ANALISIS SISTEM ANTRIAN

DENGAN DISIPLIN PELAYANAN PRIORITAS

(Studi Kasus Di Zahra Loundry Semarang)

Tugas Akhir

disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Ahli Madya

Program Studi Statistika Terapan dan Komputasi

oleh

Siti Ulfatun Nikmah
4112313008

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2016

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa tugas akhir ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam tugas akhir ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 22 September 2016

METERAI TEMPEL
D65CBABF406082479
6000 D-JP

Siti Ulfatun Nikmah
NIM. 4112313008

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PENGESAHAN

Tugas Akhir yang berjudul

Analisis Sistem Antrian Dengan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus di Zahra Loundry Semarang)

disusun oleh

Siti Ulfatun Nikmah

4112313008

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Tugas Akhir Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang pada tanggal 22 September 2016

Panitia:

Ketua	Sekretaris
Prof. Dr. Zaenuri mastur, SE., M.Si., Akt.	Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196412231988031001	NIP. 196807221993031005
Penguji I/ Pembimbing II	Penguji II/ Pembimbing I
Putriaji Hendikawati, S.Si, M.Pd., M.Sc.	Dr. Nurkaromah Dwidayati, M.Si.
NIP. 198208182006042001	NIP.196605041990022001

MOTTO

"Jangan takut jatuh, karena yang tidak pernah memanjatlah yang tidak pernah jatuh. Jangan takut gagal karena yang tidak pernah gagal hanyalah orang-orang yang tidak pernah melangkah jangan takut salah karena dengan kesalahan yang pertama kita dapat menambah pengetahuan untuk mencari jalan yang benar pada langkah yang kedua (Buya Hamka)"

PERSEMBAHAN

1. Ibu dan bapak tercinta yang telah memberikan kasih sayang, semangat dan doa.
2. Adikku tersayang terima kasih atas semangat dan dukungannya.
3. Sahabat-sahabatku Marlina Nur Aisyah, Ninik Yuli Siti Hartinah, Rizki Fitriana dan Umbar Puji Astuti yang telah memberikan semangat dan bantuannya dalam menyusun tugas akhir ini.
4. Teman-teman seperjuangan staterkom 2013.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmatnya sehingga penulis dapat menyusun Tugas Akhir dengan judul "Analisis Sistem Antrian Dengan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus di Zahra Loundry Semarang)." Tugas Akhir ini disusun dengan tujuan sebagai syarat untuk menyelesaikan Studi Diploma guna memperoleh gelar Ahli Madya pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

Pemilihan judul tugas Akhir ini dilatarbelakangi oleh rasa ingin tahu penulis tentang Analisis Sistem Antrian Dengan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus di Zahra Loundry Semarang).

Penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini banyak sekali bantuan dan dorongan dari berbagai pihak yang telah membantu. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan banyak terimakasih pada pihak – pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini, kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rohman, M.Hum., selaku Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri Mastur, S.E., M.Si., Akt., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

4. Dr. Wardono, M.Si., selaku Ketua Prodi Statistika Terapan dan Komputasi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
5. Dr. Nurkaromah Dwidayati, M.Si., selaku dosen pembimbing utama yang telah memberikan arahan, saran dan bantuan
6. Putriaji Hendikawati, S.Si, M.Pd., M.Sc., selaku dosen pembimbing pendamping yang telah memberikan arahan, saran dan bantuan.
7. Segenap karyawan Zahra Loundry Semarang yang telah membantu terlaksananya kegaiatan.
8. Bapak dan Ibu tercinta serta keluarga besarku yang telah memberikan banyak doa dan dukungan baik moril maupun materi dalam menyusun Tugas Akhir.
9. Sahabat-sahabat seperjuangan Staterkom 2013 yang telah memberikan dorongan, doa dan semangat serta kritik dan saran dalam penyusunan Tugas Akhir.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu penulis mengharap saran dan kritik yang membangun.

Akhir kata penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat berguna dan bermanfaat bagi penulis khususnya dan pembaca pada umumnya.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Semarang, 22 September 2016

Siti Ulfatun Nikmah

ABSTRAK

Siti Ulfatun Nikmah. 4112313008. 2016. *Analisis Sistem Antrian Dengan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus di Zahra Loundry Semarang)*. Tugas Akhir. Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Nurkaromah Dwidayati, M.Si. dan Pembimbing Pendamping Putriaji hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc.

Kata kunci: Antrian, Disiplin Pelayanan Prioritas, Zahra Loundry

Antrian adalah keadaan di mana seorang individu atau barang harus menunggu giliran untuk mendapatkan jasa pelayanan. Seringkali dijumpai antrian yang memiliki nomor urut pertama akan mendapatkan pelayanan pertama, tetapi dalam kondisi tertentu terdapat disiplin pelayanan yang diurutkan berdasarkan prioritas, di mana prioritas yang tinggi akan dilayani terlebih dahulu dibandingkan prioritas yang rendah. Zahra Loundry Semarang menerapkan disiplin pelayanan prioritas pada pencucian barang yang dikategorikan menjadi kategori kilat dan biasa.

Tujuan dilakukan penelitian ini adalah untuk menentukan sistem antrian yang terjadi di Zahra Loundry Semarang, menentukan waktu tunggu barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem, menentukan banyak barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem, menentukan probabilitas tidak ada barang dalam sistem kategori kilat dan biasa.

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini melalui beberapa tahap yaitu menentukan tempat dan waktu pelaksanaan serta variabel penelitian, pengumpulan data, analisis data, penarikan simpulan dan saran. Pengambilan data dilakukan selama tiga hari yaitu 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 pada pukul 08.00 – 21.00 di Zahra Loundry Semarang.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pola kedatangan barang mengikuti distribusi Poisson dan pola pelayanan barang tidak mengikuti distribusi Eksponensial. Hasil analisis dari sistem antrian dengan disiplin pelayanan prioritas diperoleh waktu tunggu barang dalam antrian dan sistem yang terlama pada kategori kilat dan biasa terjadi pada tanggal 19 Agustus 2016. Sedangkan banyak barang dalam antrian dan sistem kategori kilat dan biasa paling banyak terjadi pada tanggal 19 Agustus 2016 dan 20 Agustus 2016. Untuk probabilitas tidak ada barang kategori kilat dan biasa mulai tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 nilainya kurang dari 1 artinya di dalam sistem terdapat barang kategori kilat dan biasa.

