua Prodi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang;
5. Dra. Sunarmi M.Si., selaku dosen penguji utama;
6. Dr. Rochmad M.Si., selaku dosen wali Prodi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang angkatan 2013;
7. Drs. Sugiman selaku dosen pembimbing utama, yang telah memberikan arahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini;

8. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika serta staf Tata Usaha Universitas Negeri Semarang yang telah membekali penulis dengan ilmu selama mengikuti perkuliahan dan penulisan skripsi;
9. Orang Tua dan Keluarga yang selalu memberikan doa, dukungan, dan semangat;
10. Teman-teman seangkatan Matematika 2013 yang selalu memberi dukungan, motivasi, dorongan, dan doa;
11. Teman-teman Himatika UNNES yang selalu memotivasi;
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca.

Semarang, 31 Januari 2018

Penulis

# ABSTRAK

**Yulianto, Dimas Arif.** 2018**.** ***Estimasi Parameter Regresi Robust Pada Model Seemingly Unrelated Regression (SUR) dengan Metode Generalized Least Square (GLS).*** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama: Drs. Sugiman, M.Si. dan Pembimbing Pendamping: Drs. Arief Agoestanto, M.Si

**Kata Kuci:** Regresi *Robust*, Model *Seemingly Unrelated Regression (SUR), Metode Generalized Least Square* (GLS)

Analisis regrsi linier digunakan untuk mengukur besar pengaruh variabel bebas (X) terhadap variabel terikat (Y). Estimasi parameter analisi regresi umumnya diselesaikan dengan *Ordinary Least Square* (OLS). Pada kenyataannya banyak ditemukan kasus bahwa data mengandung pencilan *(outlier)* yang menyebabkan estimasi koefisien regresi dengan OLS menjadi tidak tepat, sehingga diperlukan metode regresi *robust.* Model regresi linier *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) merupakan model yang menggunakan lebih dari satu persamaan regresi untuk menganalisis pengaruh variabel *independen* (bebas) terhadap variabel *dependen* (terikat) sehingga akan menghasilkan persamaan yang lebih efisien. Permasalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah menetukan estimasi parameter pada data yang mengandung pencilan *(outlier)* dengan regresi *robust* dan menentukan sistem persamaan regresi *robust* pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR).

Data amatan pada penelitian ini menggunakan 4 data yaitu nilai inflasi umum di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Rembang, dan Kabupaten Demak sebagai variabel terikat (Y), nilai inflasi di komoditas bahan makan ($X_1$) dan nilai inflasi di komoditas kesehatan ($X_2$). Analisis dimulai dengan uji asumsi klasik untuk semua data amatan, karena dalam data amatan mengandung pencilan *(outlier)* maka untuk mengestimasi parameternya menggunakan regrsi *robust.* Hasil regresi *robust* untuk setiap data sebagai berikut: $\hat{Y}_{LTS\_PKL} = 0{,}2876 + 0{,}2950X_1 + 0{,}5225X_2$; $\hat{Y}_{LTS\_SLT} = 0{,}0356 + 0{,}2641X_1 + 0{,}3077X_2$; $\hat{Y}_{LTS\_RMB} = 0{,}1586 + 0{,}2481X_1 + 0{,}1752X_2$; dan $\hat{Y}_{LTS\_DMK} = 0{,}1341 + 0{,}2139X_1 + 0{,}0930X_2$. Estimasi regresi robust menghasilkan nilai *r-square* yang lebih besar daripada menggunakan metode OLS pada data yang mengandung pencilan *(outlier).* Serta hasil estimasi regresi robust pada model SUR didapatkan persamaan sebagai berikut: $\hat{Y}_{SUR\_PKL} = 5{,}0672 + 0{,}1599X_1 - 0{,}1444X_2$; $\hat{Y}_{SUR\_SLT} = 1{,}0809 + 0{,}7577X_1 + 0{,}8029X_2$; $\hat{Y}_{SUR\_RMB} = 4{,}5134 + 0{,}1461X_1 + 0{,}2693X_2$; dan $\hat{Y}_{SUR\_DMK} = 3{,}7995 + 0{,}1638X_1 + 0{,}0495X_2$.

# DAFTAR ISI

# DAFTAR TABEL

# DAFTAR GAMBAR

# DAFTAR LAMPIRAN

# BAB 1

# PENDAHULUAN

## 1.1Latar Belakang

Pertumbuhan ekonomi (*economic growth*) merujuk kepada perkembangan kegiatan perekonomian suatu negara yang menyebabkan barang dan jasa yang diproduksi dalam masyarakat bertambah dan kemakmuran masyarakat meningkat dalam jangka panjang. Pertumbuhan ekonomi yang terjadi merupakan salah satu indikator yang digunakan untuk menilai keberhasilan pembangunan.

Perekonomian di suatu negara sangat dipengaruhi oleh berbagai faktor, faktor tersebut salah satunya adalah inflasi. Inflasi adalah suatu keadaan perekonomian yang menunjukan adanya kecenderungan kenaikan tingkat harga secara umum (*price level*). Dikatakan tingkat harga umum dikarenakan barang atau jasa yang ada di pasaran mempunyai jumlah dan jenis barang yang beragam dan sebagian besar dari harga barang tersebut selalu meningkat dan mengakibatkan inflasi. Inflasi juga bisa diakibatkan oleh kebijakan-kebijakan yang diambil oleh pemerintah. Suatu inflasi tidak boleh terlalu besar atau biasa disebut *hyper* inflasi karena akan mengakibatkan daya beli masyarakat turun dan juga tidak boleh terlalu rendah karena berakibat akan melemahkan daya saing.

Kenaikan harga pada komoditas atau barang dan jasa kebutuhan masyarakat yang tidak terkendali dan tidak stabil secara langsung berpengaruh terutama pada daya beli masyarakat. Selain itu juga secara makro berpengaruh pada iklim usaha dan perekonomian wilayah. Kebijakan ekonomi yang dilakukan pemerintah pusat pada dasarnya berpengaruh terhadap stabilitas ekonomi di daerah sehingga perkembangan inflasi di daerah tidak terlepas dari perkembangan inflasi secara nasional. Perekonomian di suatu negara dikatakan baik apabila kebijakan-kebijakan yang diambil oleh pemerintahnya bisa mengendalikan inflasi. Seberapa jauh dampak inflasi dalam perekonomian sangat tergantung kepada tingkat keparahan inflasi tersebut.

Menurut data inflasi yang telah dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS), pada tahun 2016 inflasi yang terjadi di tingkat nasional sebesar 3,02 persen atau terjadi kenaikan indeks dari 122,99 pada Bulan Desember 2015 menjadi 126,71 pada Bulan Desember 2016. Angka inflasi pada tahun 2016 ini lebih rendah dibandingkan dengan inflasi tahun 2015 yaitu sebesar 3,35 persen. Sedangkan laju inflasi di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2016 hampir sama dengan laju inflasi yang terjadi di tingkat nasional bahkan tidak jarang juga nilai laju inflasi pada Provinsi Jawa Tengah lebih tinggi dibandingkan nilai laju inflasi nasional. Tak hanya pada tahun 2016, pada empat tahun terakhir juga nilai laju inflasi di Provinsi Jawa Tengah hampir sama atau bahkan lebih dari nilai laju inflasi nasional. Data dapat dilihat di tabel 1.1.

Tabel 1.1 Data Inflasi Nasional dan Inflasi di Provinsi Jawa Tengah

Tahun 2013 – 2016

| Bulan | 2013 | | 2014 | |
|---|---|---|---|---|
| | **Nasional** | **Jawa Tengah** | **Nasional** | **Jawa Tengah** |
| Januari | 1,03 | 1,09 | 1,07 | 1,00 |
| Februari | 0,75 | 0,81 | 0,26 | 0,33 |
| Maret | 0,63 | 0,92 | 0,08 | 0,25 |
| April | -0,10 | -0,34 | -0,02 | -0,12 |
| Mei | -0,03 | -0,27 | 0,16 | 0,24 |
| Juni | 1,03 | 0,96 | 0,43 | 0,73 |
| Juli | 3,29 | 3,41 | 0,93 | 0,72 |
| Agustus | 1,12 | 1,15 | 0,47 | 0,45 |
| September | -0,35 | -0,72 | 0,27 | 0,22 |
| Oktober | 0,09 | 0,20 | 0,47 | 0,52 |
| November | 0,12 | 0,30 | 1,50 | 1,36 |
| Desember | 0,55 | 0,25 | 2,46 | 2,25 |
| Rata-Rata | 0,68 | 0,65 | 0,67 | 0,66 |
| **Bulan** | **2015** | | **2016** | |
| | **Nasional** | **Jawa Tengah** | **Nasional** | **Jawa Tengah** |
| Januari | -0,24 | -0,35 | 0,51 | 0,48 |
| Februari | -0,36 | -0,62 | -0,09 | -0,24 |
| Maret | 0,17 | 0,16 | 0,19 | 0,39 |
| April | 0,36 | 0,17 | -0,45 | -0,46 |
| Mei | 0,50 | 0,51 | 0,24 | 0,13 |
| Juni | 0,54 | 0,61 | 0,66 | 0,41 |
| Juli | 0,93 | 0,92 | 0,69 | 1,00 |
| Agustus | 0,39 | 0,29 | -0,02 | -0,25 |
| September | -0,05 | -0,15 | 0,22 | 0,09 |
| Oktober | -0,08 | -0,04 | 0,14 | 0,05 |
| November | 0,21 | 0,23 | 0,47 | 0,56 |
| Desember | 0,96 | 0,99 | 0,42 | 0,21 |
| Rata-Rata | 0,28 | 0,22 | 0,25 | 0,20 |

Nilai inflasi di tingkat provinsi juga mempengaruhi nilai inflasi tingkat kabupaten atau kota. Jika nilai inflasi di tingkat provinsi tinggi, inflasi di tingkat kabupaten atau kota juga cenderung tinggi juga. Berikut contoh nilai laju inflasi di 2 kota dan 2 kabupaten yang ada di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2016:

Tabel 1.2 Contoh Data Inflasi 2 Kota dan 2 Kabupaten di Provinsi Jawa Tengah

| No | Bulan | Nasional | Jawa Tengah | Kota Pekalongan | Kota Salatiga | Kab. Rembang | Kab. Demak |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | Januari | 0,51 | 0,48 | 0,46 | 0,42 | 0,42 | 0,38 |
| **2** | Februari | -0,09 | -0,24 | -0,16 | -0,25 | -0,16 | -0,27 |
| **3** | Maret | 0,19 | 0,39 | 0,28 | 0,37 | 0,31 | 0,40 |
| **4** | April | -0,45 | -0,46 | -0,36 | -0,49 | -0,47 | 0,52 |
| **5** | Mei | 0,24 | 0,13 | 0,33 | 0,11 | 0,10 | 0,11 |
| **6** | Juni | 0,66 | 0,41 | 0,87 | 0,41 | 0,29 | 0,42 |
| **7** | Juli | 0,69 | 1,00 | 0,78 | 1,01 | 0,77 | 1,04 |
| **8** | Agustus | -0,02 | -0,25 | -0,25 | -0,26 | -0,18 | -0,23 |
| **9** | September | 0,22 | 0,09 | 0,14 | 0,10 | 0,05 | 0,10 |
| **10** | Oktober | 0,14 | 0,05 | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,08 |
| **11** | November | 0,47 | 0,56 | 0,49 | 0,52 | 0,38 | 0,53 |
| **12** | Desember | 0,42 | 0,21 | 0,30 | 0,20 | 0,21 | 0,21 |

Pada tabel 1.2 diatas diketahui bahwa laju inflasi di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Rembang, dan Kabupaten Demak memiliki laju inflasi yang hampir sama dengan laju inflasi di Provinsi Jawa Tengah ataupun laju inflasi nasional dan tidak jarang juga laju inflasi di 2 kota dan 2 kabupaten tersebut lebih besar dari laju inflasi di Provinsi Jawa Tengah dan laju inflasi nasional.

Faktor yang mempengaruhi nilai laju inflasi umum yang terjadi di tingkat kota atau kabupaten adalah nilai laju inflasi dari beberapa kelompok komoditi diantaranya kelompok bahan makanan dan kelompok kesehatan. Bahan makanan dan kesehatan merupakan salah satu kebutuhan pokok yang diperlukan oleh masyarakat setiap harinya. Jika terjadi inflasi pada bahan makan dan kesehatan maka akan berakibat fatal kepada kemakmuran masyarakat. Berikut contoh nilai laju inflasi bahan makanan dan kesehatan di 2 kota dan 2 kabupaten di Jawa Tengah

Tabel 1.3 Data Inflasi Umum, Inflasi Bahan Makanan, dan Inflasi Kesehatan di Kota Pekalongan dan Kota Salatiga Tahun 2016.

| **Bulan** | **Kota Pekalongan** | | | **Kota Salatiga** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Inflasi Umum** | **Bahan Makanan** | **Kesehatan** | **Inflasi Umum** | **Bahan Makanan** | **Kesehatan** |
| **Januari** | 0,46 | 1,36 | 0,05 | 0,42 | 1,95 | 0,02 |
| **Februari** | 0,30 | -0,34 | 0,27 | -0,25 | -1,19 | 0,21 |
| **Maret** | 0,58 | 0,74 | 0,51 | 0,37 | 1,67 | 0,14 |
| **April** | 0,23 | -2,25 | 1,30 | -0,49 | -1,05 | 0,11 |
| **Mei** | 0,56 | -1,37 | 1,30 | 0,11 | 0,08 | 0,15 |
| **Juni** | 1,17 | -0,38 | 1,30 | 0,41 | 1,26 | 0,05 |
| **Juli** | 2,15 | 2,36 | 1,42 | 1,01 | 1,87 | 0,11 |
| **Agustus** | 1,89 | 2,14 | 1,76 | -0,26 | -0,79 | 0,23 |
| **September** | 2,03 | 2,66 | 1,76 | 0,10 | -0,31 | 0,11 |
| **Oktober** | 2,14 | 2,50 | 1,76 | 0,05 | -0,08 | -0,04 |
| **November** | 2,64 | 4,89 | 1,77 | 0,52 | 2,07 | 0,06 |
| **Desember** | 2,94 | 6,03 | 1,99 | 0,20 | -0,01 | 0,31 |
| **Rata-Rata** | 1,42 | 1,53 | 1,30 | 0,19 | 0,46 | 0,12 |

