PERBANDINGAN UJI HASIL SIMULASI MONTE CARLO DAN SIMULASI BOOTSTRAP DALAM ANALISIS INVESTASI SAHAM UNTUK MENGHITUNG NILAI VALUE AT RISK (VaR) DATA

Skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

Lida Mawarti

4111410040

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2017

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, Mei 2017

Lida Mawarti
NIM 4111410040

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul:

Perbandingan Uji Hasil Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap dalam Analisis Investasi Saham untuk Menghitung Nilai VaR Data

disusun oleh

Lida Mawarti

4111410040

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang pada tanggal 10 Mei 2017.

Panitia:

Ketua	Sekretaris
Prof. Dr. Zaenuri, S.E, M.Si,Akt. NIP. 196412231988031001	Drs. Arief Agoestanto, M.Si. NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196807221993031005

Anggota Penguji/Pembimbing 1	Anggota Penguji/Pembimbing 2
Drs. Sugiman, M.Si NIP. 196401111989011001	Muhammad Kharis, S.Si, M.Sc. NIP. 198210122005011001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Motto

"Sesungguhnya setelah kesusahan akan datang kemudahan."

Persembahan

1. Bapak Juwandi(Alm.), dan Ibu Fajriyah tercinta yang selalu mencurahkan kasih sayang, dukungan serta do'a.
2. Adnan Putra Ramadhan adikku tersayang yang telah memberiku semangat.
3. Semua teman-teman Matematika Angkatan 2010.

KATA PENGANTAR

Segala puji hanya milik Allah SWT karena atas segala limpahan rahmat-Nya penyusun diberikan izin dan kemudahan dalam menyelesaikan skripsi dengan judul ”Perbandingan Uji Hasil Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap Dalam Analisis Investasi Saham Untuk Menghitung Nilai VaR Data”.

Selanjutnya penyusun berterima kasih atas bantuan dan peran yang tidak dapat didefinisikan satu persatu pada tahapan penyelesaian skripsi ini, kepada:

1. Prof. Dr. Fatur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri S.E, M.Si,Akt., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Sugiman, M.Si., selaku dosen pembimbing utama, yang telah memberikan arahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini;
5. Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing pendamping, yang telah memberikan arahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini;
6. Dr. Tri Sri Noor Asih S.Si., M.Si., Dosen Wali yang telah memberikan arahan dan motivasi sepanjang perjalanan saya menimba ilmu di Universitas Negeri Semarang.
7. Ibu dan adikku tersayang yang selalu memberikan doa, dukungan, dan semangat

8. Seluruh pihak yang turut membantu penyelesaian skripsi yang tidak dapat penyusun sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam skripsi ini masih banyak terdapat kesalahan. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat penyusun harapkan demi kesempurnaan penyusunan selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi dalam kemajuan dunia pendidikan dan secara umum kepada semua pihak yang berkepentingan.

Semarang, 10 Mei 2017

Penulis

ABSTRAK

Mawarti, Lida. 2017. *Perbandingan Uji Hasil Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap dalam Analisis Investasi Saham untuk Menghitung Nilai VaR Data*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Drs. Sugiman, M.Si dan Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc

Kata Kunci: Investasi, *Value at Risk*, Simulasi Monte Carlo, Simulasi Bootstrap.

Salah satu metode untuk mengestimasi *Value at Risk* adalah Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan nilai estimasi VaR menggunakan Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap. Dalam penelitian ini menggunakan *software* Microsoft Excel dan SPSS untuk membantu estimasi. Data yang digunakan adalah data penutupan saham PT Indosat Tbk dari 1 Januari 2015 sampai Desember 2015. Langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut menginput data, mengidentifikasi karakteristik data, menghitung nilai *return,* menghitung parameter mean dan standar deviasi, menghitung nilai acak dari *return*, menghitung nilai acak dengan parameter, menghitung nilai risiko tertinggi, menghitung VaR, melakukan simulasi sebanyak n kali, menghitung MSE. Hasil estimasi VaR dengan tingkat kepercayaan 95% selama 1 hari menggunakan Simulasi Monte Carlo yaitu -8649.67. Sedangkan VaR menggunakan Simulasi Bootstrap adalah -1330.62.

Nilai MSE Simulasi Monte Carlo sebesar 0,0514925 dan MSE Simulasi Bootstrap adalah 0.00059420. Jadi dalam mengestimasi VaR Simulasi Bootstrap lebih baik dari Simulasi Monte Carlo.

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Investasi adalah suatu usaha menempatkan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan memperoleh keuntungan tertentu atas uang tersebut di masa mendatang. Menurut Halim (2005:5), beberapa hal yang menjadi bahan pertimbangan dalam berinvestasi, yaitu: (1) tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected of return*), (2) tingkat risiko yang diberikan (*rate of risk*), dan (3) ketersediaan dana yang akan diinvestasikan. Dalam mencapai tujuan dalam berinvestasi dibutuhkan pengetahuan di bidang investasi. Pengetahuan tersebut penting sebab dijadikan pedoman ketika memasuki dunia investasi yang penuh dengan risiko dan ketidakpastian. Bukan hanya karena harga saham yang sering berubah, melainkan juga karena sukar memperkirakan apa yang akan terjadi di masa datang, dan spekulasi sering dilakukan. Biasanya pasar modal akan ikut bereaksi sesuai dengan perkembangan perekonomian. Apabila terjadi krisis ekonomi, harga saham dan surat berharga lainnya akan ikut berubah.

Dalam berinvestasi saham erat kaitannya antara tingkat pengembalian dengan tingkat risiko yang diberikan pada periode waktu tertentu. Sehingga diperlukannya perhitungan dalam memperkirakan risiko. Dalam membuat suatu perkiraan yang tepat dibutuhkan pengetahuan di bidang finansial dalam menganalisis kemungkinan besar risiko yang ditimbulkan. Oleh karena itu, perlu adanya pengukuran risiko agar tetap berada dalam tingkatan yang terkendali sehingga dapat mengurangi terjadinya kerugian berinvestasi.

Dalam aktivitas perdagangan saham, harga saham mengalami fluktuasi naik ataupun turun. Terbentuknya harga saham dipengaruhi oleh adanya permintaan (*demand*) dan penawaran (*supply*) (Darmadji dan Fakhruddin, 2006: 13). Harga saham sering yang berfluktuasi menyebabkan investor mengalami kerugian besar dalam kurun waktu singkat. Metode statistika yang digunakan untuk mengukur tingkat besarnya risiko dalam perdagangan finansial yaitu *Value at Risk* (VaR).

Penerapan metode VaR saat ini banyak diterima, diaplikasikan dan dianggap sebagai metode standar dalam mengukur risiko. Var dapat didefinisikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang akan didapat selama periode waktu tertentu dalam kondisi pasar normal pada tingkat kepercayaan tertentu. Investor dapat menggunakan nilai Var sebagai salah satu tolok ukur menetapkan seberapa besar target risiko. Campbell *et al*., (2001) dalam penelitiannya menjelaskan bahwa struktur model portofolio menggunakan perhitungan VaR dalam manajemen risiko untuk jangka waktu tertentu. Menurut Arthini dkk., (2012) beranggapan bahwa pembentukan portofolio merupakan usaha untuk memaksimalkan tingkat pengembalian yang diharapkan dengan tingkat risiko tertentu. VaR sebagai alat yang digunakan untuk mengestimasi risiko pasar. Zuhara *et al*., (2012) menyatakan bahwa pengukuran risiko menjadi hal penting berkaitan dengan investasi dana yang cukup besar, sehingga dapat mengurangi terjadinya kerugian berinvestasi. Alat perhitungan yang digunakan yaitu VaR.

Aspek terpenting dalam penghitungan VaR adalah menentukan jenis metodologi dan asumsi yang sesuai dengan distribusi *return* (pengembalian). Penerapan metode dan asumsi yang tepat akan menghasilkan perhitungan VaR yang akurat untuk pengukuran risiko. Ada empat metode utama untuk menghitung VaR yaitu metode parametric, metode simulasi monte carlo, simulasi Bootsrap, dan simulasi *historis*. Metode parametrik mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal dan *return* portofolio bersifat linier terhadap *return* aset tunggalnya. Kedua faktor ini menyebabkan estimasi yang lebih rendah terhadap portofolio di masa depan. VaR dengan metode simulasi Monte Carlo mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal yang didistribusikan menggunakan parameter yang sesuai dan tidak mengasumsikan bahwa *return* portofolio bersifat linier terhadap *return* aset tunggalnya. Metode *historis* lebih mengesampingkan asumsi *return* yang berdistribusi normal maupun sifat linier antara *return* portofolio terhadap *return* aset tunggalnya. VaR dengan metode bootstrap lebih bebas dari asumsi data berdistribusi normal atau tidak.

