



RANCANGAN FAKTORIAL FRAKSIONAL 2^{k-p}
(Aplikasi dengan Program SPSS)

skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar

Sarjana Sain Matematika

oleh

Endah Praselia Nengrum

4150406539

PERPUSTAKAAN
UNNES

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2011

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} (Aplikasi dengan Program SPSS)

Disusun oleh

Nama : Endah Prasetya Nengrum

NIM : 4150406539

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 9 pebruari 2011

Panitia:

Ketua

Sekretaris

Dr. Kasmadi Imam S., M.S.

NIP. 195111151979031001

Drs. Edy Soedjoko, M. Pd.

NIP. 195604191987031001

Ketua Penguji

Prof. YL. Sukestiyarno, M. S., Ph. D

NIP. 195904201984031002

Anggota Penguji/
Pembimbing Utama

Anggota Penguji/
pembimbing Pendamping

Drs. Sugiman, M. Si

NIP. 196401111989011001

Dr. Kartono, M. Si

NIP. 195602221980031002

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa yang tertulis di dalam skripsi ini benar-benar hasil karya sendiri bukan jiplakan dari karya tulis orang lain baik sebagian atau seluruhnya. Pendapat atau temuan orang lain yang terdapat dalam skripsi ini dikutip atau dirujuk berdasarkan kode etik ilmiah.

Semarang, Pebruari 2011

Endah Prasetia Nengrum
NIM. 4150406539



MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO :

1. Seorang pesimis adalah orang yang menciptakan kesulitan dari peluangnya, dan seseorang optimis adalah orang yang menciptakan peluang dari kesulitannya (Harry Truman).
2. Pengetahuan bukanlah suatu telaga kekuasaan, dia hanyalah mata air (benih) telaga kekuasaan yang baru akan menjadi telaga kekuasaan nyata setelah pengetahuan itu benar-benar dimanfaatkan.

PERSEMBAHAN :

Seiring syukur dan ridho ALLAH SWT,
karyaku ini kupersembahkan kepada:

1. Ayahanda dan Ibunda tercinta, yang telah memberikan kasih dan sayang serta do'a dan tetesan keringat demi kesuksesan ananda.
2. Adik-adikku Heni dan Handre yang sangat aku sayangi.
3. Teman-teman yang selalu mendukungku.
4. Almamaterku.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} ”. Penulisan skripsi ini sebagai syarat mutlak yang harus dipenuhi oleh penulis untuk memperoleh gelar sarjana sains di Universitas Negeri Semarang.

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan karena adanya bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Sudijono Sastroatmojo, M. Si, Rektor Universitas Negeri Semarang yang bertanggung jawab atas penyelenggaraan pendidikan di tingkat universitas.
2. Dr. Kasmadi Imam, S. MS, Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Edy Soedjoko, M. Pd, Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Sugiman, M. Si, Pembimbing Utama yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan pengarahan.
5. Dr. Kartono, M. Si, Pembimbing Pendamping yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan pengarahan.
6. Ayah dan Ibu tercinta yang senantiasa mendoakan serta memberikan dukungan baik secara moral maupun spiritual.
7. Semua teman-teman jurusan Matematika angkatan '06 yang saya banggakan, terimakasih atas dukungan dan bantuan yang telah diberikan.
8. Semua pihak yang telah membantu terselesainya penulisan skripsi ini.

Penulis sadar dengan apa yang telah disusun dan disampaikan masih banyak kekurangan dan jauh dari sempurna. Untuk itu penulis menerima segala kritik dan saran yang sifatnya membangun untuk skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Semarang, April 2011
Penulis

ABSTRAK

Nengrum, Endah Prasetya. 2011. *Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p}* . Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Semarang. Pembimbing I Drs. Sugiman, M. Si. Pembimbing II Dr. Kartono, M. Si.

Dalam penelitian yang berkaitan dengan rancangan produk untuk memaksimalkan proses produksi. Banyaknya faktor yang digunakan dalam percobaan tidak efisien mengingat beberapa hambatan seperti dana, waktu, dan tenaga. Dengan alasan tersebut maka didalam prakteknya digunakan suatu rancangan faktorial. Permasalahan yang muncul adalah “apakah rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} (dengan k adalah faktor dan p adalah pembangkit rancangan) mampu memberikan hasil informasi yang sama dibandingkan rancangan faktorial 2^k ”. Tujuan yang akan dicapai mengetahui hasil informasi perbandingan antara rancangan faktorial 2^k dan rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} .

Rancangan faktorial 2^k banyak digunakan dalam percobaan diberbagai bidang namun Rancangan faktorial dengan jumlah faktor yang sangat besar tidak memungkinkan untuk diterapkan didunia industri atau di bidang lainnya. Untuk mengatasi hal tersebut, digunakan rancangan faktorial fraksional. Pada rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} estimasi efek utama dan interaksi akan saling berbaaur yang disebut alias. Setiap efek mempunyai 2^p-1 . Rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} dapat memberikan hasil informasi yang sama dalam mengidentifikasi faktor yang signifikan dan lebih efisien serta efektif dibandingkan rancangan faktorial 2^k .

Rancangan faktorial fraksional dibentuk dengan memisahkan rancangan faktorial 2^k kedalam 2 blok setiap blok berisi 2^{k-p} . Diperoleh rancangan faktorial 2^4 dan rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan pembangkit $D=ABC$ dan $A=BCD$ pada sebuah percobaan medis untuk menguji tingkat penyerapan dari sebuah kapsul antibiotik, diperoleh informasi dari simulasi dengan program SPSS bahwa hanya faktor A (waktu pekerja di laboratorium), faktor B (kekuatan dosis) dan faktor C (ketebalan kulit kapsul) yang mempunyai efek signifikan dalam percobaan tersebut. Pengaruh keempat faktor pada rancangan 2^{4-1} terhadap respon (Y) sebesar 95% Sisanya 5% dipengaruhi oleh faktor lain dengan persamaan regresi $\bar{Y} = 10,250 + 11,125A + 27,375B + 9,625C - 0,875D$, terlihat bahwa nilai sig = 0% kurang dari 5% berarti H_0 ditolak artinya persama linier.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR SIMBOL	x
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Pembatasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Rancangan Faktorial dengan Dua Taraf.....	4
2.2 Model Linier	6
2.3 Algoritma Yates.....	18
2.4 Uji Lanjut dengan Metode Duncan.....	19
2.5 Metode dengan Program SPSS.....	20
2.5.1 Uji Normalitas Data	20
2.6 Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p}	21
2.7 Blok dan Pembauran (<i>Counfouding</i>).....	25

2.8 Kerangka Pikir	27
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Penemuan Masalah	29
3.2 Studi Pustaka	29
3.3 Analisis Data.....	30
3.3.1 Metode Anova	30
3.3.2 Algoritma Yates.....	30
3.3.3 Menggunakan Program SPSS	32
3.4 Penarikan Kesimpulan	34
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	
4.1 Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} Secara Umum	35
4.2 Rancangan Resolusi	35
4.2.1 Rancangan Resolusi III	36
4.2.2 Rancangan Resolusi IV	37
4.2.3 Rancangan Resolusi V	37
4.3 Contoh Aplikasi Faktorial Penuh.....	38
4.3.1 Metode Perhitungan dengan Anova.....	40
4.3.2 Analisis Perhitungan dengan Algoritma Yates	43
4.3.3 Uji Lanjut dengan Metode Duncan.....	45
4.4 Aplikasi Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} dengan Pembangkit D=ABC.....	47
4.4.1 Metode dengan Program SPSS	48
4.4.2 Perhitungan Estimasi Efek Utama dan Efek Interaksi	50
4.4.3 Analisis Data	52
4.4.3.1 Menguji Pengaruh Keempat Faktor.....	52
4.4.3.2 Menganalisis Faktor dalam percobaan.....	53
4.5 Aplikasi Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} dengan Pembangkit A=BCD.....	55
BAB V PENUTUP	

5.1 Simpulan.....	58
5.2 Saran.....	59
DAFTAR PUSTAKA	60
LAMPIRAN	



DAFTAR SIMBOL

$y_{ij...l}$	= Nilai pengamatan pada taraf ke-I faktor A, taraf ke-j faktor B dan seterusnya.
μ	= Nilai rata-rata keseluruhan.
τ_i	= Efek taraf ke-I dari faktor A.
$\varepsilon_{ij...l}$	= Komponen error random.
$NID(0, \sigma^2)$	= Berdistribusi normal, saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 dan varian σ^2 .
H_0	= Hipotesis 0.
H_1	= Hipotesis alternatif.
α	= Tingkat kepercayaan (signifikansi).
k	= Jumlah faktor.
p	= Jumlah pembangkit.
I	= Relasi penentu.
$S_{\bar{y}}$	= Galat baku dari nilai tengah perlakuan.
R_p	= Daerah signifikan terkecil pada uji Duncan.
L_i	= Kontras penentu untuk pembangkit ke-I dalam pemblokkan.
R	= Jenis rancangan resolusi.

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
Tabel 2.1 Tanda positif dan negatif rancangan 2^3	6
Tabel 2.2 Analisa variansi untuk rancangan faktorial 2^3	10
Tabel 2.3 Analisis variansi untuk rancangan 2^k	12
Tabel 2.4 Ekspektasi rata-rata kuadrat untuk model tetap tiga arah.....	16
Tabel 2.5 Faktor dan taraf faktor rancangan 2^4	24
Tabel 2.6 Data rancangan faktorial 2^4 dengan satu ulangan.....	25
Tabel 2.7 Tanda positif negatif data rancangan 2^4	25
Tabel 2.8 Algoritma Yate's untuk rancangan 2^4	28
Tabel 2.9 Analisis variansi untuk rancangan 2^4	28
Tabel 2.10 Rancangan Fraksional 2^{4-1}	38
Tabel 2.11 Struktur alias 2^{4-1} dengan I=ABCD.....	38
Tabel 2.12 Struktur alias 2^{4-1} dengan I = -ABCD.....	39
Tabel 2.13 Estimasi yang terpisah dari alias	39
Tabel 4.1 Rancangan 2_{III}^{3-1} dengan relasi pembangkit I = ABC.....	48
Tabel 4.2 Estimasi yang terpisah dari alias	49
Tabel 4.3 Faktor dan Taraf faktor pada Rancangan 2^4	50
Tabel 4.4 Data rancangan 2^{4-1} dengan 2 blok.....	51
Tabel 4.5 Data rancangan 2^{4-1} dengan pembangkit D= ABC	51
Tabel 4.6 One-Sampel Kolmogorov-Smirnov Test.....	52
Tabel 4.7 Nilai estimasi efek rancangan 2_{III}^{3-1}	55
Tabel 4.8 Coefficients	56
Tabel 4.9 Anova	56
Tabel 4.10 Model Summary	56
Tabel 4.11 Test of between-subjects effects	57

DAFTAR GAMBAR

Gambar

Halaman

Gambar 4.1 P-Plot normal dari residual.....	53
Gambar 4.2 Plot residual terhadap nilai prediksi	54



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran

Lampiran 1 Data rancangan faktorial 2^{4-1} dengan pembangkit rancangan A=BCD

Lampiran 2 Rancangan 2^{5-1} dengan relasi penentu I = ABCDE

Lampiran 3 Data rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} (Pembangkit D = ABC)

Lampiran 4 Output data rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan program SPSS

Lampiran 5 Alias dengan Min Plus untuk Rancangan Faktorial Fraksional 2^{4-1} dengan I = ABCD



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam berbagai bidang, suatu riset atau penelitian yang berkaitan dengan rancangan produk atau proses untuk memaksimalkan proses produksi, mengefektifkan penggunaan alat atau mesin produksi dan sebagainya menjadi hal penting untuk dapat meningkatkan produktivitas dan kualitas dari proses industri. Pemanfaatan metode rancangan percobaan pada tahap-tahap tersebut dapat menunjukkan keberhasilan suatu proses secara keseluruhan.

Pengertian rancangan percobaan (eksperimen) adalah suatu tes atau serangkaian tes dengan maksud mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada output respon yang disebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan pada variabel input dari suatu proses (Montgomery, 1991). Sebagian besar percobaan meliputi beberapa variabel atau lebih dari satu faktor yang diamati. Pada situasi ini rancangan yang digunakan adalah rancangan faktorial.

Dalam suatu eksperimen, rancangan faktorial adalah suatu rancangan yang mengikutkan seluruh kombinasi perlakuan dari k faktor. Apabila jumlah dari k faktor ini cukup besar, maka akan berakibat pada besarnya jumlah kombinasi perlakuan yang akan dilakukan dan ini tidak cukup efisien. Apabila digunakan rancangan faktorial 2^k (dengan k adalah jumlah faktor), maka dibutuhkan sebanyak 2^k unit eksperimen untuk satu ulangan. Hal ini tentu saja tidak efisien mengingat beberapa hambatan yang mungkin terjadi seperti jumlah dana yang

diperlukan untuk melakukan suatu percobaan, tenaga yang dibutuhkan dan waktu untuk melaksanakan percobaan tersebut. Dengan alasan tersebut, maka biasanya di dalam praktek digunakan suatu rancangan yang menggunakan dua taraf dengan sebagian dari kombinasi perlakuan dari faktor-faktor dalam percobaan yang dijalankan, yaitu dengan cara membaurkan rancangan faktorial 2^k menjadi 2^p (dengan p adalah pembangkit rancangan) blok unit eksperimen. Jika pembangkit rancangan (p) sama dengan satu maka akan terbentuk dua blok yang masing-masing bertanda positif dan negatif untuk faktor-faktor yang berada dalam blok tersebut. Rancangan ini disebut rancangan faktorial fraksional dua taraf (rancangan faktorial fraksional 2^{k-p}).

Dengan rancangan ini akan dibutuhkan jumlah amatan yang lebih sedikit dibandingkan dengan rancangan faktorial 2^k , namun mampu menghasilkan informasi yang sama. Dalam hal ini adalah informasi yang menyatakan pengaruh faktor-faktor yang signifikan dalam percobaan terhadap respon. Karena itu biasanya didalam praktek digunakan suatu rancangan yang menggunakan dua taraf dan sebagian dari kombinasi perlakuan dari faktor-faktor dalam percobaan, rancangan ini disebut rancangan faktorial fraksional dua taraf.

1.2 Permasalahan

Permasalahan pada rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} adalah apakah rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} mampu memberikan hasil informasi yang sama dalam mengidentifikasi faktor yang signifikan dibandingkan rancangan 2^k ?

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam hal ini penulis membatasi pembahasan masalah hanya pada rancangan faktorial fraksional dua taraf dengan satu pembangkit rancangan ($p = 1$) yang berdasar pada Rancangan Acak Lengkap (RAL), serta analisisnya dengan asumsi bahwa model yang digunakan adalah model tetap dengan ulangan tunggal (*single replication*).

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah mengetahui hasil informasi perbandingan dalam mengidentifikasi faktor yang signifikan antara rancangan faktorial 2^k dan rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} (dengan k adalah faktor dan p adalah pembangkit rancangan).

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagi Peneliti

Manfaat bagi peneliti adalah peneliti mampu menerapkan ilmu yang didapat khususnya masalah rancangan faktorial fraksional dengan program SPSS. Sehingga dapat memantapkan pemahaman teori-teori yang diperoleh.

2. Bagi Pembaca

Manfaat yang bisa diambil bagi pembaca adalah menambah pengetahuan tentang masalah rancangan faktorial fraksional dan dapat menerapkan dalam kehidupan sehari-hari.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Rancangan Faktorial dengan Dua Taraf

Salah satu rancangan yang dapat digunakan dalam penelitian adalah rancangan faktorial dengan k faktor dan masing-masing faktor hanya memiliki 2 taraf, karena setiap perulangan lengkap dari rancangan ini memerlukan 2^k amatan maka disebut rancangan faktorial 2^k . Sebuah rancangan faktorial 2^k memerlukan semua kombinasi dari dua taraf untuk masing-masing k faktor. Kedua tarafnya dinyatakan sebagai taraf rendah dan taraf tinggi. Biasanya taraf rendah dinyatakan dengan tanda negatif (-) dan taraf tinggi dinyatakan dengan tanda positif (+), tidak masalah taraf yang mana yang diberi label positif atau negatif sepanjang pelabelan tersebut konsisten.