Tabel 1.4 Data Inflasi Umum, Inflasi Bahan Makanan, dan Inflasi Kesehatan di Kabupaten Demak dan Kabupaten Rembang Tahun 2016.

| **Bulan** | **Kabupaten Demak** | | | **Kabupaten Rembang** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Inflasi Umum** | **Bahan Makanan** | **Kesehatan** | **Inflasi Umum** | **Bahan Makanan** | **Kesehatan** |
| Januari | 0,38 | 1,59 | 0,63 | 0,42 | 2,33 | 0,15 |
| Februari | -0,27 | -0,66 | 0,01 | -0,16 | -1,06 | 0,10 |
| Maret | 0,40 | 1,49 | 0,16 | 0,31 | 0,74 | 0,22 |
| April | 0,52 | -1,57 | 0,23 | -0,47 | -0,91 | 0,08 |
| Mei | 0,11 | 0,16 | 0,00 | 0,10 | 0,05 | 0,14 |
| Juni | 0,42 | 1,75 | 0,06 | 0,29 | 0,54 | 0,00 |
| Juli | 1,04 | 2,59 | 0,08 | 0,77 | 1,83 | 0,17 |
| Agustus | -0,23 | 0,38 | 0,02 | -0,18 | -0,9 | 0,14 |
| September | 0,10 | -0,29 | 0,56 | 0,05 | -0,11 | 0,12 |
| Oktober | 0,08 | 0,49 | 0,07 | 0,02 | -0,11 | 0,15 |
| November | 0,53 | 2,08 | 0,08 | 0,38 | 1,36 | 0,00 |
| Desember | 0,21 | -0,06 | 0,22 | 0,21 | 0,28 | 0,14 |
| Rata-Rata | 0,27 | 0,66 | 0,18 | 0,15 | 0,33 | 0,12 |

Berdasarkan tabel 1.2 diketahui bahwa pada satu tahun terakhir atau pada tahun 2016 inflasi di Provinsi Jawa Tengah mengalami inflasi yang hampir sama atau bahkan lebih tinggi dari inflasi nasional (inflasi di Indonesia) bahkan nilai inflasi di beberapa kabupaten dan kota yang ada di Provinsi Jawa Tengah contohnya di Kabupaten Demak, Kabupaten Rembang, Kota Pekalongan, dan Kota Salatiga memiliki inflasi yang lebih dari atau sama dengan nilai inflasi Provinsi Jawa Tengah ataupun nilai inflasi nasional. Nilai inflasi yang terjadi di Kabupaten Demak, Kabupaten Rembang, Kota Pekalongan, dan Kota Salatiga atau bisa disebut sebagai nilai inflasi umum ini dipengaruhi oleh inflasi di berbagai kelompok komoditi salah satunya adalah inflasi dikomoditi bahan makanan dan inflasi dikomoditi kesehatan.

Pada tabel 1.3 dan tabel 1.4 diketahui bahwa inflasi dikomoditi bahan makanan dan inflasi dikomoditi kesehatan pada satu tahun terakhir memiliki nilai rata-rata inflasi yang hampir sama dengan nilai rata-rata inflasi umum yang terjadi di masing-masing kabupaten atau kota tersebut sehingga perlu dilakukan suatu analisis yang membahas tentang pengaruh yang ditimbulkan dari faktor inflasi di setiap komoditi terhadap nilai inflasi umum yang terjadi di kabupaten atau kota tersebut dan dengan didapatkan informasi tersebut diharapkan dapat menanggulani masalah inflasi di tingkat kabupaten atau kota dan provinsi bahkan juga inflasi nasional.

Menganalisis faktor-faktor yang dapat mempengaruhi laju inflasi adalah salah satu cara guna menanggulangi masalah inflasi. Ketika menganalisis faktor-faktor tersebut kemudian akan didapatkan informasi tentang besar pengaruh dan diskripsi dari setiap faktor-faktor yang menyebabkan inflasi itu sehingga dengan informasi tersebut diharapakan pemerintah pusat atau daerah bisa mengeluarkan kebijakan-kebijakan yang tepat sesuai dengan keadaan dan kondisi dari setiap kota dan kabupaten khususnya di Provinsi Jawa Tengah atau dengan kata lain jika menganalisis laju inflasi di tingkat kabupaten atau kota terlebih dahulu maka informasi yang diperoleh dari analisis tersebut bisa digunakan sebagai acuan untuk pengambilan kebijakan pemerintah (pemerintah pusat atau daerah). Cara menganalisis tersebut biasa dibahas dalam ilmu statistika yaitu menggunakan analisis regresi.

Analisis regresi linier merupakan metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel terikat *(dependent variabel)* dengan satu atau lebih variabel bebas *(independent variable)*. Analisis regresi memiliki beberapa kegunaan, yaitu untuk tujuan deskripsi dari fenomena data atau kasus yang sedang diteliti, tujuan kontrol, dan tujuan prediksi. Regresi mampu mendeskripsikan fenomena data melalui terbentuknya suatu model hubungan yang bersifat numerik. Regresi juga dapat digunakan untuk melakukan pengendalian (kontrol) terhadap suatu kasus atau hal-hal yang sedang diamati melalui penggunaan model regresi yang diperoleh. Selain itu, model regresi juga dapat dimanfaatkan untuk melakukan prediksi variabel terikat.

Salah satu tujuan dalam analisis regresi linier adalah mengestimasi koefisien regresi dalam suatu model (Yafee, 2002). Pada umumnya, untuk mengestimasi koefisien regresi digunakan *Ordinary Least Square* (OLS) dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual. Penggunaan metode OLS memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi. Jika asumsi-asumsi klasik terpenuhi maka estimasi parameter yang diperoleh bersifat *Best Linier Unbiased Estimate* (BLUE). Pada berbagai kasus tidak jarang ditemui hal-hal yang menyebabkan tidak terpenuhinya asumsi klasik. Salah satu penyebabnya adalah adanya pencilan *(outlier)* dalam data amatan.

Data pencilan *(outlier)* adalah data pengamatan yang berada jauh (ekstrim) dari pengamatan-pengamatan lainnya. Pencilan *(outlier)* mungkin muncul karena adanya data terkontaminasi, yaitu adanya kesalahan pada saat melakukan pengambilan sampel pada populasi dan bisa disebabkan salah input data. Pencilan *(outlier)* yang disebabkan oleh data terkontaminasi dapat dihapuskan dari data penelitian atau jika memungkinkan dapat dilakukan *sampling* ulang. Jika setelah beberapa kali melakukan *sampling* namun data pencilan *(outlier)* tetap muncul maka data tersebut tidak dapat dihapus dari data penelitian, karena analisis data yang dihasilkan tidak mencerminkan populasi yang diteliti. Guna mendeteksi ada tidaknya pencilan *(outlier)* pada data amatan dapat digunakan dengan beberapa metode salah satunya dengan metode DFFITS.

Sebelum menganalisis besar pengaruh sutau variabel bebas ke variabel terikat yang dalam kasus ini adalah pengaruh inflasi dikelompok komoditi bahan makanan dan kesehatan terhadapa inflasi umum di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang terlebih dahulu dilakukan pengecekan ada tidaknya pencilan *(outlier)* pada data amatan. Data amatan yang digunakan pada penelitian ini adalah data bulanan nilai inflasi umum serta nilai inflasi dikelompok komoditi bahan makan dan kesehatan di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang dari tahun 2013 – 2016 dengan inflasi umum sebagai variabel terikat dan inflasi dikelompok komoditi sebagai variabel bebasnya. Berdasarkan hasil pengecekan data outlier dengan metode DFFITS didapatkan informasi pada tabel 1.5 – tabel 1.9 sebagai berikut.

Tabel 1.5 Hasil Pendeteksian Pencilan *(Outlier)* Pada Data Inflasi Umum di Kota Salatiga Tahun 2013 – 2016 dengan Metode DFFITS.

| **Bulan** | **Kota Salatiga** | | **Bulan** | **Kota Salatiga** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **DFFITS** | **Pencilan** | | **DFFITS** | **Pencilan** |
| Jan-13 | -0,1557 | Tidak ada | Jan-15 | -0,2813 | Tidak ada |
| Feb-13 | -0,3855 | Tidak ada | Feb-15 | -0,0372 | Tidak ada |
| Mar-13 | -0,2838 | Tidak ada | Mar-15 | 0,0451 | Tidak ada |
| Apr-13 | 0,1608 | Tidak ada | Apr-15 | 0,2730 | Tidak ada |
| Mei-13 | -0,2386 | Tidak ada | Mei-15 | -0,1802 | Tidak ada |
| Jun-13 | 0,1999 | Tidak ada | Jun-15 | -0,1556 | Tidak ada |
| Jul-13 | **2,3393** | **Ada** | Jul-15 | -0,0358 | Tidak ada |
| Agu-13 | -0,0674 | Tidak ada | Agu-15 | -0,2213 | Tidak ada |
| Sep-13 | -0,0543 | Tidak ada | Sep-15 | 0,1709 | Tidak ada |
| Okt-13 | -0,0280 | Tidak ada | Okt-15 | -0,0438 | Tidak ada |
| Nov-13 | 0,0428 | Tidak ada | Nov-15 | -0,0434 | Tidak ada |
| Des-13 | -0,0283 | Tidak ada | Des-15 | -0,3758 | Tidak ada |
| Jan-14 | 0,2756 | Tidak ada | Jan-16 | -0,2295 | Tidak ada |
| Feb-14 | -0,0780 | Tidak ada | Feb-16 | -0,0247 | Tidak ada |
| Mar-14 | -0,0665 | Tidak ada | Mar-16 | -0,1756 | Tidak ada |
| Apr-14 | **0,8306** | **Ada** | Apr-16 | -0,1732 | Tidak ada |
| Mei-14 | 0,0854 | Tidak ada | Mei-16 | -0,0403 | Tidak ada |
| Jun-14 | 0,0543 | Tidak ada | Jun-16 | -0,0834 | Tidak ada |
| Jul-14 | -0,0031 | Tidak ada | Jul-16 | 0,1063 | Tidak ada |
| Agu-14 | -0,0798 | Tidak ada | Agu-16 | -0,0992 | Tidak ada |
| Sep-14 | 0,1169 | Tidak ada | Sep-16 | 0,0163 | Tidak ada |
| Okt-14 | 0,1688 | Tidak ada | Okt-16 | -0,0313 | Tidak ada |
| Nov-14 | **0,7507** | **Ada** | Nov-16 | -0,1935 | Tidak ada |
| Des-14 | **0,9977** | **Ada** | Des-16 | -0,0077 | Tidak ada |

Berdasarakan tabel 1.5 diketahui bahwa pada data inflasi Bulan Juli 2013, Bulan April 2014, Bulan November 2014, dan Bulan Desember 2014 di Kota Salatiga mengandung data pencilan *(outlier)*.

Tabel 1.6 Hasil Pendeteksian Pencilan *(Outlier)* Pada Data Inflasi Umum di Kota Pekalongan Tahun 2013 – 2016 dengan Metode DFFITS.

| **Bulan** | **Kota Pekalongan** | | **Bulan** | **Kota Pekalongan** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **DFFITS** | **Pencilan** | | **DFFITS** | **Pencilan** |
| Jan-13 | -0,0877 | Tidak ada | Jan-15 | -0,3721 | Tidak ada |
| Feb-13 | -0,2776 | Tidak ada | Feb-15 | -0,3264 | Tidak ada |
| Mar-13 | -0,2206 | Tidak ada | Mar-15 | -0,3504 | Tidak ada |
| Apr-13 | -0,0822 | Tidak ada | Apr-15 | -0,1125 | Tidak ada |
| Mei-13 | -0,1155 | Tidak ada | Mei-15 | -0,0173 | Tidak ada |
| Jun-13 | -0,0581 | Tidak ada | Jun-15 | -0,0613 | Tidak ada |
| Jul-13 | **0,8476** | **Ada** | Jul-15 | -0,3230 | Tidak ada |
| Agu-13 | 0,3586 | Tidak ada | Agu-15 | -0,2052 | Tidak ada |
| Sep-13 | 0,2523 | Tidak ada | Sep-15 | -0,0126 | Tidak ada |
| Okt-13 | -0,0254 | Tidak ada | Okt-15 | -0,0134 | Tidak ada |
| Nov-13 | -0,0219 | Tidak ada | Nov-15 | 0,4010 | Tidak ada |
| Des-13 | -0,2780 | Tidak ada | Des-15 | -0,1201 | Tidak ada |
| Jan-14 | 0,1208 | Tidak ada | Jan-16 | -0,0425 | Tidak ada |
| Feb-14 | 0,0131 | Tidak ada | Feb-16 | 0,2017 | Tidak ada |
| Mar-14 | 0,0915 | Tidak ada | Mar-16 | -0,0031 | Tidak ada |
| Apr-14 | 0,3099 | Tidak ada | Apr-16 | 0,2179 | Tidak ada |
| Mei-14 | 0,4483 | Tidak ada | Mei-16 | 0,1918 | Tidak ada |
| Jun-14 | 0,2125 | Tidak ada | Jun-16 | 0,3460 | Tidak ada |
| Jul-14 | 0,0563 | Tidak ada | Jul-16 | 0,2660 | Tidak ada |
| Agu-14 | -0,1246 | Tidak ada | Agu-16 | -0,0011 | Tidak ada |
| Sep-14 | 0,0384 | Tidak ada | Sep-16 | -0,0286 | Tidak ada |
| Okt-14 | -0,1666 | Tidak ada | Okt-16 | 0,0713 | Tidak ada |
| Nov-14 | -0,0544 | Tidak ada | Nov-16 | -0,2522 | Tidak ada |
| Des-14 | 0,0491 | Tidak ada | Des-16 | **-0,6617** | **Ada** |

Berdasarakan tabel 1.6 diketahui bahwa pada data inflasi Bulan Juli 2013 dan Bulan Desember 2016 di Kota Pekalongan mengandung data pencilan *(outlier)*.

