



ANALISIS MODEL ANTRIAN *MULTISERVER* PADA SAMSAT KABUPATEN SEMARANG

Skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat untuk
memperoleh gelar sarjana sains
program studi matematika

oleh

Lusy Rositawati

4111412028



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2017

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dirujuk dalam skripsi ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, Desember 2017



Lusy Rositawati
4111412028

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Analisis Model Antrian *Multiserver* Pada Samsat Kabupaten Semarang

Disusun oleh

Lusy Rositawati

4111412028

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 4 Desember 2017.



Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt.

NIP. 196412231988031001

Ketua Penguji

Dr. Dwijanto, M.S.

NIP. 195804301984031006

Anggota Penguji

Pembimbing Utama

Dr. Rochmad, M.Si.

NIP. 195711161987011001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.

NIP. 196807221993031005

Anggota Penguji

Pembimbing Pendamping

Prof. Dr. Kartono, M.Si.

NIP. 195602221980031002

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Motto

- ❖ Berdoalah selagi Anda berusaha, karena ridha Tuhan yang mengizinkan terjadinya keberhasilan.
- ❖ Jika di hati kita ada perasaan peduli kepada orang lain, maka kesuksesan akan mendekati kita.
- ❖ Dalam kehidupan ada hal yang akan datang dengan sendirinya, namun ada juga hal yang perlu kita perjuangkan terlebih dahulu untuk memperolehnya.

Persembahan

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

- ❖ Bapak, Ibu dan adik di rumah.
- ❖ Keluarga besar saya.
- ❖ Teman-teman matematika angkatan 2012.
- ❖ Sahabat dan teman semuanya.



UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Model Antrian Multiserver Pada Samsat Kabupaten Semarang”.

Skripsi ini dapat tersusun dengan baik berkat bantuan, bimbingan, dan dorongan dari beberapa pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Dr. Rochmad, M.Si., selaku dosen pembimbing utama yang telah menuntun, memberikan arahan, dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
2. Prof. Dr. Kartono, M.Si., selaku dosen pembimbing pendamping yang telah menuntun, memberikan arahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Dr. Dwijanto, M.Si., selaku penguji, yang telah berkenan untuk menguji skripsi ini.
4. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang, yang telah memberikan izin untuk melakukan penelitian.
5. Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt., Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
6. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
7. Dra. Kristina Wijayanti, M.S., selaku dosen wali yang telah memberikan arahan dan bimbingan selama penulis menjalani perkuliahan.

8. Bapak dan Ibu tercinta, Bapak Suroso dan Ibu Purwatiningsih yang selalu memberikan semangat dan dorongan materi dan spiritual (doa).
9. Adikku tersayang, Mely Desta Andini yang selalu mendoakan serta memberikan motivasi dan semangat kerja keras.
10. Seluruh Dosen Matematika yang telah membimbing dan memberikan ilmunya kepada penulis.
11. Pegawai-pegawai di Samsat Kabupaten Ungaran yang telah membantu penulis dalam melakukan penelitian.
12. Teman-teman Matematika angkatan 2012, yang selama ini menemani dalam perkuliahan dan memberikan semangat.
13. Sahabat saya, Eka, Agung dan Asroi yang telah memberikan semangat dan dorongan kepada saya dalam menyelesaikan skripsi ini.
14. Teman-teman kos, Mba Set-set, Mba Cipit, Mba Dwi, Mba Sekar, Willy, Nurfi, Ineka, Dwi dan Ami yang telah memberikan semangat dan dukungan kepada saya dalam menyelesaikan skripsi ini.
15. Gina, Nurul, Kintan, Wella, Hetty, Dwi, Arif, Adib, Rahmat dan Codot yang telah menemani, membantu, mendukung dan memberikan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.
16. Teman-teman KKN Petung Manjur, Putri, Rinda, Rita, Rahmawan, Hendy dan Furi yang telah memberikan semangat kepada saya dalam menyelesaikan skripsi ini.
17. Mualif Akhyar yang telah sabar membantu saya dalam segala masalah dan memberikan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

18. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Hanya ucapan terima kasih dan doa yang dapat penulis berikan. Penulis menyadari bahwa masih banyak keterbatasan pengetahuan dan kemampuan yang penulis miliki. Penulis mengharapkan kritik dan saran yang bisa membangun penelitian-penelitian yang lain. Semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi pembaca.

Semarang, Desember 2017

Penulis



UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

ABSTRAK

Rositawati, Lusy. 2017. Analisis Model Antrian *Multiserver* Pada Samsat Kabupaten Semarang. Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing 1 Dr. Rochmad, M.Si. dan Pembimbing 2 Prof. Dr. Kartono, M.Si.

Kata kunci: Antrian, Samsat, Optimalisasi.

Salah satu kejadian dalam kehidupan sehari-hari yang sering terjadi adalah kejadian menunggu. Tingkat kedatangan pelanggan pajak Samsat Kabupaten Semarang sangat banyak sehingga mendasari adanya suatu antrian pada suatu pelayanan. Dengan jumlah petugas pelayanan yang terbatas, sering Samsat Kabupaten Semarang ini terjadi penumpukan pelanggan pajak. Oleh karena itu, perlu mengetahui model sistem antrian yang saat ini diterapkan di Samsat Kabupaten Semarang, mengetahui ukuran keefektifan proses pelayanan pelanggan pajak, dan mengetahui banyaknya petugas pelayanan yang ideal pada Samsat Kabupaten Semarang.

Metode penelitian yang digunakan meliputi beberapa tahap, yaitu studi pustaka yakni dengan menelaah sumber pustaka yang relevan, pengumpulan data yakni melalui pengamatan langsung, analisis data yakni dengan penghitungan manual dan *software* serta penarikan kesimpulan yang diperoleh dari rumusan masalah dan hasil pembahasan.

Data yang digunakan yaitu data primer yang diambil dari hasil observasi pada hari kerja dan pada jam sibuk, kemudian dianalisis menggunakan SPSS serta dihitung secara manual dan dibandingkan dengan hasil yang menggunakan *software* WinQSB. Dari hasil analisis diperoleh bahwa sistem antrian pada Samsat Kabupaten Semarang mengikuti model sistem antrian seri majemuk dengan dua stasiun, stasiun pertama pada loket pendaftaran adalah $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ dan pada stasiun kedua pada loket kasir adalah $[M/M/3]:[GD/\infty/\infty]$. Pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang belum efektif, sedangkan pada loket kasir Samsat Kabupaten Semarang sudah efektif. Jumlah petugas pelayanan pada loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang belum ideal sedangkan jumlah petugas pelayanan pada loket kasir Samsat Kabupaten Semarang sudah ideal.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN	ii
PENGESAHAN	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	7
1.4 Tujuan Penelitian	7
1.5 Batasan Istilah	8
1.6 Manfaat Penelitian	9
1.7 Sistematika Penulisan	10
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Teori Probabilitas	12

2.1.1 Ruang Sampel dan Kejadian.....	12
2.1.2 Probabilitas Suatu Kejadian	12
2.1.3 Peubah Acak	13
2.1.4 Fungsi Kepadatan Peluang	13
2.1.5 Model Distribusi Poisson dan Eksponensial	14
2.2 Uji Kebaikan Suai – <i>Chi Square</i>	17
2.2.1 Uji Kebaikan Suai – <i>Chi Square</i> terhadap Peristiwa yang Berdistribusi <i>Poisson</i>	17
2.2.2 Uji Kebaikan Suai – <i>Chi Square</i> terhadap Peristiwa yang Berdistribusi <i>Eksponensial</i>	18
2.3 Pengantar Proses Stokastik.....	19
2.4 Teori Antrian	20
2.4.1 Pengertian Teori Antrian	20
2.4.2 Komponen Proses Antrian.....	21
2.4.3 Faktor Sistem Antrian.....	22
2.4.3.1 Distribusi Kedatangan.....	22
2.4.3.2 Distribusi Waktu Pelayanan.....	22
2.4.3.3 Fasilitas Pelayanan.....	23
2.4.3.4 Disiplin Antrian.....	23
2.4.3.5 Ukuran Sistem Antrian.....	25
2.4.3.6 Sumber Pemanggilan	25
2.4.3.7 Perilaku Manusia.....	25
2.4.4 Macam Bentuk Antrian	26

2.4.4.1 Satu Saluran Satu Tahap (<i>Single Channel Single Phase</i>).....	26
2.4.4.2 Satu Saluran Banyak Tahap (<i>Single Channel Multiple Phase</i>).....	27
2.4.4.3 Banyak Saluran Satu Tahap (<i>Multi Channel Single Phase</i>).....	27
2.4.4.4 Banyak Saluran Banyak Tahap (<i>Multi Channel Multi Phase</i>).....	28
2.4.5 Notasi Sistem Antrian.....	28
2.4.6 Ukuran <i>Steady State</i> dari Kinerja	29
2.4.7 Peran Distribusi Poisson dan Eksponensial dalam Antrian..	30
2.5 Model-model Sistem Antrian	31
2.5.1 Model Sistem Antrian $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$	31
2.5.2 Model Sitem Antrian $[M/M/s]:[GD/\infty/\infty]$	35
2.5.3 Model Sistem Antrian Tenden Atau Seri	39
2.5.3.1 Model Dua Stasiun Seri	39
2.5.3.2 Model Stasiun Seri Majemuk.....	40
2.6 <i>Software</i> WinQSB	42
 BAB 3 METODE PENELITIAN	
3.1 Studi Pustaka	45
3.2 Pengumpulan Data.....	45
3.3 Analisis Data.....	46

3.3.1 Menentukan Distribusi Probabilitas dari Data yang Diperoleh.....	46
3.3.2 Menentukan Ukuran Keefektifan dari Antrian di Samsat Kabupaten Semarang	47
3.4 Penarikan Kesimpulan	47
BAB 4 HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	
4.1 Analisis Hasil Penelitian per Stasiun	49
4.1.1 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran	50
4.1.1.1 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran per Hari Senin	50
4.1.1.2 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran per Hari Selasa	52
4.1.1.3 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran per Hari Rabu	54
4.1.1.4 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran Minggu Pertama	55
4.1.1.5 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran Minggu Kedua	57
4.1.1.6 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran Minggu Ketiga	59
4.1.1.7 Analisis Hasil Penelitian Loker Pendaftaran Minggu Keempat	61
4.1.2 Analisis Hasil Penelitian Loker Kasir	63

4.1.2.1 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir per Hari	
Senin	63
4.1.2.2 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir per Hari	
Selasa	68
4.1.2.3 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir per Hari	
Rabu	73
4.1.2.4 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir Minggu	
Pertama	78
4.1.2.5 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir Minggu	
Kedua	83
4.1.2.6 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir Minggu	
Ketiga	88
4.1.2.7 Analisis Hasil Penelitian Locket Kasir Minggu	
Keempat	93
4.2 Analisis Hasil Penelitian Sistem Antrian Seri (2 Stasiun)	98
4.2.1 Menentukan Model Antrian	98
4.2.2 Menentukan Efektifitas Proses Pelayanan Pelanggan Pajak	99
4.2.2.1 Hasil Penghitungan Antrian Seri per Hari	99
4.2.2.2 Hasil Penghitungan Antrian Seri per Minggu	100
4.3 Pembahasan	102
4.3.1 Sistem Antrian pada Samsat Kabupaten Semarang	103
4.3.2 Menentukan Banyaknya Petugas Pelayanan yang Ideal	108