Sebagai contoh rancangan 2^2 dengan dua faktor, misal A dan B masing-masing memiliki dua taraf. Efek atau pengaruh dari suatu faktor dinyatakan dengan huruf kapital, jadi “A” menyatakan efek dari faktor A, “B” menyatakan efek dari faktor B, dan “AB” menyatakan efek interaksi AB. Efek-efek yang akan diestimasi dalam rancangan faktorial 2^k meliputi k efek utama, $\binom{k}{2}$ efek interaksi dua faktor, $\binom{k}{3}$ efek interaksi tiga faktor sampai dengan satu efek interaksi k faktor dan rata-rata keseluruhan dari observasi. Untuk mengestimasi suatu efek atau menghitung jumlah kuadrat dari suatu efek dapat dilakukan dengan

menggunakan tabel tanda positif dan negatif (*table of plus minus sign*) seperti pada rancangan 2^3 tabel 2.1 bahwa:

Tabel 2.1 tanda positif dan negatif untuk rancangan 2^3

No Amatan	Kombinasi Perlakuan	Efek faktor							
		I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
1	(I)	+	-	-	+	-	+	+	-
2	A	+	+	-	-	-	-	+	+
3	B	+	-	+	-	-	+	-	+
4	Ab	+	+	+	+	-	-	-	-
5	C	+	-	-	+	+	-	-	+
6	Ac	+	+	-	-	+	+	-	-
7	Bc	+	-	+	-	+	-	+	-
8	Abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Elemen dalam kolom efek utama dari suatu faktor menunjukkan tanda positif (+) untuk taraf tinggi dan tanda negatif (-) untuk taraf rendah. Kombinasi perlakuan pada tabel di atas disusun dengan urutan standar (*standard order*). Untuk efek A, B atau C maka koefisien-koefisien kontras yang masing-masing tidak mengandung a, b atau c bertanda negatif sedangkan yang mengandung a, b atau c bertanda positif. Demikian seterusnya dan untuk elemen faktor terakhir (faktor k) akan berisi 2^{k-1} tanda negatif diikuti 2^{k-1} tanda positif. Jika tanda positif dan negatif untuk efek utama sudah diperoleh maka tanda untuk kolom lainnya yaitu interaksi dua faktor dan seterusnya diperoleh dengan mengalikan tanda positif dan negatif pada kolom efek utama.

Koefisien kontras untuk efek AB didapat dengan jalan mengalikan koefisien kontras efek A dengan koefisien kontras efek B. Demikian pula koefisien kontras efek AC dan BC masing-masing didapat dengan jalan mengalikan koefisien-koefisien kontras efek A dengan efek C dan efek B dengan efek C. Koefisien kontras efek ABC didapat sebagai hasil perkalian koefisien-

koefisien kontras efek A dengan efek BC atau efek B dengan efek AC atau efek C dengan efek AB. Untuk rancangan 2^k tabel tanda positif dan negatif akan terdiri dari 2^k kolom efek faktor dan 2^k baris.

Jumlah dari perkalian tanda dalam kolom suatu efek dengan kombinasi perlakuan yang bersesuaian akan menghasilkan suatu kombinasi linier yang disebut kontras. Kontras untuk efek AB...K dapat juga diperoleh dengan metode lainnya yaitu:

$$\text{Kontras}_{AB\dots K} = (\alpha \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1) \quad (2.1)$$

Tanda *plus* dan *minus* (\pm) akan dipilih *minus* jika faktor yang bersangkutan termasuk dalam kontras efek yang akan dihitung dan sebaliknya, sebagai contoh akan dihitung nilai kontras dari faktor A, maka:

$$\text{Kontras}_A = (a - 1)(b + 1) \dots (k \pm 1)$$

Sementara angka "1" pada persamaan 2.1 di atas menunjukkan kombinasi perlakuan (1). Selanjutnya estimasi efek dan jumlah kuadrat (*sum of square*) dapat dihitung sebagai berikut.

$$ABC\dots K = \frac{1}{n2^{k-1}} (\text{kontras}_{ABC\dots K}) \quad (2.2)$$

dan

$$SS_{AB\dots K} = \frac{1}{n2^k} (\text{kontras}_{AB\dots K})^2 \quad (2.3)$$

dengan n adalah jumlah ulangan (*replicates*).

2.2 Model Linier

Model statistik linier yang digunakan untuk rancangan faktorial 2^k ditulis:

$$Y_{ij\dots lm} = \mu + A_i + B_j + \dots + (AB)_{ij} + (AC)_{il} + \dots + (AB\dots K)_{ij\dots l} + \epsilon_{ij\dots lm} \quad (2.4)$$

dengan $i = 1, 2 ; j = 1, 2, \dots ; l = 1, 2$

$m = 1, 2, \dots, n$ ulangan pada setiap amatan

μ = rata-rata keseluruhan

A_i = efek taraf ke- i dari faktor A

$(AB)_{ij}$ = efek interaksi antara faktor A dan B

$(AB \dots K)_{ij \dots l}$ = efek interaksi antara faktor A, B, ..., K

$\varepsilon_{ij \dots lm}$ = komponen error random

Faktor A, B, ..., K diasumsikan tetap, komponen error random diasumsikan berdistribusi normal dan independen dengan mean nol dan variansi σ^2 atau ditulis $\varepsilon_{ij \dots lm} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$. Efek perlakuan didefinisikan sebagai deviasi dari rata-rata keseluruhan sehingga:

$$\sum_{i=1}^2 A_i = 0; \sum_{j=1}^2 B_j = 0; \sum_{i=1}^2 (AB)_{ij} = \sum_{j=1}^2 (AB)_{ij} = 0$$

$$\sum_{i=1}^2 (AB \dots K)_{ij \dots l} = \sum_{j=1}^2 (AB \dots K)_{ij \dots l} = \dots = \sum_{i=1}^2 (AB \dots K)_{ij \dots l} = 0$$

Sebagai contoh model linier untuk rancangan faktorial 2^3 ditulis:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + C_k + (AB)_{ij} + (AC)_{ik} + (BC)_{jk} + (ABC)_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$$

(2.5)

dengan $i = 1, 2$; $j = 1, 2$; $k = 1, 2, \dots, n$

μ = rata-rata keseluruhan

A_i = efek taraf ke- i faktor A

B_j = efek taraf ke- j faktor B

C_k = efek taraf ke- k faktor C

$(AB)_{ij}$ = efek interaksi antara A dan B

$(AC)_{ik}$ = efek interaksi antara A dan C

$(BC)_{jk}$ = efek interaksi antara B dan C

$(ABC)_{ijk}$ = efek interaksi antara A, B dan C

$\varepsilon_{ijkl} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$

$$\sum_{i=1}^2 A_i = 0; \sum_{j=1}^2 B_j = 0; \sum_{k=1}^2 C_k = 0$$

$$\sum_{i=1}^2 (AB)_{ij} = \sum_{j=1}^2 (AB)_{ij} = \sum_{i=1}^2 (AC)_{ik} = \sum_{k=1}^2 (AC)_{ik} = \sum_{j=1}^2 (BC)_{jk} = \sum_{k=1}^2 (BC)_{jk} = 0$$

$$\sum_{i=1}^2 (ABC)_{ijk} = \sum_{j=1}^2 (ABC)_{ijk} = \sum_{k=1}^2 (ABC)_{ijk} = 0$$

Selanjutnya akan diuji hipotesis signifikansi efek faktor A, faktor B, faktor C, interaksi dua faktor dan interaksi tiga faktor. Hipotesis-hipotesis tersebut dinyatakan dalam bentuk:

a. Hipotesis mengenai efek utama

$H_0 : A_i = 0$ untuk semua i

H_1 : paling sedikit terdapat satu $A_i \neq 0$

$H_0 : B_j = 0$ untuk semua j

H_1 : paling sedikit terdapat satu $B_j \neq 0$

$H_0 : C_k = 0$ untuk semua k

H_1 : paling sedikit terdapat satu $C \neq 0$

b. Hipotesis mengenai efek interaksi

$H_0 : (AB)_{ij} = 0$ untuk semua i, j

H_1 : paling sedikit terdapat satu $(AB)_{ij} \neq 0$

$H_0 : (AC)_{ik} = 0$ untuk semua i, k

H_1 : paling sedikit terdapat satu $(AC)_{ik} \neq 0$

$H_0 : (BC)_{jk} = 0$ untuk semua j, k

H_1 : paling sedikit terdapat satu $(BC)_{jk} \neq 0$

H_0 : $(ABC)_{ijk} = 0$ untuk semua i, j, k

H_1 : paling sedikit terdapat satu $(ABC)_{ijk} \neq 0$

Untuk menentukan hipotesis ditolak atau diterima maka menggunakan prosedur uji hipotesis yang dirangkum dalam analisis variansi, dengan demikian statistik uji yang digunakan untuk menguji hipotesis adalah:

Tabel 2.2. Analisis variansi untuk rancangan faktorial 2^3

Sumber Variansi	Jumlah kuadrat	db	Rata-rata Kuadrat	F_0
Efek utama				
A	SS_A	1	$MS_A = SS_A$	MS_A / MS_E
B	SS_B	1	$MS_B = SS_B$	MS_B / MS_E
C	SS_C	1	$MS_C = SS_C$	MS_C / MS_E
Interaksi dua faktor				
AB	SS_{AB}	1	$MS_{AB} = SS_{AB}$	MS_{AB} / MS_E
AC	SS_{AC}	1	$MS_{AC} = SS_{AC}$	MS_{AC} / MS_E
BC	SS_{BC}	1	$MS_{BC} = SS_{BC}$	MS_{BC} / MS_E
Interaksi tiga faktor				
ABC	SS_{ABC}	1	$MS_{ABC} = SS_{ABC}$	MS_{ABC} / MS_E
Error	SS_E	$8(n-1)$	$MS_E = SS_E / 8(n-1)$	
Total	SS_T	$8n-1$		

Dengan $F_0 = \frac{MS_{\text{efek}}}{MS_E}$ dan

H_0 akan ditolak jika $F_0 > F_{\alpha, db(\text{efek}), 2^3(n-1)}$

Formula yang digunakan untuk menghitung jumlah kuadrat total adalah:

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{t=1}^n y_{ijkt}^2$$

Jumlah kuadrat untuk efek utama adalah

$$SS_A = \sum_{i=1}^2 \frac{y_{i...}^2}{4n} - \frac{y_{...}^2}{8n}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^2 \frac{y_{.jk}^2}{4n} - \frac{y_{...}^2}{8n}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.k}^2}{4n} - \frac{y_{...}^2}{8n}$$

jumlah kuadrat untuk efek interaksi adalah:

$$\begin{aligned}
 SS_{AB} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{y_{ij.}^2}{2n} - \sum_{i=1}^2 \frac{y_{i..}^2}{4n} - \sum_{j=1}^2 \frac{y_{.j.}^2}{4n} + \frac{y_{...}^2}{8n} \\
 SS_{AC} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{y_{i.k}^2}{2n} - \sum_{i=1}^2 \frac{y_{i..}^2}{4n} - \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.k.}^2}{4n} + \frac{y_{...}^2}{8n} \\
 SS_{BC} &= \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.jk}^2}{2n} - \sum_{j=1}^2 \frac{y_{.j.}^2}{4n} - \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.k.}^2}{4n} + \frac{y_{...}^2}{8n} \\
 SS_{ABC} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{y_{ijk}^2}{n} - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{y_{ij.}^2}{2n} - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{y_{i.k}^2}{2n} - \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.jk}^2}{2n} \\
 &\quad + \sum_{i=1}^2 \frac{y_{i..}^2}{4n} + \sum_{j=1}^2 \frac{y_{.j.}^2}{4n} + \sum_{k=1}^2 \frac{y_{.k.}^2}{4n} - \frac{y_{...}^2}{8n}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

SS_E dihitung melalui selisih antara jumlah kuadrat total, efek utama dan efek interaksi yaitu: $SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC} - SS_{ABC}$

(2.7) Menentukan signifikansi efek menggunakan analisis variansi untuk rancangan 2^k . Montgomery (1991) telah merangkum analisis variansi untuk rancangan 2^k yang dinyatakan dalam tabel berikut.

Tabel 2.3. Analisis variansi untuk rancangan 2^k

Sumber Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas
K efek utama		
A	SS_A	1
B	SS_B	1
.	.	.
.	.	.
K	SS_K	1
$\binom{k}{2}$ interaksi dua faktor		
AB	SS_{AB}	1
AC	SS_{AC}	1
.	.	.
.	.	.
JK	SS_{JK}	1
$\binom{k}{k}$ interaksi k faktor		
ABC...K	$SS_{ABC...k}$	1
Error	SS_E	$2^k(n-1)$
	SS_T	$n2^k-1$

Total		
-------	--	--

Hipotesis-hipotesis mengenai efek utama dan efek interaksi akan diuji dengan menggunakan analisis variansi tiga faktor. Notasi-notasi yang digunakan dinyatakan sebagai berikut.

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf ke- } i \text{ faktor A}$$

$$Y_{.j.} = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf ke- } j \text{ faktor B}$$

$$Y_{..k} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf ke- } k \text{ faktor C}$$

$$Y_{ij.} = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf } i \text{ dan } j \text{ dari interaksi AB}$$

$$Y_{i.k} = \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf } i \text{ dan } k \text{ dari interaksi AC}$$

$$Y_{.jk} = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf } j \text{ dan } k \text{ dari interaksi BC}$$

$$Y_{ijk.} = \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi pada taraf } i, j \text{ dan } k \text{ dari interaksi ABC}$$

$$Y_{....} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \text{ adalah total observasi keseluruhan}$$

Rata-rata yang berkaitan dengan total observasi adalah:

$$\bar{y}_{i..} = \frac{Y_{i..}}{4n}$$

$$\bar{y}_{i.k} = \frac{Y_{i.k}}{2n}$$

$$\bar{y}_{.j.} = \frac{Y_{.j.}}{4n}$$

$$\bar{y}_{.jk} = \frac{Y_{.jk}}{2n}$$

$$\bar{y}_{..k} = \frac{Y_{..k}}{4n}$$

$$\bar{y}_{ijk.} = \frac{Y_{ijk.}}{n}$$

$$\bar{y}_{ij.} = \frac{Y_{ij.}}{2n}$$

$$\bar{y}_{....} = \frac{Y_{....}}{8n}$$

Jumlah kuadrat total yang sebenarnya ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (Y_{ijkl} - \bar{y}_{....})^2 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n [(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{....}) + (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{....}) + (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{....}) \\ &\quad + (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{....}) + (\bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{..k} + \bar{y}_{....}) \\ &\quad + (\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + \bar{y}_{....})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{.jk} + \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.k.} + \bar{y}_{...}) \\
& + (\bar{y}_{ijk1} - \bar{y}_{ijk})^2 \\
= & 4n \sum_{i=1}^2 (\bar{y}_{i..} + \bar{y}_{...})^2 + 4n \sum_{j=1}^2 (\bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 + 4n \sum_{k=1}^2 (\bar{y}_{.k.} + \bar{y}_{...})^2 + \\
& 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.k.} + \bar{y}_{...})^2 + \\
& 2n \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.k.} + \bar{y}_{...})^2 + \\
& n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{.jk} + \bar{y}_{i..} + \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...})^2 + \\
& \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \bar{y}_{ijk})^2
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Terlihat dari persamaan di atas jumlah kuadrat total dapat dibagi dalam jumlah kuadrat yang berkaitan dengan faktor A, faktor B, faktor C, Jumlah kuadrat yang berkaitan dengan interaksi dua faktor yaitu AB, AC, BC dan jumlah kuadrat yang berkaitan dengan interaksi tiga faktor ABC serta jumlah kuadrat yang berkaitan dengan error. Sehingga persamaan (2.8) dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_{AB} + SS_{AC} + SS_{BC} + SS_{ABC} + SS_E$$

Rata-rata kuadrat diperoleh dengan membagi jumlah kuadrat dengan derajat bebasnya. Nilai harapan untuk rata-rata kuadrat error diperoleh:

$$\begin{aligned}
E(MS_E) &= E\left(\frac{SS_E}{8(n-1)}\right) = \frac{1}{8(n-1)} E\left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \bar{y}_{ijk})^2\right] \\
&= \frac{1}{8(n-1)} E\left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl}^2 - 2y_{ijkl}\bar{y}_{ijk} + \bar{y}_{ijk}^2)\right] \\
&= \frac{1}{8(n-1)} E\left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n y_{ijkl}^2 - 2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n y_{ijkl}\bar{y}_{ijk} + n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{y}_{ijk}^2\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{8(n-1)} E \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n y_{ijkl}^2 - 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{y}_{ijk}^2 + n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{y}_{ijk}^2 \right] \\
&= \frac{1}{8(n-1)} E \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n y_{ijkl}^2 - n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{y}_{ijk}^2 \right] \\
&= \frac{1}{8(n-1)} E \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (\mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl})^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left(\sum_{l=1}^n (\mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl})^2 \right) \right] \\
&= \frac{1}{8(n-1)} E \left[\left(8n\mu^2 + 2\mu \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n \varepsilon_{ijkl} + 4n \sum_{i=1}^2 \tau_i^2 + 4n \sum_{j=1}^2 \beta_j^2 + 4n \sum_{k=1}^2 \gamma_k^2 \right. \right. \\
&\quad + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\tau\beta)_{ij}^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\tau\gamma)_{ik}^2 + 2n \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\beta\gamma)_{jk}^2 + n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2 \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n \varepsilon_{ijkl} \right) - \left(2\mu \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n \varepsilon_{ijkl} + 8n\mu^2 + 4n \sum_{i=1}^2 \tau_i^2 + 4n \sum_{j=1}^2 \beta_j^2 \right. \\
&\quad + 4n \sum_{k=1}^2 \gamma_k^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\tau\beta)_{ij}^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\tau\gamma)_{ik}^2 + 2n \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\beta\gamma)_{jk}^2 \\
&\quad \left. + n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n \varepsilon_{ijkl} \right) \right] \\
E(MS_E) &= \frac{1}{8(n-1)} E[8n\sigma^2 - 8\sigma^2] = \frac{1}{8(n-1)} 8(n-1)\sigma^2 = \sigma^2 \tag{2.9}
\end{aligned}$$

Nilai harapan untuk rata-rata kuadrat efek lainnya diperoleh dengan membuat tabel ekspektasi rata-rata untuk model tetap tiga arah.