Tabel 1.7 Hasil Pendeteksian Pencilan *(Outlier)* Pada Data Inflasi Umum di Kabupaten Rembang Tahun 2013 – 2016 dengan Metode DFFITS.

| **Bulan** | **Kabupaten Rembang** | | **Bulan** | **Kabupaten Rembang** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **DFFITS** | **Pencilan** | | **DFFITS** | **Pencilan** |
| Jan-13 | 0,0389 | Tidak ada | Jan-15 | -0,4790 | Tidak ada |
| Feb-13 | 0,0223 | Tidak ada | Feb-15 | -0,3007 | Tidak ada |
| Mar-13 | 0,2033 | Tidak ada | Mar-15 | **0,7370** | **Ada** |
| Apr-13 | 0,2605 | Tidak ada | Apr-15 | 0,2670 | Tidak ada |
| Mei-13 | 0,0212 | Tidak ada | Mei-15 | -0,0501 | Tidak ada |
| Jun-13 | -0,0027 | Tidak ada | Jun-15 | -0,0569 | Tidak ada |
| Jul-13 | -0,0055 | Tidak ada | Jul-15 | **0,6586** | **Ada** |
| Agu-13 | 0,1289 | Tidak ada | Agu-15 | 0,0344 | Tidak ada |
| Sep-13 | -0,0405 | Tidak ada | Sep-15 | -0,0648 | Tidak ada |
| Okt-13 | -0,0432 | Tidak ada | Okt-15 | -0,0859 | Tidak ada |
| Nov-13 | -0,0054 | Tidak ada | Nov-15 | -0,0702 | Tidak ada |
| Des-13 | -0,1068 | Tidak ada | Des-15 | -0,3469 | Tidak ada |
| Jan-14 | 0,0404 | Tidak ada | Jan-16 | -0,4607 | Tidak ada |
| Feb-14 | 0,1058 | Tidak ada | Feb-16 | -0,0828 | Tidak ada |
| Mar-14 | 0,1938 | Tidak ada | Mar-16 | -0,0604 | Tidak ada |
| Apr-14 | 0,4946 | Tidak ada | Apr-16 | -0,3418 | Tidak ada |
| Mei-14 | -0,0084 | Tidak ada | Mei-16 | -0,0692 | Tidak ada |
| Jun-14 | 0,1081 | Tidak ada | Jun-16 | -0,0661 | Tidak ada |
| Jul-14 | 0,0582 | Tidak ada | Jul-16 | 0,0289 | Tidak ada |
| Agu-14 | -0,0197 | Tidak ada | Agu-16 | -0,1172 | Tidak ada |
| Sep-14 | -0,0547 | Tidak ada | Sep-16 | -0,0773 | Tidak ada |
| Okt-14 | -0,0714 | Tidak ada | Okt-16 | -0,0899 | Tidak ada |
| Nov-14 | **0,6288** | **Ada** | Nov-16 | -0,1830 | Tidak ada |
| Des-14 | **1,4302** | **Ada** | Des-16 | -0,0456 | Tidak ada |

Berdasarakan tabel 1.7 diketahui bahwa pada data inflasi Bulan November 2013, Bulan Desember 2014, Bulan Maret 2015, dan Bulan Juli 2015 di Kabupaten Rembang mengandung data pencilan *(outlier)*.

Tabel 1.8 Hasil Pendeteksian Pencilan *(Outlier)* Pada Data Inflasi Umum di Kabupaten Demak Tahun 2013 – 2016 dengan Metode DFFITS.

| **Bulan** | **Kabupaten Demak** | | **Bulan** | **Kabupaten Demak** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **DFFITS** | **Pencilan** | | **DFFITS** | **Pencilan** |
| Jan-13 | -0,0571 | Tidak ada | Jan-15 | **1,8605** | **Ada** |
| Feb-13 | -0,0160 | Tidak ada | Feb-15 | -0,2983 | Tidak ada |
| Mar-13 | -0,3063 | Tidak ada | Mar-15 | 0,1632 | Tidak ada |
| Apr-13 | -0,1354 | Tidak ada | Apr-15 | 0,1788 | Tidak ada |
| Mei-13 | -0,1560 | Tidak ada | Mei-15 | -0,0499 | Tidak ada |
| Jun-13 | 0,0860 | Tidak ada | Jun-15 | -0,1520 | Tidak ada |
| Jul-13 | **1,7789** | **Ada** | Jul-15 | -0,0336 | Tidak ada |
| Agu-13 | **0,9190** | **Ada** | Agu-15 | -0,0333 | Tidak ada |
| Sep-13 | -0,1231 | Tidak ada | Sep-15 | -0,1028 | Tidak ada |
| Okt-13 | -0,0228 | Tidak ada | Okt-15 | -0,1363 | Tidak ada |
| Nov-13 | 0,1436 | Tidak ada | Nov-15 | -0,0799 | Tidak ada |
| Des-13 | 0,0410 | Tidak ada | Des-15 | -0,1960 | Tidak ada |
| Jan-14 | -0,0032 | Tidak ada | Jan-16 | -0,0864 | Tidak ada |
| Feb-14 | -0,2677 | Tidak ada | Feb-16 | -0,1530 | Tidak ada |
| Mar-14 | -0,0353 | Tidak ada | Mar-16 | -0,0693 | Tidak ada |
| Apr-14 | -0,0975 | Tidak ada | Apr-16 | 0,2722 | Tidak ada |
| Mei-14 | -0,0444 | Tidak ada | Mei-16 | -0,0676 | Tidak ada |
| Jun-14 | -0,0718 | Tidak ada | Jun-16 | -0,0848 | Tidak ada |
| Jul-14 | 0,0733 | Tidak ada | Jul-16 | 0,0706 | Tidak ada |
| Agu-14 | 0,1077 | Tidak ada | Agu-16 | -0,1875 | Tidak ada |
| Sep-14 | -0,0144 | Tidak ada | Sep-16 | -0,0455 | Tidak ada |
| Okt-14 | -0,0301 | Tidak ada | Okt-16 | -0,0969 | Tidak ada |
| Nov-14 | 0,4321 | Tidak ada | Nov-16 | -0,0774 | Tidak ada |
| Des-14 | **0,7278** | **Ada** | Des-16 | -0,0222 | Tidak ada |

Berdasarakan tabel 1.8 diketahui bahwa pada data inflasi Bulan Juli 2013, Bulan Agustus 2013, Bulan Desember 2014, dan Bulan Januari 2015 di Kabupaten Demak mengandung data pencilan *(outlier)*. Hasil pengecekan pencilan *(outlier)* pada data, disimpulkan bahwa beberapa data inflasi umum dan inflasi di setiap kelompok komoditi di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang tahun 2013 – 2106 mengandung data pencilan *(outlier)* sehingga bisa mengakibatkan tidak terpenuhinya asumsi – asumsi klasik.

Apabila asumsi tidak terpenuhi, maka penggunaan metode OLS untuk mengestimasi parameter regesi akan memberikan kesimpulan yang kurang baik atau nilai penduga parameternya bersifat bias sehingga berakibat interpretasi hasil menjadi tidak valid. Oleh karena itu untuk mengatasi hal tersebut diperlukan metode lain agar analisis data dengan adanya data pencilan *(outlier)* tetap tahan terhadap asumsi yang diterapkan pada analisis datanya. Metode tersebut dikenal dengan metode *robust.*

Regresi *robust* diperkenalkan oleh Andrews (1972), yaitu metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari residual tidak normal atau adanya beberapa pencilan *(outlier)* yang berpengaruh pada model. Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh pencilan *(outlier)* sehingga dihasilkan model yang *robust* atau *resistance* terhadap pencilan *(outlier)*. Menurut Chen (2012) regresi *robust* terdiri dari 5 metode penduga, yaitu estimasi *robust* M, estimasi *robust least median of square* (LMS), estimasi *robust least trimmed square* (LTS), estimasi *robust* S dan estimasi *robust* MM.

Model regresi linier merupakan model yang paling umum untuk menggambarkan hubungan antara dua variabel yaitu variabel dependen dan variabel independen. Namun, kebanyakan peneliti hanya menggunakan satu persamaan regresi untuk menganalisis pengaruh variabel independen (bebas) terhadap variabel dependen (terikat). Padahal ketika menganalisis pengaruh variabel independen (bebas) terhadap variabel dependen (terikat) menggunakan regresi linier dengan menggunakan persamaan regresi yang lebih dari satu persamaan akan menghasilkan hasil estimator yang lebih efisien. Model regresi linier ini disebut model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR).

Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) diperkenalkan oleh Arnold Zellner pada tahun 1962, Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) merupakan model regresi linier yang terdiri dari beberapa persamaan regresi (sistem persamaan regresi) yang saling berkorelasi. Masing-masing model SUR memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan *(seemingly unrelated)*.

Menurut Greene (2003) dalam bukunya *Econometric Analysis* model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dapat diestimasikan menggunakan beberapa metode antara lain metode *Maximum Likelihood*, *Generalized Least Square* (GLS), dan *Feasible Generalized Least Square* (FGLS). Dari ketiga metode tersebut, metode *Generalized Least Square* (GLS) merupakan metode yang sederhana yang lazim digunakan untuk mengestimasi parameter model SUR serta menghasilkan estimator yang *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE).

Estimasi parameter pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) memiliki beberapa kelebihan antara lain lebih efisien karena estimasi parameter dilakukan secara serempak dan melibatkan korelasi residual *contemporaneous* dalam perhitungan. Berdasarkan uraian di atas, pada skripsi ini penulis akan mengkaji tentang model regresi SUR pada estimasi regresi *robust* yang berjudul "**Estimasi Parameter Regresi *Robust* Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan Metode *Generalized Least Square* (GLS)**"

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas maka disusun rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana hasil estimasi regresi *robust* pada data laju inflasi atau deflasi umum di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang pada tahun 2013 – 2016?
2. Bagaimana sistem persamaan regresi *robust* pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan metode GLS pada data laju inflasi atau deflasi umum di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang pada tahun 2013 – 2016?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Identifikasi pencilan (*outlier*) hanya menggunakan metode DFFITS
2. Penelitian hanya menggunakan metode LTS pada regresi *robust* dan metode GLS pada pemodelan *Seemingly Unrelated Regression* (SUR).
3. Paket program yang mendukung penelitian adalah SPSS 22, Ms. Excel 2013, dan SAS 9.1.3.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah, penulisan skripsi ini bertujuan sebagai berikut.

1. Memperoleh hasil estimasi regresi linier metode *robust* LTS pada data laju inflasi atau deflasi di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang pada tahun 2013 – 2016.

2. Memperoleh sistem persamaan regresi *robust* pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan metode GLS pada data laju inflasi atau deflasi umum di Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kabupaten Demak, dan Kabupaten Rembang pada tahun 2013 – 2016.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

### 1.5.1 Bagi Mahasiswa

Manfaat dari penelitian ini bagi mahasiswa adalah agar dapat:

1. memperoleh pengetahuan tentang data pencilan *(outlier),*
2. memperoleh pengetahuan mengenai prosedur untuk memperoleh hasil estimasi regresi *robust* dengan metode LTS, dan
3. memperoleh pengetahuan mengenai prosedur untuk memperoleh hasil estimasi regresi linier metode *robust* LTS pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR).

### 1.5.2 Bagi Pembaca

Manfaat dari penelitian ini bagi pembaca adalah agar dapat:

1. menambah atau memperkaya khasanah kepustakaan Jurusan Matematika,
2. menambah topik kajian tentang pencilan *(outlier)* dan regresi *robust* metode *Least Trimmed Square* (LTS), dan
3. menambah pengetahuan tentang model linier *Seemingly Unrelated Regression* (SUR).

## 1.6 Sistematika Penulisan

Secara umum penulisan skripsi ini terdiri dari tiga bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir. Berikut ini dijelaskan masing-masing bagian skripsi.

### 1.6.1 Bagian Awal

Bagian awal terdiri dari halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahan, moto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

### 1.6.2 Bagian Isi

Bagian isi merupakan bagian pokok proposal yang terdiri dari tiga bab, yaitu:

Bab 1 Pendahuluan

Pada bab Pendahuluan dikemukakan tentang alasan pemilihan judul, permasalahan, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

Bab 2 Tinjauan Pustaka

Pada bab Tinjauan Pustaka dikemukakan konsep-konsep yang dijadikan landasan teori seperti analisis regresi, residual, OLS, uji asumsi klasik, pencilan, regresi *robust*, model SUR, inflasi dan deflasi, penelitian terdahulu, serta kerangka berpikir juga dikemukakan pada bab ini.

Bab 3 Metode Penelitian

Pada bab Metode Penelitian berisi penentuan masalah, fokus penelitian, pengumpulan data, metode analisis data, dan penarikan kesimpulan.

Bab 4 Pembahasan

Pada bab pembahasan berisi hasil penelitian dan pembahasan sebagai jawaban atas permasalahan.

Bab 5 Penutup

Pada bab penutup dikemukakan kesimpulan dari pembahasan dan saran yang berkaitan dengan kesimpulan.

### 1.6.3 Bagian Akhir

Bagian akhir proposal meliputi daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung.

# BAB 2

# LANDASAN TEORI

## 2.1 Tinjauan Pustaka

### 2.1.1 Pengertian Regresi Linier

Istilah regresi diperkenalkan pertama kali dalam konsep statistik yang digunakan oleh Sir Francis Galton dimana yang bersangkutan melakukan kajian yang menunjukan bahwa tinggi badan anak-anak yang dilahirkan dari para orang tua yang tinggi cenderung bergerak *(regress)* ke arah ketinggian rata-rata populasi secara keseluruhan. Galton memperkenalkan kata regresi *(regression)* sebagai nama proses umum untuk memprediksi satu variabel, yaitu tinggi badan anak dengan menggunakan variabel lain, yaitu tinggi badan orang tua. Pada perkembangan berikutnya hukum Galton mengenai regresi ini ditegaskan lagi oleh Karl Pearson dengan menggunakan data lebih dari seribu.

Regresi dalam pengertian modern menurut Gujarati adalah kajian terhadap ketergantungan satu variabel, yaitu variabel bebas terhadap satu atau lebih variabel lainnya (variabel eksplanatori) dengan tujuan untuk membuat estimasi dan / atau memprediksi rata-rata populasi atau nilai rata-rata variabel tergantung dalam kaitannya dengan nilai-nilai yang sudah diketahui dari variabel eksplanatorinya (Gujarati, 2004).