DAFTAR ISI

PERNYATAAN ii
PENGESAHAN iii
MOTTO iv
PRAKATA v
ABSTRAK vii
DAFTAR ISI viii
DAFTAR TABEL xi
DAFTAR GAMBAR xii
DAFTAR LAMPIRAN xiii
BAB 1 1
PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang Masalah 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan Penelitian 5
1.5 Manfaat Penelitian 5
1.6 Sistematika Tugas Akhir 6
BAB 2 8
LANDASAN TEORI 8
2.1 Teori Antrian 8
2.2 Sistem Antrian 9
2.3 Faktor Sistem Antrian 9
2.3.1 Distribusi Kedatangan 9
2.3.2 Distribusi Pelayanan 11
2.3.3 Fasilitas Pelayanan 12
2.3.4 Disiplin Antrian 12
2.3.5 Kapasitas Sistem 12

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2.3.6 Notasi Kendall 13
2.4 Struktur Antrian 14
2.4.1 Single Channel Single Phase 14
2.4.2 Single Channel Multiple Phase 15
2.4.3 Multiple Channel Single Phase 15
2.4.4 Multiple Channel Multiple Phase 16
2.5 Model Antrian 16
2.6 Distribusi Poisson dan Eksponensial 17
2.6.1 Distribusi Poisson 17
2.6.2 Distribusi Eksponensial 20
2.6.3 Peranan Distribusi Poisson dan Distribusi Eksponensial 22
2.6.4 Uji Kebaikan Suai (*Goodness of-fit Test*) 25
2.6.4.1 Uji Kebaikan Suai Poisson 26
2.6.4.2 Uji Kebaikan Suai Eksponensial 26
2.7 Terminologi dan Notasi 27
2.8 Model Antrian dengan Disiplin Pelayanan Prioritas 28
2.8.1 Pelayanan Tunggul N-P 29
2.8.2 Pelayanan Majemuk N-P 31
BAB 3 32
METODE PENELITIAN 32
3.1 Tempat dan Waktu Pelaksanaan 32
3.2 Variabel Penelitian 32
3.3 Metode Pengumpulan Data 33
3.3.1 Metode Literatur 33
3.3.2 Observasi 33
3.4 Teknik Analisis Data 33
BAB 4 38
HASIL DAN PEMBAHASAN 38

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

4.1 Analisis Hasil Penelitian 38
4.1.1 Hasil Pengamatan 38
4.1.2 Hasil Uji *Chi Square Goodness of-fit* Waktu Kedatangan Barang 38
4.1.3 Hasil Uji *Chi Square Goodness of-fit* Waktu Pelayanan Barang 40
4.1.4 Menentukan Model Antrian 42
4.1.5 Menentukan Efektifitas Proses Pelayanan Barang 43
4.2 PEMBAHASAN 53
4.2.1 Probabilitas Tidak Ada Barang dalam Sistem 54
4.2.2 Waktu Tunggu Barang Dalam Antrian ($\boldsymbol{Wq}$) 55
4.2.3 Waktu Tunggu Barang Dalam Sistem ($\boldsymbol{W}$) 56
4.2.4 Banyak Barang Dalam Antrian ($\boldsymbol{Lq}$) 57
4.2.5 Banyak Barang Dalam Sistem ($\boldsymbol{L}$) 58
BAB 5 59
PENUTUP 59
5.1 Simpulan 59
5.2 Saran 60
DAFTAR PUSTAKA 62

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Notasi Waktu Kedatangan dan Pelayanan 14

Tabel 4.1 Laju Kedatangan dan Laju Pelayanan Barang 38

Tabel 4.2 Hasil Uji *Chi Square Goodness of-fit* Waktu Kedatangan.....39

Tabel 4.3 Hasil Uji *Chi Square Goodness of-fit* Waktu Pelayanan 41

Tabel 4.4 Hasil Perhitungan P_0, W_q, W, L_q dan L.....54

Tabel 4.5 Presentase Waktu Barang Tidak Ada Barang 55

Tabel 4.6 Waktu Tunggu dalam Antrian.....56

Tabel 4.7 Waktu Tunggu dalam Sistem.....57

Tabel 4.8 Banyak Barang dalam Antrian.....58

Tabel 4.9 Banyak Barang dalam Sistem 59

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 *Single Channel Single Phase* 14

Gambar 2.2 *Single Channel Multiple Phase* 15

Gambar 2.3 *Multiple Channel Single Phase* 15

Gambar 2.4 *Multiple Channel Multiple Phase* 16

Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian 35

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Kedatangan dan Pelayanan Barang 66

Lampiran 2 Rekapitulasi Kedatangan dan Pelayanan Barang 70

Lampiran 3 Hasil Perhitungan Uji Distribusi Data 80

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada zaman modern ini, perkembangan teknologi dan pembangunan diberbagai bidang dituntut secara cepat, yang disertai dengan meningkatnya kompetisi yang mengarah pada tuntutan kebutuhan manusia baik dari segi kualitas maupun kuantitas sehingga menyebabkan harus adanya peningkatan pelayanan yang efektif, efisien, cepat dan tepat. Namun dalam kenyataannya banyak orang atau barang menunggu disuatu tempat fasilitas umum misalnya pada loket pembelian tiket, kendaraan yang menunggu pada *traffic light*, pesawat terbang menunggu untuk *take off* di pelabuhan udara, barang menunggu untuk diantar ke pelanggan dan lain-lain. Menurut Kakiay (2004: 1) menunggu merupakan bagian dari keadaan yang terjadi dalam rangkaian kegiatan operasional yang bersifat random dalam suatu fasilitas pelayanan. Kegiatan menunggu terjadi karena pelanggan atau barang datang ke suatu fasilitas umum dengan waktu acak dan tidak dapat segera dilayani, selain itu pelanggan atau barang membutuhkan jasa pelayanan pada waktu yang bersamaan. Dengan kata lain kegiatan menunggu ini dapat diidentikkan dengan suatu proses antrian. Antrian adalah keadaan di mana seorang individu atau barang harus menunggu giliran untuk mendapatkan jasa pelayanan. Waktu mengantri yang terlalu panjang dan lama menyebabkan pelanggan jenuh, sehingga enggan kembali

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

berkunjung dimasa yang akan datang, disisi lain apabila tidak ada antrian, pelayan banyak yang menganggur sehingga menyebabkan kerugian bagi fasilitas umum. Hal ini menunjukkan bahwa pelanggan lebih menginginkan suatu fasilitas pelayanan umum yang dapat memberikan pelayanan yang cepat tanpa menunggu terlalu lama. Tetapi untuk memberikan pelayanan yang terbaik terkadang masih terdapat kendala yang dihadapi sehingga akan tetap menimbulkan antrian. Untuk menghadapi permasalahan tersebut dapat menggunakan metode analisa teori antrian. Dengan menggunakan teori antrian dapat diketahui dalam sistem pelayanan yang ada sudah mencapai keadaan optimal atau belum.

Seringkali dijumpai antrian yang memiliki disiplin pelayanan dengan nomor urut pertama akan mendapatkan pelayanan pertama, tetapi dalam kondisi tertentu terdapat disiplin pelayanan yang diurutkan sesuai dengan prioritas, prioritas yang lebih tinggi akan dilayani terlebih dahulu dibandingkan dengan pelanggan yang memiliki prioritas lebih rendah. Penelitian Aditama (2013) mengenai antrian yang menggunakan disiplin pelayanan prioritas di Instalasi Rawat Darurat RSUD Dr. Soetomo Surabaya diperoleh hasil rata-rata kedatangan terpendek pada kategori gawat terjadi pada hari Jum'at, sedangkan rata-rata kedatangan terpendek pada kategori stabil terjadi pada hari Kamis.