Tabel 2.4. Ekspektasi Rata-Rata Kuadrat untuk Model Tetap Tiga Arah

Faktor	F	F	F	R	Ekspektasi Rata-rata Kuadrat E(MS..)
	a	b	C	n	
A_i	0	b	C	n	$\sigma^2 + bcn \frac{\sum \tau_i^2}{a-1}$

B_j	a	0	C	n	$\sigma^2 + acn \frac{\sum \beta_j^2}{b-1}$
C_k	a	b	0	n	$\sigma^2 + abn \frac{\sum \gamma_k^2}{c-1}$
$(AB)_{ij}$	0	0	C	n	$\sigma^2 + cn \frac{(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij}^2)}{(a-1)(b-1)}$
$(AC)_{ik}$	0	b	0	n	$\sigma^2 + bn \frac{(\sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c (\tau\gamma)_{ik}^2)}{(a-1)(c-1)}$
$(BC)_{jk}$	a	0	0	n	$\sigma^2 + an \frac{(\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^c (\beta\gamma)_{jk}^2)}{(b-1)(c-1)} c$
$(ABC)_{ijk}$	0	0		n	$\sigma^2 + n \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$
$s_{(ijk)l}$	1	1	1	1	σ^2

Sehingga dengan taraf a, b, c = 2 maka didapat:

$$MS_A = \sigma^2 + 4n \sum_{i=1}^2 A_i^2$$

$$MS_B = \sigma^2 + 4n \sum_{j=1}^2 B_j^2$$

$$MS_C = \sigma^2 + 4n \sum_{k=1}^2 C_k^2$$

$$MS_{AB} = \sigma^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (AB)_{ij}^2$$

$$MS_{AC} = \sigma^2 + 2n \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 (AC)_{ik}^2$$

$$MS_{BC} = \sigma^2 + 2n \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (BC)_{jk}^2$$

$$MS_{ABC} = \sigma^2 + n \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (ABC)_{ijk}^2$$

Jika hipotesis nol salah, maka nilai ekspektasi kuadrat rata-rata dari faktor adalah lebih besar dari σ^2 . Oleh karena itu untuk menguji signifikansi efek utama dan interaksi, rata-rata kuadrat yang berkaitan dengan efek utama dan interaksi dibagi dengan rata-rata kuadrat error. Perbandingan ini akan memenuhi distribusi F dengan derajat bebas pembilangnya adalah derajat bebas yang berkaitan dengan jumlah kuadrat efek dan derajat bebas penyebutnya adalah derajat bebas jumlah kuadrat error (SS_E). Hal ini dapat dijelaskan dengan menggunakan asumsi awal yaitu ε_{ijkl} berdistribusi normal dan independen dengan mean nol dan variansi σ^2 , y_{ijkl} berdistribusi normal dan independen dengan mean $(\mu + A_i + B_j + C_k + (AB)_{ij} + (AC)_{ik} + (BC)_{jk} + ABC_{ijk})$ yang dimisalkan dengan μ_α dan variansi σ^2 , maka SS_T adalah jumlah kuadrat dalam distribusi normal. Selanjutnya SS_T / σ^2 akan berdistribusi chi-square (χ^2) dengan derajat bebas $(8n-1)$.

Bukti:

$$\begin{aligned}
 SS_T &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \bar{y}_{...})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \mu_\alpha + \mu_\alpha - \bar{y}_{...})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \mu_\alpha)^2 - 8n(\bar{y}_{...} - \mu_\alpha)^2 \\
 \frac{SS_T}{\sigma^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \mu_\alpha)^2 - \frac{1}{\sigma^2} 8n (\bar{y}_{...} - \mu_\alpha)^2
 \end{aligned}$$

jadi dengan demikian SS_T / σ^2 berdistribusi $\chi^2(8(n-1))$.

SS_E / σ^2 akan berdistribusi chi-square (χ^2) dengan derajat bebas $8(n-1)$.

Bukti:

$$\begin{aligned}
 SS_E &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \bar{y}_{ijk})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \mu_\alpha)^2 + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (y_{ijkl} - \mu_\alpha)^2 \\
 \frac{SS_E}{\sigma^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^n (y_{ijkl} - \mu_\alpha)^2 - \frac{1}{\sigma^2} 8n (\bar{y}_{...} - \mu_\alpha)^2
 \end{aligned}$$

Jumlah kuadrat efek utama dan interaksi yang dibagi dengan σ^2 masing-masing akan berdistribusi chi-square. Sehingga perbandingan dua variabel random yang masing-masing berdistribusi chi-square akan menghasilkan sebuah variabel random yang berdistribusi F, yaitu: jika $V_1 \sim X_{(v_1)}^2$ dan $V_2 \sim X_{(v_2)}^2$ independen, maka variabel random $X = \frac{V_1/V_1}{V_2/V_2} \sim F_{(v_1, v_2)}$

dengan demikian statistik uji yang digunakan untuk menguji signifikansi efek adalah:

$$F_0 = \frac{MS_{\text{efek}}}{MS_E}$$

2.3. Algoritma Yates

Algoritma Yates merupakan salah satu teknik untuk menentukan estimasi efek dan jumlah kuadrat pada rancangan faktorial 2^k . Algoritma ini dikenalkan oleh Yates (1937). Kombinasi perlakuan ditulis kebawah dalam urutan standar (standard order), masing-masing taraf dikombinasikan secara berurutan dengan setiap himpunan dari taraf faktor.

Misal dalam desain faktorial 2^k acak sempurna eksperimen telah dilakukan replikasi sebanyak r kali dalam tiap sel. Dengan jalan mengambil jumlah respon hasil replikasi dalam tiap sel, maka masing-masing harga untuk tiap kombinasi perlakuan dapat ditentukan. Jumlah dalam tiap sel ini digunakan untuk menentukan jumlah kuadrat tiap kontras. Didapat bentuk umum yang menyatakan bahwa koefisien efek untuk kontras dalam eksperimen faktorial 2^k dengan replikasi sebanyak r dalam tiap sel adalah $r \cdot 2^{k-1}$.

2.4. Uji Lanjut dengan Metode Duncan

Uji Duncan didasarkan pada sekumpulan nilai beda nyata yang ukurannya semakin besar tergantung pada jarak diantara pangkat-pangkat dari dua nilai tengah yang dibandingkan. Uji Duncan dapat digunakan untuk menguji perbedaan diantara semua pasangan perlakuan yang mungkin tanpa memeperhatikan jumlah perlakuan yang ada dari percobaan tersebut serta masih dapat mempertahankan tingkat nyata yang ditetapkan. Langkah-langkah perhitungan uji ini adalah:

1. Menyusun nilai tengah.
2. Menghitung simpangan baku dari nilai tengah perlakuan, sebagai berikut.
 - a. Untuk percobaan dengan perlakuan-perlakuan yang mempunyai ulangan sama yaitu r , maka:

$$s_y = \left(\frac{s^2}{r} \right)^{1/2} = \left(\frac{MSE}{r} \right)^{1/2}$$

dimana s^2 adalah nilai kuadrat tengah galat dan r adalah jumlah ulangan.

b. Jika perlakuan tidak mempunyai ulangan sama, maka nilai r diganti dengan

$$r_h = \frac{a}{\sum_{i=1}^a 1/n_i}, \quad a = \text{jumlah perlakuan.}$$

3. Menghitung daerah signifikan terkecil sebagai berikut.

$$R_p = r_\alpha(p, f) S_p$$

$r_\alpha(p, f)$ ditentukan dari tabel daerah signifikan Duncan untuk $p = 2, 3, \dots, \alpha$

dengan α adalah tingkat signifikan dan f adalah derajat bebas error.

4. Menguji selisih dua mean:

- a. Mean terbesar – mean terkecil dibandingkan dengan R_a .
- b. Mean terbesar – mean terkecil kedua dibandingkan dengan R_{a-1} dan seterusnya.
- c. Mean terbesar kedua – mean terkecil dibandingkan dengan R_{a-1} .
- d. Mean terbesar kedua – mean terkecil kedua dibandingkan dengan R_{a-2} dan seterusnya.
- e. Jika selisih kedua mean $> R_p$ maka pasangan mean tersebut berbeda secara signifikan.

2.5. Metode dengan Program SPSS

2.5.1. Uji Normalitas Data

Berdasarkan teori statistika model linier hanya variabel dependen yang mempunyai distribusi diuji normalitasnya, sedangkan variabel independen diasumsikan bukan merupakan fungsi distribusi jadi tidak perlu diuji normalitasnya.

Untuk menguji normalitas salah satunya dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Dapat juga dideteksi dari penyebaran data (titik) pada sumbu diagonal dari grafik *histograf* dari residualnya (Gozali, 2002). Dasar pengambilan keputusan adalah sebagai berikut.

a) Hipotesis untuk uji Kolmogorov-Smirnov menunjukkan bahwa data telah memenuhi asumsi normalitas jika:

H_0 : variabel adalah normal

H_1 : variabel adalah tidak normal

Dengan kriteria:

- nilai Sig > 5% maka H_0 diterima dan
- nilai Sig < 5% maka H_0 ditolak.

b) Uji normalitas untuk grafik *histograf* dapat dilihat dari penyebaran data pada sumbu diagonal dari grafik jika data menyebar disekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis *histograf* menuju pola distribusi normal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas.

2.6. Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p}

Faktor ekonomi menjadi salah satu pertimbangan dalam melakukan suatu percobaan baik masalah dana, waktu maupun tenaga yang diperlukan dalam percobaan tersebut. Oleh sebab itu, dalam melakukan percobaan faktorial 2^k mungkin tidak bisa dilakukan semua kombinasi yang terdiri dari 2^k amatan. Tetapi hanya dapat dilakukan kombinasi yang terdiri dari 2^{k-1} amatan, berarti hanya setengah dari rancangan 2^k . Suatu pecahan (*fraction*) $\left(\frac{1}{2}\right)^p$ dari sebuah rancangan

faktorial 2^k disebut rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Jadi rancangan pecahan setengah dari rancangan faktorial 2^k disebut rancangan faktorial fraksional 2^{k-1} .

Rancangan 2^{k-1} ini pada dasarnya merupakan rancangan 2^k yang dipisah menjadi 2 blok dengan membaurkan interaksi order tertinggi ABC...K. Setiap blok mempunyai 2^{k-1} amatan yang merupakan sebuah rancangan faktorial fraksional 2^{k-1} . Sebuah rancangan 2^{k-1} dibentuk dengan memilih kombinasi perlakuan yang mempunyai tanda positif dalam kolom interaksi ABC...K. Kolom identitas I yang mempunyai elemen-elemen yang selalu bertanda positif dapat disamakan dengan interaksi ABC...K sehingga $I = ABC...K$. Relasi ini disebut relasi penentu rancangan 2^{k-1} , secara umum relasi penentu untuk sebuah rancangan faktorial fraksional akan selalu merupakan himpunan dari semua kolom yang sama dengan kolom identitas I.

Dengan sebuah rancangan penuh 2^k , maka sebanyak $2^k - 1$ efek dan satu rata-rata seluruh observasi dapat diestimasi. Tetapi dengan hanya menggunakan setengah dari jumlah observasi pada rancangan 2^k kelihatannya tidak mungkin untuk memperoleh sebanyak 2^k estimasi yang saling bebas (*independen*). Tetapi dalam rancangan 2^{k-1} kombinasi observasi yang digunakan untuk mengestimasi suatu efek utama misalnya A adalah sama dengan kombinasi observasi yang digunakan untuk mengestimasi interaksi ABC...K yang tidak mengandung faktor A. Estimasi dari faktor A dan interaksi BC...K ditulis $t_A = t_{BC...K}$, maka $t_A = t_{BC...K}$ dalam rancangan fraksional dua atau lebih efek yang mempunyai sifat ini disebut alias (*aliases*) yang ditunjukkan dengan notasi $t_A = A + BC...K$. Alias dapat dikatakan sebagai dua atau lebih efek yang mempunyai kombinasi linier yang

sama, atau dengan kata lain bahwa dua buah efek dikatakan beralias jika hasil perkalian keduanya membentuk suatu relasi penentu.

Sebagai contoh rancangan faktorial fraksional 2^{k-1} adalah rancangan dalam empat faktor masing-masing memiliki dua taraf, jadi rancangan ini memerlukan $2^4 = 16$ amatan, rancangan tersebut akan dijadikan rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} . Maka dibentuk terlebih dahulu sebuah pembangkit rancangan yang akan dibaurkan ke dalam rancangan. Dalam percobaan ini dipilih faktor D, selanjutnya faktor D ditambahkan dengan menyamakan taraf tinggi dan rendah faktor tersebut dengan tanda positif dan negatif dari interaksi tiga faktor ABC sehingga $D = ABC$ seperti yang ditunjukkan dalam tabel 2.5 berikut.

Tabel 2.5. Rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan $I = ABCD$

Amatan	Rancangan dasar			D = ABC	Kombinasi perlakuan
	A	B	C		
1	-	-	-	-	(1)
2	+	-	-	+	ad
3	-	+	-	+	bd
4	+	+	-	-	ab
5	-	-	+	+	cd
6	+	-	+	-	ac
7	-	+	+	-	bc
8	+	+	+	+	abcd

Relasi pembangkit (generating relation) dari rancangan ini adalah $I = ABCD$ yang sekaligus merupakan relasi penentu rancangan. Struktur alias diperoleh melalui perkalian efek-efek dengan relasi penentu, atau dengan melihat tabel plus minus untuk seluruh efek pada rancangan. Struktur alias lengkap dari rancangan ini terdapat dalam tabel 2.6 berikut.

Tabel 2.6. Struktur alias rancangan 2^{4-1} dengan $I = ABCD$

$t_A \rightarrow A + BCD$	$t_{AB} \rightarrow AB + CD$
$t_B \rightarrow B + ACD$	$t_{AC} \rightarrow AC + BD$
$t_C \rightarrow C + ABD$	$t_{AD} \rightarrow AD + BC$
$t_D \rightarrow D + ABC$	

Jika pecahan yang lain atau pecahan pengganti dari rancangan ini juga dilakukan. Maka diperoleh relasi penentunya adalah $I = - ABCD$. Struktur aliasnya ditulis dalam tabel 2.7 di bawah ini.

Tabel 2.7. Struktur alias rancangan 2^{4-1} dengan $I = - ABCD$

$t'_A \rightarrow A - BCD$	$t'_{AB} \rightarrow AB - CD$
$t'_B \rightarrow B - ACD$	$t'_{AC} \rightarrow AC - BD$
$t'_C \rightarrow C - ABD$	$t'_{AD} \rightarrow AD - BC$
$t'_D \rightarrow D - ABC$	

Penggabungan kedua pecahan di atas akan membentuk sebuah rancangan faktorial penuh 2^4 . Melalui penjumlahan dan pengurangan kombinasi linier dari kedua pecahan diperoleh estimasi yang terpisah dari alias ditulis dalam tabel 2.8.

Tabel 2.8. Estimasi yang terpisah dari alias

Efek	Dari $\frac{1}{2}(t_i + t'_i)$	Dari $\frac{1}{2}(t_i - t'_i)$
A	$\frac{1}{2}(A + BCD + A - BCD) = A$	$\frac{1}{2}[A + BCD - (A - BCD)] = BCD$
B	$\frac{1}{2}(B + ACD + B - ACD) = B$	$\frac{1}{2}[B + ACD - (B - ACD)] = ACD$
C	$\frac{1}{2}(C + ABD + C - ABD) = C$	$\frac{1}{2}[C + ABD - (C - ABD)] = ABD$
D	$\frac{1}{2}(D + ABC + D - ABC) = D$	$\frac{1}{2}[D + ABC - (D - ABC)] = ABC$
AB	$\frac{1}{2}(AB + CD + AB - CD) = AB$	$\frac{1}{2}[AB + CD - (AB - CD)] = CD$
AC	$\frac{1}{2}(AC + BD + AC - BD) = AC$	$\frac{1}{2}[AC + BD - (AC - BD)] = BD$

AD	$\frac{1}{2}(AD + BC + AD - BC) = AD$	$\frac{1}{2}[AD + BC - (AD - BC)] = BC$
----	---------------------------------------	---

Penggunaan rancangan dengan ulangan setengah ini akan memberikan estimasi kombinasi linier efek yang terlalu banyak, dimana sebagian besar semata-mata merupakan kombinasi dari interaksi order yang lebih tinggi. Oleh karena itu perlu diambil pecahan yang lebih kecil pada rancangan 2^k yaitu rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} untuk $p > 1$ yang memiliki p pembangkit yang saling bebas.