Analisis regresi merupakan suatu metode untuk menentukan hubungan sebab – akibat antara variabel satu dengan variabel lainnya. Analisis regresi berkenaan dengan studi ketergantungan satu variabel yaitu variabel terikat pada satu atau lebih variabel bebas yang diketahui. Selain untuk melihat hubungan antara variabel bebas *(independent variabel)* dengan variabel terikat *(dependent variabel)*, analisis regresi juga bertujuan untuk melihat kontribusi relatif dari masing-masing variabel bebas terhadap variabel terikat dan melakukan prediksi terhadap nilai dari variabel terikat dengan variabel bebas yang diketahui.

Bentuk umum dari model regresi linier adalah sebagai berikut: misalkan terdapat $p$ variabel bebas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$. Model regresi linier yang tebentuk dengan $p$ variabel bebas tersebut adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_P X_p + \varepsilon_i \tag{2.1}$$

dimana:

$Y_i$ adalah variabel terikat untuk persamaan ke-$i$.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_P$ adalah parameter model.

$X_1, X_2, \dots X_P$ adalah variabel bebas.

$\varepsilon_i$ adalah residual untuk pengamatan ke-$i$ yang diasumsikan bertistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi $\sigma^2$.

Bentuk matriks persamaan (2.1) dapat ditulis persamaan (2.2) berikut

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{2.2}$$

dengan:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & X_{1,1} & X_{1,2} \dots & X_{1,p} \\ 1 & X_{2,1} & X_{22} \dots & X_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \ \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n,1} & X_{n,2} \dots & X_{n,p} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \varepsilon_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Seringkali persamaan (2.1) ditaksir oleh model dengan persamaan (2.3) sebagai berikut:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_p X_p \tag{2.3}$$

### 2.1.2 Residual

Menurut Gujarati (2004), residual dalam regresi linier sederhana merupakan selisih dari nilai prediksi dengan nilai yang sebenarnya ($\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$). Namun penggunaan jarak $\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$ tidaklah memuaskan. Dengan meminimumkannya diperoleh hasil yang wajar seperti berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \tag{2.4}$$

Menurut Sungkawa (2009), jika nilai pengamatan terletak dalam garis regresi maka nilai residualnya sama dengan nol. Jadi total jarak atau nilai mutlak dari residuai sama dengan nol ($\sum_{i=1}^{n} |\varepsilon_i| = 0$) berarti semua nilai pengamatan benda pada garis regresi. Semakin besar nilai residualnya maka garis regresi semakin kurang tepat digunakan untuk memprediksi sehingga yang diharapkan adalah total residu kecil sehingga garis regresi cukup baik untuk digunakan.

Menurut Sungkawa (2009), nilai residual akan semakin besar jika terdapat data *outlier* dan dapat menurunkan nilai koefisien regresi. Untuk menunjukan apakah model regresi tersebut layak atau tidak maka beberapa persyaratan harus dipenuhi, diantaranya anggapan nilai residu menyebar normal. Jika ini dipenuhi maka jelas total residualnya sama dengan nol. Jadi apabila nilainya jauh dari nol maka perlu dilakukan pengecekan (normalitas serta adanya *outlier*).

### 2.1.3 *Ordinary Least Square* (OLS)

Salah satu penduga model untuk bentuk regresi linier adalah dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Metode ini pertama kali dikemukakan oleh Carl Freidrich Gauss, seorang ahli matematika Jerman. Konsep dari metode ini adalah meminimumkan jumlah kuadrat dari residu (selisih antara data sebenarnya dengan data dugaan) dari model regresi yang terbentuk.

Menurut Sembiring (2003) untuk mengestimasi koefisien garis regresi $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ pada $p$ data suatu penelitian adalah:

$$J = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - b_0 - b_1X_1 - b_2X_2 - \cdots - b_pX_p\right)^2 \tag{2.5}$$

dan itu harus bernilai minimum. Pada persamaan (2.5) nilai *X* dan *Y* berasal dari pengamatan. Jika *J* berubah diturunkan terhadap $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ kemudian menyamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial J}{\partial b_0} = -2\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - b_0 - b_1X_1 - b_2X_2 - \cdots - b_pX_p\right) = 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial J}{\partial b_1} = -2\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - b_0 - b_1X_1 - b_2X_2 - \cdots - b_pX_p\right)X_1 = 0 \tag{2.7}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial J}{\partial b_p} = -2\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - b_0 - b_1X_1 - b_2X_2 - \cdots - b_pX_p\right)X_p = 0 \tag{2.8}$$

Persamaan (2.6), (2.7), dan (2.8) dapat disederhanakan menjadi:

$$nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n} X_1 + b_2\sum_{i=1}^{n} X_2 + \cdots + b_p\sum_{i=1}^{n} X_p = \sum_{i=1}^{n} Y_i \tag{2.9}$$

$$b_0\sum_{i=1}^{n} X_1 + b_1\sum_{i=1}^{n} X_1^2 + b_2\sum_{i=1}^{n} X_1X_2 + \cdots + b_p\sum_{i=1}^{n} X_1X_p = \sum_{i=1}^{n} X_1Y_i \tag{2.10}$$

$$\vdots$$

$$b_0\sum_{i=1}^{n} X_p + b_1\sum_{i=1}^{n} X_1X_p + b_2\sum_{i=1}^{n} X_1^2X_p + \cdots + b_p\sum_{i=1}^{n} X_p^2 = \sum_{i=1}^{n} X_pY_i \tag{2.11}$$

Apabila dinyatakan dalam bentuk matriks, persamaan normal (2.9). (2.10), dan (2.11) menjadi:

$$X^T X b = X^T Y \tag{2.12}$$

Dengan demikian $b$ sebagai penduga $\beta$ dapat diperoleh melalui rumus:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{2.13}$$

**2.1.4 Uji Asumsi Klasik**

Model regresi yang diperoleh dari OLS merupakan model regresi yang menghasilkan estimator linier tidak bias yang tebaik (*Best Linear Unbiased Estimator*/BLUE). Kondisi ini akan terjadi jika beberapa asumsi yang disebut asumsi klasik dipenuhi. Menurut Gujarati (2004) ada beberapa asumsi klasik diantaranya sebagai berikut.

1. Nilai residual bersifat normal.
2. Model regresi adalah linier, yaitu linier pada parameter.
3. Variabel bebas berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat.
4. Tidak terdapat multikolinieritas yang sempurna.
5. Homoskedastisitas atau varian dari residual adalah konstan.
6. Tidak terdapat autokorelasi antara nilai residual.

*2.1.4.1 Uji Normalitas*

Menurut Suliyanto (2008), uji normalitas dimaksudkan untuk mengetahui apakah residual yang telah distandardisasi berdistribusi normal atau tidak. Nilai residual dikatakan berdistribusi normal jika nilai residual tersebut sebagian besar mendekati nilai rata-ratanya sehingga bila residual tersebut berdistribusi normal maka jika digambarkan dalam bentuk kurva, kurva tersebut akan berbentuk lonceng (*ell-shaped curve*) yang kedua sisinya melebar sampai tidak terhingga. Tidak terpenuhinya normalitas pada umumnya disebabkan karena distribusi data yang dianalisis tidak normal, karena terdapat *outlier* dalam data yang diambil. Nilai *outlier* ini dapat terjadi karena kesalahan dalam pengambilan sampel, bahkan karena kesalahan dalam menginput data atau memang karena karakteristik data tersebut aneh. Untuk mendeteksi apakah nilai residual terstandarisiasi berdistribusi normal atau tidak, dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Langkah-langkah pengujian normalitas dengan Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut.

1. Menyusun data dari terkecil ke terbesar.
2. Menyusun frekuensi nilai yang sama.
3. Menghitung nilai proporsi, $p_i = \frac{f_i}{n}$, dimana *n* adalah banyak data.
4. Menghitung proporsi kumulatif $(K_p)$.
5. Transformasi nilai data dasar *(X)* ke dalam angka baru *Z* dengan $Z = \frac{X-\bar{X}}{\sigma}$.
6. Menentukan nilai $Z_{tabel}$ berdasarkan $Z_i$.
7. Menghitung nilai $|a_2| = K_p - Z_{tabel}$ dan $|a_1| = p - a_2$.
8. Mencari $a_1$ maksimum sebagai $a_{max}$.
9. Menentukan taraf signifikan.
10. Hipotesis

    $H_0$ : residual berdistribusi normal

    $H_1$ : residual tidak berdistribusi normal
11. Daerah kritis , tolak $H_0$ jika $a_{max} > d_{tabel}$.

Akibat jika asumsi normalitas ini tidak terpenuhi adalah nilai prediksi yang diperoleh akan bias dan tidak konsisten. Menurut Suliyanto (2008), untuk mengatasi jika asumsi normalitas tidak terpenuhi dapat digunakan beberapa metode sebagai berikut.

1. Menambah jumlah data.
2. Melakukan transformasi dan menjadi log atau LN atau bentuk lainnya.
3. Menghilangkan data yang dianggap sebagai penyebab data tidak normal.

*2.1.4.2 Uji Linieritas*

Menurut Suliyanto (2008), pengujian linieritas perlu dilakukan untuk mengetahui model yang dibuktikan merupakan model linier atau tidak. Uji linieritas dilakukan agar diperoleh informasi apakah model empiris sebaiknya linier, kuadrat, atau kubik. Apabila salah dalam menentukan model regresi maka nilai prediksi yang dihasilkan akan menyimpang jauh sehingga nilai prediksi akan menjadi bias. Uji Lagrange Multipler (LM-Test) merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengukur linieritas yang dikembangkan oleh Engle pada tahun 1982. Prinsip metode ini adalah membandingkan antara $X^2_{hitung}$ dengan $X^2_{tabel}$ dengan $dk = (n, \alpha)$. Langkah-langkah yang dilakukan untuk uji linier adalah sebagai berikut.

1. Membuat persamaan regresinya.
2. Mencari nilai prediksinya $(\hat{Y})$.
3. Mencari nilai residualnya $\left(Y - \hat{Y}\right)$.
4. Menguadratkan nilai variabel bebas.
5. Meregresikan kuadrat variabel bebas terhadap nilai residualnya.
6. Mencari nilai koefisien determinasinya $(R^2)$.

7. Menghitung nilai $X^2_{hitung} = (n\ X\ R^2)$.
8. Menarik kesimpulan uji linieritas, dengan kriteria jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ dengan $df = (n, \alpha)$ maka model dinyatakan linier. Demikian juga sebaliknya.

*2.1.4.3 Uji Multikolinieritas*

Menurut Suliyanto (2008), pengertian kolinieritas sering dibedakan dengan multikolinearitas. Kolinieritas berarti terjadi korelasi linier yang mendekati sempurna antara kedua variabel bebas. Sedangkan multikolinieritas berarti terjadi korelasi linier yang mendekati sempurna antara lebih dari dua variabel bebas. Multikolinearitas bisa terjadi saat adanya kesalahan spesifikasi model *(spesification model).* Hal ini dapat terjadi karena seorang peneliti memasukan variabel bebas yang seharusnya dikeluarkan dari model empiris. Dapat juga terjadi karena seorang peneliti mengeluarkan variabel bebas yang seharusnya dimasukkan dalam model empiris. Selain itu, adanya model yang berlebihan *(an overdetermined model*) juga dapat menyebabkan multikolinieritas. Hal ini terjadi ketika model empiris (jumlah variabel bebas) yang digunakan melebihi jumlah data (observasi).

Guna mendeteksi adanya masalah multikolinieritas, metode yang paling sering digunakan yaitu dengan menggunakan nilai VIF *(Variance Inflation Factor).* Untuk mengetahui ada tidaknya multikolinearitas antar variabel, salah satu caranya dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dari masing-masing variabel bebas terhadap variabel terikatnya. Besarnya nilai VIF bergantung pada nilai koefisien determinasi ($R^2$) yang dihasilkan. Semakin besar nilai koefisien determinasi ($R^2$) maka semakin besar nilai VIF yang dihasilkan. Nilai VIF dihitung dengan rumus:

$$VIF = \left(1 - R_j^2\right)^{-1} \quad (2.14)$$

Menurut Gujarati (Suliyanto, 2008), jika nilai VIF tidak lebih dari 10 maka model dikatakan tidak mengandung multikolinieritas.

Beberapa akibat yang timbul jika hasil estimasi model empiris mengalami multikolonieritas diantaranya adalah sebagai berikut (Suliyanto, 2008).

1. Penaksir OLS tidak bisa ditentukan meskipun hasil estimasi yang dihasilkan masih BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).
2. Interval kepercayaan cenderung meningkat lebih besar sehingga mendorong untuk menerima hipotesis nol (antara lain koefisien populasi adalah nol).
3. Nilai t-statistik koefisien dari satu atau bebrapa variabel bebas secara statistik tidak signifikan sehingga dapat menyebabkan dikeluarnya suatau variabel bebas dari model regresi, padahal variabel bebas tersebut memiliki peran yang penting dalam menjelaskan variabel terikat.
4. Penaksir OLS dan kesalahan bakunya cenderung tidak stabil dan sangat sensitif bila terjadi perubahan data, meskipun perubahan itu sangat kecil.
5. Jika multikolinieritas sangat tinggi maka mungkin $R^2$ bisa tinggi namun sangat sedikit taksiran koefisien regresi yang signifikan secara statistik.

Guna mengatasi masalah multikolinieritas diantaranya adalah memperbesar ukuran sampel, menghilangkan salah satu atau lebih variabel bebas, menggabungkan data *time series* dan data *cross section*, atau melakukan transformasi pada data.

*2.1.4.4 Uji Heteroskedastisitas*

Heteroskedastisitas adalah nilai varian dari faktor pengganggu tidak sama (homogen) untuk semua observasi. Heteroskedastisitas terjadi apabila nilai varian dari variabel tergantung meningkat akibat dari meningkatnya varian vairabel penjelas. Menurut Gujarati (2004), lambang homoskedastisitas adalah $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$ untuk $i = 1,2, \dots, n$. Ada tidaknya heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan Uji Gletser. Gletser telah menemukan bahwa

$$|\varepsilon_i| = \beta_i x_j + \varepsilon_i \tag{2.15}$$

Dasar keputusannya adalah jika variabel bebas signifikan secara statistik mempengaruhi variabel tak bebas, maka ada indikasi heteroskedastisitas. Adapun beberapa akibat adanya heteroskedastisitas, yaitu:

1. penduga OLS yang diperoleh tetap memenuhi persyaratan tak bias, dan
2. varian yang diperoleh menjadi tidak efisien atau tidak minimum, artinya cenderung membesar sehingga tidak lagi merupakan varian terkecil.