Berdasarkan penelitian di atas dapat dilihat bahwa antrian yang terbentuk tidak hanya dari pelanggan yang datang tetapi juga barang. Barang yang dicuci yang dilakukan Zahra Loundry Semarang merupakan salah satu antrian yang menggunakan disiplin pelayanan prioritas. Zahra Loundry Semarang yang bergerak dalam bidang

jasa pencucian baju, karpet, boneka, tas dan lain-lain. Untuk pencucian barang yang dilakukan oleh Zahra Loundry Semarang dikategorikan kedalam pencucian biasa dan kilat. Pencucian barang kategori kilat memiliki keunggulan dalam pencucian lebih cepat yaitu 4 jam sudah selesai pencucian dan packing barang. Sedangkan pencucian barang kategori biasa maksimal sudah selesai pencucian dan packing 2 hari. Dengan adanya kategori dalam pencucian barang yang dilakukan Zahra Loundry Semarang hal ini dimaksudkan untuk mempermudah pelanggan dalam memilih kategori pencucian barang dan meminimalkan waktu tunggu dan panjang antrian pekerjaan sehingga pelanggan dapat menerima barang secara cepat sesuai dengan kategori yang dipilih. Di mana semakin tinggi prioritasnya maka akan dilakukan pencucian yang lebih cepat daripada pencucian dengan prioritas sedang. Namun dalam pencucian barang terkadang terdapat kendala mengenai persaingan antar usaha loundry yang ada di Semarang, pemilihan lokasi yang dapat mempengaruhi banyaknya pencucian barang, selain itu dengan adanya pencucian barang yang banyak akan mengakibatkan antrian barang yang akan dicuci sehingga mengakibatkan terlambatnya barang yang sudah dicuci kepada pelanggan. Keterlambatan pencucian barang ini bisa disebabkan oleh kurangnya mesin cuci, barang yang lama dalam penjemuran, penyetrikaan, packing, *peak season* yaitu masa-masa ramai, dimana pencucian barang akan meningkat dengan drastis misalnya pada saat hari kerja, jumlah pelayan yang tidak seimbang dengan jumlah barang yang dicuci dan lain-lain.

Dari permasalahan antrian barang yang dapat menimbulkan keterlambatan pencucian barang maka perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis sistem antrian

pada Zahra Loundry Semarang guna memberikan pelayanan yang terbaik bagi pelanggan. Sehingga antrian yang ada akan dapat dikurangi sehingga pelanggan puas terhadap pelayanan yang diberikan dan dari pihak Zahra Loundry Semarang dapat memberikan pelayanan yang optimal. Berdasarkan uraian tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "ANALISIS SISTEM ANTRIAN DENGAN DISIPLIN PELAYANAN PRIORITAS (Studi Kasus Di Zahra Loundry Semarang)".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana sistem antrian di Zahra Loundry Semarang?
2. Berapa waktu tunggu barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem?
3. Berapa banyak barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem?
4. Berapa probabilitas tidak ada barang dalam sistem untuk barang kategori kilat dan biasa di Zahra Loundry?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka batasan masalah dari penelitian ini adalah

1. Penelitian dilakukan di Zahra Loundry Semarang selama 3 hari yang dipilih secara random pada periode sibuk yaitu mulai tanggal 19 Agustus 2016 sampai 21 Agustus 2016.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2. Tidak terjadi penolakan dan pembatalan terhadap pengiriman barang.
3. Barang yang dicuci atau diloundry di Zahra Loundry Semarang dikategorikan secara kilat dan biasa.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian ini adalah

1. Mengetahui sistem antrian di Zahra Loundry Semarang.
2. Mengetahui waktu tunggu barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem.
3. Mengetahui banyak barang kategori kilat dan biasa dalam antrian dan sistem.
4. Mengetahui probabilitas tidak ada barang dalam sistem untuk barang kategori kilat dan biasa di Zahra Loundry Semarang.

1.5 Manfaat Penelitian

Sesuai tujuan penelitian di atas maka diharapkan bermanfaat untuk

1. Bagi Mahasiswa
   a. Sebagai penerapan teori yang diperoleh selama kegiatan perkuliahan ke dalam praktik yang sebenarnya, serta sebagai pengalaman dalam menganalisis suatu masalah secara ilmiah.
   b. Sebagai tambahan wawasan yang lebih luas tentang teori antrian dengan disiplin pelayanan prioritas.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2. Bagi Jurusan Matematika
   a. Dapat dijadikan sebagai bahan studi kasus bagi pembaca dan acuan bagi mahasiswa.
   b. Sebagai bahan referensi bagi pihak perpustakaan dan bahan bacaan yang dapat menambah ilmu pengetauan bagi pembaca.
3. Zahra Loundry Semarang

Sebagai bahan pertimbangan dalam pengambilan keputusan dalam meningkatkan kepuasan pelanggan yang akan berujung pada peningkatan keuntungan bagi Zahra Loundry Semarang.

1.6 Sistematika Tugas Akhir

Secara garis besar Tugas Akhir di bagi menjadi 3 bagian yaitu bagian awal, bagian isi dan bagian akhir. Bagian awal Tugas Akhir memuat halaman judul, halaman pengesahan, halaman motto, persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

Bagian isi terdiri dari 5 bab yaitu Bab 1, Pendahuluan memuat tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, dan sistematika Tugas Akhir. Bab 2, Landasan Teori berisi tentang teori-teori yang digunakan sebagai pedoman dalam memecahkan masalah-masalah yang berhubungan dengan judul Tugas Akhir. Bab 3, Metode Penelitian berisi tentang metode-metode yang digunakan dalam penelitian yaitu studi literatur dan observasi, metode pengumpulan data, pengolahan data dan penarikan kesimpulan. Bab 4, Hasil

Penelitian dan Pembahasan berisi tentang hasil penelitian dan pembahasan sebagai jawaban dari permasalahan. Bab 5, Penutup berisi simpulan yang berasal dari hasil penelitian dan saran-saran yang diberikan peneliti berdasarkan simpulan yang diambil. Bagian akhir Tugas Akhir berisi tentang daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung Tugas Akhir.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

BAB 2

LANDASAN TEORI

2.1 Teori Antrian

Proses antrian (*queueing process*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrian) jika semua pelayanannya sibuk, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut. Sedangkan sistem antrian adalah suatu proses kelahiran kematian dengan suatu populasi yang terdiri atas para pelanggan yang sedang menunggu mendapatkan pelayanan atau yang sedang dilayani (Bronson, 1988).