Dalam penelitian ini, komputer digunakan sebagai alat bantu untuk memudahkan pekerjaan manusia dalam berbagai bidang. Penggunaan komputer sebagai mesin ketik sederhana yang bekerja lebih cepat, tepat dan akurat. Seiring dengan berkembangnya jaman, para ahli mencoba menggantikan komputer menjadi suatu alat bantu yang dapat meniru cara kerja otak manusia, sehingga diharapkan suatu saat akan tercipta komputer yang dapat menimbang dan mengambil keputusan sendiri.

Pada penelitian ini akan dibahas perhitungan VaR menggunakan metode simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootsrap. Metode ini merupakan metode yang paling kuat untuk mengukur VaR karena dapat menghitung bermacam-macam susunan eksposur dan risiko meliputi risiko harga non linier, risiko volatilitas dan risiko model tetap. Metode ini cukup fleksibel untuk menggabungkan variasi waktu pada volatilitas, *fat tails* (ekor yang berat) dan skenario yang ekstrim. Simulasi dapat membangkitkan seluruh fungsi kepadatan peluang, tidak hanya satu kuartil, selain itu dapat digunakan untuk menentukan ekspektasi kerugian yang melampaui nilai VaR. Metode bootstrap merupakan suatu metode yang dapat bekerja tanpa membutuhkan asumsi distribusi, karena sampel data asli digunakan sebagai populasi (Sungkono, 2013). Dalam Sahinler dan Topuz, Efron menyatakan bahwa bootstrap adalah teknik *resampling* nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi *standart error* dan interval konfidensi dari parameter populasi seperti *mean*, rasio, median, proporsi tanpa menggunakan asumsi distribusi. Menurut Davison dan Hinkley (2006), metode bootstrap dapat digunakan pada situasi dimana asumsi standart tidak dipenuhi.

Berdasarkan penjelasan di atas maka dalam penelitian ini penulis akan membahas tentang perbandingan uji hasil simulasi monte carlo dan simulasi bootstrap dalam analisis investasi saham untuk menghitung nilai VaR data.

1.2 Rumusan Masalah

Dalam penulisan ini, permasalahan yang dibahas sebagai berikut

a. Bagaimana estimasi VaR menggunakan metode simulasi monte carlo pada analisis investasi saham?

b. Bagaimana estimasi VaR menggunakan simulasi bootstrap pada analisis investasi saham?

c. Bagaimana perbandingan hasil estimasi VaR menggunakan Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap dalam analisis investasi saham?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan masalah di atas, penulis memberikan batasan masalah sebagai berikut:

a. Pembahasan dan analisis difokuskan pada data indeks saham indosat penutupan (*close*) diambil di www.duniainvestasi.com untuk periode waktu 1 Januari 2015 sampai dengan Desember 2015.

b. Analisis menggunakan metode simulasi Monte Carlo dan simulasi Bootstrap.

c. Melakukan perbandingan nilai *standart error* (SE) antara simulasi monte carlo dan simulasi bootstrap.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan ini adalah

a. Mengetahui estimasi VaR menggunakan Simulasi Monte Carlo dalam analisis investasi saham.

b. Mengetahui estimasi VaR menggunakan Simulasi Bootstrap dalam analisis investasi saham.

c. Mengetahui perbandingan hasil estimasi VaR menggunakan Simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap dalam analisis investasi saham.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan adalah

a. Dapat memberikan wawasan dalam menggunakan simulasi Monte Carlo untuk menghitung VaR.

b. Memberikan pengetahuan mengestimasi besarnya kerugian yang dihadapi dalam berinvestasi.

c. Memberikan wawasan dalam menggunakan simulasi Monte Carlo dan Simulasi Bootstrap dalam analisis investasi saham.

1.6 Sistematika Penulisan

Laporan penulisan skripsi ini menggunakan sistematika yang terdiri dari tiga bagian, yaitu bagian awal (pendahuluan), bagian isi (inti), dan bagian akhir (penutup)

a. Bagian Awal (Pendahuluan)

Skripsi terdiri dari halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahaan, motto dan persembahan, prakata, abstrak, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar dan daftar lampiran.

b. Bagian Isi (Inti)

Bagian ini terdiri dari lima bab yaitu

BAB I Pendahuluan, berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II Tinjauan Pustaka, meliputi tinjauan tentang investasi, saham, *Value at Risk*, return, risiko, tahap penghitungan VaR, metode pengukuran VaR, simulasi Monte Carlo, Simulasi Bootsrap, dan kerangka berpikir.

BAB III Metode Penelitian, berisi studi pustaka, perumusan masalah, pengumpulan data, metode pengolahan data, tahap-tahap yang dilakukan menggunakan program MATLAB dan penarikan kesimpulan.

BAB IV Hasil dan Pembahasan, meliputi serangkaian analisis runtun data indeks saham indosat sehingga menghasilkan peramalan VaR selama 10 hari menggunakan simulasi Monte Carlo.

BAB V Penutup, berisi tentang simpulan dan saran.

c. Bagian Akhir (Penutup)

Bagian akhir skripsi berisi daftar pustaka untuk memberi informasi tentang buku sumber, dan lampiran.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Value at Risk (VaR)

Risiko pasar dari suatu investasi tunggal maupun portofolio dapat diukur dengan mengacu pada kemungkinan kerugian finansial akibat gabungan dari pergerakan variabel ekonomi yang sistematis seperti bunga dan nilai tukar (Fallon, 1996). Mengukur risiko pasar penting bagi regulator dan manajer dalam menilai solvabilitas dan risiko dalam mengalokasi modal yang langka. Selain itu, risiko pasar lazim merupakan salah satu risiko utama yang dihadapi oleh lembaga keuangan. *Value at Risk* (VaR) merupakan ukuran yang dapat digunakan untuk menilai kerugian terburuk yang mungkin terjadi bagi seorang investor atau suatu badan usaha atas investasinya dalam sekuritas atau aset-aset, baik secara satu per satu atau dalam portfolio pada suatu waktu tertentu, pada tingkat peluang yang ditetapkan. Dalam VaR, kemungkinan kerugian dihitung dari peluang kerugian lebih buruk daripada suatu persentase yang ditetapkan.

Menurut Manganeli dan Engle (2001) pengertian VaR dapat disimpulkan sebagai berikut:

a. Distribusi keuntungan finansial yang leptokurtotik, yaitu memiliki ekor berat dan puncak yang lebih tinggi daripada distribusi normal.

b. Ekuitas pengembalian yang bertipe *skewed* (condong) negatif.

c. Pengembalian (*return*) yang dikuadratkan memiliki autokorelasi yang signifikan, yaitu volatilitas faktor pasar cenderung mengelompok. Ini merupakan karakter dari *financial returns* (pengembalian keuangan) yang penting, sejak mengikuti peneliti menganggap pasar volatilitas sebagai *quasi-stable* (kuasi yang stabil), perubahan di *long run* (periode panjang) tetapi stabil pada periode pendek. Biasanya model VaR menggunakan *quasi-stability* untuk mengevaluasi risiko pasar.

Menurut Tsay (2005: 288), VaR selalu berhubungan dengan pasar risiko, dan dapat diaplikasikan dalam beberapa bentuk beberapa jenis risiko. VaR merupakan ukuran tunggal dari sejumlah risiko yang dihadapi oleh institusi yang dapat menurun disebabkan oleh pergerakan pasar saham yang bergerak pada waktu tertentu. VaR dapat didefinisikan sebagai kerugian maksimal pada posisi finansial selama periode waktu tertentu untuk tingkat probabilitas tertentu.

Menurut Best (1998) *Value at Risk* atau VaR adalah suatu metode pengukuran risiko secara statistik yang memperkirakan kerugian maksimum yang mungkin terjadi atas suatu portfolio pada tingkat kepercayaan (*level of confidence*) tertentu. Nilai VaR selalu disertai dengan probabilitas yang menunjukkan seberapa mungkin kerugian yang terjadi akan lebih kecil dari nilai VaR tersebut. VaR adalah suatu nilai kerugian moneter yang mungkin dialami dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Pernyataan berikut ini merupakan definisi formal dari VaR yang dikutip dari Best (1998): "*Value at Risk is the maximum amount of money that may be lost on a portfolio over a given period of time, with a given level of confidence"* (Value at Risk adalah jumlah uang maksimum yang mungkin hilang pada portofolio selama periode waktu tertentu, dengan tingkat kepercayaan tertentu).Pernyataan berikut ini merupakan definisi formal dari VaR yang diungkapkan oleh Jorion (2002): ”*VaR summarizes the worst loss over a target horizon with a given level of confidence”* (VaR merangkum kerugian terburuk selama horizon target dengan tingkat kepercayaan tertentu). Butler (1999) memberikan definisi VaR sebagai berikut: “*Value at Risk measures the worst expected loss that an institution can suffer over a given time interval under normal market conditions at a given confidence level. It assesses risk by using statistical and simulation models designed to capture the volatility of assets in a bank’s portfolio”* (VaR mengukur ekspektasi terburuk yang dapat diperkirakan selama selang waktu tertentu yang ditentukan dengan tingkat kepercayaan tertentu. VaR menilai risiko dengan menggunakan model statistik dan simulasi yang dirancang untuk menangkap volatilitas aset dalam portofolio bank.