BAB 5 PENUTUP

5.1 Simpulan	110
5.2 Saran	111
DAFTAR PUSTAKA	112
LAMPIRAN	114



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Proses Dasar Antrian	22
Gambar 2.2 Satu Antrian Satu Pelayan	27
Gambar 2.3 Satu Antrian Beberapa Pelayan Seri	27
Gambar 2.4 Satu Antrian Beberapa Pelayan Tunggal	28
Gambar 2.5 Beberapa Antrian Beberapa Pelayan Paralel	28
Gambar 2.6 Sistem Antrian Dua Stasiun	39
Gambar 2.7 Sistem Antrian dengan k-Stasiun Seri	41
Gambar 2.8 Sistem Antrian dengan k-Stasiun Seri	41
Gambar 2.9 Tampilan <i>Problem Specification</i>	43
Gambar 2.10 Tampilan <i>Simple M/M System</i>	44
Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian	48
Gambar 4.1 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir per Hari Senin	68
Gambar 4.2 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir per Hari Selasa	73
Gambar 4.3 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir per Hari Rabu	78
Gambar 4.4 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir Minggu Pertama	83
Gambar 4.5 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir Minggu Kedua	88
Gambar 4.6 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir Minggu Ketiga	93
Gambar 4.7 <i>Output</i> Program WinQSB Loker Kasir Minggu Ketujuh	98

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Daftar Hari dan waktu Penagambilan Data Penelitian	103



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Hasil Pengamatan Tanggal 10 April 2017	114
Lampiran 2 Data Hasil Pengamatan Tanggal 11 April 2017	117
Lampiran 3 Data Hasil Pengamatan Tanggal 12 April 2017	121
Lampiran 4 Data Hasil Pengamatan Tanggal 18 September 2017	123
Lampiran 5 Data Hasil Pengamatan Tanggal 19 September 2017	126
Lampiran 6 Data Hasil Pengamatan Tanggal 20 September 2017	129
Lampiran 7 Data Hasil Pengamatan Tanggal 25 September 2017	132
Lampiran 8 Data Hasil Pengamatan Tanggal 26 September 2017	135
Lampiran 9 Data Hasil Pengamatan Tanggal 27 September 2017	138
Lampiran 10 Data Hasil Pengamatan Tanggal 2 Oktober 2017	142
Lampiran 11 Data Hasil Pengamatan Tanggal 3 Oktober 2017	145
Lampiran 12 Data Hasil Pengamatan Tanggal 4 Oktober 2017	148
Lampiran 13 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 10 april 2017 ...	151
Lampiran 14 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 11 april 2017 ...	152
Lampiran 15 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 12 april 2017 ...	153

Lampiran 16 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 18 September	
2017	154
Lampiran 17 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 19 September	
2017	155
Lampiran 18 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 20 September	
2017	156
Lampiran 19 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 25 September	
2017	157
Lampiran 20 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 26 September	
2017	158
Lampiran 21 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 27 September	
2017	159
Lampiran 22 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 2 Oktober	
2017	160

Lampiran 23 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 3 Oktober	
2017	161
Lampiran 24 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 10 Menit pada Tanggal 4 Oktober	
2017	162
Lampiran 25 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 10 April 2017	163
Lampiran 26 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 11 April 2017	164
Lampiran 27 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 12 April 2017	165
Lampiran 28 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 18 September 2017	166
Lampiran 29 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 19 September 2017	167
Lampiran 30 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 20 September 2017	168
Lampiran 31 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 25 September 2017	169
Lampiran 32 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 26 September 2017	170

Lampiran 33 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 27 September 2017	171
Lampiran 34 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 2 Oktober 2017	172
Lampiran 35 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 3 Oktober 2017	173
Lampiran 36 Rekapitulasi Kedatangan Pelanggan Pajak pada Locket	
Kasir per Interval 10 Menit pada Tanggal 4 Oktober 2017	174
Lampiran 37 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 10 April 2017 .	175
Lampiran 38 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 11 April 2017 .	176
Lampiran 39 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 12 April 2017 .	177
Lampiran 40 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 18 September	
2017	178
Lampiran 41 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 19 September	
2017	179
Lampiran 42 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Locket	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 20 September	
2017	180

Lampiran 43 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 25 September	
2017	181
Lampiran 44 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 26 September	
2017	182
Lampiran 45 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 27 September	
2017	183
Lampiran 46 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 2 Oktober	
2017	184
Lampiran 47 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 3 Oktober	
2017	185
Lampiran 48 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Pendaftaran per Interval 500 detik pada Tanggal 4 Oktober	
2017	186
Lampiran 49 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 10 April	
2017	187

Lampiran 50 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 11 April	
2017	188
Lampiran 51 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 12 April	
2017	189
Lampiran 52 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 18 september	
2017	190
Lampiran 53 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 19 September	
2017	191
Lampiran 54 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 20 September	
2017	192
Lampiran 55 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 25 September	
2017	193
Lampiran 56 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker	
Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 26 September	
2017	194

Lampiran 57 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 27 September 2017	195
Lampiran 58 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 2 Oktober 2017	196
Lampiran 59 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 3 Oktober 2017	197
Lampiran 60 Rekapitulasi Pelayanan Pelanggan Pajak pada Loker Kasir per Interval 25 detik pada Tanggal 4 Oktober 2017	198
Lampiran 61 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak Loker Pendaftaran pada Tanggal 10 April 2017	199
Lampiran 62 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak Loker Pendaftaran pada Tanggal 10 April 2017.....	200
Lampiran 63 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak Loker Kasir pada Tanggal 10 April 2017	201
Lampiran 64 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak Loker Kasir pada Tanggal 10 April 2017	202
Lampiran 65 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak Loker Pendaftaran pada Tanggal 11 April 2017	203

Lampiran 66 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 11 April 2017.....	204
Lampiran 67 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 11 April 2017	205
Lampiran 68 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 11 April 2017	206
Lampiran 69 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 12 April 2017	207
Lampiran 70 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 12 April 2017.....	208
Lampiran 71 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 12 April 2017	209
Lampiran 72 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 12 April 2017	210
Lampiran 73 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 18 September 2017	211
Lampiran 74 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 18 September 2017.....	212
Lampiran 75 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 18 September 2017	213
Lampiran 76 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 18 September 2017	214

Lampiran 77 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 19 September 2017	215
Lampiran 78 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 19 September 2017	216
Lampiran 79 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 19 September 2017	217
Lampiran 80 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 19 September 2017	218
Lampiran 81 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 20 September 2017	219
Lampiran 82 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 20 September 2017	220
Lampiran 83 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 20 September 2017	221
Lampiran 84 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 20 September 2017	222
Lampiran 85 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 25 September 2017	223
Lampiran 86 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 25 September 2017	224
Lampiran 87 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 25 September 2017	225

Lampiran 88 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 25 September 2017	226
Lampiran 89 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 26 September 2017	227
Lampiran 90 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 26 September 2017	228
Lampiran 91 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 26 September 2017	229
Lampiran 92 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 26 September 2017	230
Lampiran 93 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 27 September 2017	231
Lampiran 94 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 27 September 2017	232
Lampiran 95 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 27 September 2017	233
Lampiran 96 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 27 September 2017	234
Lampiran 97 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 2 Oktober 2017	235
Lampiran 98 Hasil Uji <i>Ekspensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 2 Oktober 2017	236

Lampiran 99 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 2 Oktober 2017	237
Lampiran 100 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 2 Oktober 2017	238
Lampiran 101 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 3 Oktober 2017	239
Lampiran 102 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 3 Oktober 2017	240
Lampiran 103 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 3 Oktober 2017	241
Lampiran 104 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 3 Oktober 2017	242
Lampiran 105 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 4 Oktober 2017	243
Lampiran 106 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Pendaftaran pada Tanggal 4 Oktober 2017	244
Lampiran 107 Hasil Uji <i>Poisson</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 4 Oktober 2017	245
Lampiran 108 Hasil Uji <i>Eksponensial</i> terhadap Kedatangan Pelanggan Pajak	
Loket Kasir pada Tanggal 4 Oktober 2017	246

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pertumbuhan populasi masyarakat di suatu negara akan berdampak pada banyak hal, termasuk tingkat konsumerisme. Masyarakat berperan sebagai konsumen guna menunjang kelangsungan hidup. Oleh sebab itu, muncul berbagai fenomena menarik terkait perilaku konsumen yang dapat diteliti. Salah satu contoh fenomena menarik yang berhubungan dengan perilaku konsumen adalah fenomena antrian. Antrian berasal dari kata dasar antri. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, antri merupakan kegiatan berdiri dalam barisan dengan urutan tertentu untuk memperoleh pelayanan. Dalam ilmu psikologi, antri merupakan contoh dari perilaku sosial yang lazim terjadi dikalangan masyarakat. Terkait dengan konteks pencapaian kepuasan konsumen, memberikan layanan antrian yang baik menjadi tantangan bagi perusahaan. Jumlah masyarakat yang terus bertambah membuat tingkat pemenuhan kebutuhan naik. Metode antri yang lazim digunakan sebagai konsekuensi dari jumlah konsumen yang berlebih dan terbatasnya loket atau penyediaan layanan.

Menurut Ginting (2014: 1), antrian disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasitas) pelayanan atau fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak bisa segera mendapat layanan disebabkan kesibukan layanan. Pada banyak hal, tambahan fasilitas pelayanan

dapat diberikan untuk mengurangi antrian atau untuk mencegah timbulnya antrian. Walaupun biaya dapat memberikan pelayanan tambahan, tetapi menimbulkan pengurangan keuntungan mungkin sampai di bawah tingkat yang dapat diterima. Sebaliknya, sering timbulnya antrian yang panjang akan mengakibatkan hilangnya pelanggan atau nasabah.

Mgbemena (2010: 6829-6830) mengemukakan bahwa pelopor teori antrian adalah seorang ahli matematika dari Denmark, Agner Kramp Erlang. Teori antrian merupakan cabang dari terapan teori probabilitas yang awalnya digunakan untuk mempelajari kemacetan lalu lintas telepon pada tahun 1910. Menurut Kakaiy (2004: 10), proses antrian merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam barisan antrian jika belum dilayani, dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani. Sebuah sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan.

Salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah antrian adalah matematika. Suatu antrian adalah suatu garis tunggu dari pelanggan yang memerlukan pelayanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas pelayanan). Studi matematika dari kejadian atau gejala garis tunggu disebut teori antrian. Kejadian garis tunggu disebabkan oleh kebutuhan pelayanan yang melebihi kapasitas pelayanan, sehingga pelanggan yang datang tidak bisa langsung mendapatkan pelayanan. Bagi kehidupan masyarakat modern, fenomena antri bisa terlihat dimana saja, bahkan sudah menjadi bagian dari kehidupan sehari-hari. Contohnya antrian terjadi pada loket bioskop, loket kereta api, loket-loket pada bank,

dermaga di pelabuhan, loket jalan tol, pelabuhan udara, telepon jarak jauh, tempat praktik dokter, loket stadion, pompa minyak, dan banyak lagi yang lainnya. Oleh sebab itu mengantri menjadi suatu kegiatan yang biasa.

Bila dicermati lebih lanjut, beberapa sistem antrian sudah terbilang canggih melibatkan peralatan mutakhir. Tujuannya adalah untuk mempermudah bahkan untuk mempercepat antrian. Satu hal yang sering terlewat adalah tidak semua orang suka menunggu. Permasalahan mengenai lama waktu tunggu adalah salah satu hal yang banyak dikeluhkan. Terlebih lagi bila jumlah konsumen tidak sebanding dengan jumlah sarana atau loket penyedia barang dan jasa. Upaya yang mungkin dilakukan adalah berusaha membuat pengantri merasa nyaman dan terkondisikan dengan baik walau tetap harus menunggu. Bila berbicara mengenai unsur manusia, prinsip-prinsip dasar psikologi salah satu pedoman bantuan. Bila perasaan pengantri sulit untuk dikontrol, aspek psikologi lain masih bisa diakali. Salah satu aspek psikologi yang sangat penting ialah persepsi. Dalam situasi antrian, persepsi memainkan peran yang cukup besar selama menunggu. Pengalaman tidak menyenangkan ketika menunggu antrian merupakan hasil dari persepsi. Persepsi yang paling sesuai dengan konteks menunggu tidak jauh dari seputar masalah waktu.

Salah satu komponen dari antrian adalah pola kedatangan pelanggan, pola kedatangan pelanggan dapat berupa *one at a time* yaitu seorang pelanggan datang pada satu waktu dan *batch arrival* yaitu sekelompok pelanggan yang datang bersama pada satu waktu. Selain tersebut di atas, fenomena antrian dapat penulis jumpai di salah satu fasilitas pelayanan masyarakat yaitu Samsat. Menurut

Wikipedia bahasa Indonesia, Sistem Administrasi Manunggal Satu Atap (Samsat) adalah suatu sistem administrasi yang dibentuk untuk memperlancar dan mempercepat pelayanan kepentingan masyarakat yang kegiatannya diselenggarakan dalam satu gedung. Samsat merupakan suatu sistem kerjasama secara terpadu antara Polri, Dinas Pendapatan Provinsi, dan PT Jasa Raharja (Persero) dalam pelayanan untuk menertibkan STNK dan Tanda Nomor Kendaraan Bermotor yang dikaitkan dengan pemasukan uang ke kas Negara baik melalui Pajak Kendaraan Bermotor (PKB), Bea Balik Nama Kendaraan Bermotor, dan Sumbangan Wajib Dana Kecelakaan Lalu Lintas Jalan (SWDKLJJ), dan dilaksanakan pada satu kantor yang dinamakan “Kantor Samsat Bersama”. Samsat Kabupaten Semarang merupakan salah satunya yang terletak di Jalan MT. Haryono Sidomulyo Ungaran Timur Semarang Jawa Tengah. Mengingat pentingnya tugas Samsat dalam melayani masyarakat perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis sistem antrian di Samsat tersebut agar dapat memberikan pelayanan yang baik terhadap masyarakat. Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dipilihlah studi pada Samsat Kabupaten Semarang.

Pada Samsat Kabupaten Semarang terdapat beberapa peristiwa antrian, salah satunya yang menarik bagi penulis yaitu sistem antrian dengan *multiserver*. Kapasitas pelayanan yang terbatas dapat menyebabkan pelanggan menunggu untuk dilayani. Oleh karena itu diperlukan suatu keputusan tentang kapasitas pelayanan yang ideal untuk meningkatkan kualitas pelayanan di Samsat tersebut. Permasalahan ini dapat dipecahkan yaitu dengan mencari elemen-elemen yang

dibutuhkan dalam proses penghitungan sehingga nantinya bisa didapat suatu solusi yang sekurang-kurangnya dapat mengurangi panjang atau waktu antrian.

Penyelesaian masalah antrian dapat dilakukan dengan metode analitik atau teori antrian yang telah memiliki formula yang telah ditetapkan. Tetapi untuk masalah yang terlalu kompleks diperlukan suatu pemodelan dan simulasi untuk menganalisa sistem sehingga dapat diketahui bagaimana tingkah laku sistem. Selain itu juga diamati beberapa besaran seperti waktu tunggu, waktu antar kedatangan, dan utilitasi pelayanan. Dalam simulasi digunakan suatu program komputer untuk mengevaluasi sebuah model dan pengumpulan data dilakukan untuk memperkirakan karakteristik sebenarnya dari model yang diinginkan. Untuk model yang dapat diselesaikan secara analitik, simulasi dapat digunakan untuk membandingkan bagaimana hasil yang didapat melalui simulasi dengan penyelesaian yang diperoleh melalui metode analitik.

Sistem antrian yang diamati dalam penelitian ini yaitu pada loket pendaftaran dan loket kasir. Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis model antrian di Samsat Kabupaten Semarang sehingga dapat dijadikan masukan untuk pengambilan keputusan bagi pihak Samsat sehingga bisa memberikan kenyamanan pelayanan bagi masyarakat, namun juga tidak merugikan bagi pihak Samsat. Penelitian ini didukung dengan *software* WinQSB untuk membantu melakukan penelitian.

Penelitian terdahulu yang dilakukan Rany Wahyuningtias (2013) mendapatkan hasil bahwa model antrian pasien instalasi rawat jalan di RSUP Dr. Karyadi bagian poliklinik, laboratorium, dan apotek diperoleh model antrian

[M/M/c]:[GD/∞/∞]. Penelitian yang dilakukan Merlia Yustiti (2014) mendapatkan hasil bahwa model antrian di Stasiun Tawang Semarang bagian *Customer Service* dan bagian cetak tiket mandiri adalah [M/M/2]:[GD/∞/∞], pada loket pemesanan tiket yakni [M/M/4]:[GD/∞/∞], dan pada loket pembatalan tiket adalah [M/G/1]:[GD/∞/∞]. Penelitian yang telah dilakukan oleh Uswatun Kholifah Thoha (2014) mendapatkan hasil bahwa model antrian dalam optimalisasi layanan pembayaran pelanggan pada *Stationery Jember* adalah [M/M/c]:[GD/∞/∞]. Dan penelitian yang dilakukan oleh Ratna Nurhayati (2014) diperoleh model antrian pada loket administrasi dan rawat jalan RSUP Dr. Kariadi Semarang yakni [M/M/c]:[GD/∞/∞].

Berdasarkan uraian tersebut peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Analisis Model Antrian *Multiserver* Pada Samsat Kabupaten Semarang”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dapat dirumuskan adalah sebagai berikut:

- (1) Bagaimana keefektifan model antrian pada loket pendaftaran di Samsat Kabupaten Semarang?
- (2) Bagaimana keefektifan model antrian pada loket kasir di Samsat Kabupaten Semarang?
- (3) Bagaimana keefektifan model antrian seri pada Samsat Kabupaten Semarang?

- (4) Apakah banyak petugas pelayanan untuk loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang yang ada sudah ideal?

1.3 Batasan Masalah

Masalah-masalah dalam penelitian ini dibatasi pada:

- (1) Penelitian dilakukan pada pelayanan loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang pada hari kerja dan pada jam sibuk, dengan mengikuti disiplin antrian FCFS (*First Come First Served*) dimana pelanggan yang pertama datang pertama dilayani.
- (2) Sistem antrian dimulai dari masuknya pelanggan ke dalam kantor kemudian mengambil nomor antrian sampai pelanggan tersebut meninggalkan ruangan.
- (3) Keefektifan yang dimaksud yaitu rata-rata waktu seorang pelanggan menunggu dan banyak pelanggan dalam antrian maupun dalam sistem.
- (4) Data yang diambil adalah banyak dan waktu kedatangan pelanggan, waktu pelanggan mulai mengantri dan waktu pelanggan selesai dilayani.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan dari penelitian skripsi ini adalah:

- (1) Mengetahui keefektifan model antrian pada loket pendaftaran di Samsat Kabupaten Semarang dengan menghitung rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem.

- (2) Mengetahui keefektifan model antrian pada loket kasir di Samsat Kabupaten Semarang dengan menghitung rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem.
- (3) Mengetahui keefektifan model antrian seri pada Samsat Kabupaten Semarang dengan menghitung rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem.
- (4) Mengetahui banyak petugas pelayanan pada loket pendaftaran dan loket kasir di Samsat Kabupaten Semarang yang ada apakah sudah ideal?

1.5 Batasan Istilah

Istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian ini meliputi:

- (1) *Multiserver*: banyaknya pelayan (s) dalam loket pendaftaran dan loket kasir.
- (2) Pelanggan: orang yang akan melakukan pembayaran pajak kendaraan bermotor, mutasi, dll.
- (3) *Steady state* (tunak): keadaan dimana suatu sistem berada dalam kesetimbangan atau tak berubah seiring berjalannya waktu.
- (4) Keefektifan: suatu keadaan apabila tercapai keadaan *steady state* dimana $\rho < 1$.
- (5) Antrian: suatu garis tunggu dari pelanggan yang memerlukan pelayanan dari satu atau lebih pelayanan (fasilitas pelayanan).

- (6) Sistem antrian: suatu himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan.
- (7) Model antrian: suatu bentuk antrian yang sangat berguna baik dalam bidang manufaktur dan juga jasa.
- (8) Model antrian seri: model antrian yang terdiri dari beberapa stasiun pelayanan yang diatur secara serial sehingga seorang pelanggan harus memulai semua sistem antrian tersebut sebelum menyelesaikan pelayanan.
- (9) Loker pendaftaran: loket yang digunakan sebagai tempat untuk pelanggan pajak mendaftar, menaruh berkas pembayaran pajak atau mutasi, serta pengambilan nomor antrian.
- (10) Loker kasir: loket yang digunakan sebagai tempat untuk pembayaran pajak atau mutasi kendaraan.

1.6 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini dibuat antara lain:

- (1) Memberikan wawasan kepada pembaca tentang aplikasi teori antrian dalam kehidupan nyata.
- (2) Dapat dijadikan wacana untuk pemecahan masalah pada kasus-kasus antrian yang mempunyai tipe yang sama dengan antrian yang terjadi di pelayanan loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang.
- (3) Memberikan kerangka berfikir untuk dikembangkan sehingga dapat dijadikan sebagai dasar atau landasan untuk penelitian lebih lanjut mengenai teori antrian.