Situasi menunggu untuk mendapatkan jasa pelayanan akan membentuk suatu garis tunggu. Garis-garis tunggu ini, sering disebut dengan antrian (*queues*), karena fasilitas pelayanan (*server*) adalah relatif mahal untuk memenuhi permintaan pelayanan dan sangat terbatas. Antrian yang sangat panjang dan terlalu lama untuk memperoleh giliran pelayanan sangat menyebalkan. Rata-rata lamanya waktu menunggu (*waiting time*) sangat tergantung kepada rata-rata tingkat kecepatan pelayanan (*rate of service*). Teori antrian pertama kali ditemukan dan dikembangkan oleh A.K. Erlang, seorang insinyur dari Denmark yang bekerja pada perusahaan telepon di Kopenhagen pada tahun 1909.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2.2 Sistem Antrian

Sebuah sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan dan suatu aturan yang mengatur kedatangan pelanggan dan pemrosesan masalahnya. Sistem antrian adalah suatu proses kelahiran-kematian dengan suatu populasi yang terdiri atas para pelanggan yang sedang menunggu mendapatkan pelayanan atau yang sedang dilayani (Bronson, 1996: 308). Suatu kelahiran terjadi apabila seorang pelanggan tiba di suatu fasilitas pelayanan, sedangkan apabila pelanggannya meninggalkan fasilitas tersebut maka terjadi suatu kematian. Keadaan sistem adalah jumlah pelanggan dalam suatu fasilitas pelayanan.

2.3 Faktor Sistem Antrian

Beberapa faktor penting yang terkait erat dengan sistem antrian, antara lain:

2.3.1 Distribusi Kedatangan

Pola kedatangan para pelanggan biasanya dicirikan oleh waktu antar kedatangan, yakni waktu antara kedatangan dua pelanggan yang berturutan pada suatu fasilitas pelayanan. Pola ini dapat *deterministik* (diketahui secara pasti), atau berupa suatu variabel acak yang distribusi probabilitasnya dianggap telah diketahui. Pola ini dapat bergantung pada jumlah pelanggan yang berada dalam sistem, atau tidak bergantung pada keadaan sistem antrian ini.

Hal yang menarik adalah apakah para pelanggan datang satu per satu atau secara berombongan dan apakah penolakan (*balking*) atau pembatalan (*reneging*)

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

diperkenankan. Penolakan terjadi apabila seorang pelanggan menolak untuk memasuki suatu fasilitas pelayanan karena antriannya terlalu panjang. Pembatalan terjadi apabila seorang pelanggan yang telah berada dalam suatu antrian meninggalkan antrian dan fasilitas pelayanan yang dituju karena ia menunggu terlalu lama. Bila tidak disebutkan secara khusus, maka anggapan standarnya adalah bahwa semua pelanggan tiba satu per satu dan juga bahwa tidak terjadi penolakan dan pembatalan (Bronson, 1996: 308).

Suatu proses kedatangan dalam suatu sistem antrian artinya menentukan distribusi probabilitas untuk jumlah kedatangan untuk suatu periode waktu. Pada umumnya, suatu proses kedatangan terjadi secara acak dan independen terhadap proses kedatangan lainnya dan tidak dapat dapat diprediksikan kapan pelanggan akan datang. Dalam proses ini, distribusi probabilitas Poisson menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk suatu pola kedatangan. Suatu fungsi probabilitas Poisson untuk suatu kedatangan x pada suatu periode waktu adalah sebagai berikut

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \tag{2.1}$$

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Keterangan:

$x =$ Jumlah kedatangan per periode waktu

$\lambda =$ Rata-rata jumlah kedatangan per periode waktu

$e = 2{,}71828$

2.3.2 Distribusi Pelayanan

Pola pelayanan biasanya dicirikan oleh waktu pelayanan (*service time*), yaitu waktu yang dibutuhkan seorang pelayan untuk melayani seorang pelanggan. Waktu pelayanan ini dapat bersifat *deterministik*, atau berupa suatu variabel acak yang berdistribusi probabilitasnya dianggap telah diketahui. Besaran ini dapat bergantung pada jumlah pelanggan yang telah berada di dalam fasilitas pelayanan, atau tidak bergantung pada keadaannya. Yang menarik adalah apakah seorang pelanggan hanya dilayani oleh satu pelayan atau pelanggan ini membutuhkan suatu barisan pelayan. Bila tidak disebutkan secara khusus, maka anggapan dasarnya adalah bahwa satu pelayan saja dapat melayani secara tuntas urusan seorang pelanggan (Bronson, 1996: 310).

Waktu pelayanan antara fasilitas pelayanan dengan fasilitas pelayanan yang lain biasanya tidak konstan. Distribusi probabilitas untuk waktu pelayanan biasanya mengikuti distribusi probabilitas Eksponensial yang formalnya dapat memberikan informasi yang berguna mengenai operasi yang terjadi pada suatu antrian. Fungsi distribusi Eksponensial adalah sebagai berikut

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

$$F(x_i) = 1 - e^{-x/\beta} \tag{2.2}$$

Keterangan:

$x = x_i$ (nilai tengah)

$\beta =$ rata-rata yang didekati

$e = 2{,}71828$

2.3.3 Fasilitas Pelayanan

Fasilitas pelayanan berkaitan erat dengan baris antrian yang akan dibentuk. Desain fasilitas pelayanan ini dapat dibagi dalam tiga bentuk, yaitu

a. Bentuk *series*, dalam satu garis lurus ataupun garis melingkar.
b. Bentuk *paralel*, dalam beberapa garis lurus yang antara yang satu dengan yang lain paralel.
c. Bentuk *network station*, yang dapat didesain secara series dengan pelayanan lebih dari satu pada setiap stasiun. Bentuk ini dapat juga dilakukan secara paralel dengan stasiun yang berbeda-beda.

2.3.4 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan dalam mana para pelanggan dilayani. Aturan ini dapat didasarkan pada yang pertama masuk, pertama keluar (PMPK, dalam bahasa inggris FIFO, yakni pelayanan menurut urutan kedatangan), yang terakhir masuk pertama keluar (TMPK, dalam bahasa inggris disingkat LIFO) contohnya pelanggan yang datang paling akhir mendapat pelayanan yang berikutnya, secara acak atau random dan berdasarkan prioritas (Bronson, 1996:310).

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2.3.5 Kapasitas Sistem

Kapasitas sistem adalah jumlah maksimum pelanggan, mencakup yang sedang dilayani dan yang berada dalam antrian, yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama. Apabila seorang pelanggan datang pada suatu tempat fasilitas yang telah penuh maka pelanggan ini ditolak untuk memasukinya. Ia juga

diperkenankan untuk menunggu diluar (karena akan memperbesar kapasitas) dan dipaksa untuk meninggalkan tempat pelayanan tersebut tanpa mendapatkan pelayanan. Sebuah sistem yang tidak membatasi jumlah pelanggan di dalam fasilitas pelayanannya memiliki kapasitas tak hingga sedangkan suatu sistem yang membatasi jumlah pelanggan memiliki kapasitas berhingga (Bronson 1996:310).