Berikut ini adalah definisi VaR berdasarkan teori probabilitas. Andaikan pada indeks waktu t, perhatikan risiko pada posisi finansial untuk periode l selanjutnya. $\Delta V(l)$ menjadi perubahan dalam nilai aset di posisi finansial dari waktu t sampai $t + l$. Didefinisikan fungsi distributif kumulatif (CDF) $\Delta V(l)$dari $F_l(x)$. Didefinisikan dari panjang posisi, dari waktu ke waktu secara horizon dari probabilitas p ialah

$$p = \Pr[\Delta V(l) \leq VaR] = F_l(VaR). \qquad (2.1)$$

Dari pemegang posisi keuangan dari *long financial position* yang mengalami kerugian ketika $\Delta V(l) < 0$.VaR didefinisikan pada persamaan (2.1), diasumsikan tanda negatif ketika p kecil. Tanda negatif berarti adalah kerugian. Dari definisi, probabilitas bahwa pemegang tersebut dapat menghadapi kerugian lebih dari atau sama dengan VaR pada horizon waktu l adalah p. VaR dapat dipresentasikan sebagai berikut. Dengan probabilitas $(1 - p)$, potensi kerugian dapat dihadapi oleh pemegang posisi keuangan waktu horison l adalah kurang dari atau sama dengan VaR.

Pemegang dari *short position* (posisi pendek) mengalami kerugian ketika nilai aset bertambah $[\Delta V(l) > 0]$. VaR dapat didefinisikan sebagai

$$p = Pr[\Delta V(l) \geq VaR] = 1 - \Pr[\Delta V(l) \leq VaR] = 1 - F_l(VaR) \qquad (2.2)$$

Untuk p yang kecil, VaR dari *short position* (posisi pendek) termasuk ke dalam nilai positif. Tanda nilai positif berarti terjadi kerugian.

Untuk aplikasi sehari-hari, perhitungan dari VaR melibatkan beberapa faktor yaitu:

a. Probabilitas dari keuntungan p, seperti $p = 0{,}01$ atau $p = 0{,}05$.
b. Horison waktu l. Ini mungkin sudah diatur oleh *regulatory committee* (peraturan komite), seperti 1 hari sampai 10 hari.
c. Frekuensi data, yang mana tidak sama dengan horison waktu l. Data observasi harian yang sering digunakan.
d. CDF $F_l(x)$ atau ini kuartil .
e. Sejumlah posisi finansial atau tanda nilai pasar portofolio.

Value at Risk (VaR) adalah nilai risiko yang dipakai untuk menyatakan jumlah kerugian yang diperkirakan pada data yang berdistribusi normal dengan tingkat kepercayaan (*confidence level*) tertentu selama periode waktu (*time period*) tertentu. Perhitungan VaR pada dasarnya ditentukan oleh tingkat kepercayaan dikalikan nilai deviasi standar dari data tersebut, dan besar dana yang akan diberikan.

Secara statistik VaR dengan tingkat kepercayaan (1-α) dinyatakan sebagai bentuk kuartil ke-α dari distribusi return. VaR juga dapat ditentukan sebagai fungsi densitas probabilitas dari nilai return dimasa depan f(R) dengan R adalah tingkat pengembalian (*return*) aset. Pada selang kepercayaan (1-α) akan dicari nilai kemungkinan terburuk, R^* yaitu peluang munculnya *return* melebihi R^* adalah (1-α). Dengan kata lain R^* adalah kuartil dari distribusi return yang merupakan nilai kritis dengan peluang yang sudah ditentukan.

Jika W_0 didefinisikan sebagai investasi awal aset maka nilai aset pada akhir periode waktu adalah:

$$W = W_0(1 + R) \tag{2.3}$$

Jika nilai aset paling rendah pada tingkat kepercayaan (1-α) adalah

$$W^* = W_0(1 + R^*) \tag{2.4}$$

Maka VaR pada tingkat kepercayaan (1-α) dirumuskan sebagai berikut:

$$VaR_{(1-\alpha)} = W_0 R^* \tag{2.5}$$

Secara umum R^* bernilai negatif.

Parameter dalam peghitungan VaR adalah

1. Tingkat Kepercayaan

Dalam bahasan statistika istilah tingkat signifikansi (*significance level*) dan tingkat kepercayaan (*confidence level*) dan sering digunakan. Tingkat signifikansi (α) menunjukkan probabilitas atau peluang kesalahan yang ditetapkan peneliti dalam mengambil keputusan untuk menolak atau mendukung hipotesis nol, atau dapat diartikan juga sebagai tingkat kesalahan atau tingkat kekeliruan yang ditolerir oleh peneliti, yang diakibatkan oleh kemungkinan adanya kesalahan dalam pengambilan sampel (*sampling error*).

Tingkat signifikansi dinyatakan dalam persen dan dilambangkan dengan α. Misalnya, ditetapkan tingkat signifikansi α = 5% atau α = 10%. Artinya, keputusan peneliti untuk menolak atau mendukung hipotesis nol memiliki probabilitas kesalahan sebesar 5% atau 10%. Dalam beberapa program statistik berbasis komputer, tingkat signifikansi selalu disertakan dan ditulis sebagai Sig. (= *significance)*, atau dalam program komputer lainnya ditulis ρ-value. Nilai Sig atau ρ – value, seperti telah diuraikan di atas, adalah nilai probabilitas kesalahan yang dihitung atau menunjukkan tingkat probabilitas kesalahan yang sebenarnya. Tingkat kesalahan ini digunakan sebagai dasar untuk mengambil keputusan dalam pengujian hipotesis.

Sementara tingkat kepercayaan pada dasarnya menunjukkan tingkat keterpercayaan sejauh mana statistik sampel dapat mengestimasi dengan benar parameter populasi dan/atau sejauh mana pengambilan keputusan mengenai hasil uji hipotesis nol diyakini kebenarannya. Dalam statistika, tingkat kepercayaan nilainya berkisar antara 0 sampai 100% dan dilambangkan oleh 1 – α. Secara konvensional, para peneliti dalam ilmu-ilmu sosial sering menetapkan tingkat kepercayaan berkisar antara 95% – 99%. Jika dikatakan tingkat kepercayaan yang digunakan adalah 95%, ini berarti tingkat kepastian statistik sampel mengestimasi dengan benar parameter populasi adalah 95%, atau tingkat keyakinan untuk menolak atau mendukung hipotesis nol dengan benar adalah 95%.

Penentuan tingkat kepercayaan dalam perhitungan VaR tergantung pada penggunaan VaR sendiri. Penentuan tersebut berperan sangat penting karena hal tersebut menggambarkan seberapa besar perusahaan mampu mengambil suatu risiko dengan kerugian melebihi VaR. semakin besar resiko yang diambil semakin besar juga tingkat kepercayaan dari alokasi modal guna menutupi kerugian yang diambil.

2. Periode Waktu

Dalam institusi-institusi finansial seperti perbankan, VaR umumnya dihitung dalam waktu harian, mingguan hingga 2 minggu. Dalam perusahaan yang mempunyai aset riil menggunakan periode waktu bulanan hingga 4 bulan untuk melakukan pantauan atas risiko yang dihadapi.

Ekspektasi return meningkat secara linear terhadap waktu (t), sedangkan standar deviasi meningkat secara linear dengan akar kuadrat waktu dapat dijabarkan sebagai:

$\mu(t) = \mu t$ dan $\sigma^2(t) = \sigma^2 t \Rightarrow \sigma(t) = \sigma\sqrt{t}$ (2.6)

Sedangkan untuk mengetahui besarnya nilai VaR dalam beberapa periode waktu ke depan dapat digunakan rumus berikut ini

$t_{day}VaR = VaR(daily)\sqrt{t}$ (2.7)

Dimana

$t_{day}VaR$ = VaR dalam periode waktu ke-t

VaR(daily)= VaR dalam sehari

Perhitungan VaR dengan tingkat kepercayaan (1-α) setelah *t* periode dinyakan sebagai

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = W_0 R^* \sqrt{t} \tag{2.8}$$

dimana

$VaR_{(1-\alpha)}(t)$ = VaR dengan tingkat kepercayaan (1-α) setelah t periode

W_0 = investasi awal aset

R^* = kuartil ke-α dari distribusi return

2.2 Tahap Penghitungan Var

Model untuk menghitung VaR bermacam-macam, namun secara umum pengukuran VaR mengikuti proses lazim yang dapat diringkaskan dalam tiga tahap di bawah. Metode baku dalam mengukur risiko pasar ialah dengan melihat pada selang kepercayaan tertentu, peluang kerugian portofolio dalam jangka waktu tertentu (biasanya jangka pendek). Menghitung VaR membutuhkan sebaran peluang (distribusi probabilitas) dari perubahan nilai portofolio. Dalam model manajemen risiko sebaran peluang diperoleh dengan menempatkan asumsi bagaimana fungsi portofolio diperkirakan, dan bagaimana variabel yang berpengaruh dimodelkan.