2.7. Blok dan Pembauran (*Confounding*)

Dalam percobaan sering tidak memungkinkan untuk melakukan satu perulangan lengkap dari rancangan faktorial 2^k dalam satu keadaan yang konstan atau homogen, misalnya tidak memungkinkan untuk melakukan percobaan dalam satu hari, satu laboratorium atau menggunakan material dari satu tempat yang sama.

Pembauran (*confounding*) adalah satu teknik rancangan untuk menyusun satu percobaan faktorial penuh dalam blok-blok, dengan ukuran blok yang lebih kecil dari jumlah kombinasi perlakuan dari satu ulangan lengkap. Teknik ini menyebabkan informasi tentang efek tertentu (biasanya interaksi order yang lebih tinggi) menjadi tidak dapat dibedakan atau berbaur dengan blok.

Untuk membentuk suatu rancangan faktorial 2^k yang dibaurkan dalam 2^p blok ($p < k$), setiap blok berisi 2^{k-p} haruslah dipilih p efek yang saling bebas (independen) yang akan dibaurkan dengan blok. Selanjutnya dibentuk blok-blok yang setiap blok hanya berisi sebagian dari kombinasi perlakuan dari faktor-faktor

yang disusun dalam rancangan 2^k . Untuk menyusun blok-blok atau menentukan kombinasi perlakuan yang menempati blok-blok yang sama digunakan tanda positif dan negatif. Setelah memilih p efek yang akan dibaurkan dalam blok, dibentuk kombinasi tanda positif dan negatif dari efek-efek tersebut yang banyaknya adalah 2^p . Setiap kombinasi tanda positif atau negatif merupakan satu blok. Untuk rancangan faktorial 2^k yang dibaurkan dalam dua blok, maka kombinasi perlakuan dari efek yang akan dibaurkan yang memiliki tanda positif dimasukkan dalam satu blok dan kombinasi perlakuan dengan tanda negatif dalam blok yang lain.

Dengan menggunakan fungsi kontras penentu (*defining kontras*). Setelah memilih p efek yang akan dibaurkan dalam blok, dibentuk suatu fungsi yang disebut kontras penentu (*defining kontras*) L_1, L_2, \dots, L_p yang berkaitan dengan efek yang akan dibaurkan. Bentuk kontras penentu tersebut adalah.

$$L_i = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = \sum_{j=1}^k \alpha_j x_j \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (L_i = \text{mod} 2) \quad (2.8)$$

Dengan x_j adalah taraf faktor ke- j dari suatu kombinasi perlakuan tertentu dan α_j adalah eksponen dari faktor ke- j dalam efek yang akan dibaurkan. Untuk rancangan 2^k , $\alpha_j = 0$ (faktor tidak muncul dalam efek yang akan dibaurkan) atau $\alpha_j = 1$ (faktor muncul dalam efek yang akan dibaurkan) dan $x_j = 1$ (taraf tinggi).

Misalnya rancangan faktorial 2^3 dengan ABC dibaurkan dalam blok, maka fungsi kontras penentu berbentuk: $L = x_1 + x_2 + x_3$. x_1 menyatakan faktor A, x_2 menyatakan faktor B, x_3 menyatakan faktor C, serta $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$. Kombinasi perlakuan yang menghasilkan nilai L yang sama diletakkan dalam blok yang sama.

Setelah diperoleh efek yang akan dibaurkan dalam blok dan kombinasi perlakuan telah dimasukkan ke dalam blok-blok yang berbeda, selanjutnya terdapat $2^p - p - 1$ efek lain yang akan dibaurkan dengan blok, yang disebut interaksi yang digeneralisasi (*generalized interactions*) dari p efek independen yang telah dipilih sebelumnya. Interaksi yang telah digeneralisasi ini diperoleh dari hasil kali antara p efek pertama yang telah dipilih sebelumnya. Seperti yang telah diketahui bahwa efek-efek yang akan dibaurkan dengan blok biasanya merupakan efek yang tidak terlalu penting dalam percobaan, sehingga dalam pemilihan p efek yang akan dibaurkan harus hati-hati agar informasi yang diinginkan dari suatu efek tidak hilang

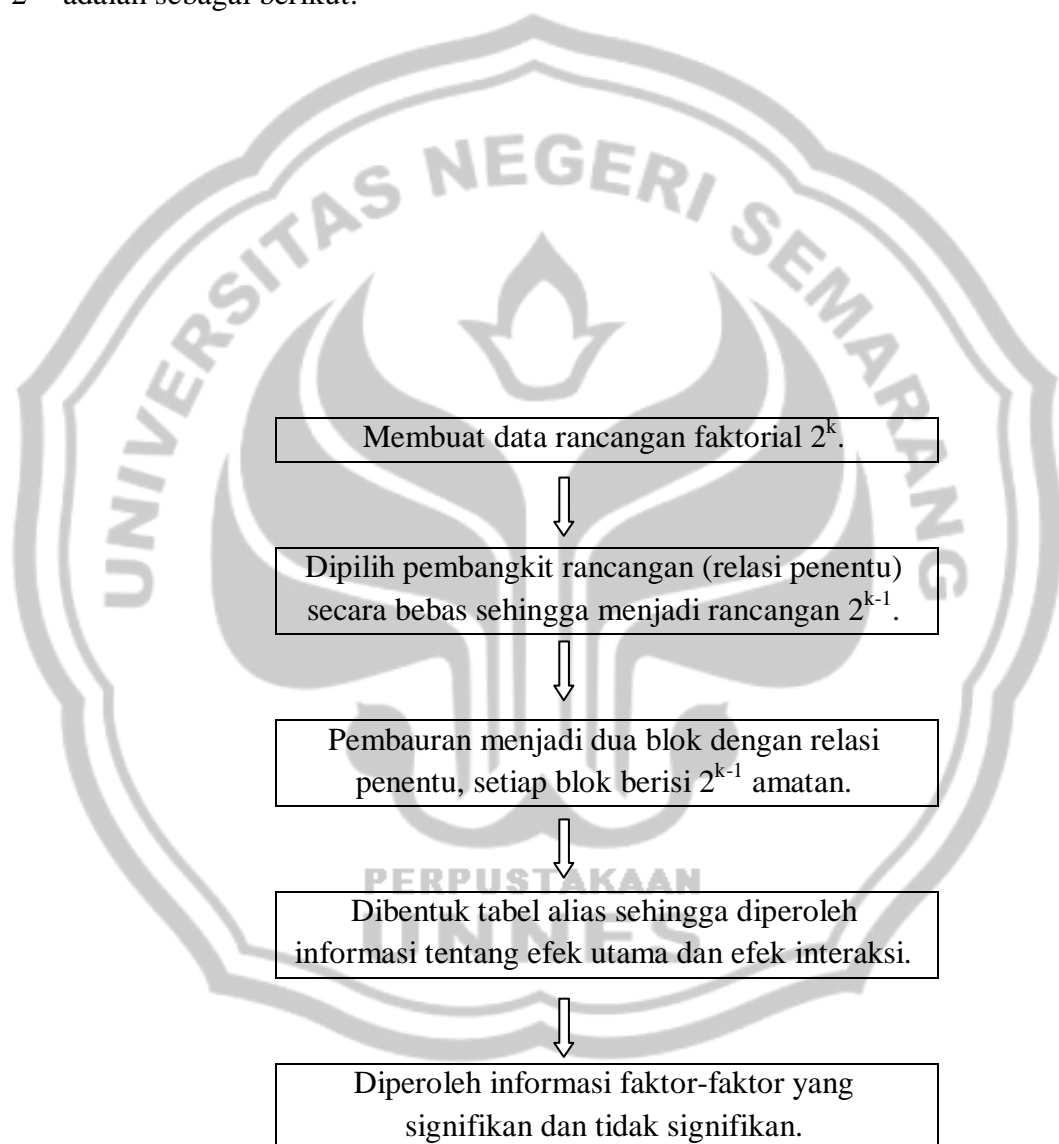
2.8. Kerangka Pikir

Suatu pecahan $\left(\frac{1}{2}\right)^p$ dari sebuah rancangan faktorial 2^k disebut rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Jadi rancangan pecahan setengah dari rancangan faktorial 2^k disebut rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} (p adalah pembangkit rancangan dengan $p=1$). Rancangan 2^{k-1} ini pada dasarnya merupakan rancangan 2^k yang dipisah menjadi 2 blok dengan membaurkan interaksi faktor ABC...K. Setiap blok mempunyai 2^{k-1} amatan yang merupakan sebuah rancangan faktorial fraksional 2^{k-1} .

Dalam rancangan faktorial 2^k untuk dapat menentukan estimasi efek dan jumlah kuadrat adalah dengan menggunakan algoritma Yates. Salah satu metode yang digunakan adalah metode perhitungan dengan Anova dan metode Duncan. Metode perhitungan dengan Anova yaitu dengan membuat tabel tanda positif dan

negatif untuk rancangan tersebut. Uji Duncan dapat digunakan untuk menguji perbedaan diantara pasangan perlakuan yang mungkin tanpa memperhatikan jumlah perlakuan yang ada dalam percobaan tersebut.

Secara bagan proses penelitian mengubah rancangan faktorial 2^k menjadi 2^{k-p} adalah sebagai berikut.



Pembatasan metode yang digunakan dalam rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} adalah:

- a. Algoritma Yates

Rancangan yang digunakan adalah rancangan faktorial 2^k (dengan $k = 4$).

b. Metode perhitungan dengan Anova

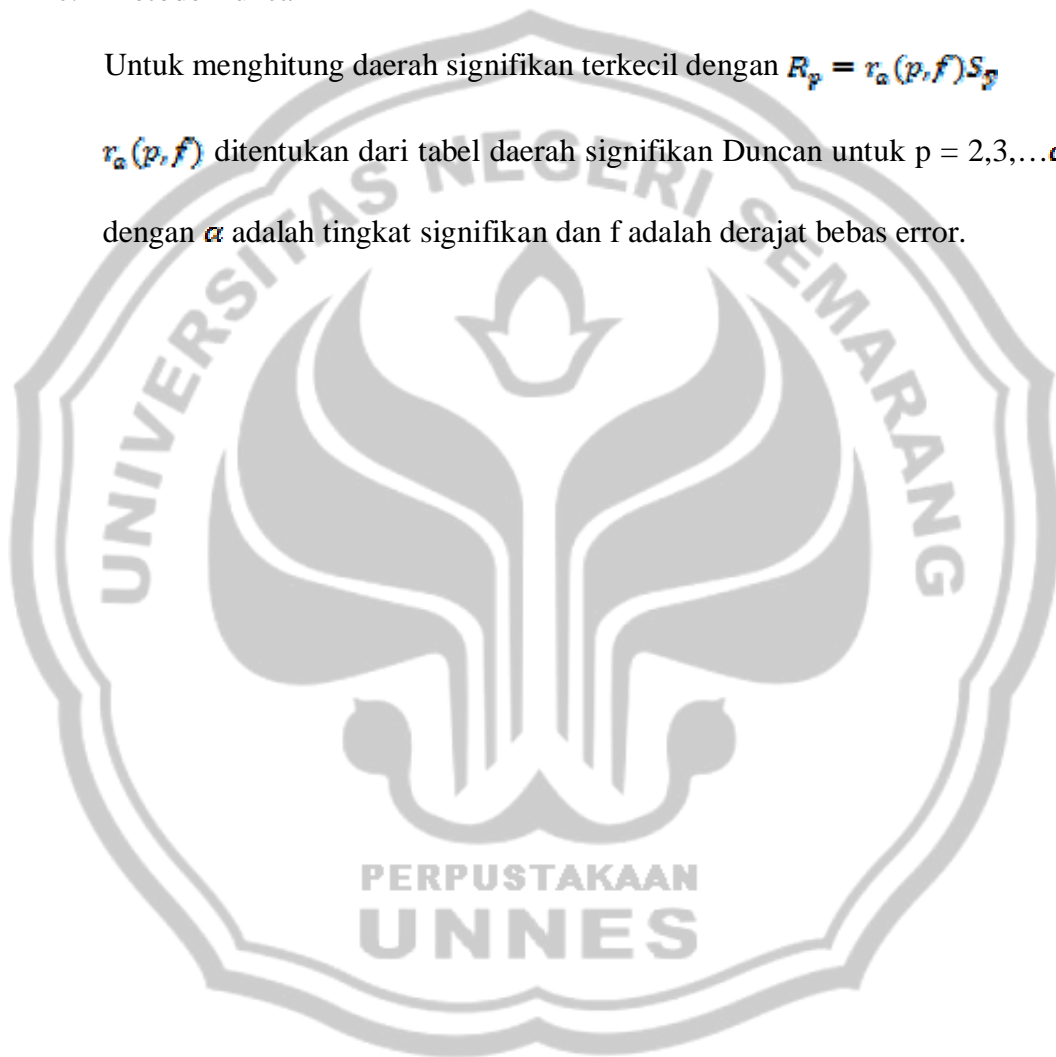
Dengan membuat tabel positif dan negatif untuk rancangan dan rancangan yang digunakan adalah rancangan faktorial 2^k (dengan $k = 4$)

c. Metode Duncan

Untuk menghitung daerah signifikan terkecil dengan $R_p = r_{\alpha}(p, f)S_p$

$r_{\alpha}(p, f)$ ditentukan dari tabel daerah signifikan Duncan untuk $p = 2, 3, \dots, \alpha$

dengan α adalah tingkat signifikan dan f adalah derajat bebas error.



BAB III

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan skripsi adalah melalui studi literatur atau kajian pustaka dengan tahap-tahap sebagai berikut.

3.1. Penemuan Masalah

Penemuan masalah diawali dari studi pustaka. Studi pustaka merupakan penelaahan sumber-sumber pustaka yang relevan dan digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penulisan skripsi. Setelah sumber pustaka terkumpul dilanjutkan dengan penelaahan isi sumber pustaka tersebut. Dari penelaahan yang dilakukan, memunculkan suatu ide yang kemudian dilakukan sebagai landasan untuk penulisan skripsi. Permasalahan pada rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} adalah apakah rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} mampu memberikan hasil informasi yang sama dalam mengidentifikasi faktor yang signifikan dibandingkan rancangan 2^k .

3.2. Studi Pustaka

Studi pustaka adalah menelaah sumber pustaka yang relevan terhadap analisis rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} , yang akan digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penulisan skripsi. Studi pustaka diambil dengan mengumpulkan sumber pustaka yang dapat berupa buku-buku

teks, makalah, jurnal dan lain sebagainya. Setelah sumber pustaka terkumpul dilanjutkan dengan penelaahan dari sumber pustaka tersebut.

3.3. Analisis Data

Berdasarkan teori yang telah disajikan, maka selanjutnya menganalisis data, yaitu menganalisis rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} yang akan diselesaikan dengan metode ANOVA dan algoritma Yates. Serta simulasinya menggunakan program SPSS 16.0.

3.3.1. Metode Anova

1. Menyajikan data dalam bentuk tanda positif dan negatif untuk rancangan.
2. Melalui tabel tanda positif dan negatif maka dapat dihitung kontras dari masing-masing kombinasi efek, sehingga didapatkan estimasi efek.
3. Melalui kontras tersebut dapat pula dihitung kuadrat jumlah dari masing-masing kombinasi efek dengan:

$$SS_{AB...R} = \frac{(\text{kontras}_{AB...R})^2}{2^k}$$

4. Estimasi error dihitung melalui pendekatan yaitu menggabungkan rata-rata kuadrat (*mean square*) dari interaksi order tiga atau lebih yang dapat diabaikan.

$$SS_E = SS_{3_faktor} + SS_{4_faktor} + \dots + SS_{k_faktor}$$

3.3.2. Algoritma Yates

Sebagai contoh dapat dilihat pada perhitungan estimasi efek dan jumlah kuadrat (tabel 2.8), dimana kombinasi perlakuan ditulis ke bawah dalam urutan standar (*standard order*) dalam suatu tabel yang terdiri dari beberapa kolom, dan kolom “*response*” berisi observasi (total semua observasi) pada kombinasi perlakuan yang bersesuaian.