2.3.6 Notasi Kendall

Karakter dan asumsi dari model antrian dirangkum dalam bentuk notasi kendall. Notasi Kendall untuk mencirikan ciri dari suatu antrian adalah

$$v/w/x/y/z \tag{2.3}$$

di mana v menunjukkan pola kedatangan, w menunjukkan pola pelayanan, x menyatakan jumlah pelayanan yang ada, y menyatakan kapasitas sistem dan z menandakan disiplin antrian. Dalam Tabel 2.1 diperkenalkan berbagai notasi untuk waktu antar-kedatangan atau waktu pelayanan dan disiplin antrian. Jika y dan z tidak ditentukan, maka dimaksudkan bahwa y adalah ∞ dan z adalah PMPK.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

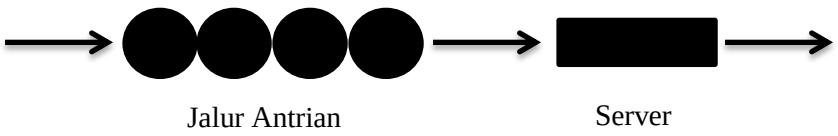
Tabel 2.1 Notasi Waktu Antar Kedatangan, Pelayanan dan Disiplin Antrian

Ciri Antrian	Simbol	Arti
Waktu antar kedatangan	D	Deterministik
Atau	M	Terdistribusi secara eksponensial
Waktu pelayanan	E_k	Distribusi Erlang, tipe k $(k = 1, 2, \dots)$
	G	Distribusi yang lain
Disiplin Antrian	FIFO (PMPK)	Pertama masuk, pertama keluar
	LIFO (TMPK)	Terakhir masuk, terakhir keluar
	SIRO	Pelayanan dalam urutan acak
	PRI	Urutan prioritas
	GD	Urutan khusus yang lain

2.4 Struktur Antrian

Ada 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian (Kakiay, 2004:13-16)

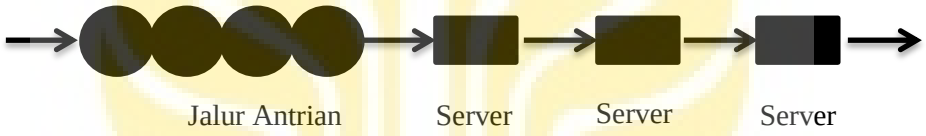
2.4.1 Single Channel Single Phase



Gambar 2.1. *Single Channel Single Phase*

Sistem ini adalah yang paling sederhana. *Single Channel* berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem layanan atau ada satu pelayan. *Single Phase* menunjukkan bahwa hanya ada satu stasiun layanan sehingga yang telah menerima layanan dapat langsung keluar dari sistem antrian. Contohnya adalah pada pembelian tiket kereta api antar kota yang dilayani oleh satu loket, seorang pelayan toko dan sebagainya.

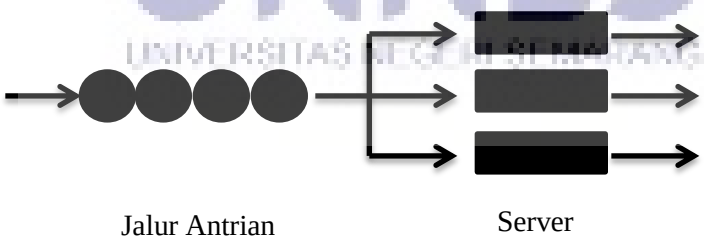
2.4.2 Single Channel Multiple Phase



Gambar 2.2. *Single Channel Multiple Phase*

Istilah *multi phase* berarti ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan dalam fase-fase. Misalnya pada proses pencucian mobil.

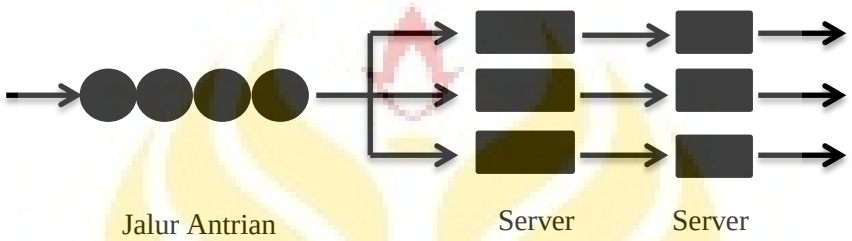
2.4.3 Multiple Channel Single Phase



Gambar 2.3. *Multiple Channel Single Phase*

Situasi ini terjadi jika ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh suatu antrian tunggal. Sebagai contoh adalah pada pembelian tiket yang dilayani oleh lebih dari satu loket, pelayanan potong rambut oleh beberapa tukang cukur dan sebagainya.

2.4.4 Multiple Channel Multiple Phase



Gambar 2.4. *Multiple Channel Multiple Phase*

Sebagai contoh adalah pada layanan kepada pasien di rumah sakit dari pendaftaran, diagnosa, tindakan medis sampai pembayaran. Sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu.

(Pramita Nurul Hapsari, 2013)

2.5 Model Antrian

Model-model antrian secara umum antara lain adalah sebagai berikut:

1. Model $(M/M/1\,/\infty/\infty)$

   Syarat-syarat dari model ini antara lain:

   a. Jumlah kedatangan setiap satuan waktu mengikuti distribusi poisson

   b. Waktu pelayanan berdistribusi eksponensial

   c. Disiplin antrian yang digunakan adalah FCFS

d. Sumber populasi tidak terbatas

e. Jalur antriannya tunggal

f. Tingkat kedatangan rata-rata lebih kecil daripada rata-rata pelayanan

g. Panjang antrian tidak terbatas

2. Model $(M/M/S/\infty/\infty)$

Pada model ini fasilitas pelayanan (server) bersifat ganda, rata-rata tingkat kedatangan lebih kecil daripada penjumlahan seluruh rata-rata tingkat pelayanan disemua jalur syarat yang lain sama dengan model server tunggal.

3. Model $(M/M/1/N/\infty)$

Model ini merupakan variasi dari model yang pertama, di mana panjang antrian atau kapasitas tunggu dibatasi maksimum N individu. Jumlah maksimum ini meliputi individu yang menunggu dan yang sedang dilayani.

4. Model $(M/M/1/\infty/N)$

Model ini hampir sama dengan model yang pertama hanya saja sumber populasi dibatasi sebanyak N.

2.6 Distribusi Poisson dan Eksponensial

2.6.1 Distribusi Poisson

Suatu eksperimen yang menghasilkan jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu ataupun daerah yang spesifik dikenal sebagai eksperimen Poisson. Interval waktu tersebut dapat merupakan menit, hari, minggu, bulan maupun tahun sedangkan

daerah yang spesifik dapat berarti garis, luas, sisi maupun sebuah material (Dimyati, 1999:309). Sifat suatu eksperimen Poisson adalah sebagai berikut.

1. Jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu atau daerah yang tertentu bersifat independen terhadap yang terjadi pada interval waktu atau daerah tertentu yang lain.
2. Besar kemungkinan terjadinya sukses pada interval waktu atau daerah tertentu yang sempit, proporsional dengan panjang jangka waktu ataupun ukuran daerah terjadinya sukses tersebut.
3. Besar kemungkinan terjadinya lebih dari satu sukses pada interval waktu yang singkat ataupun daerah yang sempit, diabaikan.