Tahap pengukuran VaR:

1. Identifikasi faktor risiko dan distribusi kerugian
2. Ukur risiko dan hitung VaR berdasarkan distribusi kerugian tersebut.

Dalam hal ini terdapat beberapa metode yang lazim digunakan, yaitu:

2.1 Pendekatan Variance-Covariance

2.2 Pendekatan Simulasi *Historis*

2.3 Pendekatan Simulasi Monte Carlo

2.4 Pendekatan Simulasi Bootstraping

3. Melaksanakan prosedur *back-testing*

Perbedaan utama berbagai metode VaR pada umumnya terkait dengan cara melihat (membatasi) masalah, dan bagaimana mengestimasi perubahan yang mungkin terjadi terhadap portofolio aset atau sekuritas yang dipegang. Secara teknis, tahapan dalam mengukur VaR mencakup:

3.1 Penentuan nilai pasar dari posisi yang dipilih,

3.2 Mengukur sensitivitas sumber risiko dan korelasi diantara mereka,

3.3 Identifikasi horizon-waktu dari investasi,

3.4 Menetapkan derajat kepercayaan (*confidence degree*),

3.5 Menghitung kerugian maksimum yang diperkirakan.

Metode Pengukuran VaR

Metode pengukuran VaR dapat dikelompokkan dalam pendekatan parametrik, non-parametrik, dan semi-parametrik. Pendekatan parametrik meliputi pendekatan variance–covariance dan GARCH. Pendekatan non-parametrik meliputi pendekatan simulasi histories pendekatan simulasi Monte Carlo dan pendekatan simulasi Bootstraping. Pendekatan semi-parametrik menggunakan kedua pendekatan dalam langkah-langkah pengukuran VaR yang dilakukan.

a. Metode Variance-Covariance

Metode analisis variance-covariance berasumsi bahwa faktor risiko terdistribusi secara log-normal, sehingga log-returns terdistribusi normal. Setelah distribusi laba-rugi portfolio diperoleh, maka properti matematis baku dari distribusi normal dapat digunakan untuk menghitung kerugian yang akan setara dengan atau melampaui x persen pada suatu waktu, yakni VaR. Metode varian-covariane meliputi empat tahap:

1) Identifikasi faktor pasar dasar dan dan posisi standar yang berhubungan langsung dengan faktor pasar.
2) Berasumsi bahwa persen perubahan faktor pasar terdistribusi Normal dengan rerata nol dan mengestimasi parameter distribusinya.
3) Menggunakan standar deviasi dan korelasi faktor pasar untuk menentukan standar deviasi dan korelasi perubahan nilai standar posisi.
4) Hitung varian dan standar deviasi portfolio dengan menggunakan distribusi Normal untuk menentukan distribusi laba-rugi portfolio.

b. Metode Simulasi *Historis*

Metode simulasi *historis* tidak berasumsi distribusi Normal, tetapi menggunakan distribusi empiris dari realisasi *historis* pada suatu waktu yang ditentukan. Lazim dianggap dibutuhkan data harian dua-tiga tahun untuk menghasilkan hasil berarti. Sekurang-kurangnya dibutuhkan data 250 hari terakhir (satu tahun) dan dihitung persen perubahannya.Tahapan untuk mengukur VaR pendekatan simulasi *historis* meliputi:

1) Identifikasi faktor pasar
2) Memperoleh nilai *historis* dari faktor pasar selama *N* perioda terakhir
3) Nilai ulang portfolio sekarang dengan perubahan suku bunga dan harga pasar
4) Hitung laba dan rugi harian

5) Urutkan laba-rugi harian dari yang tertinggi sampai terendah

6) Pilih persentil 99% untuk *Value-at-Risk*.

c. Metode Simulasi Monte Carlo

Tahapan mengukur VaR dengan pendekatan simulasi Monte Carlo:

1) Membuat distribusi kemungkinan untuk variabel penting

2) Membangun distribusi kemungkinan kumulatif untuk tiap-tiap variabel di tahap pertama

3) Menentukan interval angka random untuk tiap variabel

4) Membuat angka random

5) Membuat simulasi dari rangkaian percobaan

d. Metode Simulasi Bootstrap

Pendekatan simulasi bootstraping mengestimasi distribusi dari data empiris. Metode bootstraping bebas dari asumsi distribusi Normal dan distribusi statistika lainnya. Data yang terbatas maupun melimpah, dapat disimulasikan untuk menghasilkan distribusi. Simulasi bootstraping berisi simulasi berulang-ulang dalam proses acak yang diciptakan dari data empiris. Simulation akan menciptakan suatu nilai yang mungkin untuk suatu portfolio pada horizon waktu yang ditargetkan. Dengan jumlah pengulangan banyak, akan mengerucut pada suatu distribusi tertentu meski tidak diketahui sebenarnya. Pengukuran VaR dapat dilakukan dari distribusi yang dihasilkan tersebut. Tahapan pengukuran VaR dengan simulasi bootstraping tidak berbeda dengan simulasi Monte carlo kecuali pada bootstraping simulasi didasarkan pada data empiris.

2.3 Simulasi Monte Carlo

Ide pertama mengenai Simulasi ini dicetuskan Enrico Fermi di tahun 1930. Pada saat itu para fisikawan di Laboratorium Sains Los Alamos sedang memeriksa perlindungan radiasi dan jarak yang akan neutron tempuh melalui beberapa macam material. Namun data yang didapatkan tidak dapat membantu untuk memecahkan masalah yang ingin mereka selesaikan karena ternyata masalah tersebut tidak bisa diselesaikan dengan penghitungan analitis. Lalu John von Neumann dan Stanislaw Ulam memberikan ide untuk memecahkan masalah dengan memodelkan eksperimen di komputer. Metode tersebut dilakukan secara untung-untungan. Takut hasil karyanya dicontek orang, metode tersebut diberi kode nama Monte Carlo.

Penggunaan metode Monte Carlo membutuhkan sejumlah besar angka acak sehingga seiring dengan berkembangnya metode ini, berkembang pula *pseudorandom number generator* yang ternyata lebih efektif digunakan daripada tabel angka acak yang sebelumnya sering digunakan untuk pengambilan sampel statistik. Metode Monte Carlo merupakan dasar untuk semua algoritma dari metode simulasi yang didasari pada pemikiran penyelesaian suatu masalah untuk mendapatkan hasil yang lebih baik dengan cara memberi nilai sebanyak-banyaknya (nilai bangkitan/*Generated Random Number*) untuk mendapatkan ketelitian yang lebih tinggi. Metode ini menganut sistem pemrograman yang bebas tanpa telalu banyak diikat oleh *rule* atau aturan tertentu.

Simulasi Monte Carlo adalah suatu metode untuk mengevaluasi secara berulang suatu model deterministik menggunakan himpunan bilangan acak sebagai masukan. Simulasi ini melibatkan penggunaan angka acak untuk memodelkan sistem, dimana waktu tidak memegang peranan yang substantif (*model statis*). Simulasi Monte Carlo berisi simulasi berulang proses acak yang dikaitkan dengan harga dan suku bunga pasar. Metode ini sering digunakan jika model yang digunakan cukup kompleks, non linear atau melibatkan lebih dari sepasang parameter tidak pasti. Sebuah simulasi Monte Carlo dapat melibatkan 10.000 evaluasi atas sebuah model, suatu pekerjaan di masa lalu hanya bisa dikerjakan oleh sebuah software komputer.

Suatu model memerlukan parameter input dan beberapa persamaan yang digunakan untuk menghasilkan output (atau variabel respon). Dengan menggunakan parameter input berupa bilangan random, maka dapat mengubah suatu model deterministik menjadi model stokastik, dimana model deterministik merupakan suatu model pendekatan yang diketahui dengan pasti sedangkan model stokastik tidak pasti. Simulasi Monte Carlo adalah metode untuk menganalisa perambatan ketidakpastian, dimana tujuannya adalah untuk menentukan bagaimana variasi random atau error mempengaruhi sensitivitas, performa atau reliabilitas dari sistem yang sedang dimodelkan. Simulasi Monte Carlo digolongkan sebagai metode sampling karena input dibangkitkan secara random dari suatu distribusi probabilitas untuk proses sampling dari suatu populasi nyata. Oleh karena itu, suatu model harus memilih suatu distribusi input yang paling mendekati data yang dimiliki (Rubinstein, 1981). Masing-masing simulasi menciptakan suatu nilai yang mungkin untuk portofolio pada horizon yang ditargetkan. Jika skenario simulasi diulang-ulang makin banyak, akan diperoleh nilai yang makin stabil. VaR dihitung dari distribusi yang diperoleh dari hasil simulasi tersebut.