Jika sebuah data terjadi heteroskedastisitas maka dapat ditanggulangi dengan cara memperbaiki model dengan cara melakukan Transformasi Logaritma Natural (TLN) dan transformasi dengan membagi persamaan dengan variabel bebas

*2.1.4.5 Uji Autokorelasi*

Menurut Suliyanto (2008), uji autokorelasi bertujuan untuk mengetahui apakah ada korelasi antara anggota serangkaian data observasi yang diuraikan menurut waktu (*times series*) atau ruang (*cross section*). Menurut Gujarti (Suliyanto, 2008) ada beberapa cara untuk mendeteksi adanya masalah autokorelasi salah satunya yaitu uji Durbin Watson (uji DW). Uji ini pertama kali diperkenalkan oleh J. Durbin dan G.S Watson tahun 1951.Rumus yang digunakan untuk uji DW adalah

$$DW = \frac{\sum(\varepsilon - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum \varepsilon} \quad (2.16)$$

keterangan:

$DW$ = Nilai Durbin-Watson *Test.*

$\varepsilon$ = Nilai residual.

$\varepsilon_{t-1}$ = Nilai residuan satu baris/periode sebelumnya.

Dengan kreiteria pengujian tertera pada Tabel 2.1

Tabel 2.1 Kriteria Pengujian Autokorelasi dengan Durbin-Watson

| **DW** | **Kesimpulan** |
|---|---|
| $< dL$ | Ada autokorelasi positif |
| $dL$ s.d $dU$ | Ragu-ragu |
| $dU$ s.d $4 - dU$ | Tidak ada autokorelasi |
| $4 - dU$ s.d $4 - dL$ | Ragu-ragu |
| $> 4 - dL$ | Ada autokorelasi negative |

Keterangan:

Nilai $dL$ dan $dU$ didapatkan dengan melihat tabel Durbin-Watson dengan $dk = (n, k)$ yang mana $n$ adalah jumlah data dan $k$ adalah jumlah variabel bebas.

Menurut Gujarati (Suliyanto, 2008), menyebutkan beberapa konsekuensi dari munculnya masalah autokorelasi dalam analisis regresi bahwa penaksir OLS *unbiased* dalam penyempelan berulang dan konsisten, tapi sebagaimana dalam kasus heteroskedastisitas, penaksiran OLS tidak lagi efisien (mempunyai varian minimum), baik dalam sampel kecil maupun sampel besar.

Menurut Suliyanto (2008) untuk memperbaiki autokorelasi dapat dilakukan dengan cara diantaranya membuat persamaan perbedaan yang tergeneralisasikan atau dengan metode perbedaan pertama.

### 2.1.5 Pencilan (*Outlier*)

Menurut Rousseeuw *et al.* (1987) pencilan (*outlier*) adalah data yang tidak mengikuti pola umum pada model regresi yang dihasilkan, atau tidak mengikuti pola data secara keseluruhan. Dalam suatu himpunan data biasanya terdapat 10% amatan yang merupakan *outlier* (Hampel *et al.*, 1986). Jumlah maksimum *outlier* dalam data yang diperbolehkan adalah 50%.

Menurut Paludi (2009), *Outlier* merupakan suatu keganjilan dan menandakan suatu titik data yang sama sekali yang tidak tipikal dari data yang lainnya. Apabila dalam pengamatan terdapat data *outlier*, maka alternatif langkah yang diambil adalah menghilangkan atau membuang data *outlier* tersebut secara langsung terlebih dahulu sebelum dilakukan analisis lebih lanjut. Data *outlier* tersebut dapat dibuang secara langsung jika data tersebut diperoleh dari kesalahan teknis peneliti, seperti kesalahan mencatat amatan atau ketika menyiapkan peralatan.

Menurut Draper & Smith (Paludi, 2009) adanya *outlier* berpengaruh akan memberikan nilai penduga parameternya bersifat bias sehingga berakibat interpretasi hasil yang diperoleh menjadi tidak valid. Namun menghindari *outlier* berpengaruh (menghapus *outlier* berpengaruh) dalam melakukan analisis bukanlah hal yang tepat untuk dilakukan. Adakalanya *outlier* memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya, misalnya *outlier* timbul karena kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh.

### 2.1.6 Deteksi Pencilan (*Outlier)*

Data *outlier* dapat dikenali dengan pemeriksaan visual dari data mentahnya (*raw)* atau dari diagram pencar variabel dependen. Jika terdapat lebih dari dua variabel independen, beberapa *outlier* mungkin akan sangat sulit dideteksi dengan pemeriksaan visual. Oleh karena itu, dibutuhkan alat bantu pada pemeriksaan visual yang dapat membantu dalam pendeteksian *outlier*.

Dalam statistik ruang, data *outlier* harus dilihat terhadap data dan sebaran data yang lainnya (Soemartini, 2007) sehingga akan dievaluasi apakah data *outlier* tersebut perlu dihilangkan atau tidak. Ada beberapa metode untuk mendeteksi adanya *outlier* yang berpengaruh dalam koefisien regresi antara lain: metode grafis, *boxplot, leverage values*, DFFITS, *cook's distance*, dan D*f*BETA *(s).* Dalam penelitian ini untuk mendekesi *outlier* hanya akan menggunakan metode DFFITS

#### *2.1.6.1 Metode DFFITS (Difference I fit standardized)*

*Difference I fit standardized* merupakan metode yang menampilkan nilai perubahan dalam harga yang diprediksi bilamana kasus tertentu dikeluarkan, yang sudah distandarkan (Soemartini, 2007). Perhitungan DFFITS dirumuskan sebagai berikut:

$$(DFFITS)_i = t_i\sqrt{\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}} \tag{2.17}$$

Dimana *t* adalah *studentized deleted residual* untuk kasus ke-*i* dan $h_{ii}$ adalah nilai pengaruh untuk kasus ke-*i* untuk $i = 1,2, \dots, n$.

Dengan:

$$t_i = \varepsilon_i \sqrt{\frac{n-k-i}{JKG(1-h_{ii})-\varepsilon_i^2}} \tag{2.18}$$

Dimana $\varepsilon_i$ adalah residual ke-*i*, *k* adalah banyak variabel bebas dan JKG adalah jumlah kuadrat residual (Soemartini, 2007). Suatu data yang mempunyai nilai mutlak DFFITS lebih besar dai $2\sqrt{\frac{k+1}{n}}$ maka didefinisikan sebagai *outlier*, dengan *k* adalah banyak variabel independen dan *n* adalah jumlah observasi.

### 2.1.7 Regresi *Robust*

Regresi *Robust* merupakan alat yang penting untuk menganalisis data yang terdeteksi sebagai data *outlier*. Regresi *robust* digunakan untuk mendeteksi *outlier* dan memberikan hasil yang resisten terhadap adanya data *outlier*. Sedangkan menurut Aunuddin (1988), regresi *robust* ini digunakan untuk mengatasi adanya data ekstrim serta meniadakan pengaruhnya terhadap hasil pengamatan tanpa terlebih dahulu mengadakan identifikasi.

Metode ini merupakan metode yang mempunyai sifat sebagai berikut (Aunuddin, 1988).

1. Sama baiknya dengan OLS ketika semua asumsi terpenuhi dan tidak terdapat titik data yang berpengaruhi.
2. Dapat menghasilkan model regresi yang lebih baik daripada OLS ketika asumsi tidak terpenuhi dan terdapat titik data yang berpengaruh.

3. Perhitungannya cukup sederhana dan mudah untuk dimengerti, tetapi dilakukan secara iterative sampai diperoleh dengan terbaik yang mempunyai standar residual parameter yang terkecil.

Banyak metode yang dikembangkan dalam regresi *robust* untuk mengatasi masalah *outlier.* Dalam regresi *robust* terdapat beberapa estimasi, seperti berikut.

*2.1.7.1 Estimasi-M*

Pada estimasi-M, huruf "M" menunjukan bahwa estimasi-M adalah estimasi 'tipe maksimum *likehood*'. Estimasi-M memenuhi syarat sifat sebagai estimator tak bias dan memiliki variansi minimum dalam kumpulan setimator. Jadi estimator-M memiliki varian terkecil dibandingkan dengan variansi estimator yang lain. Jika estimator pada estimasi-M adalah $\tilde{\beta} = \beta_n(x_1, \ldots, x_n)$ maka

$$E[\beta_n(x_1, \ldots, x_n)] = \beta \tag{2.19}$$

Persamaan di atas menunjukan bahwa estimator $\tilde{\beta} = \beta_n(x_1, \ldots, x_n)$ pada estimasi-M bersifat bias. Variansinya merupakan variansi terkecil dibandingkan dengan variansi estimator yang lain yaitu

$$Var\left(\hat{\hat{\beta}}\right) \geq \frac{[\tilde{\beta}]^2}{nE(\frac{d}{d\beta}\ln f(x_i;\beta))^2} \tag{2.20}$$

Dengan $\left(\hat{\hat{\beta}}\right)$ merupakan estimator alternatif yang linear dan tak bias bagi $\beta$. Estimasi-M merupakan perluasan dari MLE dan merupak estimasi yang *robust.* Pada metode ini dimungkinkan untuk mengeliminasi beberapa data, akan tetapi dalam beberapa kasus tidak selalu tepat dilakukan apalagi jika yang dieliminasi tersebut merupakan data penting.

Montgomery dan Peck (2006), pada prinsipnya estimasi-M merupakan estimasi yang meminimumkan suatu fungsi sisaan $\rho$

$$\widehat{\beta}_M = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho\left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j\right) \quad (2.21)$$

Perasamaan tersebut diperoleh dengan menyelesaikan persamaan

$$min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(u_i) = min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho\left((y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\sigma}\right) \quad (2.22)$$

dengan

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD}{0{,}6745} = \frac{median|e_i - median(e_i)|}{0{,}6745} \quad (2.23)$$

Pemilihan konstan 0,675 membuat $\hat{\sigma}$ suatu estimator yang mendekati tak bias dari $\sigma$ jika *n* besar dan sisaan berdistribusi normal (Montgomery dan Peck, 2006). Fungsi $\rho$ yang digunakan adalah fungsi objektif Tukey *bisquare*

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{u_i^2}{2} - \frac{u_i^4}{2c^2} + \frac{u_i^6}{6c^4}, & |u_i| \le c \\ \frac{c^2}{6}, & |u_i| > c \end{cases} \quad (2.24)$$

Guna menimumkan persamaan

$$\widehat{\beta}_M = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = min_\beta \sum_{i=1}^{n} \rho\left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j\right) \quad (2.25)$$

dicari turunan parsial pertama dari $\widehat{\beta}_M$ terhadap $\beta$ sehingga diperoleh persamaan

$$\widehat{\beta}_M = \sum_{i=1}^{n} \rho\left((y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right) = 0, \quad j = 0,1,2,\dots,k \quad (2.26)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\Psi\left((y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right) = 0, \; j = 0,1,2,\dots.,k \quad (2.27)$$

Dengan $\Psi = \rho'$ dan $x_{ij}$ adalah observasi ke-*i* pada variabel bebas ke-*j* dan $x_{i0} = 1$.

Drapper dan Smith (1998) memberikan penyelesaian di atas dengan cara mendefinisikan suatu fungsi pembobot

$$w(\varepsilon_i) = \frac{\Psi\left((y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right)}{\left((y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right)} \tag{2.28}$$

Karena nilai $u_i = \frac{u_i}{\hat{\sigma}}$ sebagai $\varepsilon_i$, maka persamaan di atas menjadi

$$w_i = w(u_i) = \frac{\Psi(u_i)}{(u_i)} = \begin{cases} \frac{u_i\left(1-\left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2}{u_i}, & |u_i| \leq c \\ 0, |u_i| > c \end{cases} \tag{2.29}$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{\left(1-\left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2}{u_i}, & |u_i| \leq c \\ 0, |u_i| > c \end{cases} \tag{2.30}$$

Pada fungsi pembobot *Tukey bisquare*, konstan yang digunakan adalah *c*= *4,685*. Dengan demikian persamaan di atas maka

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i \left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j\right) = 0, j = 0,1, \dots, k \tag{2.31}$$

Berdasarkan penelitian Pradewi (2012) pada estimasi parameter regresi *robust* M metode iterasi diperlukan, karena residualnya tidak dapat dihitung sampai diperoleh model yang cocok dan parameter regresi juga tidak dapat dihitung tanpa mengetahui *Iteratively Reweighted least squares* (IRLS) adalah metode yang banyak digunakan. Untuk menggunakan metode IRLS, diasumsikan bahwa suatu estimasi awal $\hat{\beta}^0$ ada dan $\hat{\sigma}_i$ suatu estimasi skala. Untuk j parameter, dengan *j* adalah jumlah parameter yang akan diestimasi, maka persamaan di atas menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i^0 \left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}{\beta_j}^0\right) = 0, j = 0,1, \dots, k \tag{2.32}$$

atau dalam notasi matriks ditulis

$$X'\, W_i X\beta = X' W_i Y \tag{2.33}$$

Algoritma perhitungan nilai estimasi-M adalah sebagai berikut.

1. Melakukan estimasi koefisien regresi pada data.
2. Menguji asumsi klasik dari model regresi.
3. Mendeteksi adanya pencilan dalam data.
4. Mengestimasi koefisien regresi *robust* menggunakan estimasi-M.
   a. Menghitung parameter.
   b. Menghitung nilai sisaan.
   c. Menghitung nilai $\hat{\sigma}_i$.
   d. Menghitung niali $u_i$.
   e. Menghitung pembobot.
   f. Menghitung parameter $\hat{\beta}_M$.
   g. Mengulngi langah b-f sampai diperoleh $\hat{\beta}_M$ yang konvergen.
   h. Uji hipotesis untuk mengetahui apakah variabel bebas mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel tak bebas.