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter λ jika memiliki f.k.p sebagai berikut.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} & ,x=0,1,2,\ldots \\ 0 & ,x\ yang\ lain \end{cases} \tag{2.4}$$

dengan λ adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dan e adalah bilangan natural, $e = 2{,}71828$.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Mean dan varians dari X

a. Mean dari X

$$E(X) = \sum_x xf(x)$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-1)!}$$

Misal $y = x - 1$ maka $x = y + 1$; untuk $x = 1 \Rightarrow y = 0; x = \infty \Rightarrow y = \infty$

Sehingga

$$E(X) = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+1} e^{-\lambda}}{y!}$$

$$= \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}$$

$$= \lambda . 1 = \lambda$$

Jadi $E(X) = \lambda$

b. Varians dari X

$$E\big(x(x-1)\big) = \sum_{x} x(x-1) f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$= \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-2)!}$$

Misal $y = x - 2$ maka $x = y + 2$; untuk $x = 2 \Longrightarrow y = 0; x = \infty \Rightarrow y = \infty$

Sehingga

$$E\big(x(x-1)\big) = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+2} e^{-\lambda}}{y!}$$

$$= \lambda^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}$$

$$= \lambda^2 . 1$$

$$E\big(x(x-1)\big) = \lambda^2$$

$$E(x^2) = E\big(x(x-1)\big) + E(x)$$

$$= \lambda^2 + \lambda$$

$$Var(X) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2$$

$$= \lambda$$

Jadi $Var(X) = \lambda$

Jadi mean dan variansi distribusi Poisson keduanya sama yaitu λ.

2.6.2 Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa pengasumsian bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak tergantung pada banyak waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang sedang menunggu untuk dilayani (Robiati, 2015).

Suatu *Continuous Random Variables X* disebut mempunyai suatu distribusi eksponensial dengan parameter λ, di mana $\lambda > 0$. Apabila fungsi *density probability* diberikan sebagai berikut

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x},\ untuk\ x > 0 \\ 0,\ untuk\ x\ yang\ lain \end{cases} \tag{2.5}$$

Dan kumulatif fungsi distribusinya

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy = \begin{cases} 1 - e^{\lambda x},\ untuk: x > 0 \\ 0,\ untuk\ x\ yang\ lain \end{cases} \tag{2.6}$$

Rata-rata (mean) dari distribusi eksponensial $E(X)$ akan dinyatakan sebagai berikut

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)dx \tag{2.7}$$

Sifat-sifat dari Distribusi Eksponensial (Kakiay, 2004:25-26) sebagai berikut

a. Suatu random variabel x dikatakan tidak mempunyai memori (ingatan) ke belakang lagi (*memory test*) apabila

$$P\left\{x > s + \frac{t}{x} > t\right\} = P\{x > t\} \text{ Untuk semua s, } t \geq 0 \tag{2.8}$$

b. Apabila dianggap x adalah distribusi dari umur suatu benda (*product*) maka probabilitas di atas menunjukkan benda atau *product* tersebut akan tahan (hidup/baik) paling sedikit (s + t) jam di mana daya tahannya sebanyak t jam adalah sama dengan probabilitas semula yang tahan paling sedikit s jam.

c. Dengan kata lain apabila produk tersebut hidup/tahan selama waktu t maka distribusi dari sejumlah sisa waktunya yang bisa bertahan (*survive*) adalah sama dengan *original lifetime* distribusinya, yang mana produk tersebut tidak lagi diingat bahwa ia sudah digunakan di dalam waktu t jam.

   i. Dalam hal ini kondisi probabilitasnya akan ekuivalen atau sama dengan

$$\frac{P\{x>s+t, x>t\}}{P\{x>t\}} = P\{x > t\} \text{ atau } P\{x > s + t\} = P\{x > s\}.P\{x > t\} \tag{2.9}$$

ii. Dengan rumus ini berarti X memenuhi syarat distribusi eksponensial bilamana random variabel dari distribusi eksponensial tidak mempunyai ingatan ke belakang lagi, yang dirumuskan dengan

$$e^{-\lambda(s+t)} = e^{-\lambda s}.\, e^{-\lambda t} \tag{2.10}$$

2.6.3 Peranan Distribusi Poisson dan Distribusi Eksponensial

Perhatikan situasi antrian di mana kedatangan dan keberangkatan (kejadian) yang timbul selama satu interval waktu dikendalikan dengan kondisi sebagai berikut

Kondisi 1: Probabilitas dari sebuah kejadian (kedatangan atau keberangkatan) yang timbul antara t dan t + s bergantung hanya pada panjangnya s, yang berarti bahwa probabilitas tidak bergantung pada t atau jumlah kejadian yang timbul selama periode waktu (0,t). Secara matematis, dapat dikatakan bahwa fungsi probabilitas memiliki penambahan independen stasioner.

Kondisi 2: Probabilitas kejadian yang timbul selama interval waktu yang sangat kecil h adalah positif tetapi kurang dari satu.

Kondisi 3: Paling banyak satu kejadian dapat timbul selama interval waktu yang sangat kecil h.

Ketiga kondisi di atas menjabarkan sebuah proses jumlah kejadian selama satu interval waktu yang diberikan berdistribusi *Poisson* dan interval waktu antar beberapa kejadian yang berturut-turut berdistribusi Eksponensial.

Definisi 2.1

$P_n(t)$ =probabilitas kejadian n yang timbul selama waktu t

Kondisi 1, probabilitas tidak adanya kejadian yang timbul selama t + h adalah

$$p_0(t+h) = p_0(t)p_0(h) \tag{2.11}$$

Untuk $h > 0$ dan cukup kecil, kondisi 2 menunjukkan bahwa $0 < p_0(h) < 1$. Berdasarkan kondisi ini persamaan di atas memiliki pemecahan berikut

$$p_0(t) = e^{-\alpha t}, t \geq 0 \tag{2.12}$$

dimana α adalah konstanta positif.

Untuk proses yang dijabarkan dengan $p_n(t)$, interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial. Dengan menggunakan hubungan yang diketahui antara eksponensial dan Poisson, dapat disimpulkan bahwa $p_n(t)$ pastilah Poisson.

Anggaplah $f(t) =$ fungsi kepadatan probabilitas (pdf) dari interval waktu t antar pemunculan kejadian yang berturut-turut, $t \geq 0$.

Misalkan T adalah interval waktu sejak pemunculan kejadian terkhir, maka pernyataan probabilitas berikut ini berlaku

$$P\left\{\begin{matrix} Waktu\ antar\ kejadian \\ melebihi\ T \end{matrix}\right\} = P\left\{\begin{matrix} Tidak\ ada\ kejadian \\ sebelum\ T \end{matrix}\right\}$$

Pernyataan ini dapat diterjemahkan menjadi

$$\int_T^\infty f(t)dt = p_o(T) \tag{2.13}$$

Mensubstitusikan $p_0(t)$ pada kondisi 2 ke pernyataan di atas diperoleh

$$\int_T^\infty f(t)dt = e^{-\alpha T}, T > 0 \tag{2.14}$$

$$\int_0^T f(t)dt = 1 - e^{-\alpha T}, T > 0 \tag{2.15}$$

Dengan mengambil derivatif dari kedua sisi dalam kaitannya dengan T dapat diperoleh

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t}, t \geq 0 \tag{2.16}$$

Yang merupakan sebuah distribusi eksponensial dengan mean $E\{t\} = \frac{1}{\alpha}$ unit waktu.