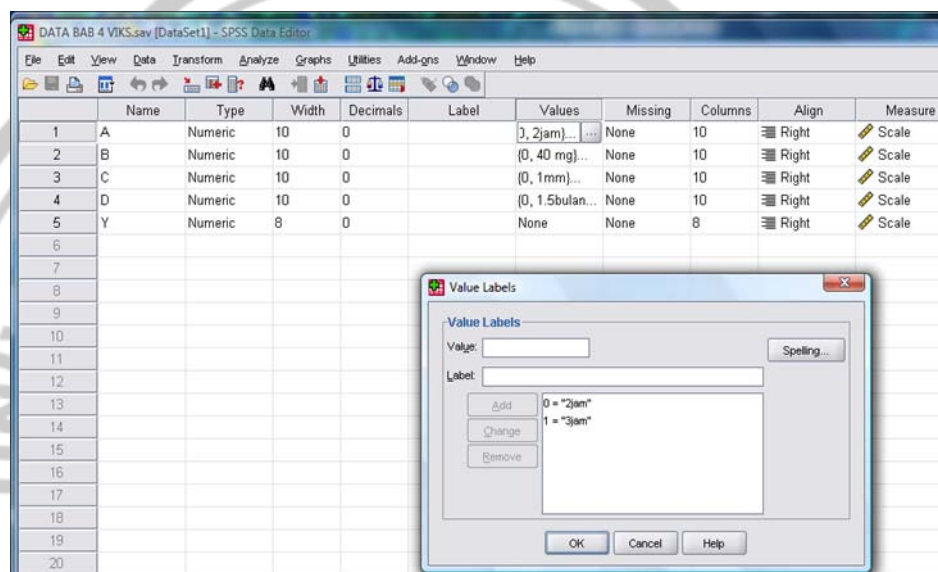
1. Setengah pertama dari kolom (1) diperoleh dengan menjumlahkan pasangan angka yang berdekatan pada kolom observasi (misal nilai 31 pada kolom (1) diperoleh dari 14+17 pada kolom observasi).
2. Setengah kedua dari kolom (1) diperoleh dengan mengurangi bilangan yang di bawah dengan bilangan yang di atas pada setiap pasangan bilangan dari kolom observasi (misal nilai 3 pada kolom (1) diperoleh dari 17-14 pada kolom observasi).
3. Kolom (2) diperoleh dari kolom (1) dengan cara yang sama, Selanjutnya kolom (3) diperoleh dari kolom (2) dan seterusnya sampai kolom (4).
4. Untuk mendapatkan nilai estimasi efek dengan cara kolom ke 4 dibagi dengan 2^3 .
5. Untuk mendapatkan nilai jumlah kuadrat dengan cara kolom ke 4 dikuadratkan lalu dibagi dengan 2^4 .
6. Pada tabel analisis varians berisi kolom jumlah kuadrat, derajat bebas, rata-rata jumlah kuadrat dan F_0 dengan F_0 :

$$F_0 = \frac{MS_{\text{efek}}}{MS_E}$$

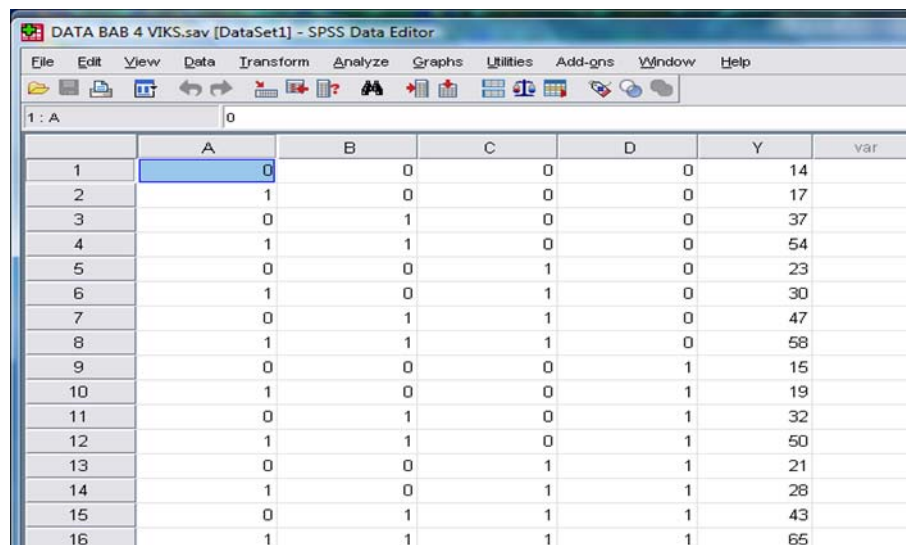
3.3.3. Menggunakan program SPSS

Langkah-langkah pengolahan data menggunakan SPSS adalah sebagai berikut.

1. Buka program SPSS.
2. Aktifkan atau klik **variabel view** beri nama A.
3. Isikan values dengan cara, cursor ditempatkan pada kolom value klik tanda titik tiga yang berwarna abu-abu dan akan muncul seperti pada gambar.



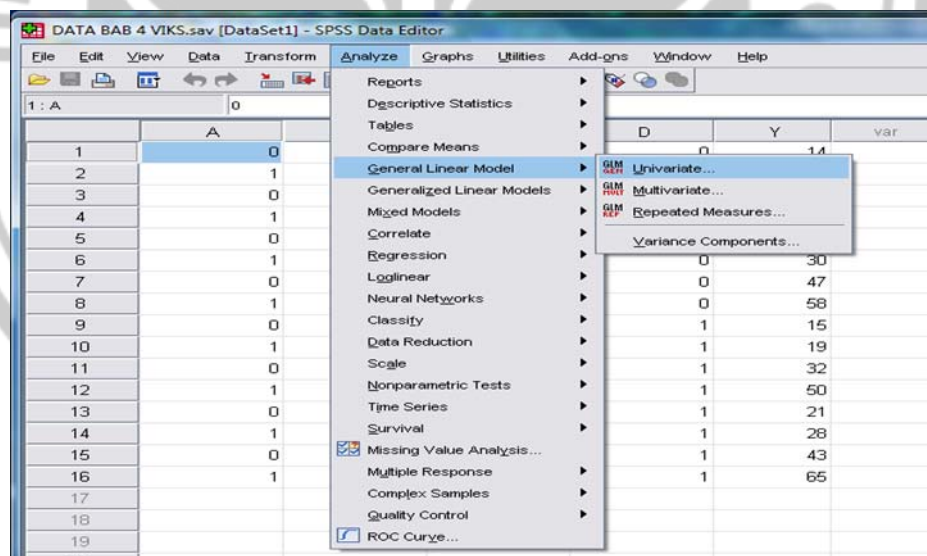
4. Isikan **kolom value** dengan angka 0 dan **kolom value label** 2 jam seperti terlihat pada gambar di atas. Klik **add** lalu isikan kolom value dengan angka 1 dan **kolom value label** 3 jam. Klik **add** lalu **Ok**.
5. Lakukan langkah yang sama sampai dengan variabel D.



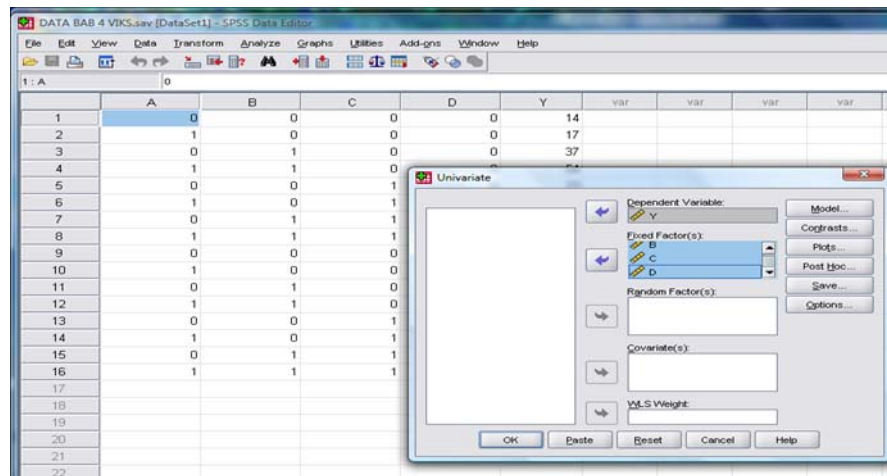
	A	B	C	D	Y	var
1	0	0	0	0	14	
2	1	0	0	0	17	
3	0	1	0	0	37	
4	1	1	0	0	54	
5	0	0	1	0	23	
6	1	0	1	0	30	
7	0	1	1	0	47	
8	1	1	1	0	58	
9	0	0	0	1	15	
10	1	0	0	1	19	
11	0	1	0	1	32	
12	1	1	0	1	50	
13	0	0	1	1	21	
14	1	0	1	1	28	
15	0	1	1	1	43	
16	1	1	1	1	65	

Aktifkan **Data View** isikan kolom A, B, C, dan D sesuai dengan data yang ada.

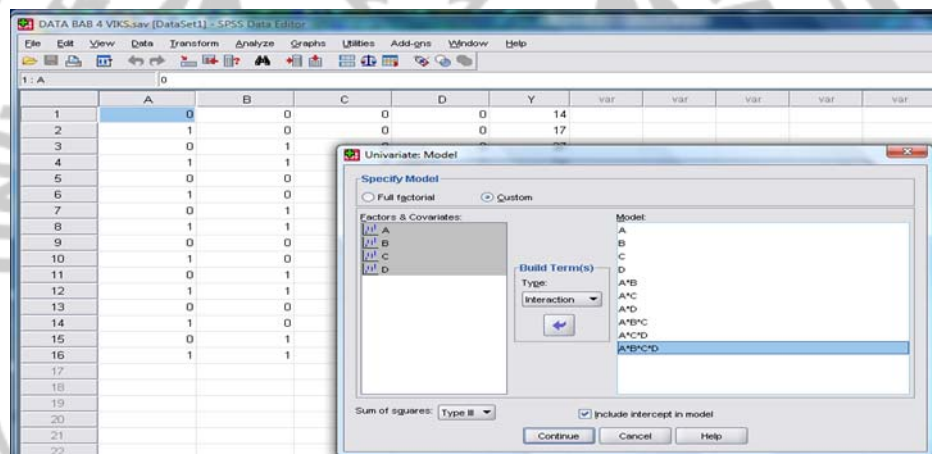
1) Klik **Analyze, General Linier Model, Univariate** seperti terlihat pada gambar.



2) Kemudian klik Y dan pindahkan pada kolom **Dependent variable**. Sorot A,B, C, dan D pindahkan pada kolom **Fixed Factor (s)**.



3) Klik **Model** seperti terlihat pada gambar di bawah. Aktifkan Custom selec “**interaction**” dan “**Type III**”. Pindahkan A, B, C, D satu-satu dan A, B secara bersama dari kolom Factor & Covariates.



4) Klik Continue, lalu Ok. Akan muncul output.

3.4. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan didasarkan pada pembahasan permasalahan dengan menggunakan kajian-kajian pustaka yang mendukung. Simpulan yang diperoleh merupakan hasil dari pemecahan masalah.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p}

Sebuah rancangan faktorial fraksional 2^k yang terdiri dari 2^{k-p} amatan disebut rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Rancangan ini memerlukan p pembangkit (generator) yang saling bebas (independen). Relasi penentu rancangan terdiri dari p pembangkit yang telah dipilih sebelumnya diantara p pembangkit yang saling bebas. Struktur alias diperoleh dengan mengalikan setiap kolom dengan setiap pembangkit dalam relasi penentu. Dalam hal memilih pembangkit harus dilakukan secara hati-hati agar efek yang dipandang penting tidak beralias satu sama lain. Setiap efek memiliki 2^p-1 alias, dan jumlah susunan alias yang diperoleh sebanyak $2^{k-p}-1$. Untuk nilai k yang cukup besar, interaksi order yang lebih tinggi sering dianggap diabaikan, dan ini akan lebih menyederhanakan struktur alias. Analisis rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} dapat dilakukan melalui algoritma Yates dengan menuliskan data yang berasal dari sebuah faktorial penuh 2^r , dimana $r = k-p$.

4.2. Rancangan Resolusi

Klasifikasi dengan rancangan resolusi merupakan cara yang bermanfaat untuk mengklasifikasikan rancangan faktorial fraksional menurut pola alias yang

dihasilkan. Menurut Montgomery (1991) ada tiga macam rancangan resolusi yang penting yaitu rancangan resolusi III, resolusi IV dan resolusi V.

Sebuah rancangan resolusi R adalah sebuah rancangan dimana tidak ada efek p faktor beralias dengan efek lainnya yang memuat kurang dari $(R-p)$ faktor atau dapat dikatakan bahwa resolusi sebuah rancangan faktorial fraksional dengan dua taraf sama dengan panjang pembangkit terpendek dalam relasi penentu. Untuk rancangan dengan pecahan setengah, jumlah faktor dalam relasi penentu menyatakan resolusi rancangan tersebut. Misalnya rancangan 2^{4-1} dengan relasi penentu $I = \pm ABCD$ mempunyai resolusi IV.

4.2.1. Rancangan Resolusi III

Dalam rancangan resolusi III ini tidak ada efek utama yang memiliki alias atau dibaurkan dengan sembarang efek utama lainnya, tetapi efek utama beralias dengan interaksi dua-faktor. Sebagai contoh adalah rancangan 2^{3-1} dengan $I = \pm ABC$ merupakan rancangan resolusi III dan ditulis dengan notasi 2_{III}^{3-1} . Rancangan 2_{III}^{3-1} dibentuk dengan membentuk terlebih dahulu rancangan 2^2 dalam faktor A dan B kemudian menghubungkan taraf dari faktor C dengan tanda positif dan negatif interaksi yang terjadi antara dua faktor asal ($C=AB$). Jadi relasi pembangkit yang sekaligus merupakan relasi penentu untuk rancangan ini adalah $I = \pm ABC$. Dalam tabel 4.1 berikut ini menunjukkan rancangan 2_{III}^{3-1} .

Tabel 4.1. Rancangan 2_{III}^{3-1} dengan relasi pembangkit $I = ABC$

Amatan	A	B	C=AB	Kombinasi perlakuan
1	-	-	+	c
2	+	-	-	a
3	-	+	-	b
4	+	+	+	abc

Struktur alias diperoleh melalui perkalian efek-efek dengan relasi penentu.

Struktur alias lengkap dari rancangan ini adalah:

$$I \rightarrow A + BC, \quad I \rightarrow B + AC, \quad I \rightarrow C + AB$$

4.2.2. Rancangan Resolusi IV

Sebuah rancangan faktori fraksional 2^{k-p} merupakan rancangan resolusi IV jika efek utamanya bebas dari interaksi dua faktor dan beberapa interaksi dua faktor saling beralias satu sama lain. Sebagai contoh adalah rancangan 2^{4-1} dengan $I = \pm ABCD$ merupakan rancangan resolusi IV (2^{4-1}). Rancangan ini dapat dilihat secara lengkap pada tabel 4.8.

4.2.3. Rancangan Resolusi V

Sebuah rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} merupakan rancangan resolusi V jika tidak ada efek utama atau interaksi dua faktor beralias dengan efek utama atau interaksi dua faktor lainnya, tetapi interaksi dua faktor beralias dengan interaksi tiga faktor.

Sebagai contoh rancangan resolusi V adalah rancangan faktorial fraksional 2^{5-1} dengan relasi penentu $I = ABCDE$ dapat dituliskan dengan 2^{5-1} . Rancangan 2^{5-1} dan struktur alias secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 3. Dari struktur alias yang dihasilkan terlihat bahwa rancangan tersebut merupakan rancangan resolusi V.

4.3. Contoh aplikasi faktorial penuh

Diberikan sebuah contoh aplikasi rancangan faktorial 2^k dalam sebuah penelitian medis untuk mempelajari waktu penyerapan salah satu jenis kapsul antibiotik. Rancangan faktorial yang digunakan adalah rancangan 2^4 (Anita Lestari).

Sebuah penelitian medis dilakukan untuk mempelajari waktu penyerapan dari salah satu jenis kapsul antibiotik. Proses penelitian ini melibatkan empat faktor. Keempat faktor tersebut adalah suhu (A), kekuatan dosis (B), ketebalan kulit kapsul (C) dan pekerja laboratorium (D). Dilakukan percobaan dengan suhu 29°C dan 32°C , kekuatan dosis 40 mg dan 50 mg, ketebalan kulit kapsul 1 mm dan 1,5 mm terakir pekerja laboratorium 4 jam dan 6 jam. Masing-masing faktor akan dibentuk menjadi dua taraf yaitu taraf rendah dan taraf tinggi. Keempat faktor tersebut disusun seperti pada tabel 4.2. yang akan diselesaikan dengan metode ANOVA dan algoritma Yates.

Tabel 4.2. Faktor dan taraf faktor pada rancangan 2^4

Faktor	Taraf Rendah	Taraf Tinggi
A : suhu	29°C	32°C
B : kekuatan dosis	40 mg	50 mg
C : ketebalan kulit kapsul	1 mm	1,5 mm
D : pekerja laboratorium	4 jam	6 jam

Langkah-langkah dalam penyelesaian masalah adalah sebagai berikut.

Langkah-langkah dalam penyelesaian soal:

1. Membuat data rancangan faktorial.
2. Menggunakan metode perhitungan dengan ANOVA, yaitu dengan membuat tanda positif dan negatif untuk rancangan tersebut.

3. Dari tabel positif dan negatif dapat dihitung kontras dari masing-masing kombinasi efek, sehingga didapat estimasi efek. Dari kontras juga dapat dihitung jumlah dari masing-masing kombinasi efek.
4. Hitung Estimasi error.
5. Metode perhitungan dengan Algoritma Yates.
6. Uji lanjut dengan metode Duncan.