2.4 Simulasi Bootstrap

Pada pertengahan 1970, Efron memperkenalkan Metode Bootstrap untuk menduga parameter dari sebaran yang tidak diketahui bentuknya. Bootstraping ini merupakan teknik modifikasi dari Jacknife yang diperkenalkan oleh Queneiville pada tahun 1948. Berhubung metode ini pada awalnya tidak membobotkan model peluang, tetapi berbasis pada data. Pada dekade 80-an perkembangan metode nonparametrik mulai sering digunakan seperti pada regresi nonparametrik, estimasi distribusi dengan kernel, dan neural network.

Bootstrap adalah prosedur statistika yang melakukan sampling dari sebuah populasi yang dikerjakan dengan cara resampling dari sampel. Ada dua cara yang bisa digunakan yaitu sampel diambil dengan pengembalian dan sampel diambil tanpa pengembalian. Sampel dengan pengembalian mengambil sebuah observasi dari sampel dan kemudian meletakkan kembali dalam sampel untuk (kemungkinan) dijadikan sampel lagi. Sedangkan sampel tanpa pengembalian mengambil sebuah observasi dari sampel tetapi sekali ambil dan tidak dijadikan sampel lagi. Metode ini mendapatkan sampelnya dengan cara sampling dengan pengembalian dari sampel asli. Kuncinya adalah pengembalian dari observasi setelah sampling yang mengizinkan para peneliti untuk membuat sebanyak apapun sampel yang dibutuhkan dan tidak perlu khawatir akan terjadi duplikasi sampel. Setiap sampel dianalisi secara bebas dan hasilnya dikompilasikan dari sampel. Peluang sampel dengan pengembalian dinotasikan dengan

$$P(x_1^* = \left(x_j \middle| x_i\right) = \frac{1}{n} \text{ untuk } i,j = 1,2,\ldots,n \qquad (2.18)$$

Dasar pendekatan Bootstrap adalah dengan memperlakukan sampel sebagai populasi dan dengan menggunakan sampling Monte Carlo untuk membangkitkan dan mengkonstruksi estimator empiris dari distribusi sampling statistik. Distribusi sampling dapat dipandang sebagai harga-harga statistik yang dihitung dari sejumlah tak terhingga sampel random berukuran n dari suatu populasi yang diberikan. Sampling Monte Carlo mengambil konsep ini untuk membangun distribusi sampling suatu estimator dengan mengambil sejumlah besar sampel berukuran n secara random dari populasi dan menghitung statistik tersebut dari harga-harga distribusi sampling tersebut. Estimasi Monte Carlo yang sebenarnya memerlukan pengetahuan tentang seluruh populasi yang tidak mungkin selalu tersedia dalam prakteknya karena yang dipunyai dari hasil riset praktek adalah sampel dari populasi oleh karena itu dilakukan inferensi untuk Tetha dari distribusi samplingnya.

Bootstrap mengesampingkan sampling distribusi dari parameter dan menghitung distribusi empiris, melalui ratusan bahkan ribuan sampel. Dengan kata lain, bootstrap tidak harus bertumpu pada asumsi distribusi sehingga kita bisa menghitung sebuah distribusi nyata dari parameter sampel. (Joseph F et al, 1998). Dengan membuat bermacam-macam sampel asli, bootstrap sekarang hanya membutuhkan kemampuan komputasional untuk mengestimasi nilai parameter dari masing-masing sampel. Sekali sampel tersebut dihitung, kita bisa membuat histogram dari nilai dan menghitung selang kepercayaan dari estimasi parameter.

Pendekatan bootstrap dilakukan dengan proses resampling pada observasi dan residual dari model regresi :

a. Apabila regresor adalah random, metode bootstrap yang dipakai adalah dengan melakukan resampling pada observasi dengan probabilitas setiap observasi akan terambil sebanyak $\frac{1}{n}$ untuk jumlah sampel (i) = 1,2,…, n dan untuk sejumlah variabel (j) = 1,2,…,k. Resampling dilakukan sebanyak n kali. Dimana jumlah B diisyaratkan cukup besar, hingga diperoleh estimasi parameter yang konvergen atau bahkan sampai sejumlah n pangkat n sampel. Dengan jumlah B yang cukup besar ini, diharapkan estimasi parameter regresi yang dihasilkan akan lebih kuat (robust).
b. Apabila regresor adalah variabel yang fix, metode bootstrap yang dipakai adalah dengan melakukan resampling pada residual (hasil bentukan model OLS, pada sampel). Dari nilai residual ini selanjutnya diestimasikan parameter model regresi. Proses ini dilakukan berulang sampai sebanyak n kali.

Metode bootstrap dapat digunakan untuk berbagai hal, salah satu adalah menentukan nilai t statistik seperti yang dilakukan dalam model SEM *Partial Least Square*. Dengan metode bootstrap atau melakukan resampling sampai n kali, maka kita dapat menghitung nilai standar error (SE) jika diketahui standar errornya, maka kita dapat menghitung nilai t statistik dengan membagi koefisien regresi dengan standar errornya. Hanya setiap kali melakukan bootstrap nilai t statistik akan berbeda-beda karena menggunakan iterasi yang dilakukan secara random, tetapi dengan bootstraping n kali umunya hasilnya stabil sehingga jika dilihat dari nilai signifikansi statistik akan konsisten hasilnya walaupun nilai t berbeda-beda.

Ada beberapa batasan dalam menggunakan metode Bootstrap.

a. Sampel harus cukup banyak dan diambil secara random sehingga bisa mewakili keseluruhan populasi. Sampel yang dimaksud harus mengikuti kaidah teorema limit pusat yaitu ≥ 30 karena metode bootstrap tidak bisa mengatasi bias untuk sampel yang tidak mewakili.

b. Metode parametric lebih baik dalam banyak kasus untuk membuat pendugaan titik, seperti mean. Jadi prosedur bootstrap bisa menambah pendugaan titik dari metode parametric dengan menyediakan estimasi yang lebih akurat.

Prosedur Umum Bootstrap

a. *Resample*

Menurut Ronald E. Walpole et al (2002:3) sampel adalah suatu himpunan bagian dari populasi. Istilah sampel asli digunakan untuk menyebut himpunan bagian pertama yang diambil dari populasi, sedangkan istilah sampel bootstrap (*resample*) digunakan untuk menyebut sampel yang telah kita *resampling* dari sampel asli. Sampel asli dinotasikan dengan $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ dengan n = 1, 2, 3, … , n dan sampel bootstrap dilambangkan dengan $x^* = \{x_1^*, \dots, x_B^*\}$ dengan B =

1,2,3,…,B. Masing-masing sampel bootstrap yang diambil setiap kali pengambilan sama banyak dengan sampel asli.

b. Perhitungan Distribusi Bootstrap

Untuk mengestimasi nilai tengah dari suatu populasi (μ) maka yang jadi estimatornya adalah nilai tengah dari sampel $(\bar{x})$ sama dengan estimator bootstrap dari ragam populasi adalah ragam sampel yang bersesuaian. Estimator bootstrap dari koefisiein korelasi populasi adalah koefisien korelasi sampel yang bersesuaian. Statistic paling umum yang sering diperoleh dengan bootstrap adalah mean:

$\mu = \int x \, dC(x)$ dengan mean nya adalah fungsi yang sama dari fungsi distribusi empiris F_n yaitu

$\hat{C}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(X_i \leq x)$ dimana $X_1, \dots, X_n$ menunjukkan data

Jadi, estimasi bootstarp mean populasi (μ) adalah mean sampel $(\bar{x})$

$$\bar{x} = \int x \, d\hat{C}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (2.19)$$

Untuk menjelaskan metode bootstrap dapat dibayangkan sebagai suatu masalah nyata dan suatu masalah buatan yang sangat mirip atau bisa dikatakan identik. Masalah buatan inilah yang disebut dengan masalah bootstrap. Metode Bootstrap dapat dijelaskan dengan gambar 2.1

DUNIA NYATA	DUNIA BOOTSTRAP
Distribusi peluang tidak diketahui	Distribusi empiris
Data observasi	Sampel bootstrap
$F \longrightarrow x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ $\Longrightarrow$	$\hat{F} \rightarrow x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\hat{\theta} = s(x)$	$\widehat{\theta^*} = s(x^*)$
Statistik yang menjadi perhatian	Replikasi bootstrap

Gambar 2.1 Gambaran dari Metode Bootstrap

Gambar 2.1 merupakan skema dari metode bootstrap untuk kasus satu sampel. Dalam dunia nyata distribusi peluang yang tidak diketahui F memberikan data $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ melalui *resampling* random, dari *x* dihitung statistik yang jadi perhatian $\hat{\theta} = s(x)$. Dalam dunia bootstrap $\hat{F}$ membangkitkan $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ melalui *resampling* random memberikan $\widehat{\theta^*} = s(x^*)$ (Efron & Tibshirani, 1998:91). Perhitungan $\hat{\theta}^*$ berdasarkan semua kemungkinan sampel bootstrap memerlukan waktu yang lama. Sehingga untuk mencapai efisiensi dalam perhitungan digunakan metode pendekatan yaitu simulasi monte carlo. Dengan metode tersebut prosedur resampling pada bootstrap dapat dikurangi menjadi $n \leq B \leq n^n$, sejumlah B yang cukup besar tetapi jauh lebih kecil jika dibandingkan dengan jumlah sampel bootstrap ideal.