- (4) Sebagai bahan pertimbangan pengambilan keputusan atau kebijakan bagi pelayanan loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang.

1.7 Sistematika Penulisan

Hasil penelitian ini akan disusun dalam lima bab, sebagai berikut:

Bab 1 Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang dasar-dasar untuk pembahasan pada bab-bab selanjutnya, yaitu: latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, serta sistematika penulisan.

Bab 2 Landasan Teori

Pada bab ini membahas tentang landasan teori yang digunakan penulis sebagai dasar pemikiran dalam pembahasan. Landasan teori ini berisi tentang konsep dasar teori antrian dan penjelasan lainnya.

Bab 3 Metodologi Penelitian

Pada bab ini berisi tentang jenis penelitian, subjek, sumber data serta metode penyimpulan data.

Bab 4 Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang pembahasan dari hasil penelitian yang telah dilakukan. Bab ini akan menjelaskan tentang bagaimana keefektifan model antrian pada loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang serta menghitung jumlah petugas pelayanan yang ideal pada Samsat Kabupaten Semarang.

Bab 5 Penutup

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari penelitian yang dilakukan dan saran-saran guna pengembangannya serta kata penutup.



BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Probabilitas

2.1.1 Ruang Sampel dan Kejadian

Definisi 2.1

Gagasan dasar dalam teori probabilitas adalah eksperimen acak sebuah percobaan yang hasilnya tidak dapat ditentukan sebelumnya (Ross, 1996: 1).

Definisi 2.2

Himpunan semua kemungkinan hasil dari suatu percobaan disebut ruang sampel percobaan itu, dan selanjutnya diberi lambing S (Ross, 1996: 1).

Definisi 2.3

Suatu kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel (Walpole & Myers, 1995: 6).

2.1.2 Probabilitas Suatu Kejadian

Probabilitas berkaitan dengan suatu kejadian tertentu. Probabilitas suatu kejadian adalah nilai yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan kejadian itu akan terjadi. Sedangkan fungsi probabilitas adalah fungsi yang dapat digunakan untuk menghitung probabilitas suatu kejadian acak.

Probabilitas dinyatakan dalam pecahan atau persen dan besarnya dari 0 sampai 1. Tidak pernah ada probabilitas negatif ataupun lebih besar dari 1.

Probabilitas dengan 0 berarti sesuatu tidak pernah terjadi dan probabilitas sama dengan 1 berarti sesuatu akan selalu atau pasti terjadi (Mulyono, 2004: 216).

2.1.3 Peubah Acak

Definisi 2.4

Suatu peubah acak X adalah suatu fungsi yang mengaitkan setiap unsur dalam ruang sampel S pada suatu bilangan real. Hasil dari X yaitu $A_x = \{x | x = X(c), c \text{ di } S\}$ dinamakan ruang peubah acak X atau ruang dari X (Ross, 1996: 7).

Menurut Tarliah & Dimiyati (2004: 248-249), peubah acak dibedakan menjadi dua, yaitu peubah acak diskrit dan peubah acak kontinu. Apabila ruang sampel berisi sejumlah elemen yang terbatas, maka ruang sampel tersebut disebut sebagai ruang sampel diskrit, dan peubah acaknya disebut peubah acak diskrit. Sebaliknya, apabila jumlah elemen pada ruang sampel itu tidak terbatas, maka ruang sampel tersebut disebut peubah acak kontinu. Dalam hal ini, peubah acak diskrit akan mempresentasikan data yang dapat dihitung, sedangkan peubah acak kontinu mempresentasikan data yang dapat diukur.

2.1.4 Fungsi Kepadatan Peluang

2.1.4.1 Fungsi Kepadatan Peluang dari Peubah Acak Diskrit

Definisi 2.5

Misal S ruang sampel dari peubah acak diskrit X . Fungsi f dari S ke dalam R yang bersifat

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in S$
2. $\sum_{x \text{ di } S} f(x) = 1$

Dinamakan fungsi kepadatan peluang (f.k.p) dari peubah acak diskrit X jika peubah acak X diskrit dengan f.k.p $f(x)$, maka peluang suatu peristiwa $A \subseteq S$ diberikan oleh

$$P(A) = \sum_{x \text{ di } A} f(x) \quad (2.1)$$

(Djauhari, 1990: 41).

2.1.4.2 Fungsi Kepadatan Peluang dari Peubah Acak Kontinu

Definisi 2.6

Misal S ruang sampel dari peubah acak kontinu X . Fungsi f dari S ke dalam R memenuhi

$$(1) f(x) \geq 0, \forall x \in S$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

dinamakan f.k.p dari peubah acak kontinu X jika peubah acak kontinu X memiliki f.k.p $f(x)$ maka peluang suatu peristiwa $A \subseteq S$, diberikan oleh

$$P(A) = \int_{x \text{ di } A} f(x)dx \quad (2.2)$$

(Djauhari, 1990: 43).

2.1.5 Model Distribusi *Poisson* dan *Eksponensial*

2.1.5.1 Distribusi *Poisson*

Semakin kecil probabilitas sukses, distribusi probabilitasnya akan semakin melenceng. Oleh sebab itu, dikembangkan satu bentuk distribusi binomial dengan kemungkinan sukses sangat kecil dan jumlah eksperimen sangat besar, yang disebut distribusi *Poisson* (Supranto, 2001: 40).

Distribusi *Poisson* sering muncul dalam literatur manajemen karena banyak diterapkan dalam bidang itu. Misalnya saja, banyaknya pasien yang

datang pada suatu rumah sakit, banyaknya yang datang pada jasa pelayanan bank, banyaknya panggilan telepon selama jam kerja, banyaknya kecelakaan di perempatan jalan dan lain-lain. Beberapa proses “kedatangan” yang telah disebutkan itu, belum pasti akan mengikuti proses *Poisson*, rumus proses *Poisson* dapat digunakan untuk menghitung probabilitas banyaknya kedatangan dalam suatu selang waktu tertentu (Mulyono, 2004: 230). Distribusi *Poisson* merupakan proses yang sepenuhnya acak (*completely random process*) karena memiliki sifat bahwa interval waktu yang tersisa sampai pemunculan kejadian berikutnya sepenuhnya tidak bergantung pada interval waktu yang telah berlalu dari pemunculan kejadian terakhir. Jika interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial dengan mean λ per unit waktu, maka jumlah kejadian dalam satu periode waktu tertentu pastilah *Poisson* dengan laju pemunculan rata-rata λ (kejadian per unit waktu), demikian pula sebaliknya (Bronson: 180). Dalam hal ini distribusi *Poisson* juga digunakan dalam penghitungan rata-rata waktu kedatangan pelanggan pajak pada loket pendaftaran maupun loket kasir. Dengan penghitungannya menggunakan SPSS 16 dengan kriteria nilai signifikasansi $> 5\%$.

Definisi 2.7

Suatu eksperimen yang menghasilkan jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu ataupun daerah yang spesifik dikenal sebagai eksperimen *Poisson* (Tarliah & Dimiyati, 2004: 309).

Sifat eksperimen *Poisson* adalah sebagai berikut:

- (1) Jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu atau daerah tertentu bersifat *independent* terhadap yang terjadi pada interval waktu atau daerah tertentu yang lain.
- (2) Peluang terjadinya sukses pada interval waktu daerah tertentu yang kecil, sebanding dengan panjang jangka waktu ataupun daerah terjadinya sukses tersebut.
- (3) Besar kemungkinan terjadinya lebih dari satu sukses pada interval waktu yang singkat ataupun daerah yang sempit diabaikan.

(Tarliyah & Dimiyati, 2004: 309).

Definisi 2.8

Jumlah sukses dalam eksperimen *Poisson* disebut variabel random *Poisson*. Distribusi kemungkinan dari variabel random *Poisson* X disebut distribusi *Poisson* (Tarliyah & Dimiyati, 2004: 309).

Definisi 2.9

Peubah acak X dikatakan berdistribusi *Poisson* dengan parameter λ ditulis $X \sim p(\lambda)$ jika memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.3)$$

dimana λ adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dan e adalah bilangan natural, $e = 2,7182\dots$ (Djauhari, 1990: 163-164).

Mean dan variansi distribusi *Poisson* keduanya sama yaitu λ .

2.1.5.2 Distribusi *Ekspensial*

Distribusi *Ekspensial* digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa pengasumsian bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak tergantung pada banyaknya waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang sedang menunggu untuk dilayani.

Definisi 2.10

Peubah acak X dikatakan berdistribusi *Ekspensial* dengan parameter λ jika memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{untuk } x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.4)$$

dimana x menyatakan waktu yang dibutuhkan sampai terjadi satu kali sukses dengan λ adalah rata-rata banyaknya sukses dalam selang waktu satuan (Djauhari, 1990: 175-176).

Mean dan variansinya adalah

$$\text{Mean}(X) = E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (2.5)$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = E(X - \frac{1}{\lambda})^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.6)$$

2.2 Uji Keباikan Suai – *Chi Square*

Uji kebaikan suai merupakan suatu uji untuk menentukan apakah suatu populasi mempunyai suatu distribusi teoritis tertentu. Uji tersebut didasarkan atas baiknya kesesuaian antara frekuensi terjadinya pengamatan dalam sampel yang diamati dengan frekuensi harapan yang diperoleh dari distribusi yang dihipotesiskan (Walpole & Mayers, 1995: 574-575).

2.2.1 Uji Kebaikan Suai – *Chi Square* terhadap peristiwa yang berdistribusi

Poisson

Misalkan peubah acak X berdistribusi *Poisson*. Untuk menghitung frekuensi teoritis (f_e) digunakan fungsi kepadatan probabilitasnya dari distribusi *Poisson*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.7)$$

dimana λ adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dan e adalah bilangan natural, $e = 2,7182\dots$ (Djauhari, 1990: 163-164).

Sehingga untuk sejumlah n frekuensi observasi (f_0) maka frekuensi teoritis (f_e) nya adalah

$$f_e = n f(x) \quad (2.8)$$

Nilai *chi square* hitung (χ^2) dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\chi^2 = \sum_{x=0}^m \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e} \quad (2.9)$$

dengan m adalah jumlah sel atau baris yang dipergunakan dalam mengembangkan fungsi kepadatan empiris (Taha, 1997: 11-12).

Dalam uji kebaikan suai *chi square*, keputusan diambil berdasarkan hipotesis penelitian yang telah dirumuskan sebelumnya. Hipotesis nol (H_0) yang berbunyi kedatangan pelanggan berdistribusi *Poisson* diterima pada tingkat signifikansi α jika harga $\chi_{hitung}^2 < \chi_{m-k-1}^2$; $1 - \alpha$ dengan m adalah jumlah baris yang digunakan dan k adalah jumlah parameter yang diestimasi dari data mentah untuk dipergunakan dalam mendefinisikan distribusi teoritis yang bersangkutan.