Keseluruhan data didistribusikan dalam tabel 4.3 di bawah ini.

Tabel 4.3. Data Rancangan Faktorial 2^4 dengan Satu Ulangan

A ₀	B ₀	C ₀	D ₀	14
			D ₁	15
	B ₁	C ₀	D ₀	23
			D ₁	21
		C ₁	D ₀	37
			D ₁	32
A ₁	B ₀	C ₀	D ₀	17
			D ₁	19
	B ₁	C ₀	D ₀	30
			D ₁	28
		C ₁	D ₀	54
			D ₁	50
C ₁	D ₀	58		
	D ₁	65		

Respon pada penelitian ini adalah waktu penyerapan dari kapsul tersebut. Kapsul antibiotik yang digunakan sebagai unit eksperimen relatif homogen, sehingga cocok diterapkan dengan model rancangan acak lengkap.

Penyelesaian:

Dalam tabel 4.3 dapat dilihat data dengan rancangan 2^4 maka enam belas amatan telah diambil dari percobaan tersebut. Akan dilakukan perhitungan dengan

metode ANOVA dengan menyusun tanda plus dan minus yang bersesuaian. Maka data dalam tabel 4.3 akan berubah seperti pada tabel 4.4.

4.3.1. Metode perhitungan dengan ANOVA

Tabel 4.4. Tabel tanda positif negatif Data rancangan 2^4

Kombinasi perlakuan																	Y
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	D	AD	BD	ABD	CD	ACD	BCD	ABCD	
(I)	+	-	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-	+	-	-	+	14
a	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-	17
b	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-	+	-	37
ab	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	54
c	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-	23
ac	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+	30
bc	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	47
abc	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	58
d	+	-	-	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	15
ad	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	19
bd	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	-	+	+	+	32
abd	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	50
cd	+	-	-	+	+	-	+	+	+	-	-	+	+	-	+	+	21
acd	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	28
bcd	+	-	+	-	+	-	-	-	+	-	+	-	+	-	-	-	43
abcd	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	65

Melalui tabel di atas maka dapat dihitung kontras dari masing-masing kombinasi efek, sehingga estimasi efek:

$$t_A = \frac{1}{2^3} (-14+17-37+54-23+30-47+58-15+19-32+50-21+28-43+65) = \frac{88}{8} = 11,125$$

$$t_B = \frac{1}{2^3} (-14-17+37+54-23-30+47+58-15-19+32+50-21-28+43+65) = \frac{219}{8} = 27,375$$

$$t_{AB} = \frac{1}{2^2} (14-17-37+54+23-30-47+58+15-19-32+50+21-28-43+65) = \frac{47}{8} = 5,875$$

$$t_C = \frac{1}{2^3} (-14-17-37-54+23+30+47+58-15-19-32-50+21+28+43+65) = \frac{77}{8} = 9,625$$

$$t_{AC} = \frac{1}{2^2} (14-17+37-54-23+30-47+58+15-19+32-50-21+28-43+65) = \frac{E}{8} = 0,625$$

$$t_{BC} = \frac{1}{2^8} (14+17-37-54-23-30+47+58+15+19-32-50-21-28+43+65) = \frac{10}{8} = 0,375$$

$$t_{ABC} = \frac{1}{2^8} (-14+17+37-54+23-30-47+58-15+19+32-50+21-28-43+65) = \frac{-9}{8} = -1,125$$

$$t_D = \frac{1}{2^8} (-14-17-37-54-23-30-47-58+15+19+32+50+21+28+43+65) = \frac{-7}{8} = -0,876$$

$$t_{AD} = \frac{1}{2^8} (14-17+37-54+23-30+47-58-15+19-32+50-21+28-43+65) = \frac{13}{8} = 1,625$$

$$t_{BD} = \frac{1}{2^8} (14+17-37-54+23+30-47-58-15-19+32+50-21-28+43+65) = \frac{-6}{8} = -0,625$$

$$t_{ABD} = \frac{1}{2^8} (-14+17+37-54-23+30+47-58+15-19-32+50+21-28-43+65) = \frac{11}{8} = 1,375$$

$$t_{CD} = \frac{1}{2^8} (14+17+37+54-23-30-47-58-15-19-32-50+21+28+43+65) = \frac{6}{8} = 0,625$$

$$t_{ACD} = \frac{1}{2^8} (-14+17-37+54+23-30+47-58+15-19+32-50-21+28-43+65) = \frac{9}{8} = 1,125$$

$$t_{BCD} = \frac{1}{2^8} (-14-17+37+54+23+30-47-58+15+19-32-50-21-28+43+65) = \frac{19}{8} = 2,375$$

$$t_{ABCD} = \frac{1}{2^8} (14-17-37+54-23+30+47-58-15+19+32-50+21-28-43+65) = \frac{11}{8} = 1,375$$

Dengan kontras dari perhitungan maka dapat pula dihitung kuadrat jumlah dari masing-masing kombinasi efek sebagai berikut.

$$SS_{AB...E} = \frac{(\text{kontras}_{AB...E})^2}{2^8}$$

$$SS_A = \frac{(89)^2}{16} = 495,062$$

$$SS_{AD} = \frac{(13)^2}{16} = 10,562$$

$$SS_B = \frac{(219)^2}{16} = 2997,562$$

$$SS_{BD} = \frac{(-5)^2}{16} = 1,562$$

$$SS_{AB} = \frac{(47)^2}{16} = 138,062$$

$$SS_{ABD} = \frac{(11)^2}{16} = 7,562$$

$$SS_C = \frac{(77)^2}{16} = 370,562$$

$$SS_{CD} = \frac{(5)^2}{16} = 1,562$$

$$SS_{AC} = \frac{(5)^2}{16} = 1,562$$

$$SS_{ACD} = \frac{(9)^2}{16} = 5,062$$

$$SS_{BC} = \frac{(3)^2}{16} = 0,562$$

$$SS_{BCD} = \frac{(19)^2}{16} = 22,562$$

$$SS_{ABC} = \frac{(-9)^2}{16} = 5,062$$

$$SS_{ABCD} = \frac{(11)^2}{16} = 7,562$$

$$SS_D = \frac{(-7)^2}{16} = 3,062$$

Estimasi error dihitung melalui pendekatan yaitu menggabungkan rata-rata kuadrat (*mean square*) dari interaksi order tiga atau lebih yang dapat diabaikan.

$$SS_E = SS_{ABC} + SS_{ACD} + SS_{ABD} + SS_{BCD} + SS_{ABCD}$$

$$= 5,062 + 5,062 + 7,562 + 22,562 + 7,562 = 47,81$$

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_{AB} + SS_{AC} + SS_{AD} + SS_{BC} + SS_{BD} + SS_{CD} + SS_E$$

$$= 495,062 + 2997,562 + 370,562 + (-7) + 138,062 + 5 + 13 + 3 + (-5) + 5 + 47,81 = 4063,058$$

4.3.2. Metode perhitungan dengan Algoritma Yates

Tabel 4.5. perhitungan melalui algoritma Yates untuk Rancangan 2^4

Kombinasi Perlakuan	Y	(1)	(2)	(3)	(4)	Efek	Estimasi Efek	Jumlah Kuadrat
							(4) : 2^3	(4) ² : 2^4
(I)	14	31	122	280	553	I		
a	17	91	158	273	89	A	11.125	495.0625
b	37	53	116	38	219	B	27.375	2997.563
ab	54	105	157	51	47	AB	5.875	138.0625
c	23	34	20	112	77	C	9.625	370.5625
ac	30	82	18	107	5	AC	0.625	1.5625
bc	47	49	22	18	3	BC	0.375	0.5625
abc	58	108	29	29	-9	ABC	-1.125	5.0625
d	15	3	60	36	-7	D	-0.875	3.0625
ad	19	17	52	41	13	AD	1.625	10.5625
bd	32	7	48	-2	-5	BD	-0.625	1.5625
abd	50	11	59	7	11	ABD	1.375	7.5625
cd	21	4	14	-8	5	CD	0.625	1.5625
acd	28	18	4	11	9	ACD	1.125	5.0625
bcd	43	7	14	-10	19	BCD	2.375	22.5625
abcd	65	22	15	1	11	ABCD	1.375	7.5625

Urutan standar untuk rancangan 2^4 dapat dilihat pada perhitungan tabel 4.5 dimana kombinasi perlakuan ditulis kebawah dalam urutan standar (*standard order*) dalam suatu tabel yang terdiri dari beberapa kolom, dan kolom “*response*”

berisi total semua observasi pada kombinasi perlakuan yang bersesuaian, Setengah pertama dari kolom (1) diperoleh dengan menjumlahkan pasangan angka yang berdekatan pada kolom observasi, misal nilai 31 pada kolom (1) diperoleh dari 14+17 pada kolom observasi. Setengah kedua dari kolom (1) diperoleh dengan mengurangkan bilangan yang di bawah dengan bilangan yang di atas pada setiap pasangan bilangan dari kolom observasi, misal nilai 3 pada kolom (1) diperoleh dari 17-14 pada kolom observasi, kolom (2) diperoleh dari kolom (1) dengan cara yang sama, Selanjutnya kolom (3) diperoleh dari kolom (2) dan seterusnya sampai kolom (4).

Kolom efek untuk rancangan faktorial 2^k , k kolom yaitu kolom (1), (2),..., (k) akan dibentuk melalui penjumlahan dan pengurangan pasangan bilangan yang bersesuaian. Hasil pada kolom (k) merupakan kontras dari efek. Untuk memperoleh estimasi efek, bilangan atau elemen dalam kolom (k) harus dibagi dengan $n2^{k-1}$, kecuali untuk elemen pertama dibagi dengan $n2^k$ karena estimasi pertama ini merupakan rata-rata keseluruhan dari semua observasi. Jumlah kuadrat untuk efek diperoleh dengan mengkuadratkan elemen-elemen dalam kolom (k) dan dibagi dengan $n2^k$, kecuali untuk elemen pertama prosedur ini tidak dilakukan.

Tabel 4.6. Analisis variansi untuk rancangan 2^4

Variansi	Jumlah Kuadrat	db	Rata-rata Jumlah Kuadrat	F_0
A	495.0625	1	495.0625	51,774
B	2997.563	1	2997.563	313,487
C	370.5625	1	370.5625	38,754
D	3.0625	1	3.0625	0,320
AB	138.0625	1	138.0625	14,439
AC	1.5625	1	1.5625	0,163
AD	10.5625	1	10.5625	1,105
BC	0.5625	1	0.5625	0,059

BD	1.5625	1	1.5625	0,163
CD	1.5625	1	1.5625	0,163
ABC	5.0625	1	5.0625	0,529
BCD	22,5625	1	22,5625	2,359
ABD	7,5625	1	7,5625	0,790
ACD	5.0625	1	5.0625	0,529
ABCD	7.5625	1	7.5625	0,790

Dengan menggunakan $\alpha = 0,05$ diperoleh nilai F tabel = $F_{0,05; 1; 5} = 6,61$ maka jika dibandingkan dengan nilai F_0 dari efek utama terlihat bahwa faktor A, B, dan C mempunyai efek yang signifikan yaitu nilai A, B, C $> 6,61$. Sedangkan untuk efek interaksi dua faktor terlihat bahwa hanya interaksi faktor AB yang mempunyai efek signifikan. Untuk interaksi tiga faktor tidak ada yang signifikan. Dengan kata lain efek yang signifikan adalah A (suhu), B (kekuatan dosis), C (ketebalan kulit kapsul) dan AB (interaksi antara suhu dan kekuatan dosis).

4.3.3. Uji lanjut dengan metode Duncan

Hasil analisis untuk faktor-faktor yang signifikan akan dilakukan pemilihan taraf yang dapat memberikan pengaruh positif pada respon. Interaksi efek AB akan dilakukan uji lanjut dengan metode Duncan. Sedangkan untuk efek utama yang signifikan yaitu A, B dan C dilakukan pemilihan taraf sebagai berikut.

$$\bar{A}_0 = \frac{14 + 17 + 37 + 54 + 23 + 30 + 47 + 58}{8} = 35$$

$$\bar{A}_1 = \frac{15 + 19 + 32 + 50 + 21 + 28 + 43 + 65}{8} = 34,125$$

$$\bar{B}_0 = \frac{14 + 17 + 37 + 54 + 15 + 19 + 32 + 50}{8} = 29,75$$

$$\bar{B}_1 = \frac{23 + 30 + 47 + 58 + 21 + 28 + 43 + 65}{8} = 39,375$$

$$\bar{C}_0 = \frac{14 + 17 + 23 + 30 + 15 + 19 + 21 + 28}{8} = 20,875$$

$$\bar{C}_1 = \frac{37 + 54 + 47 + 58 + 32 + 50 + 43 + 65}{8} = 48,25$$

Maka dari rata-rata di atas hasil proses yang maksimum diperoleh atau dipilih dari faktor A (suhu) yang berada pada taraf rendah, faktor B (kekuatan dosis) pada taraf sedang, faktor C (ketebalan kulit kapsul) pada taraf tinggi.

Uji dengan metode Duncan untuk interaksi faktor AB sebagai berikut.

- 1) Untuk interaksi faktor AB

$$\bar{y}_{A_0B_0} = 30,5 ; \bar{y}_{A_0B_1} = 39,5 ; \bar{y}_{A_1B_0} = 29 ; \bar{y}_{A_1B_1} = 39,25$$

- 2) Standar Error

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{9,562}{4}} = 1,546$$

- 3) $\alpha = 0,05$; $p = 2, 3, 4$; $db = 4$, maka $r_{\alpha}(p, f)$

$$r_{0,05}(2, 4) = 3,93$$

$$r_{0,05}(3, 4) = 4,01$$

$$r_{0,05}(4, 4) = 4,02$$

Dengan $R_p = r_{\alpha}(p, f) \cdot S_{\bar{y}}$ didapat:

$$R_2 = 3,93 \cdot 1,546 = 5,075$$

$$R_3 = 4,01 \cdot 1,546 = 6,199$$

$$R_4 = 4,02 \cdot 1,546 = 6,215$$

4. Uji selisih dua mean dari kombinasi perlakuan tersebut.

$$A_0B_1 - A_1B_0 = 39,5 - 29 = 10,5 > R_4$$

$$A_0B_1 - A_0B_0 = 39,5 - 30,5 = 9 > R_3$$

$$A_0B_1 - A_1B_1 = 39,5 - 39,25 = 0,25 < R_2$$

$$A_1B_1 - A_1B_0 = 39,25 - 29 = 10,25 > R_3$$

$$A_1B_1 - A_0B_0 = 39,25 - 30,5 = 8,25 > R_2$$

$$A_0B_0 - A_1B_0 = 30,5 - 29 = 1,5 < R_2$$

Dari hasil uji selisih dua mean di atas dapat disimpulkan bahwa interaksi efek A_1B_0 (A pada taraf rendah dan B pada taraf sedang) memberikan perlakuan yang berbeda secara signifikan dengan interaksi efek lainnya.

4.4. Aplikasi Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} dengan Pembangkit

$$D=ABC$$

Diberikan sebuah contoh aplikasi rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} dalam sebuah penelitian medis untuk mempelajari waktu penyerapan salah satu jenis kapsul anti biotik. Contoh aplikasi rancangan faktorial 2^k (pada sub bab 4.3) akan dibuat menjadi rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Rancangan faktorial fraksional yang digunakan adalah rancangan 2^{4-1} . Proses penelitian ini melibatkan empat faktor masing-masing faktor memiliki dua taraf yaitu taraf rendah dan taraf tinggi.

Respon pada penelitian ini adalah waktu penyerapan dari kapsul. Kapsul antibiotik yang digunakan sebagai unit eksperimen relatif homogen sehingga cocok diterapkan dengan model rancangan acak lengkap. Untuk melakukan fraksionalisasi dari rancangan 2^4 menjadi rancangan 2^{4-1} sebuah pembangkit yang dipilih secara bebas akan dibaurkan ke dalam rancangan. Untuk menentukan faktor yang akan menjadi pembangkitnya dapat dipilih secara bebas karena akan menghasilkan kombinasi perlakuan serta tanda *plus dan minus* yang bersesuaian adalah sama hanya berbeda pada nomor amatan. Pembangkit rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan faktor A=BCD, faktor B=ACD, faktor C=ABD dan faktor D=ABC. Dalam contoh ini faktor D (pekerja laboratorium) dijadikan sebagai pembangkit rancangan yang merupakan interaksi dari faktor-faktor sebelumnya (D=ABC).

Dalam tabel 4.7 dapat dilihat data rancangan 2^{4-1} dengan dua blok maka enam belas amatan telah diambil dari percobaan tersebut.