Sebagai contoh missal $x = (x_1, x_2, x_3)$ random berukuran n= 3 dari suatu distribusi F dan $x = (x_1, x_2, x_3)$ = (1,3,5) hasil pengamatan selanjutnya akan ditaksir distribusi dari sampling $K_n = s\left(x_1, x_2, \dots, x_n: \hat{F}_n\right) = \sqrt{n}(\hat{\theta} - \bar{\theta})$ maka langkah-langkah yang harus dilakukan adalah

1. $\hat{F}_n(x)$ memberikan peluang $\frac{1}{3}$ untuk setiap (2,5,8)
2. Menurut ketentuan $\hat{F}_n(x)$ diambil sampel bootstrap berukuran n=3 maka x^* yang mungkin adalah:

   {(2,2,2),(2,2,5),(2,5,2),(2,5,5),(2,8,8),(2,8,2),(2,2,8),(2,5,8),(2,8,5),(5,5,5),(5,8,2),(5,2,8),(5,2,2),(5,2,5),(5,5,2),(5,5,8),(5,8,5),(5,8,8),(8,8,8),(8,5,8),(8,8,5),(8,8,2),(8,2,8),(8,5,5),(8,2,2),(8,5,2),(8,2,5)}
3. Ditentukan $\theta(\hat{F})$ dari $\bar{x} = \sum_{i=1}^{3} \frac{x_i}{3}$ yaitu $\bar{\theta} = \frac{(2+5+8)}{3} = 5$
4. Dari x^* ditentukan $\hat{\theta}^*$ untuk pengembalian sampel bootstrap akan dihitung $\hat{\theta}_n^* = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$ untuk n = 1,2,3,…,27

$$\hat{\theta}_1^* = \frac{(2+2+2)}{3} = 2$$

$$\hat{\theta}_2^* = \frac{(2+2+5)}{3} = 3$$

$$\hat{\theta}_3^* = \frac{(2+5+2)}{3} = 3$$

$$\hat{\theta}_4^* = \frac{(2+5+5)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}_5^* = \frac{(2+8+8)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}_6^* = \frac{(2+8+2)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}_7^* = \frac{(2+2+8)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}_8^* = \frac{(2+5+8)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}_9^* = \frac{(2+8+5)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}_{10}^* = \frac{(5+5+5)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}_{11}^* = \frac{(5+8+2)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}_{12}^* = \frac{(5+2+8)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}_{13}^* = \frac{(5+2+2)}{3} = 3$$

$$\hat{\theta}_{14}^* = \frac{(5+2+5)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}_{15}^* = \frac{(5+5+2)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}_{16}^* = \frac{(5+5+8)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}_{17}^* = \frac{(5+8+5)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}_{18}^* = \frac{(5+8+8)}{3} = 7$$

$$\hat{\theta}_{19}^* = \frac{(8+8+8)}{3} = 8$$

$$\hat{\theta}_{20}^* = \frac{(8+5+8)}{3} = 7$$

$$\hat{\theta}_{21}^* = \frac{(8+8+5)}{3} = 7$$

$$\hat{\theta}_{22}^* = \frac{(8+8+2)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}^*_{23} = \frac{(8+2+8)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}^*_{24} = \frac{(8+5+5)}{3} = 6$$

$$\hat{\theta}^*_{25} = \frac{(8+2+2)}{3} = 4$$

$$\hat{\theta}^*_{26} = \frac{(8+5+2)}{3} = 5$$

$$\hat{\theta}^*_{27} = \frac{(8+2+5)}{3} = 5$$

5. Menentukan $F^*_n = \mu\left(x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n : \hat{F}_n\right) = \sqrt{n}(\hat{\theta}^*_n - \bar{\theta})$. Dimana $\hat{\theta}^*_n$ adalah rata-rata dari salah satu 3^3 kemungkinan x^* yang mungkin adalah

$$F^*_1 = \sqrt{3}(2-5) = -5.19161$$

$$F^*_2 = \sqrt{3}(3-5) = -3.46410$$

$$F^*_3 = \sqrt{3}(4-5) = -1.73205$$

$$F^*_4 = \sqrt{3}(5-5) = 0$$

$$F^*_5 = \sqrt{3}(6-5) = 1.73205$$

$$F^*_6 = \sqrt{3}(7-5) = 3.46410$$

$$F^*_7 = \sqrt{3}(8-5) = 5.19615$$

Untuk menarik sampel bootstrap dari $F_n(x)$ ekuivalen terhadap penggambaran setiap x^*_i saat acak diantara nilai yang diobservasi x^*_i, x^*_2, x^*_3 karena independen ($F_n(x)$ yang diberi), kita menarik observasi dengan pengantian, dan nilai yang sama bisa diambil lebih dari satu kali. Nilai parameter murni dalam $F_n(x)$ adalah $\hat{\theta}$ = 5.

Secara umum langkah-langkah dasar metode bootstrap menurut Efron yaitu

1. Menentukan distribusi empiris $\widehat{F_n}(x)$ bagi sampel dengan peluang $\frac{1}{n}$ untuk masing-masing x_i
2. Menentukan sampel bootstrap $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ yang diambil dari x_i dengan pengembalian
3. Menentukan replikasi bootstrap $\hat{\theta}^*$ berdasarkan sampel bootstrap
4. Ulangi langkah 2 dan 3 sebanyak B kali, dengan B yang cukup besar
5. Berikan probablitas untuk B $\hat{\theta}^*$ dengan peluang $\frac{1}{B}$ untuk masing-masing $\theta_1^*, \theta_2^*, \ldots, \theta_n^*$. Distribusi ini adalah estimasi bootstrap untuk distribusi sampling $\hat{\theta}^* = s(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*: \hat{F})$.

2.5 Investasi

Menurut Halim (2005: 5) investasi merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan di masa mendatang. Pada umumnya investasi dibagi menjadi dua, yaitu investasi pada aset-aset finansial (*finansial assets*) dan investasi pada aset-aset real (*real assets*). Investasi pada aset-aset finansial dilakukan di pasar uang, misalnya berupa sertifikat, deposito, *commersial paper*, surat berharga pasar uang, dan lainnya (Halim, 2005: 4). Investasi yang dilakukan di pasar modal, misalnya instrumen jangka panjang atau lebih dari satu tahun seperti saham, obligasi, opsi, waran, *right*, reksa dana, dan berbagai instrumen derivatif seperti opsi, kontrak berjangka dan lain-lain (Ahmad, 1996: 2).

Dalam menentukkan tujuan investasi ada beberapa hal yang harus dipertimbangkan, yaitu : (1) tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected rate of return*), (2) tingkat risiko (*rate of risk*), dan (3) ketersediaan jumlah dana yang akan dinvestasikan. Apabila dana cukup tersedia, maka investor menginginkan pengembalian yang maksimal dengan risiko tertentu. Seringnya hubungan antara risiko dan tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected rate of return*) bersifat linier. Artinya semakin tinggi tingkat risiko, maka semakin tinggi pula tingkat pengembalian yang diharapkan (Halim, 2005: 4).

2.6 Saham

Menurut Anoraga dan Pakarti (2008: 58), saham dapat didefinisikan sebagai surat berharga sebagai tanda bukti penyertaan atau kepemilikan individu maupun institusi dalam suatu perusahaan. Apabila seorang inverstor membeli saham, maka ia akan menjadi pemilik yang disebut pemegang saham perusahaan tersebut. Bentuk fisik saham berupa selembar kertas, pada saham tersebut dinyatakan bahwa pemegang saham adalah pemilik perusahaan. Saham dapat diperjualbelikan. Indikator yang digunakan untuk menggambarkan pasar saham adalah indeks harga saham. Indeks harga saham dapat menggambarkan pergerakan saham. Indeks tersebut berfungsi indikator tren pasar yang artinya pergerakan indeks menggambarkan kondisi pasar pada suatu saat (sedang aktif atau sedang lesu).