2.2.2 Uji Kebaikan Suai – *Chi Square* terhadap Peristiwa yang Berdistribusi *Eksponensial*

Misalkan peubah acak X berdistribusi *Eksponensial*. Frekuensi teoritis (f_e) yang berkaitan dengan interval $[I_{i-1}, I_i]$ dihitung dengan menggunakan rumus berikut:

$$f_e = n \int_{I_{i-1}}^{I_i} f(x) dx, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.10)$$

dengan m adalah banyak interval yang digunakan. Sedangkan $f(x)$ adalah fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi *Eksponensial* dengan parameter λ .

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x > 0 \\ 0 & , x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.11)$$

Dengan demikian diperoleh frekuensi teoritis (f_e) nya adalah

$$f_e = n(e^{-\lambda(I_{i-1})} - e^{-\lambda(I_i)}) \quad (2.12)$$

Nilai *chi square* hitung diperoleh dengan menggunakan rumus berikut (Taha, 1997: 11-12).

$$\chi^2 = \sum_{x=0}^m \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \quad (2.13)$$

Dalam uji kebaikan suai *chi square*, keputusan diambil berdasarkan hipotesis penelitian yang telah dirumuskan sebelumnya. Hipotesis nol (H_0) yang berbunyi kedatangan pelanggan berdistribusi *Poisson* diterima pada tingkat signifikansi α jika harga $\chi_{hitung}^2 < \chi_{m-k-1}^2; 1 - \alpha$ dengan m adalah jumlah baris yang digunakan dan k adalah jumlah parameter yang diestimasi dari data mentah untuk dipergunakan dalam mendefinisikan distribusi teoritis yang bersangkutan.

2.3 Pengantar Proses Stokastik

Dalam analisis Markov yang dihasilkan adalah suatu informasi probabilitas yang dapat digunakan untuk membantu pembuatan keputusan. Analisis Markov merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum yang dinamakan *Stochastic process*, yaitu proses perubahan probabilistik yang terjadi terus-menerus (Mulyono, 2004: 273).

Definisi 2.11

Proses stokastik adalah suatu kumpulan dari variabel random $X(t)$, $t \in T$ yang didefinisikan dalam suatu ruang probabilitas. Indeks T seringkali direpresentasikan sebagai waktu dan $X(t)$ dinyatakan sebagai suatu keadaan (*state*) dari proses pada waktu t (Hendikawati, 2014: 2).

Definisi 2.12

Proses Markov adalah suatu himpunan-himpunan objek dan himpunan sedemikian rupa sehingga:

- (1) Pada sebarang waktu yang diketahui tiap-tiap objek harus berada dalam keadaan tertentu.
- (2) Peluang atau probabilitas berpindahnya keadaan satu ke keadaan lain dalam selang waktu tertentu hanya bergantung pada dua keadaan itu (Hendikawati, 2014: 3).

Definisi 2.13

Bilangan-bilangan bulat positif dari selang waktu setelah proses perpindahan menyatakan tahapan-tahapan proses yang jumlahnya hingga/tak hingga tetapi

dapat dihitung (*countable*) maka proses Markov tersebut merupakan Rantai Markov (*Markov Chain*) (Hendikawati, 2014: 3).

2.4 Teori Antrian

2.4.1 Pengertian Teori Antrian

Definisi 2.14

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan (Tarliah & Dimiyati, 2004: 349).

Definisi 2.15

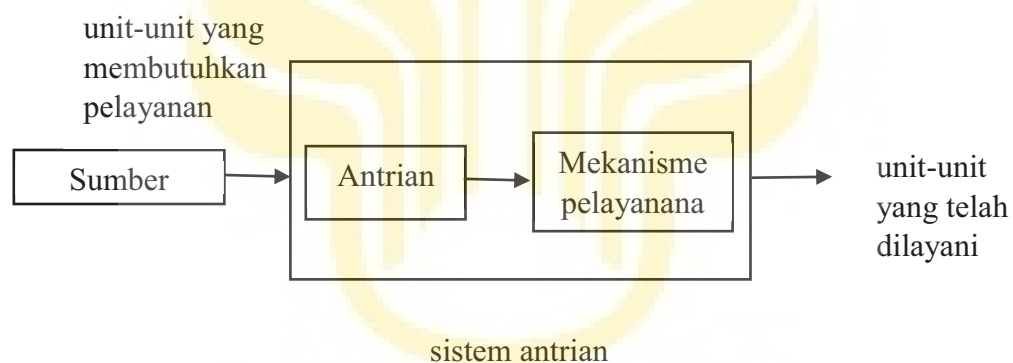
Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan (Kakiay, 2004: 10).

Dalam hal ini, apabila jumlah pelayan terlalu banyak maka akan memerlukan biaya yang besar. Sebaliknya apabila jumlah pelayan kurang maka menimbulkan biaya, baik berupa biaya sosial, kehilangan langganan, ataupun pengangguran pekerja. Dengan demikian yang menjadi tujuan utama teori antrian ini ialah mencapai keseimbangan antara biaya pelayanan dengan biaya yang disebabkan oleh adanya waktu menunggu (Tarliah & Dimiyati, 2004: 349).

Ada dua fungsi dasar model antrian, yaitu meminimumkan biaya langsung dan biaya tak langsung. Biaya langsung adalah biaya yang timbul akibat lamanya waktu pelayanan yang secara langsung membebani pihak perusahaan. Sementara biaya tak langsung terjadi apabila konsumen harus menunggu lama sehingga mungkin membatalkan niat untuk memakai jasa perusahaan tersebut.

2.4.2 Komponen Proses Antrian

Komponen dasar proses antrian adalah kedatangan, pelayanan, dan antri. Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, atau panggilan telpon untuk dilayani. Unsur ini sering dinamakan proses input. Pelayanan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan, atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Inti dari analisis antrian adalah antri itu sendiri. Timbulnya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan (Mulyono, 2004: 286). Komponen dasar proses antrian disajikan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Proses Dasar Antrian

2.4.3 Faktor Sistem Antrian

Secara umum ada beberapa faktor yang berpengaruh terhadap sistem antrian, antara lain:

2.4.3.1 Distribusi Kedatangan

Pada sistem antrian, distribusi kedatangan merupakan faktor penting yang berpengaruh besar terhadap kelancaran pelayanan. Distribusi kedatangan terbagi menjadi dua yaitu (1) kedatangan secara individu (*single arrivals*) dan (2) kedatangan secara berkelompok (*bulk arrivals*). Kedua komponen ini harus

mendapatkan perhatian yang memadai saat pendesaian sistem pelayanan (Kakiay, 2004: 4-5).

2.4.3.2 Distribusi Waktu Pelayanan

Distribusi waktu pelayanan berkaitan erat dengan berapa banyak fasilitas pelayanan yang dapat disediakan. Distribusi waktu pelayanan terbagi menjadi dua komponen penting, yaitu (1) pelayanan secara individual (*single service*) dan (2) pelayanan secara kelompok (*bulk service*) (Kakiay, 2004: 5).

Waktu yang dibutuhkan untuk melayani dapat dikategorikan konstan dan acak. Waktu pelayanan konstan jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani tipe pelanggan sama. Sedangkan waktu pelayanan acak jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani tiap pelanggan berbeda. Jika waktu pelayanan acak maka diasumsikan mengikuti distribusi *Eksponensial*.

2.4.3.3 Fasilitas Pelayanan

Fasilitas pelayanan berkaitan erat dengan baris antrian yang akan dibentuk. Fasilitas pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Tiap-tiap fasilitas pelayanan disebut sebagai saluran (*channel*). Desain fasilitas pelayanan ini dapat dibagi dalam tiga bentuk, sebagai berikut.

- (1) Bentuk seri, dalam satu garis lurus ataupun garis melingkar.
- (2) Bentuk paralel, dalam beberapa garis lurus antara yang satu dengan yang lain paralel.

- (3) Bentuk jaringan (*network station*), yang dapat didesain secara seri dengan pelayanan lebih dari satu pada setiap stasiun. Bentuk ini dapat juga dilakukan secara paralel dengan stasiun yang berbeda-beda.

Dengan demikian bentuk fasilitas pelayanan ini juga harus diperhitungkan dalam sistem antrian (Kakiay, 2004: 5).

2.4.3.4 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pelanggan yang antri. Disiplin antrian berkaitan erat dengan urutan pelayanan bagi pelanggan yang memasuki fasilitas pelayanan. Menurut Kakiay (2004: 12) disiplin antrian terbagi dalam 4 bentuk, yaitu:

- (1) Pertama Masuk Pertama Keluar

Aturan pelayanan ini sering disebut *First Come First Served* (FCFS) atau *First In First Out* (FIFO). FIFO merupakan suatu peraturan dimana yang akan dilayani terlebih dahulu adalah pelanggan yang datang terlebih dahulu. Contohnya dapat dilihat pada antrian di loket-loket penjualan karcis kereta api.

- (2) Terakhir Masuk Pertama Keluar

Aturan pelayanan ini sering disebut *Last Come First Served* (LCFS) atau *Last In First Out* (LIFO), yang merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling awal atau paling dahulu. Contohnya pada sistem bongkar muat barang di dalam truk, dimana barang yang masuk terakhir justru akan keluar terlebih dahulu.

(3) Pelayanan dalam Urutan Acak

Pelayanan dalam urutan acak atau sering disebut *Service In Random Order* (SIRO) merupakan aturan pelayanan dimana pelayanan dilakukan secara acak. Sering juga dikenal dengan RSFS (*Random Selection For Service*). Contohnya pada arisan, dimana pelayanan dilakukan berdasarkan undian (*random*).

(4) Pelayanan Berdasarkan Prioritas

Aturan ini sering disebut *Priority Service* (PS)/*VIP Customer*, yang artinya prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas lebih rendah, meskipun yang terakhir ini kemungkinan sudah lebih dahulu tiba dalam garis tunggu.

Kejadian seperti ini kemungkinan disebabkan oleh beberapa hal, misalnya seorang yang dalam keadaan penyakit lebih berat dibanding dengan orang lain dalam suatu tempat praktik dokter. Dalam hal di atas telah dinyatakan bahwa pelanggan yang berada dalam garis tunggu tetap tinggal di sana sampai dilayani. Hal ini bisa saja tidak terjadi. Misalnya, seorang pembeli bisa menjadi tak sabar menunggu antrian dan meninggalkan antrian.

2.4.3.5 Ukuran Sistem Antrian

Besarnya antrian pelanggan yang akan memasuki fasilitas pelayanan pun perlu diperhatikan. Ada dua desain yang dapat dipilih untuk menentukan besarnya antrian, yaitu (1) ukuran kedatangan secara terbatas (*finite queue*) dan (2) ukuran kedatangan secara tidak terbatas (*infinite queue*) (Kakiay, 2004: 5-6).