*2.1.7.2 Least Median of Squares (LMS)*

Menurut Rosseuw dan Leory (1987), prinsip dasar metode ini adalah mencocokkan sebagian besar data setelah *outlier* terindetifikasi sebagai titik yang tidak terhubung dengan data. Jika pada OLS hal yang perlu dilakukan adalah meminimumkan kuadrat residual, maka pada LMS hal yang perlu dilakukan adalah meminimumkan median kuadrat residual, yaitu:

$$M_j = \min\{med\ \varepsilon_i^2\} = \min\{M_1, M_2, \dots, M_3\} \tag{2.34}$$

dengan $e_i^2$ adalah kuadrat residual hasil taksiran dengan OLS.

Guna mendapatkan nilai $M_1$, dicari himpunan bagian dari matriks *X* sejumlah $h_i$ pengamatan, yaitu

$$h_i = h_1 = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right] \tag{2.35}$$

dimana *n* adalah banyak data, dan *p* banyaknya parameter ditambah satu. Selanjutnya untuk mendapatkan nilai $M_2$, ditentukan himpunan bagian data dari matriks *X* sejumlah $h_i$ pengamatan, yaitu:

$$h_i = h_2 = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right] \tag{2.36}$$

dimana $n = h_1$ dan $p = 3$

Demikian seterusnya sampai iterasi berakhir pada iterasi ke-*s* yaitu $h_s = h_{s+1}$. Jadi akan diperoleh nilai $M_j$ seperti pada persamaan (2.37)

Prinsip dasar dari LMS adalah dengan memberikan bobot $w_{ii}$ pada data sehingga data *outlier* tidak mempengaruhi model parameter taksiran. Bobot $w_{ii}$ ditentukan berdasarkan *robust* standar deviation yang diperoleh berdasarkan hasil perhitungan $M_j$ dan $\hat{\sigma}$.

Berdasarkan Rousseesuw (Parmikanti, et al., 2013:625-626), bobot $w_{ii}$ dirumuskan dengan ketentuan sebagai berikut:

$$w_{ii} = \begin{cases} 1, & jika \left|\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}}\right| \leq 2{,}5 \\ 0, & lainnya \end{cases} \tag{2.37}$$

dengan

$$\hat{\sigma} = 1{,}468 \left|1 + \frac{5}{n-p}\right| \sqrt{M_j} \tag{2.38}$$

Setelah bobot $w_{ii}$ dihitung dapat dibentuk matriks *W* sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{21} & w_{31} \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & w_{32} \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \ \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & w_{3n} \cdots & w_{nn} \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

dengan entri matriks $w_{ij} = 0$, dimana $i \neq j$.

Setelah terbentuk matriks *W,* maka penaksir parameter regresi LMS dapat dihitung dengan rumus:

$$\hat{\beta}_{LMS} = (X^T WX)^{-1}(X^T WY) \tag{2.40}$$

Adapun algoritma pendugaan parameter regresi *robust* dengan metode LMS secara teoritis sebagai berikut.

a. Mendapatkan nilai $M_1$.
b. Melakukan langkah 1 samapai iterasi berakhir pada iterasi ke-*s* yaitu $h_s = h_{s+1}$.
c. Membentuk matriks $M_j$.
d. Menghitung bobot $w_{ii}$.
*e.* Membentuk matriks *W.*
f. Menghitung penduga parameter.

*2.1.7.3 Least Trimmed Square (LTS)*

LTS adalah metode estimasi yang *robust* atau resistant terhadap adanya pengamatan *outlier.* Metode LTS pada dasarnya melakukan estimasi sama dengan OLS terhadap sebaran data yang sudah terpangkas *(trimmed),* namun hanya untuk data sebanyak *h* pengamatan. Estimator LTS memiliki *breakdown point* yang tinggi yaitu mencapai 50%, berarti bahwa hasil estimasi dari metode ini akan menyimpang jauh dari nilai sebenarnya ketika data mengandung *outlier* sampai dengan 50%. Metode ini tidak membuang bagian dari data yang terdeteksi sebagai *outlier*, melainkan menemukan model *fit* dari mayoritas data.

LTS diusulkan oleh Rousseuw (1998) sebagai alternative *robust* untuk mengatasi kelemahan OLS, yaitu dengan menggunakan sebanyak $h(h \leq n)$ kuadrat residual yang diturunkan nilainya.

$$\min_{b} \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_i^2 \tag{2.41}$$

dengan

$$h = \frac{3n+p+1}{4} \tag{2.42}$$

keterangan:

$\varepsilon_i^2$ : kuadrat residual yang diurutkan dari terkecil ke terbesar.

$n$ : banyak sampel.

$p$ : parameter regresi.

$h$ : *coverage* (sejumlah data dengan kuadrat fungsi objektif terkecil).

Jumlah *h* menunjukan sejumlah subset data dengan kuadrat fungsi objektif terkecil. Nilai $h$ berada antara $\left(\frac{n}{2}+1\right) \leq h \leq \left(\frac{3n+p+1}{4}\right)$ biasanya untuk mendapatkan maksimum *breakdown point* yaitu mencapai 50% menggunakan persamaan (2.42) (Soemartini, 2007). Guna mendapatkan nilai residual pada LTS, digunakan algoritma LTS menurut Willems dan Aels adalah gabungan FAST-LTS dan *C-Step*.

Algoritma FAST-LTS dan *C-Step* adalah sebagai berikut.

a. Menghitung estimasi parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

b. Menentukan *n* residual dengan menggunakan rumus $\varepsilon i^2 = (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i})^2$ yang bersesuaian dengan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

c. Menghitung $h_0 = \frac{3n+p+1}{4}$ dengan pengamatan dengan $\varepsilon_i^2$ terkecil.

d. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_0} \varepsilon_i^2$ melakukan estimasi parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dengan $h_0$ pengamatan.

e. Menentukan *n* kuadrat residual $\varepsilon i^2 = (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i})^2$, kemudian menghitung sejumlah $h_{baru}$ pengamatan dengan nilai $\varepsilon_i^2$ terkecil.

f. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_{baru}} \varepsilon_i^2$.

g. Melakukan *C-Step* yaitu tahapan a sampai dengan f untuk mendapatkan fungsi obyektif yang kecil dan konvergen.

*2.1.7.4 Estimasi-S*

Estimasi-S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984), dan dinamakan estimasi-S karena estimasi ini berdasarkan pada skala sisaan dari estimasi-M. Estimasi-S didefinisikan sebagai $\hat{\beta}_S = min_\beta \hat{\sigma}_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ dengan menentukan nilai estimator skala *robust* $(\hat{\sigma}_s)$ yang minimum dan memenuhi

$$min \sum_{i=1}^{n} \rho \left( (y_i - \frac{\sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}_s} \right) \quad (2.43)$$

dengan

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2} \quad (2.44)$$

dengan

*K=0,199*, $w_i = w_\sigma(u_i) = \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}$ dan dipilih estimasi awal

$$\hat{\sigma}_s = \frac{median|\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)|}{o{,}675} \quad (2.45)$$

Penyelesaian persamaan (2.46) dengan cara menurunkan persamaan terhadap $\beta$ sehingga diperoleh

$$\sum_{i=1}^{n} \rho' \left( \frac{(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}_s} \right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \Psi \left( \frac{(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}} \right) = 0 \quad (2.46)$$

$\Psi$ disebut fungsi pengaruh yang merupakan turunan dari $\rho$ ($\rho' = \Psi$), turunan fungsinya adalah

$$\Psi(u_i) = \rho'(u_i) = \begin{cases} u_i \left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2 & , |u_i| \le c \\ 0 & , |u_i| > c \end{cases} \quad (2.47)$$

dengan $w_i$ merupakan fungsi pembobot IRLS

$$w_i = w(u_i) = \frac{\Psi(u_i)}{c} = \begin{cases} \frac{u_i\left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2}{u_i} & , |u_i| \le c \\ 0 \quad , |u_i| > c \end{cases} \quad (2.48)$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{\left(1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right)^2}{u_i} & , |u_i| \le c \\ 0, |u_i| > c \end{cases} \quad (2.49)$$

Algoritma perhitungan nilai estimasi-S adalah sebagai berikut.

1. Melakukan estimasi koefisien regresi pada data.
2. Menguji asumsi klasik dari model regresi.
3. Mendeteksi adanya pencilan dalam data.
4. Mengestimasi koefisien regresi *robust* menggunakan estimasi-M.
   a. Menghitung parameter.
   b. Menghitung nilai sisaan.
   c. Menghitung nilai $\hat{\sigma}_i$.
   d. Menghitung niali $u_i$.

e. Menghitung pembobot.

f. Menghitung parameter $\hat{\beta}_M$.

g. Mengulngi langah b-f sampai diperoleh $\hat{\beta}_M$ yang konvergen.

h. Uji hipotesis untuk mengetahui apakah variabel bebas mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel tak bebas.

*2.1.7.5 Estimasi-MM*

Estimasi-MM pertama kali diperkenalkan oleh Yohai (1987). Pada metode ini mempertahankan sifat *robust* dan resisten dari estimasi-S, serta sifat efesien dari estimasi-M. Prosedur estimasi ini adalah dengan mengestimasi parameter regresi menggunakan estimasi-S yang meminimumkan skala sisaan dari estimasi-M dan dilanjutkan dengan estimasi-M. Estimasi-MM bertujuan untuk mendapatkan estimasi yang mempunyai nilai *breakdown* tinggi dan lebih efisien. Nilai *breakdown* adalah ukuran umum proposisi dari pecilan yang dapat ditangani sebelum pengamatan tersebut mempengaruhi model. Estimasi-MM merupakan penyelesaian dari

$$\hat{\beta}_{MM} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\rho'\left(\frac{(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}}\right) = 0 \tag{2.50}$$

dengan $y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j$ adalah sisaan yang diperoleh dari estimasi parameter model regresi dengan estimasi-S dan $\hat{\sigma}$ merupakam penyelesaian dari

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \rho_0\left(\frac{(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}_s}\right) = K \tag{2.51}$$

Algoritma perhitungan nilai estimasi-MM adalah sebagai berikut.

1. Melakukan estimasi koefisien regresi pada data.
2. Menguji asumsi klasik dari model regresi.

3. Mendeteksi adanya pencilan dalam data.
    a. Mengestimasi koefisien regresi *robust* menggunakan estimasi-MM.
    b. Menghitung nilai sisaan dari estimasi-S.
    c. Menghitung nilai $\hat{\sigma}_i$.
    d. Menghitung niali $u_i$.
    e. Menghitung pembobot.
    f. Menghitung parameter $\hat{\beta}_{MM}$.
    g. Mengulang langkah b-e sampai diperoleh nilai $\hat{\beta}_{MM}$ yang konvergen.
    h. Uji hipotesis untuk mengetahui apakah variabel bebas mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel tak bebas.

### 2.1.8 Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR)

Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) yang merupakan bagian dari regresi multivariat (Greene, 2003). Masing-masing persamaan model SUR memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan (*seemingy unrelated)*. Namun demikian terdapat korelasi antar residual dalam persamaan yang berbeda sebagai penghubung yang dapat dimanfaatkan dalam estimasi. Model SUR diperkenalkan oleh Arnold Zellner pada tahun 1962, merupakan bahasan dari model regresi linier yang terdiri dari beberapa persamaan regresi.

Estimasi parameter pada model SUR memiliki beberapa kelebihan antara lain lebih efisien karena estimasi parameter dilakukan secara serempak dan melibatkan korelasi residual *contemporaneous* dalam perhitungan. Korelasi residual *contemporaneous* terjadi apabila unit waktu yang sama, residual pada persamaan yang berbeda berkorelasi. Hal ini penyebab koefisien yang seharusnya signifikan tidak dapat ditangkap oleh estimasi metode OLS regresi linier.

Secara umum model SUR dapat dinyatakan sebagai himpunan *G* buah persamaan yang berhubungan karena residual antar persamaan yang berbeda saling berkorelasi secara *contemporaneous.* Model SUR dapat ditulis dapat ditulis ke dalam bentuk persamaan regresi linier sebaga berikut:

$$\begin{gathered} Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}X_{11,t} + \beta_{12}X_{12,t} + \cdots + \beta_{1K_1}X_{1K_{1t}} + \varepsilon_{1t} \\ Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{21,t} + \beta_{22}X_{22,t} + \cdots + \beta_{2K_2}X_{2K_{2t}} + \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ Y_{Gt} = \beta_{G0} + \beta_{G1}X_{G1,t} + \beta_{G2}X_{G2,t} + \cdots + \beta_{GK_G}X_{GK_{Gt}} + \varepsilon_{Gt} \end{gathered} \tag{2.52}$$

untuk $t = 1,2, \dots, n$. Dengan menggunakan notasi matriks persamaan-persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{gathered} Y_1 = X_1\beta_1 + \varepsilon_1 \\ Y_2 = X_2\beta_2 + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ Y_G = X_G\beta_G + \varepsilon_G \end{gathered} \tag{2.53}$$

Persamaan (2.56) dapat dinyatakan menggunakan notasi matriks sebagai berikut:

$$\tilde{Y} = \tilde{X}\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon} \tag{2.54}$$

dengan

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_G \end{bmatrix}, \tilde{X} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_G \end{bmatrix}, \tilde{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_G \end{bmatrix}, dan\ \tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_G \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

keterangan:

$\tilde{Y}$ adalah vektor kolom nilai variabel dependen.

$\tilde{X}$ adalah matriks nilai variabel independen.

$\tilde{\beta}$ adalah vektor parameter model SUR.

$\tilde{\varepsilon}$ adalah vektor residual.

*2.1.8.1 Asumsi-Asumsi Model SUR*

Menurut Seddighi *et al.* (2002), asumsi-asumsi yang digunakan pada model SUR adalah sebagai berikut.