Sekarang ini Bursa Efek Indonesia memiliki 11 jenis indeks harga saham yang secara terus menerus disebarluaskan melalui media cetak maupun elektonik sebagai salah satu pedoman bagi investor untuk berinvestasi di pasar modal (BEI, 2010). Kesebelas indeks tersebut adalah sebagai berikut:

a. Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), menggunakan emiten yang tercatat sebagai komponen perhitungan indeks. Saat ini beberapa emiten tidak dimasukkan dalam perhitungan IHSG.
b. Indeks Sektoral, menggunakan semua emiten yang ada pada masing-masing sektor.
c. Indeks LQ45, menggunakan 45 emiten yang dipilih berdasarkan pertimbangan likuiditas dan kapitalisasi pasar, dengan kriteria-kriteria yang telah ditentukan.
d. Jakarta Islamic Indeks (JII), menggunakan 30 emiten yang masuk dalam kriteria syariah dan termasuk saham yang memiliki kapitalisasi tinggi.
e. Indeks Kompas100, menggunakan 100 emiten yang dipilih berdasarkan pertimbangan likuiditas dan kapitalisasi pasar, dengan kriteria-kriteria yang telah ditentukan.
f. Indeks BISNIS-27, menggunakan 27 emiten yang dipilih berdasarkan kriteria tertentu dan merupakan kerjasama antara PT Bursa Efek Indonesia dengan Harian Bisnis Indonesia.
g. Indeks PEFINDO25, menggunakan 25 emiten yang dipilih berdasarkan kriteria tertentu dan merupakan kerjasama antara PT Bursa Efek Indonesia dengan lembaga rating PEFINDO.

h. Indeks SRI-KEHATI, menggunakan 25 emiten yang dipilih berdasarkan kriteria tertentu dan merupakan kerjasama antara PT Bursa Efek Indonesia dengan Yayasan KEHATI.

i. Indeks Papan Utama, menggunakan emiten yang termasuk dalam papan utama.

j. Indeks Papan Pengembangan, menggunakan emiten yang masuk dalam kriteria papan pengembangan.

k. Indeks Individual, yaitu indeks harga saham masing-masing emiten.

2.7 Return (Pengembalian)

Tujuan dari investasi adalah untuk memperoleh keuntungan. Para investor pasti akan tertarik dengan pendapatan yang diperoleh setelah melakukan investasi. Return mengukur pendapatan tersebut karena return dari suatu aset merupakan perubahan harga dari harga awal dan return adalah salah satu factor yang memotivasi investor untuk melakukan investasi (Rupert, 2004:75).

a. Net Return

Net Return merupakan pendapatan relatif atau tingkat keuntungan. Secara umum net return untuk periode $t-1$ sampai t adalah

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2.9)$$

dimana

R_t = net return

P_t = harga investasi pada saat t

P_{t-1} = harga investasi pada saat $t-1$

Pendapatan dari suatu aset dihitung dengan rumus:

Pendapatan = investasi awal x net return.

Contoh, suatu investasi awal dengan nilai Rp. 100.000,00 dan net returnnya adalah 0,05, maka pendapatan yang diterima adalah (Rp.100.000,00 x 0,05) = Rp.5.000,00.

b. *Gross Return*

Perbedaan dengan *net return* adalah gross return selalu bernilai positif. Gross return dapat dihitung menggunakan rumus

$$1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{2.10}$$

c. *Log Return*

Log Return didefinisikan sebagai

$$\mathrm{r_t} = \log(1 + R_t) \tag{2.11}$$

$$\mathrm{r_t} = \log(\frac{P_t}{P_{t-1}}) = \log(P_t) - \log(P_{t-1}) \text{ dengan } P_t = \log(P_t) \tag{2.12}$$

Expected Return **(Pengembalian yang Diharapkan)**

Expected return merupakan return yang diharapkan oleh investor dan yang akan diterima investor selama periode waktu dimasa depan. Perhitungannya sebagai berikut

$$E[R] \approx \bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^{n} R(t)}{n} \tag{2.13}$$

dimana

$E[R]$ = nilai pengembalian yang diharapkan

$R(t)$ = nilai return saham pada waktu t

n = total periode waktu saham harian

$\bar{R}$ = rata-rata dari R(t) dengan t = 1,2,…,n

2.8 Risiko

Risiko merupakan besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian actual (*actual return*). Semakin besar penyimpangannya maka akan semakin besar tingkat risikonya. Alat statistik yang digunakan sebagai ukuran penyimpangan tersebut adalah varians atau standar deviasi. Semakin besar nilainya maka semakin besar penyimpangannya (Halim, 2005:42).

Variasi lain dari konsep risiko sebagai suatu penyimpangan adalah risiko merupakan probabilitas obyek bahwa hasil yang sesungguhnya dari suatu kejadian akan bebeda dari hasil yang diharapkan. Ada beberapa sumber yang menjadi penyebab kerugian dan risiko (Darmawin, 2004) yaitu risiko sosial, risiko fisik dan risiko ekonomi. Ada beberapa cara yang dapat dilakukan untuk mengestimasi sebuah risiko (Sofyan, 2005)

1. Mengukur risiko melalui variabilitas penerimaan. Pengukuran ini dilakukan dengan dua cara yaitu ekspektasi laba dan varian sebagai ukuran risiko.
2. Kovarian dan koefisien korelasi
3. Kaidah beda rata-rata
4. Analisis sensitivitas
5. Leverage operasi dan risiko
6. Pendekatan pohon keputusan dalam menangani risiko

Jika terdapat n (banyak observasi) return, maka ekspektasi return diestimasi dengan menghitung mean return

$$\overline{R_t} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t \qquad (2.14)$$

Hasil di atas digunakan untuk mengestimasi varians tiap periode yaitu kuadrat standar deviasi per periode

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2 \qquad (2.15)$$

Disebut dengan varians per periode karena besarnya tergantung waktu ketika return diukur. Akar dari varians atau standar deviasi merupakan estimasi risiko dari harga saham

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2}{n-1}} \qquad (2.16)$$

Standar deviasi tahunan (volatilitas tahunan) juga dapat diestimasi yaitu

$$S_T = \sqrt{T\,\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2}{n-1}} \qquad (2.17)$$

Dimana

S_T = standar deviasi tahunan

T = jumlah hari perdagangan

2.9 Kerangka Berpikir

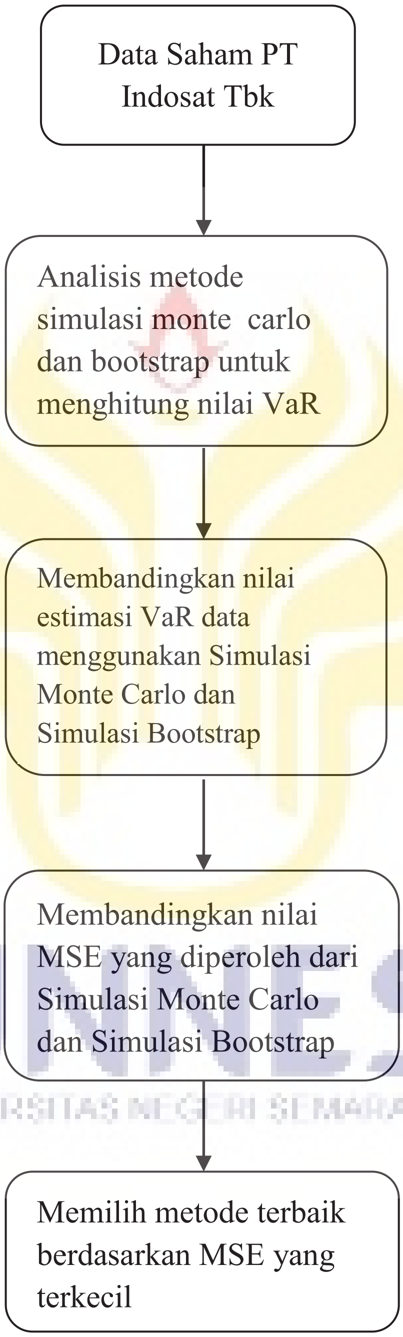
Secara garis besar, perhitungan VaR dapat dilakukan dengan empat metode yaitu Metode Varian-Kovarian, Metode *Historis* , Metode Monte Carlo dan Metode Bootstrap. Metode analisis varian-kovarian berasumsi bahwa faktor risiko terdistribusi secara log-normal, sehingga log-returns terdistribusi normal. Setelah distribusi laba-rugi portfolio diperoleh, maka properti matematis baku dari distribusi normal dapat digunakan untuk menghitung kerugian yang akan setara dengan atau melampaui x persen pada suatu waktu, yakni VaR. Metode simulasi *historis* tidak berasumsi distribusi Normal, tetapi menggunakan distribusi empiris dari realisasi *historis* pada suatu waktu yang ditentukan. Metode Simulasi Monte Carlo juga mengasumsikan bahwa return berdistribusi normal. Sedangkan pendekatan simulasi bootstraping mengestimasi distribusi dari data empiris. Metode bootstraping bebas dari asumsi distribusi Normal dan distribusi statistika lainnya.

Value at Risk (VaR) merupakan ukuran yang dapat digunakan untuk menilai kerugian terburuk yang mungkin terjadi bagi seorang investor atau suatu badan usaha atas investasinya dalam sekuritas atau aset-aset, baik secara satu per satu atau dalam portfolio pada suatu waktu tertentu, pada tingkat peluang yang ditetapkan. Dalam VaR, kemungkinan kerugian dihitung dari peluang kerugian lebih buruk daripada suatu persentase yang ditetapkan.