2.4.3.6 Sumber Pemanggilan

Dalam fasilitas pelayan yang berperan sebagai sumber pemanggilan dapat berupa mesin maupun manusia. Bila ada sejumlah mesin yang rusak maka sumber pemanggilan akan berkurang dan tidak dapat melayani pelanggan. Ada dua jenis sumber pemanggilan, yaitu (1) sumber pemanggilan terbatas (*finite calling source*) dan (2) sumber pemanggilan tak terbatas (*infinite calling source*) (Kakiay, 2004: 6).

2.4.3.7 Perilaku Manusia

Kakiay (2004: 4) mengemukakan bahwa pelayan maupun pelanggan yang ada di dalam sistem antrian adalah manusia yang berperilaku (*human behavior*). Sebagai manusia pelayan (*human server*), pelayan dapat melayani dengan kecepatan tinggi sehingga mengurangi waktu menunggu atau juga melayani dengan lambat sehingga akan memperlama waktu tunggu. Terdapat 3 perilaku manusia yang bisa mempengaruhi sistem antrian, yaitu:

(1) Perpindahan (*Jockeying*)

Jockeying menggambarkan orang yang pindah-pindah antrian.

(2) Penolakan (*Balking*)

Terjadi apabila seorang pelanggan menolak masuk kedalam fasilitas pelayanan karena antrian yang terlalu panjang. *Balking* menggambarkan orang yang tidak masuk dalam antrian dan langsung meninggalkan tempat antrian.

(3) Pembatalan (*Renenging*)

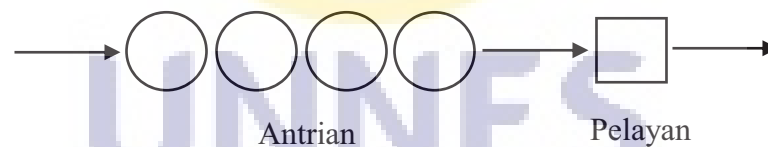
Terjadi apabila pelanggan meninggalkan antrian sebelum dilayani karena waktu menunggu untuk dilayani terlalu lama. *Renenging* menggambarkan situasi dimana seseorang masuk dalam antrian, namun belum memperoleh pelayanan, kemudian meninggalkan antrian tersebut.

2.4.4 Macam Bentuk Antrian

Ada beberapa bentuk sistem di dalam antrian menurut Kakiay (2004: 13-14) yaitu

2.4.4.1 Satu Saluran Satu Tahap (*Single Channel Single Phase*)

Single channel berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single phase* berarti hanya ada satu pelayanan. Dikenal pula sebagai antrian jalur tunggal yang juga disebut *single channel*, sementara *single server* merupakan sistem antrian dimana hanya terdapat satu pemberi layanan serta satu jenis layanan yang diberikan.

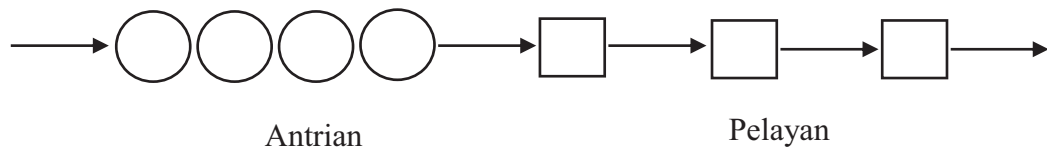


Gambar 2.2 Satu Antrian Satu Pelayan

2.4.4.2 Satu Saluran Banyak Tahap (*Single Channel Multiple Phase*)

Istilah *multiple phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan. Sistem antrian jalur tunggal tahapan berganda (*single channel multi server*) berarti dalam sistem antrian tersebut terdapat lebih

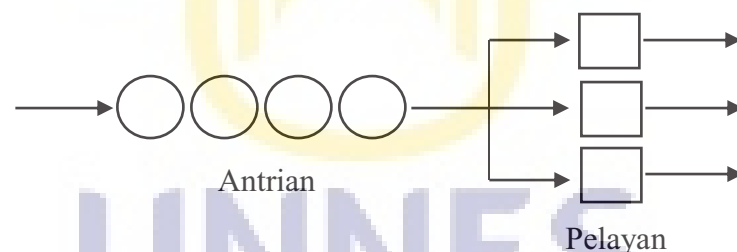
dari satu jenis layanan yang diberikan, tetapi dalam setiap layanan hanya terdapat satu pemberi layanan. Sebagai contoh tempat pencucian mobil.



Gambar 2.3 Satu Antrian Beberapa Pelayan Seri

2.4.4.3 Banyak Saluran Satu Tahap

Sistem *multi channel single phase* terjadi dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Sistem antrian ini juga dikenal sebagai jalur berganda satu tahap (*multi channel single server*) yaitu terdapat satu jenis layanan dalam sistem antrian tersebut, namun terdapat lebih dari satu pemberi layanan. Sebagai contoh model ini adalah antrian pada *teller* bank.

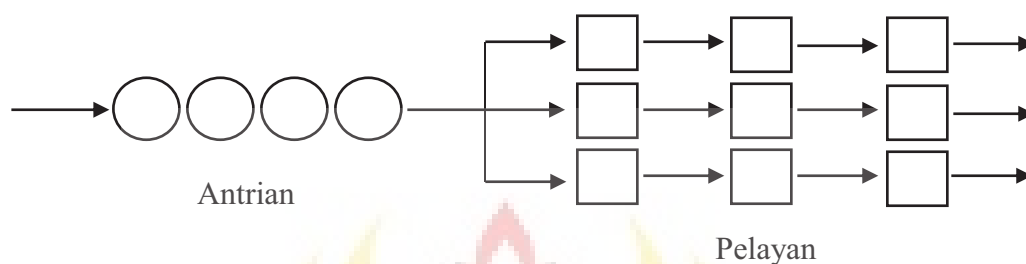


Gambar 2.4 Satu Antrian Beberapa Pelayan Tunggal

2.4.4.4 Banyak Saluran Banyak Tahap (*Multi Channel Multi Phase*)

Sistem antrian *multi channel multi phase* sama dengan antrian *multi channel multi server* atau sistem antrian dengan jalur berganda dengan tahapan berganda, yaitu sistem antrian dimana terdapat lebih dari satu jenis layanan dan terdapat lebih dari satu pemberi layanan dalam setiap jenis layanan. Sebagai contoh pelayanan kepada pasien di rumah sakit mulai dari pendaftaran, diagnosa,

penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada tiap tahapnya.



Gambar 2.5 Beberapa Antrian Beberapa Pelayan Paralel

2.4.5 Notasi Sistem Antrian

Pada pengelompokan model-model antrian yang berbeda akan digunakan suatu notasi yang disebut dengan notasi Kendall. Notasi ini sering digunakan karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Notasi itu dituliskan:

$$[a/b/c]:[d/e/f] \quad (2.14)$$

Keterangan:

a : distribusi kedatangan,

b : distribusi keberangkatan atau waktu pelayanan,

untuk a dan b, M menunjukkan *Poisson*,

Ek menunjukkan Erlang, dan

D berarti deterministik atau konstan,

c : banyaknya pelayanan paralel,

d : disiplin antrian,

e : jumlah maksimum pengantri dalam sistem (antri dan dilayani), dan

f : jumlah sumber kedatangan (Mulyono, 2004: 292-293).

2.4.6 Ukuran *Steady-State* dari Kinerja

Ukuran *steady state* sistem antrian disimbolkan dengan ρ dan dapat dihitung dengan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu} < 1 \quad (2.15)$$

Keterangan:

λ : rata-rata jumlah pelanggan yang datang

μ : rata-rata waktu pelayanan

s : jumlah pelayan (Tarliah & Dimiyati, 2004: 361).

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi apabila $\rho < 1$ yang berarti bahwa $\lambda < \mu$. Sedangkan jika $\rho > 1$ maka kedatangan terjadi dengan kelajuan yang lebih cepat daripada yang dapat ditampung oleh pelayan, keadaan yang sama berlaku apabila $\rho = 1$ (Bronson: 316).

Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja antara lain jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian, waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian.

2.4.7 Peran Distribusi *Poisson* dan *Eksponensial* dalam Antrian

Situasi antrian dimana kedatangan dan keberangkatan (kejadian) yang timbul selama interval waktu dikendalikan dengan kondisi berikut:

Kondisi 1: Probabilitas dari sebuah kejadian (kedatangan atau kepergian) yang timbul antara t dan $t + s$ tergantung hanya pada panjang s , yang

berarti bahwa probabilitas tidak tergantung pada t atau jumlah kejadian yang timbul selama periode waktu $(0, t)$.

Kondisi 2: Probabilitas kejadian yang timbul selama interval waktu yang sangat kecil h adalah positif tapi kurang dari satu.

Kondisi 3: Paling banyak satu kejadian dapat timbul selama interval waktu yang sangat kecil h .

Ketiga kondisi di atas menjabarkan sebuah proses dimana jumlah kejadian selama satu interval waktu yang diberikan adalah *Poisson* dan karena itu interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah *Eksponensial*. Dengan kasus demikian, dikatakan bahwa kondisi tersebut mewakili proses *Poisson* (Taha, 1997: 178-179).

2.5 Model-model Sistem Antrian

2.5.1 Model Sistem Antrian $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$

Sistem antrian ini merupakan suatu sistem antrian yang pola kedatangannya berdistribusi *Poisson* dan pola pelayanannya berdistribusi *Eksponensial* dengan jumlah pelayan satu, kapasitas fasilitasnya tak hingga dan disiplin pelayanannya FIFO. $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ adalah model antrian dengan satu pelayan, yang dapat digunakan sebagai pendekatan untuk berbagai sistem yang sederhana.

Pada model antrian ini M (Markov) yang pertama menyatakan distribusi *Poisson* (*interarrival*), M yang kedua menyatakan distribusi *Poisson/Eksponensial*, 1 berarti *single server*, GD (*General Disciplin*)

menyatakan FCFS (*First Come First Service*), dan ∞ menyatakan antrian tak terhingga (Kakiay, 2004: 48).

Pada sistem ini, diasumsikan bahwa laju kedatangan tidak bergantung pada jumlah pada sistem tersebut, yaitu $\lambda_n = \lambda$ untuk semua n . Demikian pula diasumsikan bahwa pelayan tunggal dalam sistem tersebut menyelesaikan pelayanan dengan kecepatan konstan, yaitu $\mu_n = \mu$ untuk semua n . Akibatnya mode ini memiliki kedatangan dengan *mean* λ dan keberangkatan dengan *mean* μ .

Jika λ menyatakan laju kedatangan rata-rata (jumlah pelanggan per satuan waktu) dan μ menyatakan laju pelayanan pelanggan rata-rata (jumlah pelanggan per satuan waktu), maka waktu antar kedatangan yang diharapkan adalah $\frac{1}{\lambda}$ dan waktu pelayanan adalah $\frac{1}{\mu}$. *Steady state* tercapai jika $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$.