Tabel 4.7. Data rancangan 2^{4-1} dengan 2 Blok

Kombinasi Perlakuan	BLOK	
	(1)	(2)
(I)	14	15
a	17	19
b	37	32
ab	54	50
c	23	21
ac	30	28
bc	47	43
abc	58	65

Tabel 4.8. Data rancangan 2^{4-1} dengan pembangkit D = ABC

Amatan	Rancangan dasar			D = ABC	Respon		Kombinasi Perlakuan
	A	B	C		(1)	(2)	
1	-	-	-	-	14	15	(I)
2	+	-	-	+	17	19	ad
3	-	+	-	+	37	32	bd
4	+	+	-	-	54	50	ab
5	-	-	+	+	23	21	cd
6	+	-	+	-	30	28	ac
7	-	+	+	-	47	43	bc
8	+	+	+	+	58	65	abcd

Rancangan ini merupakan rancangan 2^{4-1} dengan resolusi IV, karena itu efek utama akan bebas dari interaksi dua faktor dan beberapa interaksi dua faktor akan beralias satu sama lain.

4.4.1 Metode dengan program SPSS

a). Hipotesis untuk uji Kolmogorov-Smirnov menunjukkan bahwa data telah memenuhi asumsi normal jika:

Hipotesis : H_0 : variabel normal

H_1 : variabel adalah tidak normal

Dengan kriteria signifikan: nilai Sig > 5% maka H_0 diterima dan

nilai Sig < 5% maka H_0 ditolak.

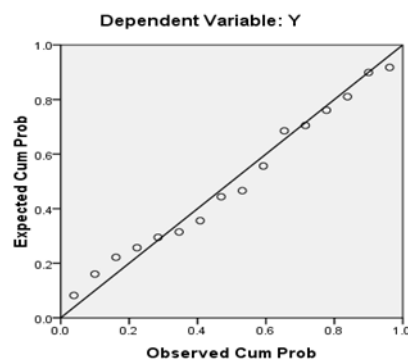
Uji kolmogorof-Smirnov pada tabel 4.6 menunjukkan nilai sig = 0,937 > 5%, jadi menurut hipotesis H_0 diterima artinya distribusi respon yang ditunjukkan oleh variabel Y adalah normal.

Tabel 4.9. One-Sampel Kolmogorov-Smirnov Test

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test		Y
N		16
Normal Parameters ^a	Mean	34.56
	Std. Deviation	16.468
Most Extreme Differences	Absolute	.134
	Positive	.134
	Negative	-.106
Kolmogorov-Smirnov Z		.535
Asymp. Sig. (2-tailed)		.937

a. Test distribution is Normal.

Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual

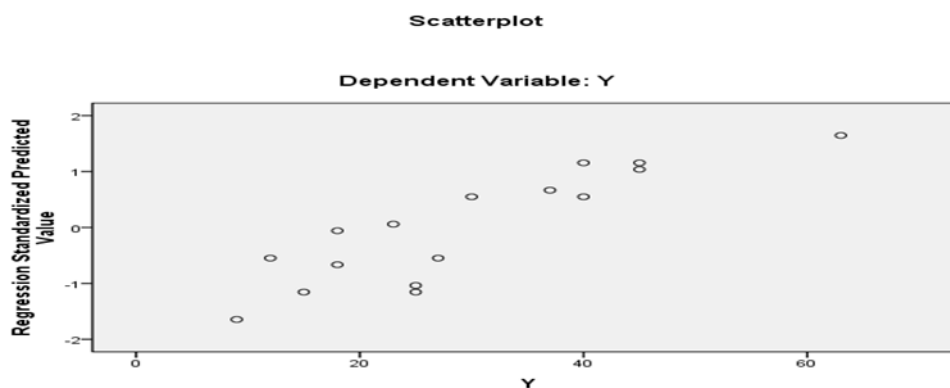


Gambar 4.1. P-Plot normal dari residual

- b) Uji normalitas yang ditunjukkan oleh P-Plot normal dari residual grafik *histograf* pada gambar 4.1 adalah data menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti

arah garis maka pola distribusi adalah normal. Berdasarkan Uji kolmogorof-Smirnov dan P-Plot dari residual grafik *histograf* maka data berdistribusi normal.

- c). Uji kesamaan varians dapat dilihat pada Scaterplot pada gambar 4.2 di bawah ini. Plot antara residual dengan nilai prediksinya menunjukkan bahwa data (titik) acak dan tidak membentuk pola tertentu, sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kesamaan varians telah terpenuhi.



Gambar 4.2. Plot residual terhadap nilai prediksi

Terpenuhinya asumsi uji normalitas dan uji kesamaan varians di atas maka dengan demikian penelitian atau perhitungan tahap selanjutnya dapat dilakukan.

4.4.2. Perhitungan Estimasi Efek Utama dan Efek Interaksi

Besarnya estimasi efek utama dan efek interaksi pada rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan 2 blok dapat dihitung sebagai berikut.

$$t_A = A + BCD = \frac{1}{2^3} (-14+17-37+54-23+30-47+58-15+19-32+50-21+28-43+65) = \frac{89}{4} = 22,25$$

$$t_B = B + ACD = \frac{1}{2^3} (-14-17+37+54-23-30+47+58-15-19+32+50-21-28+43+65) = \frac{219}{4} = 54,75$$

$$t_C = C + ABD = \frac{1}{2^3} (-14-17-37-54+23+30+47+58-15-19-32-50+21+28+43+65) = \frac{77}{4} = 19,25$$

$$l_D = D + ABC = \frac{1}{2^3} (-14-17-37-54-23-30-47-58+15+19+32+50+21+28+43+65) = \frac{-7}{4} = -1,75$$

$$l_{AB} = AB + CD = \frac{1}{2^2} (14-17-37+54+23-30-47+58+15-19-32+50+21-28-43+65) = \frac{47}{4} = 11,75$$

$$l_{AC} = AC + BD = \frac{1}{2^2} (14-17+37-54-23+30-47+58+15-19+32-50-21+28-43+65) = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$l_{AD} = AD + BC = \frac{1}{2^2} (14-17+37-54+23-30+47-58-15+19-32+50-21+28-43+65) = \frac{13}{4} = 3,25$$

Nilai estimasi efek utama dan interaksi di atas dirangkum seperti dalam tabel 4.10 berikut.

Tabel 4.10. Nilai estimasi efek rancangan 2^{4-1}_{IV}

$l_A = 22,25 \rightarrow A + BCD$	$l_{AB} = 11,75 \rightarrow AB + CD$
$l_B = 54,75 \rightarrow B + ACD$	$l_{AC} = 1,25 \rightarrow AC + BD$
$l_C = 19,25 \rightarrow C + BCD$	$l_{AD} = 3,25 \rightarrow AD + BC$
$l_D = -1,75 \rightarrow D + ABC$	

Dengan kita mengabaikan interaksi tiga faktor dan interaksi order yang lebih tinggi, maka diperoleh estimasi efek utama dan interaksi dua faktor yang terpisah. Melalui tabel 4.10 di atas dapat dilihat bahwa efek yang signifikan atau berpengaruh adalah efek utama A, B, C dan interaksi AB.

Jumlah kuadrat efek yang signifikan dihitung dengan:

$$SS_A = \frac{1}{2^3} (89)^2 = 495,062$$

$$SS_C = \frac{1}{2^3} (77)^2 = 370,562$$

$$SS_B = \frac{1}{2^3} (219)^2 = 2997,562$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{2^3} (47)^2 = 138,062$$

Rata-rata kuadrat (*mean square*) efek A, B, C dan AB dihitung sebagai berikut.

$$MS_A = \frac{495,062}{2} = 495,062$$

$$MS_C = \frac{370,562}{1} = 370,562$$

$$MS_B = \frac{2997,562}{1} = 2997,562$$

$$MS_{AB} = \frac{138,062}{1} = 138,062$$

4.4.3. Analisis Data

Dari program SPSS didapatkan output sebagai berikut.

4.3.3.1. Menguji pengaruh keempat faktor dalam rancangan percobaan

$$H_0 : \beta = 0 \text{ dimana } \beta = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \text{ (persamaan adalah tidak linier)}$$

$$H_1 : \beta \neq 0 \text{ (persamaan adalah linier)}$$

Tabel 4.11. Coefficients
Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	10.938	2.394		4.569	.001
	A	11.125	2.141	.349	5.196	.000
	B	27.375	2.141	.858	12.786	.000
	C	9.625	2.141	.302	4.496	.001
	D	-.875	2.141	-.027	-.409	.691

a. Dependent Variable: Y

$$\text{Persamaan regresi : } \hat{Y} = 10,938 + 11,125A + 27,375B + 9,625C - 0,875D$$

Tabel 4.12. Anova
ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3866.250	4	966.562	52.716	.000 ^a
	Residual	201.688	11	18.335		
	Total	4067.937	15			

a. Predictors: (Constant), D, C, B, A

b. Dependent Variable: Y

Berdasar pada tabel anova terlihat bahwa nilai sig = 0,000 = 0% kurang dari 5% berarti H_0 ditolak artinya persamaan linier.

Tabel 4.13. Model Summary

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.975 ^a	.950	.932	4.282

a. Predictors: (Constant), D, C, B, A

b. Dependent Variable: Y

Terlihat bahwa nilai R square = 0,950 = 95%, artinya keempat faktor memberi pengaruh terhadap penyerapan kapsul antibiotik (Y) sebesar 95%, sisanya 5% dipengaruhi oleh faktor lain.

4.3.3.2. Menganalisis faktor-faktor dalam rancangan percobaan

Dari program SPSS didapatkan output sebagai berikut.

Tabel 4.14. Test of between-subjects effects dengan Pembangkit D=ABC

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: Y					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	4025.187 ^a	11	365.926	34.239	.002
Intercept	19113.062	1	19113.062	1788.357	.000
A	495.062	1	495.062	46.322	.002
B	2997.562	1	2997.562	280.474	.000
C	370.562	1	370.562	34.673	.004
D	3.062	1	3.062	.287	.621
A*B	138.062	1	138.062	12.918	.023
A*C	1.562	1	1.562	.146	.722
A*D	10.562	1	10.562	.988	.376
B*C	.562	1	.562	.053	.830
B*D	1.562	1	1.562	.146	.722
C*D	1.562	1	1.562	.146	.722
A*B*C	5.062	1	5.062	.474	.529
Error	42.750	4	10.688		
Total	23181.000	16			
Corrected Total	4067.937	15			

a. R Squared = ,989 (Adjusted R Squared = ,961)

Dari output *Test of Between-Subjects effects* di atas didapat nilai jumlah kuadrat, rata-rata kuadrat dan nilai F hitung dari faktor utama serta faktor interaksi dan nilai signifikan. Pada output tersebut dapat dilihat pada kolom sig tampak bahwa efek utama A (suhu), B (kekuatan dosis) dan C (ketebalan kapsul) nilai signya kurang dari 5% maka faktor A, B dan C berinteraksi secara signifikan terhadap penyerapan kapsul. Sedangkan faktor D nilai sig 0,621 lebih dari 5%

sehingga faktor D tidak signifikan terhadap penyerapan kapsul. Untuk interaksi dua faktor tampak bahwa AB (interaksi antara suhu dan kekuatan dosis) mempunyai nilai sig kurang dari 5% untuk interaksi dua faktor lainnya nilai sig lebih dari 5%. Nilai interaksi tiga faktor juga menunjukkan nilai sig lebih dari 5% maka tidak memberikan interaksi yang signifikan. Sehingga menunjukkan faktor A (suhu), B (kekuatan dosis) dan C (ketebalan kulit kapsul) mempunyai efek signifikan terhadap proses penyerapan kapsul.

Jumlah kuadrat error diperoleh dengan menggabungkan jumlah kuadrat interaksi tiga faktor dan interaksi order yang lebih tinggi yang dapat diabaikan. Dari output *Test of Between-Subjects effects* error adalah 44,312. Sehingga rata-rata kuadrat error diperoleh:

$$MS_E = \frac{SS_E}{5} = \frac{44,312}{5} = 8,862$$

$$\text{Standar error efek adalah: } s.e. (\text{efek}) = \sqrt{\frac{MS_E}{2^2}} = \sqrt{\frac{8,862}{4}} = 1,488$$

4.5. Aplikasi Rancangan Faktorial Fraksional 2^{k-p} dengan Pembangkit $A=BCD$

Diberikan sebuah contoh aplikasi rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} dalam sebuah penelitian medis untuk mempelajari waktu penyerapan salah satu jenis kapsul anti biotik. Dalam contoh ini faktor A (suhu) dijadikan sebagai pembangkit rancangan yang merupakan interaksi dari faktor-faktor sebelumnya ($A=BCD$). Dalam tabel 4.15 dan 4.16 dapat dilihat data rancangan 2^{4-1} pembangkit rancangan $A=BCD$.

Tabel 4.15. Data rancangan 2^{4-1} dengan 2 blok

Kombinasi Perlakuan	BLOK	
	(1)	(2)
(I)	14	17
d	15	19
c	23	30
cd	21	28
b	37	54
bd	32	50
bc	47	58
bcd	43	65

Tabel 4.16. Data rancangan 2^{4-1} dengan pembangkit A = BCD

Amatan	Rancangan dasar				Respon		Kombinasi Perlakuan
	A=BCD	B	C	D	(1)	(2)	
1	-	-	-	-	14	17	(I)
2	+	-	-	+	15	19	ad
3	-	+	-	+	23	30	ac
4	+	+	-	-	21	28	cd
5	-	-	+	+	37	54	ab
6	+	-	+	-	32	50	bd
7	-	+	+	-	47	58	bc
8	+	+	+	+	43	65	abcd

Untuk menganalisis faktor yang signifikan digunakan *Test of Between-Subjects effects*, dapat dilihat pada tabel 4.17.

Tabel 4.17. Test of between-subjects effects dengan Pembangkit A=BCD

Tests of Between-Subjects Effects					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	4025.188 ^a	11	365.926	34.239	.002
Intercept	19113.062	1	19113.062	1788.357	.000
A	495.062	1	495.062	46.322	.002
B	2997.562	1	2997.562	280.474	.000
C	370.562	1	370.562	34.673	.004
D	3.062	1	3.062	.287	.621
A*B	138.062	1	138.062	12.918	.023
A*C	1.562	1	1.562	.146	.722
A*D	10.562	1	10.562	.988	.376
B*C	.562	1	.562	.053	.830
B*D	1.562	1	1.562	.146	.722
C*D	1.562	1	1.562	.146	.722
A*B*C	5.062	1	5.062	.474	.529
Error	42.750	4	10.688		
Total	23181.000	16			
Corrected Total	4067.938	15			

a. R Squared = ,989 (Adjusted R Squared = ,961)

Dari output *Test of Between-Subjects effects* dengan pembangkit rancangan A=BCD. Pada output tersebut dapat dilihat pada kolom sig tampak bahwa efek utama A (suhu), B (kekuatan dosis) dan C (ketebalan kapsul) nilai signya kurang dari 5% maka faktor A, B dan C berinteraksi secara signifikan terhadap penyerapan kapsul. Sedangkan faktor D nilai sig 0,621 lebih dari 5% sehingga faktor D tidak signifikan terhadap penyerapan kapsul. Untuk interaksi dua faktor tampak bahwa hanya AB (interaksi antara suhu dan kekuatan dosis) mempunyai nilai sig kurang dari 5% untuk interaksi dua faktor lainnya nilai sig lebih dari 5%. Nilai interaksi tiga faktor juga menunjukkan nilai sig lebih dari 5% maka tidak memberikan interaksi yang signifikan. Sehingga menunjukkan faktor A (suhu), B (kekuatan dosis) dan C (ketebalan kulit kapsul) mempunyai efek signifikan terhadap proses penyerapan kapsul.

Untuk melakukan fraksionalisasi dari rancangan 2^4 menjadi rancangan 2^{4-1} sebuah pembangkit yang dipilih secara bebas akan menghasilkan kombinasi perlakuan serta tanda *plus dan minus* yang bersesuaian adalah sama hanya berbeda pada nomor amatan. Telah ditunjukkan dalam contoh aplikasi rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} dengan menggunakan pembangkit rancangan A=BCD dan D=ABC memberikan informasi yang sama dalam mengidentifikasi faktor yang signifikan pada rancangan percobaan. Faktor yang signifikan adalah faktor A (suhu), B (kekuatan dosis) dan C (ketebalan kulit kapsul).