1. Nilai harapan residual bernilai nol

$$E(\varepsilon_{it}) = 0, \qquad i,t = 1,2,3,\dots,n$$

2. Variansi residual untuk setiap persamaan adalah konstan

$$Var(\varepsilon_{it}) = E(\varepsilon_{it}^2) = \sigma_i^2 = \sigma_{ii}, \qquad t = 1,2,3,\dots,n$$

3. Residual untuk setiap persamaan $i, i = 1,2,3,\dots,G$ pada periode waktu yang berbeda $t \neq s$ $(t,s = 1,2,3,\dots,n)$ tidak saling berkorelasi

$$Cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) = E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) = 0, \qquad t \neq s$$

4. Residual antara dua persamaan yang berbeda $i \neq j$ $(i,j = 1,2,3,\dots,G)$ pada periode waktu yang sama terjadi koreasi (korelasi *contemporaneous)*

$$Cov\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}\right) = E\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}\right) = 0, \qquad j \neq t$$

5. Residual antara dua persamaan yang berbeda $i \neq j$ $(i,j = 1,2,3,\dots,G)$ pada periode waktu yang berbeda $t \neq s$ $(t,s = 1,2,3,\dots,n)$ tidak terjadi korelasi (korelasi *contemporaneous)*

$$Cov\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}\right) = E\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}\right) = 0, \qquad i \neq j, t \neq s$$

Kelima asumsi yang mendasari penggunaan model SUR tersebut dapat dinyatakan menggunakan notasi matriks sebagai berikut.

$$E(\bar{\varepsilon}) = 0 \tag{2.56}$$

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_i') = \sigma_{ii} I \tag{2.57}$$

$$E\left(\varepsilon_j \varepsilon_j'\right) = \sigma_{jj} I \tag{2.58}$$

atau dapat dinyatakan sebagai

$$E(\bar{\varepsilon}) = 0$$

$$E(\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}\,') = 0 = \Omega = \sum \otimes I$$

$$\Omega = \sum \otimes I = \begin{bmatrix} \sigma_{11}\mathbf{I} & \sigma_{12}\mathbf{I} & \dots & \sigma_{1M}\mathbf{I} \\ \sigma_{21}\mathbf{I} & \sigma_{22}\mathbf{I} & \dots & \sigma_{2M}\mathbf{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}\mathbf{I} & \sigma_{M2}\mathbf{I} & \dots & \sigma_{MM}\mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

$\Omega$ merupakan matriks varian-kovariansi residual yang merupakan perkalian *kronecker* antara matriks varians-kovariansi residual dengan matriks identitas berukuran $n \times n$ atau $\Omega$ bisa dicari dengan menggunakan matriks korelasi.

*2.1.8.2 Matriks Korelasi*

Menurut Walpole (1995), koefisien korelasi $\Omega_{\text{ij}}$ mengukur kekuatan hubungan linier antara variabel random $X_i$ dan $X_j$ didefinisikan sebagai

$$\Omega_{\text{ij}} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}}\sqrt{\sigma_{jj}}} \tag{2.60}$$

Matriks korelasi berukuran $M \times M$ merupakan matriks simetris dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{11}}} & \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{22}}} & \cdots & \frac{\sigma_{1M}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{MM}}} \\ \frac{\sigma_{21}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{11}}} & \frac{\sigma_{22}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{22}}} & \cdots & \frac{\sigma_{2M}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{MM}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sigma_{M1}}{\sqrt{\sigma_{MM}}\sqrt{\sigma_{11}}} & \frac{\sigma_{M2}}{\sqrt{\sigma_{MM}}\sqrt{\sigma_{22}}} & \cdots & \frac{\sigma_{MM}}{\sqrt{\sigma_{MM}}\sqrt{\sigma_{MM}}} \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

*2.1.8.3 Korelasi Kesebayaan*

Korelasi kesebayaan *(contemporaneous correlation)* merupakan ukuran hubungan antara residual dari G persamaan yang berbeda pada waktu yang sama

(Dofour). Korelasi ini dapat diuji menggunakan statistik uji *Lagrange Multipier* dengan rumus sebagai berikut:

$$\lambda = n \sum_{i=2}^{G} \sum_{j=2}^{i=1} r_{ij}^2 \tag{2.62}$$

dengan $r_{ij}^2 = \frac{\sigma_{ij}^2}{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}$ yang merupakan korelasi residual antara persamaan ke-*i* dan persamaan ke-*j*, $\sigma_{ij}^2$ merupakan varians persamaan ke-*i* dengan persamaan ke-*j*, $\sigma_{ii}$ merupakan varians antara persamaan ke-*i*, dan $\sigma_{jj}$ merupakan varian antara persamaan ke-*j*. Nilai $\lambda$ yang telah dihitung kemudian dibandingan dengan nilai dari tabel *Chi-Square* dengan $dk = (\frac{G(G-1)}{2}, \alpha)$ yang mana $G$ adalah jumlah persamaan regresi dan $\alpha$ adalah taraf signifikan yang digunakan. Apabila nilai $\lambda$ lebih besar dari nilai tabel *Chi-Square* maka disimpulkan bahwa terdapat korelasi kesebayaan antar persamaan regresinya.

### 2.1.9 Estimasi Parameter Model SUR Metode GLS

Menurut Seddighi et al (2000) terdapat 5 tahap estimasi parameter model SUR dengan metode GLS adalah sebagai berikut.

1. Menggunakan metode OLS untuk mencari koefisien regresi masing-masing persamaan.
2. Menggunakan nilai prediksi metode OLS untuk memperoleh nilai residual.
3. Menghitung nilai estimator $s_{ij}$ dari variansi-kovariansi $\sigma_{ij}$ menggunakan nilai residual berdasarkan pada rumus:

$$s_{ij} = \frac{1}{[(n-K_i)(n-K_j)]^{\frac{1}{2}}} \sum_{t=1}^{n} \varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} \tag{2.63}$$

4. Menggunakan estimator variansi dan kovariansi pada persamaan (2.63) untuk membentuk matriks variansi-kovariansi **S** dan W sebagai estimator dari matriks Σ dan Ω secara berturut-turut

$$\mathrm{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1G} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2G} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{G1} & s_{G2} & \dots & s_{GG} \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

dengan

$$\mathrm{W} = \mathrm{S} \otimes I = \begin{bmatrix} s_{11}I & s_{12}I & \dots & s_{1G}I \\ s_{21I} & s_{22}I & \dots & s_{2G}I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{G1}I & s_{G2}I & \dots & s_{GG}I \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

5. Menggunakan matriks W dari persamaan (2.65) dalam perhitungan untuk memperoleh parameter model SUR sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left(\tilde{X}^T W^{-1} \tilde{X}\right)^{-1} \tilde{X}^T W^{-1} \tilde{Y} = [\tilde{X}^T (S^{-1} \otimes I) \tilde{X}]^{-1} \tilde{X}^T (S^{-1} \otimes I) \tilde{Y} \tag{2.66}$$

Dari persamaan (2.66) dapat dituliskan sebagai persamaan (2.67) berikut:

$$\hat{\beta}_{GLS} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}X_1^T X_1 & s_{12}X_2^T & \dots & s_{1G}X_1^T X_G \\ s_{21}X_2^T X_1 & s_{22}X_2^T X_2 & \dots & s_{2G}X_2^T X_G \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{G1}X_G^T X_1 & s_{G2}X_G^T X_1 & \dots & s_{GG}X_G^T X_G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{G} s_{1i} X_1^T Y_i \\ \vdots \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{G} s_{Gi} X_G^T Y_G \end{bmatrix}$$

### 2.1.10 Inflasi dan Deflasi

Inflasi dalam ilmu ekonomi adalah suatu proses meningkatnya harga-harga secara umum dan terus menerus (kontinu) yang berkaitan dengan mekanisme pasar yang dapat disebabkan oleh beberapa faktor, antara lain, konsumsi masyarakat meningkat atau adanya ketidaklancaran distribusi barang. Dengan kata lain, inflasi juga merupakan proses menurunnya nilai mata uang secara kontinu. Inflasi adalah proses dari suatu peristiwa, bukan tinggi – rendahnya tingkat harga. Artinya, tingkat harga yang dianggap tinggi benlum tentu menunjukan inflasi. Inflasi dianggap terjadi jika proses kenaikan harga berlangsung secara terus-menerus dan saling pengaruh – mempengaruhi. Istilah inflasi juga digunakan untuk mengartikan peningkatan persediaan uang yang kadangkala dilihat sebagai penyebab meningkatnya harga.

Laju inflasi adalah meningkatnya tingkat harga barang atau jasa kebutuhan masyarakat secara rata-rata (agregat). Inflasi yang tinggi menunjukan terjadinya kenaikan harga rata-rata barang atau jasa kebutuhan yang cukup tinggi hal ini berarti terjadi penurunan kemampuan atau daya beli uang untuk memperoleh barang atau jasa. Inflasi digolongkan menjadi empat golongan, sebagai berikut.

1. Inflasi ringan, yaitu inflasi yang terjadi apabila kenaikan harga berada di bawah angka 10% setahun.
2. Inflasi sedang, yaitu inflasi yang terjadi apabila kenaikan harga antara 10% – 30% setahun.
3. Inflasi berat, yaitu inflasi yang terjadi apabila kenaikan harga antara 30% – 100% setahun.
4. Hiperinflasi atau inflasi tak terkendali, yaitu inflasi yang terjadi apabila kenaikan harga berada di atas 100% setahun

Deflasi adalah inflasi negatif yaitu suatu periode dimana harga-harga secara umum jatuh atau mengalami penurunan sehingga nilai uang bertambah. Jika inflasi terjadi akibat banyaknya jumlah uang beredar di masyarakat, maka deflasi terjadi karena kurangnya jumlah uang yang beredar, jika deflasi terus menerus juga akan mengakibatkan resesi ekonomi. Salah satu cara menanggulangi deflasi adalah dengan menurunkan tingkat suku bunga. Dengan demikian yang penting untuk diperhatikan adalah bagaimana menjaga inflasi pada suatu tingkat ideal sehingga mendorong perkembangan atau pertumbuhan ekonomi secara maksimal.

## 2.2 Penelitian Terdahulu

Berdasarkan penelitian Ade Widyaningsih, Made Susilawati, dan I wayan Sumarjaya (2014) mengenai perbandingan efisien antara model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) metode GLS dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) untuk mengestimasi parameter regresi menyimpulkan bahwa menggunakan model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) menghasilkan residual yang lebih kecil dari metode *Ordinary Least Square* (OLS) sehingga model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) metode GLS lebih efisien digunakan untuk mengestimasi parameter regresi daripada metode *Ordinary Least Square* (OLS).

Berdasarkan penelitian Dina Eka Putri (2014) mengenai perbandingan metode LTS dan metode estimasi-MM pada regresi *robust* serta penelitian dari Suyanti dan YL Sukestiyarno (2014) mengenai perbandingan metode LTS dan metode estimasi-M pada data yang terdapat pencian (*outlier)* pada kasus regresi. Keduanya menyimpulkan bahwa metode LTS lebih efektif dari metode estimasi-MM dan estimasi-M. Pada perbandingan LTS dengan estimasi-MM berdasarkan kriteria nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dan salah baku yang didapatkan diketahui bahwa nilai RMSE dan nilai salah baku dari metode LTS lebih kecil dari metode estimasi-MM ini menunjukan bahwa metode LTS lebih baik daripada metode estimasi-MM karena semakin kecil nilai RMSE dan nilai baku maka semakin baik atau efektif suatu metode tersebut. Pada perbandingan LTS dengan estimasi-M berdasarkan nilai koefisien determinasi ($R^2$) diketahui bahwa nilai koefisien determinasi ($R^2$) dari metode LTS lebih besar daripada estimasi-M sehingga metode LTS lebih baik daripada metode estimasi-MM.

## 2.3 Kerangka Berpikir

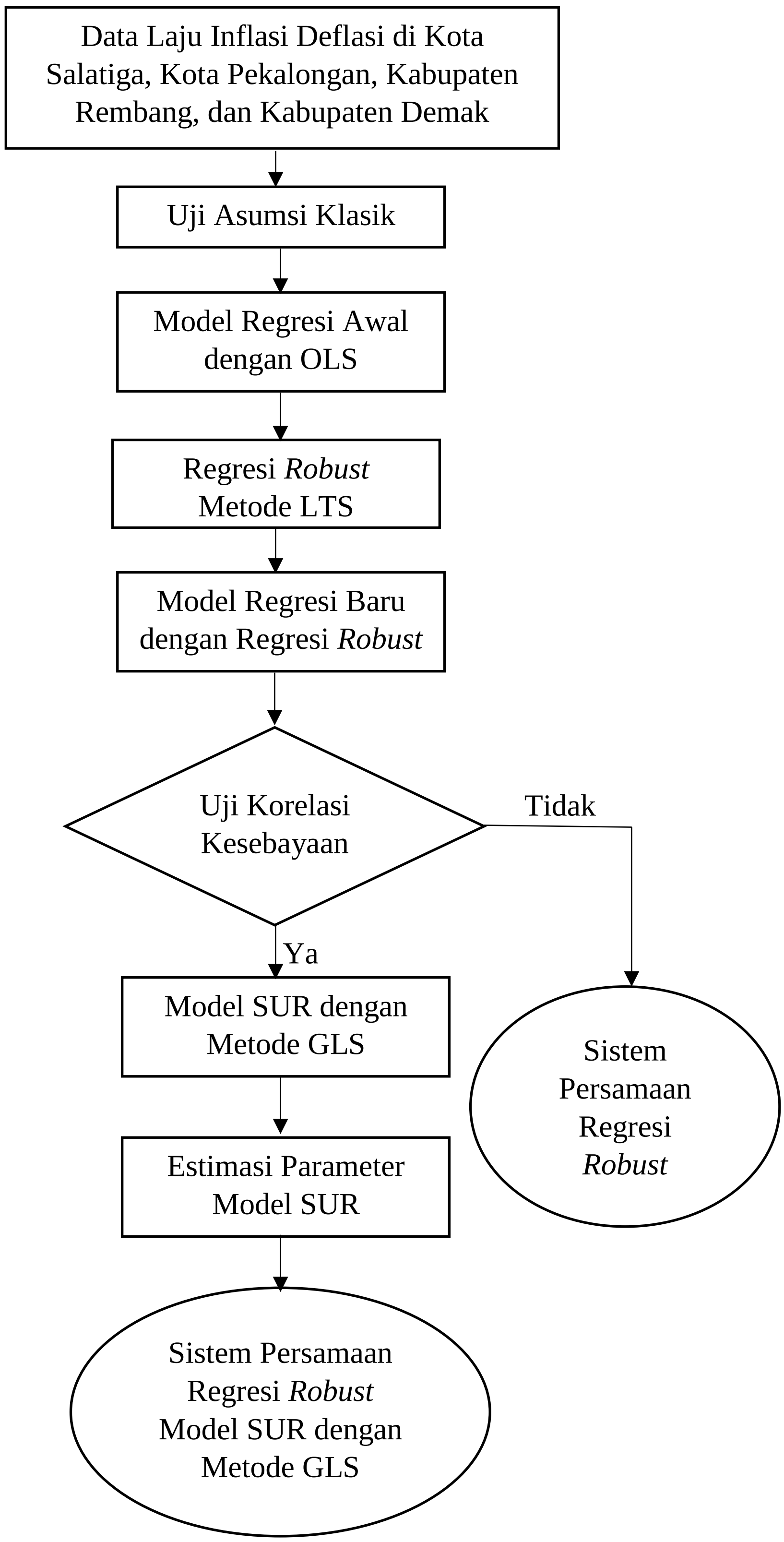
Regresi linier digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas. Salah satu tujuan dalam analisis regresi linier adalah mengestimasi koefisien regresi dalam model. Umumnya, untuk mengestimasi koefisien regresi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS).