Dengan mendefinisikan $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, maka P_n dalam model yang digeneralisasi menjadi

$$P_n = \rho^n P_0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

Dengan menggunakan fakta bahwa jumlah semua P_n untuk $n = 0, 1, 2, \dots$, sama dengan 1, sehingga diperoleh

$$P_0(1 + \rho + \rho^2 + \dots) = 1 \quad (2.17)$$

Jelas bahwa $1 + \rho + \rho^2 + \dots$ merupakan deret geometri. Deret geometri dengan suku pertama adalah 1 dan rasionya ρ , jika diasumsikan bahwa $\rho < 1$, maka

$$P_0 \left(\frac{1}{1-\rho} \right) = 1 \quad (2.18)$$

atau

$$P_0 = 1 - \rho \quad (2.19)$$

Dari persamaan (2.16) dan (2.19) diperoleh peluang *steady state* dalam sistem ini secara umum berikut ini:

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n \quad (2.20)$$

Apabila $\rho > 1$ maka tidak tercapai *steady state* pada sistem tersebut, karena banyak pelanggan yang datang lebih cepat dari kemampuan pelayanan sehingga terjadi penumpukan pelanggan dalam sistem. Sedangkan apabila nilai $\rho = 0$ maka tidak terjadi *steady state*, karena tidak terdapat antrian sama sekali.

Ukuran-ukuran kinerja pada saat *steady state* pada model antrian [M/M/1]:[GD/ ∞/∞] adalah sebagai berikut:

(1) Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s)

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$$

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} n(1 - \rho)\rho^n$$

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} (n - n\rho)\rho^n$$

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} (n\rho^n - n\rho^{n+1})$$

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n+1}$$

$$L_s = (\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots) - (\rho^2 + 2\rho^3 + 3\rho^4 + \dots)$$

$$L_s = \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots$$

$$L_s = \rho(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots)$$

$$L_s = \rho \left(\frac{1}{1 - \rho} \right)$$

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$L_s = \frac{\frac{\lambda}{\bar{\mu}}}{1 - \frac{\lambda}{\bar{\mu}}}$$

$$L_s = \frac{\frac{\lambda}{\bar{\mu}}}{\frac{\bar{\mu} - \lambda}{\bar{\mu}}}$$

$$L_s = \frac{\lambda}{\bar{\mu} - \lambda}$$

$$\text{Jadi } L_s = \frac{\lambda}{\bar{\mu} - \lambda}$$

(2.21)

(Bhat, 2008: 36).

(2) Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q)

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} (n - 1)P_n$$

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} P_n$$

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \rho)\rho^n$$

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n - \rho^{n+1}$$

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^{n+1}$$

$$L_q = \frac{\rho}{1-\rho} - (\rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) - (\rho^2 + \rho^3 + \rho^4 + \dots)$$

$$L_q = \frac{\rho}{1-\rho} - \rho$$

$$L_q = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho(1-\rho)}{1-\rho}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{\frac{\mu-\lambda}{\mu}}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$\text{Jadi } L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \quad (2.22)$$

(Bhat, 2008: 36).

(3) Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem (W_s)

Menurut rumus Little $L_s = \bar{\lambda} W$, sedangkan pada sistem antrian [M/M/1]:[GD/∞/

∞] $\bar{\lambda} = \lambda$ maka

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

$$W_s = \frac{\lambda}{\frac{\mu-\lambda}{\lambda}}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

$$\text{Jadi } W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} \quad (2.23)$$

(Kakiay, 2004: 56).

(4) Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian (W_q)

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{\mu - \mu + \lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$\text{Jadi } W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (2.24)$$

(Kakiay, 2004: 56-57).

2.5.2 Model Sistem Antrian [M/M/s]:[GD/∞/∞]

Sistem antrian [M/M/s]:[GD/∞/∞] merupakan sistem antrian dengan pelayanan ganda, dimana laju kedatangan lebih kecil dari laju pelayanan keseluruhan. Syarat dan kondisi yang lain sama dengan sistem antrian dengan pelayan tunggal. Persamaan untuk sistem antrian ini tergantung pada P_0 yaitu probabilitas semua fasilitas pelanggan menganggur.

Model ini dapat ditemui pada stasiun pengisian bensin yang memiliki beberapa mesin pompa dimana setiap pelanggan yang datang bebas memilih pompa yang akan mengisi kendaraannya dan setelah itu keluar meninggalkan stasiun pengisian. Gerai ATM yang terdiri atas beberapa mesin ATM yang berjajar di satu lokasi juga contoh dari penerapan model antrian ini. Apabila terdapat lebih dari satu fasilitas pelayanan, maka pelanggan akan memasuki fasilitas yang kosong atau fasilitas yang baru saja menyelesaikan pelayanan dan ditinggalkan oleh pelanggan sebelumnya. Dalam hal ini terdapat beberapa

kemungkinan bentuk garis tunggu (1) pelanggan membentuk satu garis tunggu untuk kemudian menuju pelayan yang kosong yang akan melayani dan (2) pelanggan membentuk garis tunggu di depan fasilitas pelayanan sesuai dengan jumlah pelayan yang bertugas. Bentuk antrian ini memungkinkan pelanggan baru yang datang memilih untuk memasuki antrian yang terpendek.

Para pelanggan tiba dengan laju konstan λ dan maksimum s pelanggan dapat dilayani secara bersamaan dan laju pelayanan per pelayan adalah μ . Pengaruh penggunaan s pelayan yang paralel adalah mempercepat laju pelayanan dengan memungkinkan dilakukannya beberapa pelayanan secara bersamaan. Jika jumlah pelanggan dalam sistem adalah n , dan $n \geq s$, maka laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut sama dengan μ . Sedangkan jika $n < s$, maka laju pelayanan adalah $n\mu$. Jadi dalam bentuk model yang digeneralisasikan diperoleh:

$$\lambda_n = \lambda \quad , n \geq 0 \quad (2.25)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & , n \leq s \\ s\mu & , n \geq s \end{cases} \quad (2.26)$$

P_n untuk $n < s$ sebagai

$$P_n = \rho \cdot P_0$$

$$P_n = \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu) \dots (n\mu)} P_0$$

$$P_n = \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} P_0 \quad (2.27)$$

P_n untuk $n \geq s$,

$$P_n = \rho \cdot P_0$$

$$P_n = \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu) \dots (s-1)\mu(s\mu)(s\mu)} P_0$$

$$P_n = \frac{\lambda^n}{s! s^{n-1} \mu^n} P_0$$

Karena $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ maka nilai P_0 ditentukan dari $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ yang memberikan

$$P_0 \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{s!} \sum_{n=s}^{\infty} \frac{\rho^{n-s}}{s^{n-s}} \right\} = 1 \quad (2.28)$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{s!} \sum_{n=s}^{\infty} \frac{\rho^{n-s}}{s^{n-s}} \right\}^{-1} \quad (2.29)$$

Jika dimisalkan $j = n - s$ maka diperoleh

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{s!} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{s} \right)^j \right\}^{-1} \quad (2.30)$$

Karena $\sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{s} \right)^j$ merupakan deret geometri tak hingga, maka

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{s!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{s}} \right) \right\}^{-1} \text{ dengan } \frac{\rho}{s} < 1 \quad (2.31)$$

Selanjutnya mencari ukuran kinerjanya yaitu L_q, W_q, W_s dan L_s .

Jika diketahui $\frac{\rho}{s} < 1$ atau $\frac{\lambda}{\mu s} < 1$ maka

$$L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n-s) P_n \text{ dengan } k = n-s \quad (2.32)$$

Maka diperoleh

$$L_q = \sum_{k=0}^{\infty} k P_{k+s} = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\rho^{k+s}}{s^k s!} P_0 = P_0 \frac{\rho^s}{s!} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{s} \right)^{k-1} \quad (2.33)$$

Dan

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{s} \right)^{k-1} = \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{s}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{s} \right)^k = \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{s}\right)} \left[\frac{1}{1-\frac{\rho}{s}} \right] = \frac{1}{\left(1-\frac{\rho}{s}\right)^2} \quad (2.34)$$

Maka

$$L_q = P_0 \frac{\rho^s}{s!} \frac{\rho}{s} \left[\frac{1}{\left(1-\frac{\rho}{s}\right)^2} \right]$$

$$L_q = P_o \frac{\rho^s \rho}{s! s} \left[\frac{s^2}{(s - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = P_o \frac{\rho^s}{s(s-1)!} \frac{\rho}{s} \left[\frac{s^2}{(s - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = P_o \frac{\rho^s}{(s-1)!} \rho \left[\frac{1}{(s - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = P_o \left(\frac{\rho^{s+1}}{(s-1)! (s - \rho)^2} \right) = p_s \left(\frac{sp}{(s - p)^2} \right)$$

Sehingga diperoleh

$$L_q = P_o \left(\frac{\rho^{s+1}}{(s-1)! (s - \rho)^2} \right) = p_s \left(\frac{sp}{(s - p)^2} \right) \quad (2.35)$$

$$L_s = L_q + \rho \quad (2.36)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.37)$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.38)$$

(Taha, 1997: 200).

2.5.3 Model Sistem Antrian Tandem Atau Seri

Model antrian ini terdiri dari beberapa stasiun pelayanan yang diatur secara serial sehingga seorang pelanggan harus memulai semua sistem antrian tersebut sebelum menyelesaikan pelayanan.

2.5.3.1 Model Dua Stasiun Seri

Sistem ini merupakan sistem antrian satu jalur yang sederhana dan terdiri dari dua stasiun pelayanan. Seperti yang terlihat pada gambar berikut



Gambar 2.6 Sistem Antrian Dua Stasiun

Seorang pelanggan yang tiba untuk pelayanan harus melalui stasiun 1 dan stasiun 2. Waktu pelayanan pada masing-masing stasiun didistribusikan secara *Eksponensial* dengan laju pelayanan μ yang sama. Kedatangan terjadi sesuai distribusi *Poisson* dengan laju kedatangan yang sama dengan λ antrian tidak diijinkan di depan stasiun 1 dan stasiun 2.