BAB V

PENUTUP

5.1. Simpulan

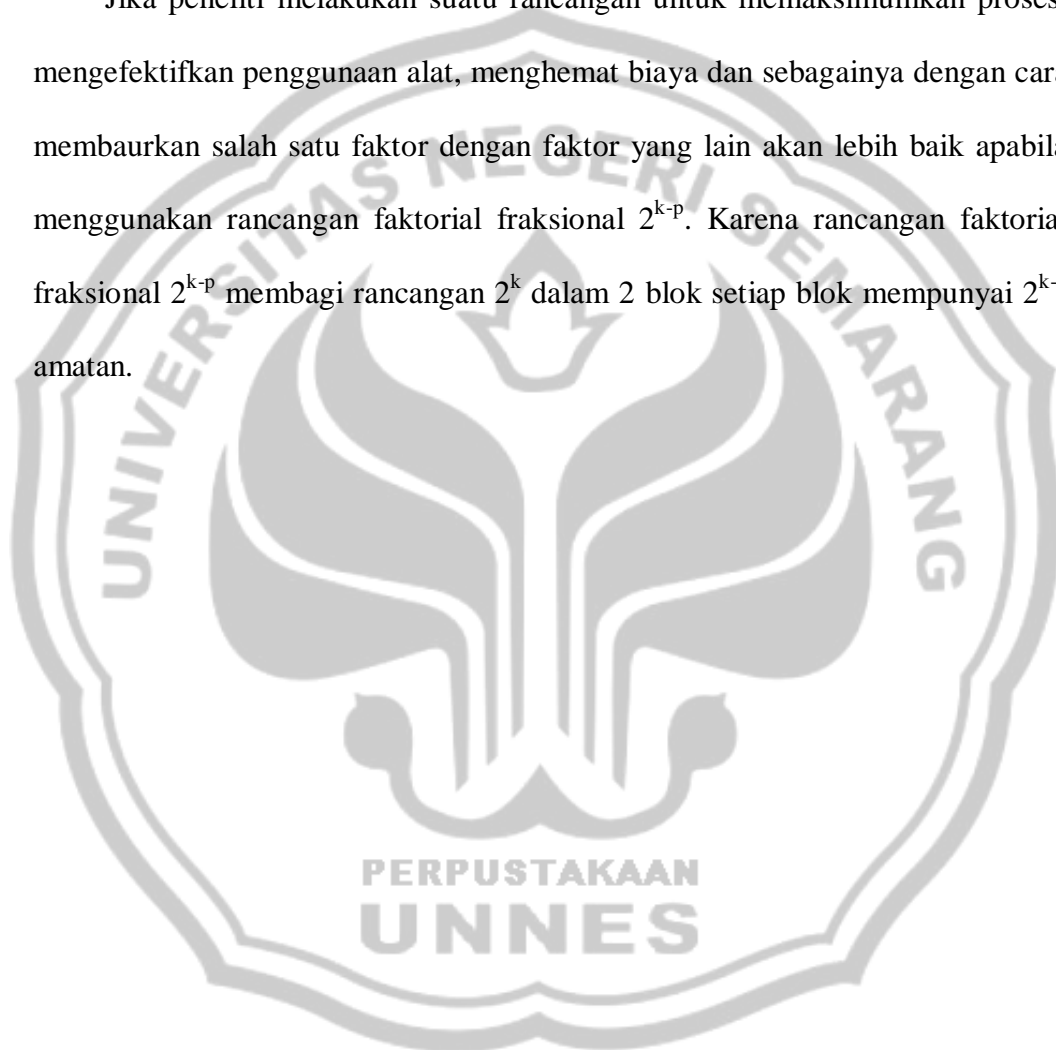
Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut.

- Rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} merupakan rancangan 2^k yang dipisah menjadi 2 blok. Setiap blok mempunyai 2^{k-p} amatan yang merupakan sebuah rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Membuat rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} maka secara bebas dapat ditentukan satu faktor pembangkit rancangan yang merupakan interaksi k-1 faktor sebelumnya, karena akan mendapatkan tanda plus minus yang bersesuaian dan sama hanya berbeda pada nomor amatan.
- Aplikasi rancangan faktorial 2^4 dan aplikasi rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} pada bab 4 (pembahasan) menunjukkan rancangan 2^4 dan rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} pada sebuah percobaan medis untuk menguji tingkat penyerapan dari sebuah kapsul antibiotik dengan pembangkit rancangan $D=ABC$ dan $A=BCD$. Diperoleh informasi dari perhitungan dan simulasi dengan program SPSS bahwa hanya faktor A (suhu), faktor B (kekuatan dosis) dan faktor C (ketebalan kulit kapsul) yang mempunyai efek signifikan dalam percobaan tersebut. Tetapi rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} lebih efisien dan efektif dibandingkan rancangan faktorial 2^4 . Karena pada rancangan faktorial fraksional 2^{4-1} faktor yang digunakan lebih sedikit dari pada rancangan faktorial 2^4 . Sehingga peneliti lebih dapat mengefisienkan

biaya, mengefektifkan penggunaan alat tetapi mampu mendapatkan hasil yang maksimum.

5.2. Saran

Jika peneliti melakukan suatu rancangan untuk memaksimalkan proses, mengefektifkan penggunaan alat, menghemat biaya dan sebagainya dengan cara membaurkan salah satu faktor dengan faktor yang lain akan lebih baik apabila menggunakan rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} . Karena rancangan faktorial fraksional 2^{k-p} membagi rancangan 2^k dalam 2 blok setiap blok mempunyai 2^{k-p} amatan.



DAFTAR PUSTAKA

- Dixon. D. 2006. Application of Design of Experiment (DOE) Techniques to Process Validation in Medical Device Manufacture. Tuesday, August 29 2006 *Journal of Validation Technology*, Volume. 12, Number 2-15 [diakses tgl 19 maret 2010 di www.Ivtconferences.com].
- Dong-Woo Kim. 2008. Application of Design of Experiment Method for Thrust Force Minimization in Step-feed Micro Drilling. Vol 8, 211–221 [diakses tgl 19 maret 2010 di <http://www.mdpi.org>].
- Lestari . A. 2005. *Rancangan Faktorial 3^k*. Skripsi Universitas Diponegoro
- Montgomery, D.C. 1991. *Design and Analysis of Experiments*, edisi ketiga. New York : John Wiley and Sons
- Montgomery, DC. and Hines,W.W. 1990. *Probabilita dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen*, edisi kedua. Jakarta : Universitas Indonesia Press
- Orahami, A. 2009. *Perancangan Percobaan Aplikasi dengan SPSS dan SAS*. Yogyakarta : Gava Media
- Prasinto, Ariif. 2006. *Rancangan Percobaan dengan SPSS*. Jakarta : Elex Media Komputindo
- Pramesti, getut 2009. *Minitab 15*. Jakarta : Gramedia.
- Saudin, Adnan. 2006. *Identifikasi Faktor Signifikan Rancangan Faktorial fraksional Tanpa Pengulangan Dengan metode Bissell, Lenth dan Fang*. Tesis Magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Sudjana,1989. *Desain dan Analisis Eksperimen*, edisi ketiga. Bandung : Tarsito
- Sukestiyarno. 2008. *Olah Data Penelitian dengan SPSS*. Hand Out.
- Widasari, Sandra. 1988. *Rancangan Percobaan*. Jakarta : karunia.



LAMPIRAN

*Lampiran 1***Data Rancangan Faktorial 2^{4-1} dengan Pembangkit A=BCD**

SUHU (A)	KEKUATAN DOSIS (B)	KETEBALAN KULIT KAPSUL (C)	PEKERJA LABORATORIUM (D)	RESPON (Y)
A ₀	B ₀	C ₀	D ₀	14
A ₀	B ₀	C ₀	D ₁	15
A ₀	B ₀	C ₁	D ₀	23
A ₀	B ₀	C ₁	D ₁	21
A ₀	B ₁	C ₀	D ₀	37
A ₀	B ₁	C ₀	D ₁	32
A ₀	B ₁	C ₁	D ₀	47
A ₀	B ₁	C ₁	D ₁	43
A ₁	B ₀	C ₀	D ₀	17
A ₁	B ₀	C ₀	D ₁	19
A ₁	B ₀	C ₁	D ₀	30
A ₁	B ₀	C ₁	D ₁	28
A ₁	B ₁	C ₀	D ₀	54
A ₁	B ₁	C ₀	D ₁	50
A ₁	B ₁	C ₁	D ₀	58
A ₁	B ₁	C ₁	D ₁	65

Keterangan:

A₀ = suhu taraf rendah.

B₀ = kekuatan dosis taraf rendah.

C₀ = ketebalan kulit kapsul taraf rendah.

D₀ = waktu pekerja laboratorium taraf rendah.

A₁ = suhu taraf tinggi.

B₁ = kekuatan dosis taraf tinggi.

C₁ = ketebalan kulit kapsul taraf tinggi.

D₁ = waktu pekerja laboratorium taraf tinggi.

Lampiran 2

Tabel Rancangan 2^{5-1}_V dengan Relasi Penentu I = ABCDE

Amatan	A	B	C	D	E=ABCD	Kombinasi Perlakuan
1	-	-	-	-	+	e
2	+	-	-	-	-	a
3	-	+	-	-	-	b
4	+	+	-	-	+	abe
5	-	-	+	-	-	c
6	+	-	+	-	+	ace
7	-	+	+	-	+	bce
8	+	+	+	-	-	abc
9	-	-	-	+	-	d
10	+	-	-	+	+	ade
11	-	+	-	+	+	bde
12	+	+	-	+	-	abd
13	-	-	+	+	+	cde
14	+	-	+	+	-	acd
15	-	+	+	+	-	bcd
16	+	+	+	+	+	abcde

Tabel Struktur Alias Rancangan 2^{5-1}_V dengan I = ABCDE

$t_A \rightarrow A + BCDE$	$t_{AB} \rightarrow AB + CDE$	$t_{BD} \rightarrow BD + ACE$
$t_B \rightarrow B + ACDE$	$t_{AC} \rightarrow AC + BDE$	$t_{BE} \rightarrow BE + ACD$
$t_C \rightarrow C + ABDE$	$t_{AD} \rightarrow AD + BCE$	$t_{CD} \rightarrow CD + ABE$
$t_D \rightarrow D + ABCE$	$t_{AE} \rightarrow AE + BCD$	$t_{CE} \rightarrow CE + ABD$
$t_E \rightarrow E + ABCD$	$t_{BC} \rightarrow BC + ADE$	$t_{DE} \rightarrow DE + ABC$

Tabel Struktur Alias Rancangan 2^{5-1}_V dengan I = -ABCDE

$t'_A \rightarrow A - BCDE$	$t'_{AB} \rightarrow AB - CDE$	$t'_{BD} \rightarrow BD + ACE$
$t'_B \rightarrow B - ACDE$	$t'_{AC} \rightarrow AC - BDE$	$t'_{BE} \rightarrow BE + ACD$
$t'_C \rightarrow C - ABDE$	$t'_{AD} \rightarrow AD - BCE$	$t'_{CD} \rightarrow CD + ABE$
$t'_D \rightarrow D - ABCE$	$t'_{AE} \rightarrow AE - BCD$	$t'_{CE} \rightarrow CE + ABD$
$t'_E \rightarrow E - ABCD$	$t'_{BC} \rightarrow BC - ADE$	$t'_{DE} \rightarrow DE + ABC$

*Lampiran 3***Data Rancangan Faktorial Fraksional 2^{4-1}** **(Pembangkit D = ABC)**

SUHU (A)	KEKUATAN DOSIS (B)	KETEBALAN KULIT KAPSUL (C)	PEKERJA LABORATORIUM (D)	RESPON (Y)
A ₁	B ₁	C ₁	D ₁	14
A ₂	B ₁	C ₁	D ₁	17
A ₁	B ₂	C ₁	D ₁	37
A ₂	B ₂	C ₁	D ₁	54
A ₁	B ₁	C ₂	D ₁	23
A ₂	B ₁	C ₂	D ₁	30
A ₁	B ₂	C ₂	D ₁	47
A ₂	B ₂	C ₂	D ₁	58
A ₁	B ₁	C ₁	D ₂	14
A ₂	B ₁	C ₁	D ₂	15
A ₁	B ₂	C ₁	D ₂	19
A ₂	B ₂	C ₁	D ₂	32
A ₁	B ₁	C ₂	D ₂	50
A ₂	B ₁	C ₂	D ₂	21
A ₁	B ₂	C ₂	D ₂	28
A ₂	B ₂	C ₂	D ₂	43

Keterangan:

A₁ = suhu pada blok pertamaB₁ = kekuatan dosis pada blok pertamaC₁ = ketebalan kulit kapsul pada blok pertamaD₁ = waktu pekerja laboratorium pada blok pertamaA₂ = suhu taraf pada blok keduaB₂ = kekuatan dosis pada blok keduaC₂ = ketebalan kulit kapsul pada blok keduaD₂ = waktu pekerja laboratorium pada blok kedua

Lampiran 4

Out Put Data rancangan Faktorial Fraksional 2^{4-1} dengan Program SPSS

```
REGRESSION
  /MISSING LISTWISE
  /STATISTICS COEFF OUTS R ANOVA
  /CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10)
  /NOORIGIN
  /DEPENDENT Y
  /METHOD=ENTER A B C D
  /SCATTERPLOT=(*ZPRED ,Y)
  /RESIDUALS NORM(ZRESID).
```

Regression

[DataSet1] C:\Users\SISWANTO\Documents\DATA BAB 2&4\DATA BAB 4 VIKS.sav

Variables Entered/Removed^b

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	D, C, B, A ^a	.	Enter

- a. All requested variables entered.
b. Dependent Variable: Y

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.975 ^a	.950	.932	4.282

- a. Predictors: (Constant), D, C, B, A
b. Dependent Variable: Y

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3866.250	4	966.562	52.716	.000 ^a
	Residual	201.688	11	18.335		
	Total	4067.937	15			

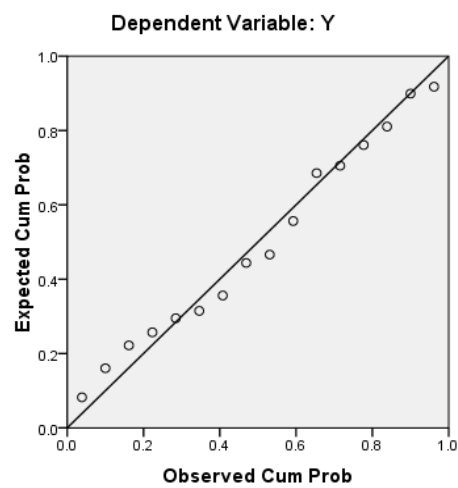
- a. Predictors: (Constant), D, C, B, A
b. Dependent Variable: Y

Coefficients^a

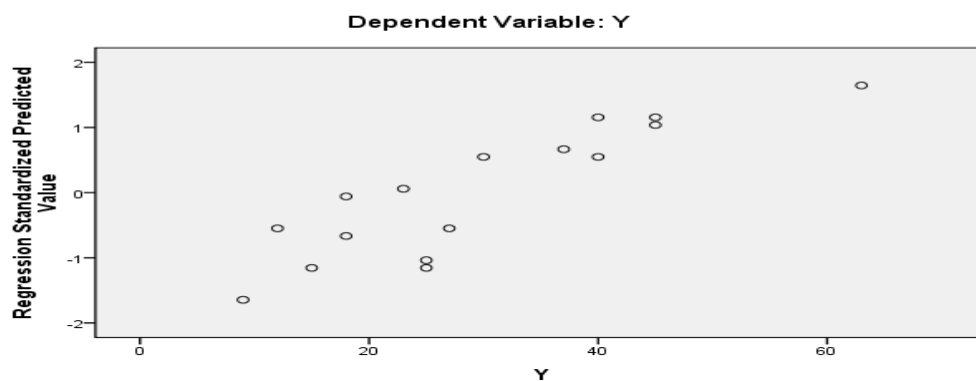
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	10.938	2.394		4.569	.001
	A	11.125	2.141	.349	5.196	.000
	B	27.375	2.141	.858	12.786	.000
	C	9.625	2.141	.302	4.496	.001
	D	-.875	2.141	-.027	-.409	.691

a. Dependent Variable: Y

Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual



Scatterplot



UNIVARIATE ANALYSIS of VARIANCE

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
A	0	2jam	8
	1	3jam	8
B	0	40 mg	8
	1	50 mg	8
C	0	1mm	8
	1	1.5mm	8
D	0	1.5bulan	8
	1	3bulan	8

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Y

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	4023.625 ^a	10	402.362	45.401	.000
Intercept	19113.062	1	19113.062	2156.622	.000
A	495.063	1	495.063	55.860	.001
B	2997.562	1	2997.562	338.230	.000
C	370.562	1	370.562	41.812	.001
D	3.063	1	3.063	.346	.582
A*B	138.062	1	138.062	15.578	.011
A*C	1.562	1	1.562	.176	.692
A*D	10.562	1	10.562	1.192	.325
B*C	.563	1	.563	.063	.811
B*D	1.562	1	1.562	.176	.692
A*B*C	5.062	1	5.062	.571	.484
Error	44.312	5	8.862		
Total	23181.000	16			
Corrected Total	4067.937	15			

a. R Squared = .989 (Adjusted R Squared = .967)

Lampiran 5

Tabel Alias dengan Min Plus untuk Rancangan Faktorial Fraksional 2^{4-1} dengan I = ABCD

No Amatan	Rancangan Dasar			D=ABC	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABD	ACD	BCD	I=ABCD	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C												
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	+	(I)
2	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	+	ad
3	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	bd
4	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	+	+	+	ab
5	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	cd
6	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	-	+	+	ac
7	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	+	bc
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	abcd

Dengan melihat tanda min (-) dan plus (+) pada tabel di atas maka kolom: A = BCD

B = ACD

C = ABD

AB = CD

AC = BD

AD = BC

Sehingga dapat dikatakan bahwa hubungan masing-masing antara dua efek saling beralias.