Metode Simulasi Monte Carlo pada dasarnya mengasumsikan bahwa return berdistribusi normal. Dengan menggunakan metode Monte Carlo kita perlu menghitung nilai acak dari sebuah data return saham atau aset lainnya. Metode Monte Carlo merupakan dasar untuk semua algoritma dari metode simulasi yang didasari pada pemikiran penyelesaian suatu masalah untuk mendapatkan hasil yang lebih baik dengan cara memberi nilai sebanyak-banyaknya (nilai bangkitan/Generated Random Number) untuk mendapatkan ketelitian yang lebih tinggi.

Metode Bootstrap pada dasarnya adalah melakukan pengambilan sampel dengan pengembalian dari sampel hasil observasi. Dengan menggunakan metode ini kita tidak perlu melakukan asumsi data berdistribusi normal atau lainnya ide dasar dar metode ini adalah membuat dunia bootstrap atau data bayangan dengan menggunakan data asli. Karena akan membuat data bayangan dari data asli maka harus diperhatikan sifat-sifat dari data asli sehingga data bayangan akan memiliki sifat yang semirip mungkin dengan data asli. Metode Bootstrap dalam hal ini menggunakan metode bootstrap pada proses perhitungan VaR. Data bootstrap dibangun dari data return saham sehingga diperoleh model bootstrap pada proses perhitungan VaR.

Data return saham dianalisis menggunakan metode monte carlo dan bootstrap untuk mengetahui nilai VaR yang akan digunakan untuk mengestimasi kerugian yang akan dialami oleh investor. Gambaran umum dari kerangka berpikir dapat dilihat pada Gambar 2.2



Gambar 2.2 Diagram Alur Kerangka Berpikir

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, maka diambil kesimpulan sebagai berikut

1. Berdasarkan hasil analisis Simulasi Monte Carlo yang dilakukan sebanyak 25 kali ulangan diperoleh nilai rata-rata VaR sebesar -8649.67 tanda negatif pada VaR tersebut menandakan kerugian yang akan dialami oleh investor.
2. Berdasarkan hasil analisis menggunakan metode Bootstrap yang dilakukan sebanyak 25 kali ulangan diperoleh nilai rata-rata VaR sebesar -1330.62 tanda negatif pada VaR tersebut menandakan kerugian yang akan dialami oleh investor.
3. Berdasarkan Metode Simulasi Monte Carlo dan Metode Bootstrap, selanjutnya akan dicari keakuratan penghitungann VaR dengan membandingkan *standart error* dari kedua metode tersebut. Dari hasil penghitungan menggunakan SPSS diperoleh data bahwa nilai SE Simulasi Monte Carlo lebih besar dari Simulasi Bootstrap, hal ini menunjukkan bahwa Simulasi Bootstrap lebih baik dalam mengestimasi nilai VaR.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut

1. Untuk penelitian selanjutnya dapat diteliti mengenai analisis menggunakan Simulasi Monte Carlo dan Bootstrap pada Portofolio saham.
2. Perlu dicari mengenai identifikasi data yang diperlukan untuk penghitungan Simulasi Monte Carlo dan Bootstrap.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmad, K. 1996. *Dasar-Dasar Manajemen Investasi*. Jakarta: Rineka Cipta.

Anoraga, P. & P. Pakarti. 2008. *Pengantar Pasar Modal*. Jakarta: Rineka Cipta.

Arthini, W., K. Dharmawan, & L.P.I. Harini. 2012. Perhitungan VaR Porfololio Menggunakan Data Historis Dan Data Simulasi Monte Carlo. *E-Jurnal Matematika*, 1(1): 1-5.

Bastian, S.Evy. 2015. Metode Bootstrap Residual Dalam Pendugaan Parameter Regresi Dengan Multikolinearitas. *Buletin Ilmiah Mat*. Stat:159-162.

Best, P. 1998. *Implementing Value at Risk*. England. John Willey & Sons Ltd.

Butler, C. 1999. Mastering Value at Risk: A step by step guide to understanding & applying VaR.Great Britain:Pearson Education Limited 1999.

Campbell, R., R. Huissman, & K. Koedjik. 2001. *Optimal Portfolio Selection In Value at Risk Framework*. *Journal of Banking and Finance,* 25: 1789-1804.

Cahyani, R.I. 2014. *Pengukuran Value At Risk Pada Portofolio Saham Dengan Metode Simulasi Bootstrapping*. *Skripsi*:1-32.

Darmadji, T. & H. Fakhruddin. 2006. *Pasar Modal di Indonesia: Pendekatan Tanya Jawab*. Jakarta: Salemba Empat.

Darmawin, H. 2004. *Manajemen Risiko*.Jakarta:Penerbit Bumi Aksara.

Efron, B & R.J. Tibshirani. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. New York:Chapman&Hall,Inc.

Fadjar, A. 2008. Aplikasi Simulasi Monte Carlo Dalam Estimasi Biaya Proyek. *SMARTek*, 1 (1):223-227.

Fauziah, M. 2014. Estimasi Parameter Bootstrap Pada Proses ARMA Dan Aplikasinya Pada Harga Saham.*UNNES Journal of Mathematics,* 4(2):127-135.

Fallon, W. 1996. *Calculating Value at Risk*. New York: Goldman Sachs, Inc.

Halim, A. 2005. *Analisis Investasi.* Edisi 2. Jakarta : Salemba Empat.

Halim, S., H.Mallian. 2006. Penggunaan Bootstrap Data Dependen Untuk Membangun Selang Kepercayaan Pada Parameter Model Peramalan Data Stasioner.*Jurnal Teknik Industri*, 8(1):54-60

Jorion, P. 2002. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*(2nd ed.). New York: The McGraw-Hill Companies.

Karomah, Y. 2014. Estimasi Parameter Bootstrap Pada Proses ARMA Dan Aplikasinya Pada Harga Saham. *UNNES Journal Of Mathematics*, 3(2): 127-135.

Manganelli S., R.F. Engle. 2001. *Value at Risk Model in Finance*. *European Central Bank Working Paper no 75*. European Central Bank Germany.

Maringga, F., R. F. Umbara, & I, Palupi. 2014. Perhitungan Value-At-Risk Portofolio Saham Dengan metode Varian – Kovarian Dan Simulasi Monte Carlo. *E-Journal Matematika*, 1 (1) : 1-8.

Maruddani, D.A.I., A. Purbowati. 2009. Pengukuran Value At Risk Pada Aset Tunggal Dan Portofolio Dengan Simulasi Monte Carlo. *Media Statistika,* 1(1):93-104.

Marzuki, H. Sofyan, A.Rusyana. 2010. Pendugaan Selang Kepercayaan Persentil Bootstrap Nonparametrik Untuk Parameter Regresi.*Statistika* Vol.10:13-23.

Nurjaman, A.,R.Cahyan, & L.Nurwandi. 2012. Simulasi Monte Carlo Untuk Pelayanan Perpanjangan Surat Tanda Nomor Kendaraan Bermotor. *Jurnal Teknik Informatika*, 1(1):2-13.

Pradana, D.C. 2015. Penggunaan Simulasi Monte Carlo Untuk Pengukuran Value at Risk Aset Tunggal Dan Portofolio Dengan Pendekatan Capital Asset Pricing Model Sebagain Penentu Portofolio Optimal.*Skripsi*:1-3.

Rubinstein, R. 1981. *Simulation and The Monte Carlo Method*. Hobokan: John Wiley & Sons, Inc.

Ruppert, D. 2001. *Empirical Methods in Financial Engineeering*. New York:Springer.

Sofiana, N. 2010. *Pengukuran Value at Risk (VaR) Pada Portofolio Dengan Simulasi Monte Carlo*.Skripsi:1-80.

Sofyan,U. 2005. *Manajemen Risiko*.Yogyakarta:Penerbit Graha Ilmu.

Suhadi. 2012. *Perhitungan Value at Risk Dengan Simulasi Monte Carlo Dan Simulasi Historis pada Tiga Bank Badan Usaha Milik Negara (BUMN)*.Skripsi:1-30.

Sungkono, J. 2013. *Resampling Bootstrap Pada R*. Magistra:47-54.

Tandelilin, E. 2010. *Analisis Investasi Dan Manajemen Portofoliio*.Edisi Pertama.Yogyakarta:BPFE.

Tupan, L.P., T. Manurung., J.D. Prang. 2013. Pengukuran Value At Risk Pada Aset Perusahaan Dengan Simulasi Monte Carlo. *E-Journal Unsrat* 1(1):5-11.

Tsay, R. S. 2005. *Analysis of Financial Time Series*(2nd ed.). United States of Amerika: Wiley-Interescience.

Widhiarso, W. 2012. *Berkenalan Dengan Bootstrap*.Fakultas Psikologi UGM:1-8.

Yudistira, Anom, I.G.A. 2015. Penerapan Metode Resampling Untuk Pendugaan Indeks Kemampuan Proses.*E Journal WIDYA Eksakta,* 1(1):28-33.

Zuhara, U., M. S. Akbar, & Haryono. 2012. Penggunaan Metode VaR (Value at Risk) Dalam Risiko Investasi Saham Dengan Pendekatan Generalized Pareto Distribution (GDP). *Jurnal Sains Dan Seni ITS.* 1(1): 56-61.