Pengembangan model ini mengharuskan pertama-tama keadaan sistem di setiap saat didefinisikan. Hal ini dicapai dengan cara berikut: setiap stasiun dapat bebas atau sibuk. Stasiun 1 dikatakan terhalang jika pelanggan dalam sistem ini telah menyelesaikan pelayanannya sebelum stasiun 2 bebas. Anggaplah simbol 0, 1, dan b mewakili keadaan bebas, sibuk dan terhalang. Maka keadaan dalam sistem ini diketahui:

$$\{(i, j)\} = \{(0,0)(1,0)(0,1)(1,1)(b, 1)\}$$

Definisikan $P_{ij}(t)$ sebagai probabilitas bahwa sistem tersebut berada dalam keadaan (i, j) disaat t . Probabilitas transisi antara saat t dan $t + h$ (h adalah sebuah kenaikan positif dalam waktu). Sehingga diperoleh persamaan:

$$P_{00} = \frac{2}{A} \quad (2.39)$$

$$P_{01} = \frac{2\rho}{A} \quad (2.40)$$

$$P_{10} = \frac{\rho^2 + 2\rho}{A} \quad (2.41)$$

$$P_{11} = P_{b1} = \frac{\rho^2}{A} \quad (2.42)$$

Dimana $A = 3\rho^2 + 4\rho + 2$

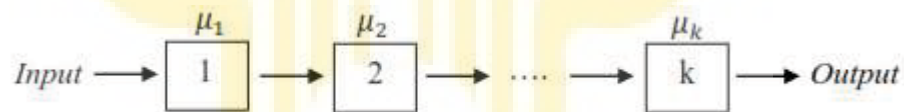
Jumlah yang diperkirakan dalam sistem diperoleh persamaan berikut

$$L_s = 0P_{00} + 1(P_{01}P_{10}) + 2(P_{11}P_{b1}) = \frac{5\rho^2 + 4\rho}{A} \quad (2.43)$$

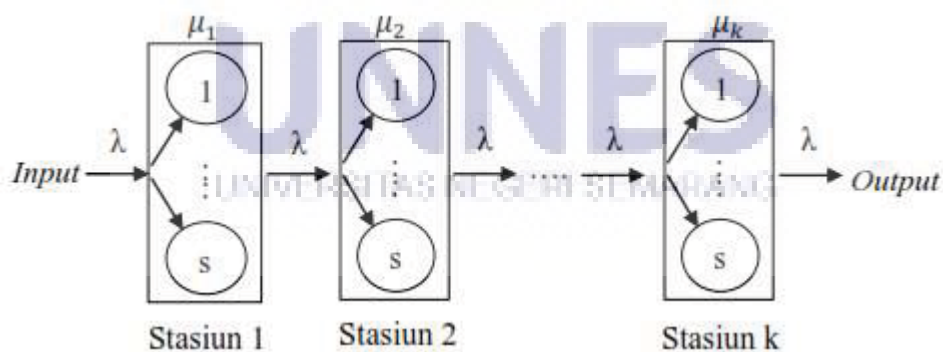
(Taha, 1997: 214-215).

2.5.3.2 Model Stasiun Seri Majemuk

Pelayanan majemuk pada stasiun seri ini dapat juga dinyatakan sebagai pelayanan majemuk untuk k -stasiun yang tidak terbatas kapasitasnya. Menurut Stallings (200: 8) pada sistem antrian seri, *input* dari setiap antrian kecuali antrian yang pertama merupakan *output* dari antrian sebelumnya. Asumsikan bahwa *input* pada antrian pertama berdistribusi *Poisson*. Selanjutnya jika waktu pelayanan dari setiap antrian berdistribusi *Eksponensial* dan antrian tunggunya tidak terbatas, *output* dari setiap antrian berdistribusi *Poisson* juga sama dengan *input*nya. Sehingga antriannya *independent* dan dapat dianalisis satu per satu. Karena itu, total rata-rata dari sistem seri sama dengan jumlah dari rata-rata setiap tahap.



Gambar 2.7 Sistem Antrian dengan k -Stasiun Seri



Gambar 2.8 Sistem Antrian dengan k -Stasiun Seri

Pertimbangkan sistem dengan k stasiun dalam serial, seperti diperlihatkan dalam Gambar 2.7. Asumsikan bahwa kedatangan di stasiun 1 dihasilkan suatu populasi tak hingga sesuai dengan distribusi *Poisson* dengan laju kedatangan rata-

rata λ . Unit-unit yang dilayani akan bergerak secara berurutan dari satu stasiun ke stasiun berikutnya sampai di keluaran stasiun k . Distribusi waktu pelayanan di setiap stasiun I adalah *Eksponensial* dengan nilai *mean* $\mu_i = 1, 2, \dots, k$. Dalam model antrian ini tidak terdapat batasan antrian dalam setiap stasiun.

Dalam kondisi ini dapat dibuktikan bahwa untuk semua i *output* dari stasiun I (atau, dengan kata lain, *input* ke stasiun $i + 1$) bersifat *Poisson* dengan nilai *mean* λ dan bahwa setiap stasiun dapat diperlakukan secara *independent* sebagai $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$. Ini berarti bahwa untuk stasiun ke- i , probabilitas *steady statenya*

$$P_{ni} = (1 - \rho_i)\rho_i^{n_i}, n_i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.44)$$

Untuk $i = 1, 2, 3, \dots, s$ dimana n_i adalah jumlah sistem yang hanya terdiri dari stasiun i . Keadaan *steady state* akan terjadi hanya jika $\rho = \frac{\lambda}{\mu_i} < 1$.

Hasil yang sama dapat diperluas untuk kasus dimana stasiun I mencakup s_i pelayanan paralel, yang masing-masing dengan laju *Eksponensial* yang sama μ_i per unit waktu (lihat gambar 2.8). Dalam kasus ini setiap stasiun dapat diperlakukan secara *independent* sebagai $[M/M/s_i]:[GD/\infty/\infty]$ dengan laju kedatangan rata-rata λ .

2.6 Software WinQSB

WinQSB adalah sebuah paket program *under* yang terdiri dari berbagai sub menu seperti *Acceptance Sampling Analysis, Forecasting, Linear and Integral Programming, Markov Process, Nonlinear Programing, Queuing Analysis, Queuing System Simulation* dan lain-lain. Salah satu fungsi *software* WinQSB ini adalah untuk menyelesaikan masalah model antrian (Subekti & Binatari 2014: 22-

25), Langkah-langkah penyelesaian pada model antrian dengan *software* WinQSB adalah sebagai berikut:

- (1) Buka aplikasi dengan cara klik *Start* → *All Program* → WinQSB → *Queuing Analysis*.
- (2) Kemudian akan muncul tampilan awal dari WinQSB dan pilih *File* → *New Problem* atau klik *icon new folder*.
- (3) Akan muncul *Problem Spesification*.

Langkah pertama: Masukkan judul masalah di *Problem title*. Judul kemudian akan muncul pada bagian atas untuk tampilan *windows* berikutnya.

Langkah kedua: Masukkan satuan waktu yang sesuai dengan masalah. Satuan waktu standar adalah jam.

Langkah ketiga: Pilih/klik salah satu dari format masukannya.

- (a) *Simple M/M System* jika diketahui bahwa kedatangan pelanggan dan pelayanannya terdistribusi *Poisson*.
- (b) *General Queueing System*. Format GQS digunakan untuk model secara umum. Model M/M dapat pula dientrikan pada format GQS.

Gambar 2.9 Tampilan *Problem Specification*

Berikut tampilan jika dipilih *Simple M/M System*. Klik OK.

Data Description	ENTRY
Number of servers	
Service rate (per server per hour)	
Customer arrival rate (per hour)	
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

Gambar 2.10 Tampilan *Simple M/M System*

Berikut tampilan jika dipilih *General Queueing System*. Klik OK.

- (4) Isi kolom dengan nilai yang sesuai dengan kasus yang akan diselesaikan.
- (5) Kemudian pilih menu *Solve and Analyze* → *Solve The Performance* atau klik icon dari *Solve The Performance*.
- (6) Kemudian akan muncul tampilan hasil analisis *software winQSB*.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diambil simpulan sebagai berikut:

- (1) Model antrian pada loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang yakni $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$, sistem antrian diasumsikan mengikuti pola kedatangan berdistribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan berdistribusi *Ekspensial* dengan kapasitas pelayanan satu pelayan. Pada stasiun satu yaitu loket pendaftaran, rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem tidak efektif karena tidak memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho > 1$.
- (2) Model antrian pada loket kasir Samsat Kabupaten Semarang yakni $[M/M/3]:[GD/\infty/\infty]$, sistem antrian diasumsikan mengikuti pola kedatangan berdistribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan berdistribusi *Ekspensial* dengan kapasitas pelayanan tiga pelayan. Pada stasiun dua yaitu loket kasir, rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem sudah efektif karena memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho < 1$.
- (3) Model antrian di Samsat Kabupaten Semarang yaitu seri majemuk 2 stasiun. Rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta

rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem tidak efektif karena tidak memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho > 1$.

- (4) Jumlah petugas pelayanan untuk loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang yang ada belum ideal dan optimal, maka perlu penambahan petugas pelayanan. Jumlah petugas pelayanan untuk loket kasir Samsat Kabupaten Semarang yang ada juga belum ideal dan optimal, sehingga perlu pengurangan petugas pelayanan.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan maka saran yang dapat disampaikan yakni karena jumlah petugas pelayanan di loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang yang ada belum ideal maka perlu penambahan petugas pelayanan agar tidak terjadi penumpukan pelanggan pajak pada loket tersebut. Sedangkan pada loket kasir perlu adanya pengurangan petugas pelayanan karena peluang seorang pelayan menganggur $>50\%$ dari waktunya serta untuk mengurangi biaya penggajian karyawan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bhat, U.N. 2008. *An Introduction to Queueing Theory, Modeling and Analysis in Applications*. Dallas: Birkhauser Boston.
- Djauhari, M.A. 1990. *Statistika Matematika*. Bandung: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITB.
- Ginting, B.F. 2014. Analisa Kerja Sistem Antrian M/M/1/N. *Singuda Ensikom*. 8(2).
- Hendikawati, P. 2014. *Bahan Ajar Teori Antrian*. Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, UNNES.
- Kakiay, T.J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- Kholifah, U. Susi Setawani, & Dafik. 2009. Aplikasi Teori Antrian Model Multi Channel Single Phase Dalam Optimasi Layanan Pembayaran Pelanggan Pada Senyum Media Stationery Jember. *UNEJ Journal*. Jawa Timur: FKIP UNEJ.
- Mgbemana, C.K. *et. al.* 2010. A Non Linear Approach To Queueing System Modelling. *International Journal of Engineering Science and Technology*. 2(11). 6829-6839.
- Mulyono, S. 2004. *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Ross, S.M. 1996. *Stochastic Processes Second Edition*. America: John Wiley & Sons, Inc.

Subekti, R. Nikensih, B. *Modul Praktikum Teori Antrian*. Modul. Yogya: Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

Taha, H.A. 1997. *Riset Operasi Jilid Dua*. Jakarta: Binapura Aksara.

Tarliah, T. & A. Dimiyati. 1987. *Operations Research, Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Walpole, R.E. & R.H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Imuwan*. Bandung: ITB.

Nurhayati, R., Rochmad, & Kartono. 2014. Analisis Proses Antrian Multiple Channel Single Phase di Loker Administrasi dan Rawat Jalan RSUP Dr. Kariadi Semarang. *UNNES Journal of Mathematics*. Semarang: FMIPA UNNES. 3(1).

Wahyuningtias, Rany. 2013. Analisis Antrian Pasien Instalasi Rawat Jalan RSUP Dr. Kariadi Bagian Poliklinik, Laboratorium, dan Apotek. *UNDIP Journal*. Semarang: FSM UNDIP.

Yustiti, Merlia. 2014. Analisis Sistem Antrian Pelayanan Tiket Kereta Api Stasiun Tawang Semarang. *UNDIP Journal*. Semarang: FSM UNDIP.