Dengan diketahui bahwa $f(t)$ merupakan sebuah distribusi eksponensial, teori probabilitas dapat menjelaskan bahwa $p_n(t)$ merupakan distribusi Poisson yaitu

$$p_n(t) = \frac{(\alpha t)^n e^{-\alpha t}}{n!}, n = 0,1,2 \ldots \tag{2.17}$$

Nilai mean dari n selama periode waktu tertentu t adalah $E\{n|t\} = \alpha t$ kejadian. Ini berarti bahwa α mewakili laju timbulnya kejadian.

Kesimpulan dari hasil di atas adalah bahwa jika interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial dengan mean $\frac{1}{\alpha}$ unit waktu, maka jumlah kejadian dalam satu periode waktu tertentu pastilah Poisson dengan laju pemunculan rata-rata (kejadian per unti waktu) α dan sebaliknya.

Distribusi Poisson merupakan proses yang sepenuhnya acak (*completely random process*) karena memiliki sifat bahwa interval waktu yang tersisa sampai pemunculan kejadian berikutnya sepenuhnya tidak bergantung pada interval waktu yang telah berlalu dari pemunculan kejadian terakhir. Sifat ini setara dengan pembuktian pernyataan probabilitas berikut ini

$$P\{t > T + S | t > S\} = P\{t > T\}$$

Dimana S adalah interval waktu antara pemunculan kejadian terakhir. Karena t bersifat eksponensial, maka

$$P\{t > T + S | t > S\} = \frac{P\{t > T + S | t > S\}}{P\{t > S\}} = \frac{P\{t > T + S\}}{P\{t > S\}}$$

$$P\{t > T + S | t > S\} = \frac{e^{-\alpha(T+S)}}{e^{-\alpha S}} = e^{-\alpha T}$$

$$= P\{t > T\}$$

Sifat ini disebut sebagai keadaan lupa (*forgetfulness*) atau kurangnya ingatan (*lack of memory*) dari distribusi eksponensial, yang menjadi dasar untuk menunjukkan bahwa distribusi Poisson sepenuhnya bersifat acak.

Satu ciri unik lainnya dari Poisson adalah bahwa ini merupakan satu-satunya distribusi dengan mean yang sama dengan varians. Sifat ini kadang-kadang dipergunakan sebagai indikator awal dari apakah sebuah sampel data ditarik dari sebuah distribusi Poisson.

(Taha, 1996: 178 - 180)

2.6.4 Uji Kebaikan Suai (*Goodness of-fit Test*)

Goodness of-fit Test (Uji Kebaikan Suai) dirancang untuk menguji hipotesis bahwa sebuah distribusi observasi adalah sesuai dengan distribusi teoritis tertentu (Taha, 1997:10).

Uji statistik yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji *Chi-Square* yang berlaku baik untuk variabel acak diskrit maupun kontinu. Uji ini didasari oleh perbandingan fungsi kepadatan probabilitas daripada fungsi kepadatan komulatif seperti uji K-S.

2.6.4.1 Uji Kebaikan Suai Poisson

Uji kesesuaian Poisson dilakukan dengan uji *Chi Square* (χ^2) yang didefinisikan sebagai berikut

H_0 : Data yang diuji mengikuti distribusi.

H_1 : Data yang diuji tidak mengikuti distribusi.

Statistik tes didefinisikan sebagai berikut:

$$\chi^2 = \sum_{h=1}^{k} \frac{(f_0 - f_h)^2}{f_h} \tag{2.18}$$

Keterangan:

$\chi^2 =$ *Chi Square*

$f_0 =$ Frekuensi observasi

$f_h =$ Frekuensi harapan

Dalam uji *Chi Square*, data observasi mengikuti saat $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$.

2.6.4.2 Uji Kebaikan Suai Eksponensial

Uji kesesuaian Eksponensial dilakukan dengan uji *Kolmogorov-smirnov* dengan cara sebagai berikut

H_0 : Data yang diuji mengikuti distribusi.

H_1 : Data yang diuji tidak mengikuti distribusi.

Statistik tes didefinisikan sebagai berikut

$$D = maksimum[Sn_1(X) - Sn_2(X)] \tag{2.19}$$

Dalam uji *Kolmogorov-smirnov* suatu sata dikatakan mengikuti distribusi jika $D_{hitung} \leq D_{tabel}$.

2.7 Terminologi dan Notasi

Menurut Dimyati (2004: 353) terminologi dan notasi yang biasa digunakan dalam sistem antrian adalah sebagai berikut

a. Keadaan sistem yaitu jumlah pelanggan dalam sistem antrian.

b. Panjang antrian yaitu jumlah pelanggan yang menunggu pelayanan sama dengan keadaan sistem dikurangi jumlah pelanggan yang sedang dilayani.

Notasi yang digunakan adalah sebagai berikut

$n =$ Jumlah pelanggan yang mengantri pada waktu t.

$k =$ Jumlah satuan pelayanan

$\lambda =$ Tingkat kedatangan

$\mu =$ Tingkat pelayanan

$\rho =$ Tingkat kesibukan sistem

$P_0 =$ Peluang semua pelayanan menganggur atau tidak ada pelanggan dalam sistem.

$P_{n(n-k)} =$ Peluang pelanggan yang datang harus menunggu

$L \;\; =$ Ekspektasi panjang sistem

$L_q =$ Ekspektasi panjang antrian

W = Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem

W_q = Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian.

2.8 Model Antrian dengan Disiplin Pelayanan Prioritas

Pada tingkat kedatangan dapat ditentukan bahwa setiap pelanggan yang berada dalam antrian harus dilayani berdasarkan "yang pertama datang, juga pertama dilayani" (FCFS). Dalam prioritas pelayanan terdapat dua aturan yang dapat diikuti, yaitu

1. Aturan Preemptive

   Menunjukkan bahwa pelanggan dengan prioritas pelayanan yang rendah tetap dapat memasuki fasilitas pelayanan bersama-sama dengan pelanggan yang datang pada prioritas yang utama (sangat tinggi).

2. Aturan Non-Preemptive (NP)

   Menunjukkan bahwa bila satu pelanggan sudah memasuki fasilitas pelayanan maka pelanggan tersebut akan terus dilayani sampai selesai, walaupun datang pelanggan dengan prioritas yang lebih tinggi.

Aturan preemptive umumnya tidak menguraikan sistem antriannya secara mendalam, sedangkan pada sistem antrian non-preemptive diuraikan melalui pelayanan tunggal dan pelayanan majemuk.