Konsep metode *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual sehingga diperoleh estimator dengan variansi terkecil. OLS digunakan untuk mengestimasi parameter dari satu persamaan regresi atau lebih, tetapi tidak diperbolehkan terdapat hubungan antara residual pada penduga respons yang satu dengan penduga respons yang lain. Namun pada kenyataannya sering dijumpai residual model regresi beberapa persamaan saling berhubungan, sehingga metode estimasi OLS menjadi tidak efisien untuk digunakan. Salah satu cara untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah dengan model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) yang parameternya diestimasi menggunakan *Generalized Least Square* (GLS).

Pada konsep estimasi parameter model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan metode *Generalized Least Square* (GLS) tahapan awal yang perlu dilakukan adalah membuat model persamaan regresi dengan estimasi koefisien regresinya menggunakan metode OLS. Namun metode OLS ini sangat sensitif terhadap kehadiran pencilan (*outlier*) sehingga hasil estimasi koefisien regresinya menjadi tidak tepat jika terdapat pencilan *(outlier)* dalam data. Pada data amatan yaitu data inflasi umum dan inflasi kelompok komoditi bahan makan serta kesehatan diketahui bahwa data tersebut mengandung pencilan *(outlier)* yang dapat dilihat pada tabel 1.5 – tabel 1.9 sehingga penggunaan metode OLS untuk mengestimasi koefisien mendapatkan hasil yang tidak efektif dan efisien.

Guna mengatasi masalah tersebut, regresi *robust* merupakan salah satu cara untuk mengatasi kelemahan OLS terhadap pencilan (*outlier)* pada data. Regresi *robust* menghasilkan estimasi model yang resisten terhadap pengaruh pencilan (*outlier).* Pada regresi *robust* terdapat beberapa metode estimasi, diantaranya estimasi-M, LMS, LTS, estimasi-S, dan estimasi-MM. Pada penelitian ini penanganan masalah pencilan (*outlier)* dengan regresi *robust* mengunakan metode LTS untuk mengestimasi model regresi.

Penelitian bermula dengan pengambilan data, yakni data tentang laju inflasi deflasi perbulan dari tahun 2013 – 2016 pada kota dan kabupaten di Provinsi Jawa Tengah yaitu Kota Salatiga, Kota Pekalongan, Kabupaten Rembang, dan Kabupaten Demak. Dari data tersebut dibawa ke dalam bentuk model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR), tahapan pertama yang dilakukan adalah uji asumsi klasik dari masing-masing data lalu dibuat model regresi awal dengan OLS. Selanjutanya karena pada data amatan mengandung pencilan *(outlier)* sehingga untuk mengatasi hal tersebut menggunakan regresi *robust* untuk mengestimasi koefisiennya. Langkah selanjutnya adalah melakukan uji korelasi kesebayaan terhadap hasil estimasinya , apabila terdapat korelasi kesebayaan maka persamaan regresi yang di diperoleh bisa dibentuk ke dalam bentuk model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) jika tidak ada korelasi kesebayaan maka persamaan regresi yang digunakan adalah persamaan regresi yang diestimasi dengan regresi *robust* saja. Jika model regresi yang dihasilkan bisa dibawa kebentuk model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) maka langkah selanjutnya adalah melakukan estimasi parameter model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan metode GLS, hasil akhir yang didapat adalah sistem persamaan regresi *robust* model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan metode GLS.




Gambar 2.2 Kerangka Berpikir

# BAB 5

# PENUTUP

## 5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulakan sebagai berikut.

1. Estimasi parameter regresi pada data yang menggandung pencilan (*outlier*) lebih baik menggunakan regresi *robust* dengan metode *Least Trimmed Square* (LTS) dari pada menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) karena nilai *R-square* yang dihasilkan dari metode regresi *robust* LTS lebih besar dari nilai *R-square* yang dihasilkan dari metode *Ordinary Least Square* (OLS). Hal ini disebabkan karena adanya pemangkasan terhadap data yang mempunyai residual terbesar, sehingga berpengaruh pada nilai *R-square* dan membuat variabel bebas menjadi lebih kuat mempredisikan variabel terikatnya. Oleh karena itu maka penggunaan regresi robust metode LTS lebih baik dari metode OLS untuk mengestimasi data yang mengandung pencilan *(outlier)*.
2. Penggunaa model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) pada estimasi regresi *robust* merupakan salah satu cara mengatasi masalah estimasi pada data panel yang masing-masing data mengandung pencilan *(outlier)* dan estimasi yang dihasilkan lebih baik karena pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) menggunakan hubungan residual (korelasi kesebayaan) antar persamaan yang berbeda.

## 5.2 Saran

1. Penelitian lanjutan sebaiknya mencoba metode-metode estimasi regresi *robust* selain LTS untuk mengestimasi data yang mengandung pencilan.
2. Untuk mempermudah dalam melakukan analisis regresi *robust,* peneliti sebaiknya menggunakan program SAS 9.1.3, karena lebih efektif dalam mengestimasi regresi dengan metode *robust*. Pada program SAS 9.1.3. menggunakan *coding-coding* yang sederhana sehingga mempermudah peneliti dalam pengopersiannya.
3. Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) yang dibahas di skripsi ini masih terbatas pada model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan hubungan linier dan hanya menggunakan 2 variabel bebas, dan untuk penelitian lajutan sebaiknya bisa membahas model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan hubungan non linier dan menggunakan lebih dari 2 variabel bebas.

# DAFTAR PUSTAKA

Aunuddin. 1988. *Analisis Data.* Bogor: PAU-Institut Pertanian Bandung

BPS Kabupaten Demak. 2014. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Demak Tahun 2013.*Demak. BPS Kabupaten Demak. Tersedia di https://demakkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Demak. 2015. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Demak Tahun 2014.*Demak. BPS Kabupaten Demak. Tersedia di https://demakkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Demak. 2016. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Demak Tahun 2015.*Demak. BPS Kabupaten Demak. Tersedia di https://demakkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Demak. 2017. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Demak Tahun 2016.*Demak. BPS Kabupaten Demak. Tersedia di https://demakkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Rembang. 2014. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Rembang Tahun 2013.*Rembang. BPS Kabupaten Rembang. Tersedia di https://rembangkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Rembang. 2015. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Rembang Tahun 2014.* Rembang. BPS Kabupaten Rembang. Tersedia di https://rembangkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Rembang. 2016. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Rembang Tahun 2015.* Rembang. BPS Kabupaten Rembang. Tersedia di https://rembangkab.bps.go.id/

BPS Kabupaten Rembang. 2017. *Indeks Harga Konsumen (IHK) dan Inflasi Kabupaten Rembang Tahun 2016.* Rembang. BPS Kabupaten Rembang. Tersedia di https://rembangkab.bps.go.id/

BPS Kota Pekalongan. 2014. *Indeks Harga Konsumen dan Inflasi Kota Pekalongan Tahun 2013.* Pekalongan. BPS Kota Pekalongan. Tersedia di https://pekalongankota.bps.go.id/

BPS Kota Pekalongan. 2015. *Indeks Harga Konsumen dan Inflasi Kota Pekalongan Tahun 2014.* Pekalongan. BPS Kota Pekalongan. Tersedia di https://pekalongankota.bps.go.id/

BPS Kota Pekalongan. 2016. *Indeks Harga Konsumen dan Inflasi Kota Pekalongan Tahun 2015.* Pekalongan. BPS Kota Pekalongan. Tersedia di https://pekalongankota.bps.go.id/

BPS Kota Pekalongan. 2017. *Indeks Harga Konsumen dan Inflasi Kota Pekalongan Tahun 2016.* Pekalongan. BPS Kota Pekalongan. Tersedia di https://pekalongankota.bps.go.id/

BPS Kota Salatiga 2014. *Perkembangan Indeks Harga Konsumen dan Laju Inflasi Salatiga 2013.* Salatiga. BPS Kota Salatiga. Tersedia di https://salatigakota.bps.go.id/

BPS Kota Salatiga 2015. *Perkembangan Indeks Harga Konsumen dan Laju Inflasi Salatiga 2014.* Salatiga. BPS Kota Salatiga. Tersedia di https://salatigakota.bps.go.id/

BPS Kota Salatiga 2016. *Perkembangan Indeks Harga Konsumen dan Laju Inflasi Salatiga 2015.* Salatiga. BPS Kota Salatiga. Tersedia di https://salatigakota.bps.go.id/

BPS Kota Salatiga 2017. *Perkembangan Indeks Harga Konsumen dan Laju Inflasi Salatiga 2016.* Salatiga. BPS Kota Salatiga. Tersedia di https://salatigakota.bps.go.id/

Chen, C. 2014. Robust Regression and Outlier Detection with the Robustreg Procedure. *Proceedings International.* America: SAS Institute Inc. Tersedia di http://www2.sas.com/proceedings/sugi27/p265-27.pdf.

Dina, E.P. 2014. Perbandingan Regresi *Robust* Penduga *Least Trimmed Square* (LTS) dan Penduga M Untuk Pendugaan Model Penilaian Aset Modal. *Skripsi.* Malang: FMIPA Universitas Brawijaya. Tersedia di http://repository.ipb.ac.id/bitstream/123456789/15233/9/Bab%20II%20Tipus%20G2008-4.pdf.

Drapper, N., & Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan.* Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Dwiningsih, Enti, & Dhoriva Urwatul Wutsqa. 2012. Model Seemingly Unrelated Regression (SUR). *Jurnal Matematika*, 2(2): 1-10. Tersedia di http://journal.student.uny.ac.id/jurnal/artikel/239/53/41

Greene, William H. 2003. Econometric Analysis *(*$5^{th}$ *ed).* Upper Saddle, NJ: Prentice-Hall Companies.

Gujarati, D. N. 2004. *Basic Econometrics (*$4^{th}$ *ed).* New York: The McGraw-Hill Companies.

http://www.jonathansarwono.info/regresi/regresi.pdf [diakses 17-3-2017].

Maharani, I.F., N. Satyahadewi, & Kusnandar, H. 2014. Metode Ordinary Least Square dan Least Trimmed Squares Dalam Mengatasi Parameter Regresi Ketika Terdapat Outlier. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya*. 3(3): 163-168. Tersedia di http://download.portalgaruda.org

Montgomery, D. C., & E.A. Peck. 1992. *Introduction to Linier Regression Analisys* ($2^{th}$. ed). John Wiley & Sons Inc: Newyork.

Paludi, S. 2009. Identifikasi dan Pengaruh Keberadaan Data Pencilan (Outlier). *Majalah Panorama Nasional*, Januari-Juni. Hlm. 56-62. Tersedia di http://stein.ac.id/e-journal/pn_6/PN_6.pd

Pradewi, E.D, & Sudarno. 2012. Kajian Estimasi-M IRLS Menggunakan Fungsi Pembobot Huber dan Bisquare Tukey pada Data Ketahanan Pangan di Jawa Tengah. *Jurnal Media Statistika,* 5(1): 1-10. Tersedia di http://ejournal.undip.ac.id.

Putri, Dian Eka. 2014. Perbandingan Regresi Robust Penduga Least Trimmes Square (LTS) dan Penduga MM Untuk Pendugaan Model Penilaian Aset Modal. *Jurnal Statistik,* 2(3): 189-192. Tersedia di http://statistik.studentjournal.ub.ac.id/index.php/statistik/search/advanced Results

Rousseeuw, P.J., & Leroy, A.M. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.

Rousseeuw, P.J. 1984. Least Mediam of Squares Regression. *Journal of the American Statistical Association,* 79(388): 871-880. Tersedia di http://www.cse.yorku.ca.

Seddighi, H.R, K.A Lawler & A.V. Katos. 2000. *Econometrics*. London: Routledge.

Sembiring, R.K. 2003. *Analisis Regresi* (2th ed.). Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Soemartini. 2007. Pencilan (*Outlier*). Bandung: Universitas Padjadjaran wordpress. Tersedia di https://id.scribd.com/doc/92860263/OUTLIERPENCILAN

Suliyanto. 2008. *Teknik Proyeksi Bisnis*. Yogyakarta: C.V. Andi Offset.

Sungkawa, Iwa. 2009. Penditeksian Pencilan (Outlier) dan Residual pada Regresi Linier. *Jurnal Informatika Pertanian*, 18(2): 95-105. Tersedia di http:// www.litbang.pertanian.go.id/warta-ip/pdf-file/2.iwa_ipvol18-2-2009.pdf

Suyanti & Sukestiyarno. 2014. Deteksi Outlier Menggunakan Diagnosa Regresi Berbasis Estimator Parameter Robust. *Unnes Journal of Mathematics*. 3(2): 12-29. Tersedia di http://journal.unnes.ac.id/

Walpole, Ronald E., 1995. *Pengantar Statistik Edisi 3 Alih Bahasa: Bambang Sumantri.* Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Widyanigsih, *et al*. 2014. Estimasi Model Seemingly Unrelated Regression (SUR) dengan Metode Generalized Least Square (GLS). *Jurnal Matematika,* 4(2): 102—110. Tersesdia di http://ojs.unud.ac.id/

Yaffe, R. A. 2002. *Robust Regression Modelling With STATA Lecture Notes.* Avenue: Social Science and Mapping Group Academic Computing Service. Tersedia di http://faculty.ksu.edu.sa/72563/Documents/Robust%20Regression.pdf

Zellner.1962. An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression Equations and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association,* 57: 348-368. Tersedia di: http://www.jstor.org/stable/2281644.