Pada model pelayanan tunggal dapat ditentukan untuk menggunakan distribusi Poisson sebagai tingkat kedatangan pada sistem antrian, sementara pelayanan menggunakan distribusi bebas (*arbitrary distribution*).

Pada kasus pelayanan majemuk sudah ditentukan bahwa kedatangan dan pelayanan mengikuti distribusi Poisson.

2.8.1 Pelayanan Tunggul N-P

Pelayanan tunggal dengan aturan non-preemptive dikenal dengan simbol (M/G/1/∞/NP). Model pelayanan ini mengikuti sistem pelayanan dengan distribusi bebas.

Dinyatakan $F_i(t)$ sebagai fungsi kumulatif dari distribusi bebas pada waktu pelayanan pada antrian ke-i untuk $i = 1,2, \dots, m$.

Bila rata-rata (mean) = $E_i(t)$, dengan $var_i(t)$ sebagai varian dan λ_i merupakan tingkat kedatangan dari antrian ke-i per unit waktu, maka juga akan terdapat antrian dalam rangkaian sistem antrian tersebut.

Perumusan yang diuraikan dalam sistem antrian pada umumnya dinyatakan sebagai berikut

1. Ekspektasi dari jumlah pelanggan dalam sistem antrian dengan sebanyak k antrian dinyatakan dengan

$$L_s(k) = L_q(k) + P_k \tag{2.20}$$

2. Ekspektasi dari jumlah pelanggan dalam antrian pada sebanyak k antrian dinyatakan dengan

$$L_q(k) = \lambda_k \,.\, W_q(k) \tag{2.21}$$

3. Ekspektasi waktu menunggu dari para pelanggan dalam antrian dengan sebanyak k antrian dinyatakan dengan

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

$$W_q(k) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i (E_i^2(t) + var_i(t))}{2(1-s_k-1)(1-S_k)} \tag{2.22}$$

4. Ekspektasi waktu menunggu dari para pelanggan dalam sistem antrian dengan sebanyak k antrian dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$W_s(k) = W_q(k) + E_k(t) \tag{2.23}$$

Dengan penyataan yang ditunjukkan pada

a. $P_k = \lambda_k \, . E_k(t)$.

b. $S_k = \sum_{i=1}^{k} \rho_i < 1 \rightarrow untuk\ k = 1, 2, \dots, m.$

c. $S_0 = 0$.

Dari semua perumusan ini akan dapat diperoleh W_q sebagai ekspektasi waktu menunggu di dalam antrian untuk setiap pelanggan dengan prioritas masing-masing, yang dapat dirumuskan melalui

$$W_q = \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda_k}{\lambda} \, . \ W_q(k) \tag{2.24}$$

Dengan pernyataan

a. $\lambda = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i$.

b. $\frac{\lambda_k}{\lambda}$ = Berat Relatif dari $W_q(k)$.

Demikian juga hal yang sama dapat dilakukan pada W_s.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2.8.2 Pelayanan Majemuk N-P

Pelayanan majemuk dengan aturan Non-Preemptive dikenal dengan simbol (M/M/C/∞/NP), merupakan modal untuk semua pelanggan mendapatkan distribusi waktu pelayanan yang sesuai dengan probabilitasnya.

a. Kondisi *steady state*

$$S_k = \frac{\lambda_i}{c\,\mu} < 1 \text{ untuk semua k} \tag{2.25}$$

b. Probabilitas tidak ada barang dalam sistem (P_0)

$$P_0 = 1 - \rho \tag{2.26}$$

c. Ekspektasi waktu tunggu barang dalam antrian

$$W_q = \frac{E\{\varepsilon_0\}}{(1-S_{k-1})(1-S_k)} \tag{2.27}$$

dimana $E\{\varepsilon_0\} = \mu.c[\rho^{-c}(c-\rho)(c-1)!\sum_{n=0}^{c-1}\frac{\rho^n}{n!} + 1]^{-1}$ dengan $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

d. Ekspektasi waktu tunggu barang dalam sistem

$$W = Wq + \left(\frac{1}{\mu}\right) \tag{2.28}$$

e. Ekspektasi banyak barang dalam antrian

$$L_q = \lambda\,.\,W_q \tag{2.29}$$

f. Ekspektasi banyak barang dalam antrian

$$L = L_q + S_k \tag{2.30}$$

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

Simpulan yang diperoleh dari hasil penelitian antrian menggunakan disiplin pelayanan prioritas pada Zahra Loundry Semarang adalah sebagai berikut.

1. Sistem antrian pada Zahra Loundry Semarang mengikuti model (M /G / 2/ ∞/ NP) yang menunjukkan waktu kedatangan barang berdistribusi *Poisson* dan waktu pelayanan barang tidak berdistribusi Eksponensial, jumlah server dua ,kapasitas sistem tak terbatas dengan disiplin pelayanan prioritas.
2. Waktu tunggu barang dalam antrian (W_q) dan sistem (W)

   Waktu tunggu barang dalam antrian untuk kategori kilat pada tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 nilainya sebesar 2,7340 jam; 1,4913 jam dan 1,6404 jam. Sedangkan waktu barang dalam antrian kategori biasa nilainya 8,1085 jam; 4,0542 jam dan 1,3557 jam. Waktu tunggu barang dalam sistem untuk kategori kilat pada tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 nilainya sebesar 4,2340 jam; 2,3095 jam dan 2,5404 jam, untuk kategori biasa nilainya sebesar 8,7085 jam; 4,3542 jam dan 1,6429 jam.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

3. Banyak barang dalam antrian (L_q) dan sistem (L)

   Banyak barang dalam antrian dari tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 kategori kilat sebesar 2,9293 barang; 2,9293 barang dan 2,9293 barang, untuk kategori biasa sebesar 23,0354 barang; 23,0354 barang dan 6,5474 barang. Sedangkan jumlah barang dalam sistem dari tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 kategori kilat sebesar 3,7329 barang; 3,7329 barang dan 3,7329 barang, untuk kategori biasa sebesar 23,8877 barang; 23,8877 barang dan 7,2410 barang.

4. Probabilitas tidak ada barang (P_0)

   Probabilitas tidak ada barang dari tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 kategori kilat sebesar 0,1964; 0,1964 dan 0,1964, untuk kategori biasa sebesar 0,1477; 0,1477 dan 0,3064. Dilihat dari peluang tidak ada barang dalam sistem dari tanggal 19 Agustus 2016 – 21 Agustus 2016 pukul 08.00 – 21.00 kategori kilat dan biasa nilainya kurang dari 1 artinya di dalam sistem terdapat barang kategori kilat dan biasa.

5.2 Saran

1. Sistem antrian yang digunakan pada Zahra Loundry Semarang belum ideal, karena menunjukkan sistem sibuk. Sebaiknya perlu adanya simulasi penggunaan mesin cuci yang dibedakan antara barang kategori kilat dan biasa serta waktu penjemuran dilakukan lebih cepat guna meningkatkan pelayanan

sehingga barang yang dicuci dapat cepat diselesaikan dan tidak terjadi antrian barang.

2. Selain itu sebaiknya dilakukan penelitian secara intensif, pengambilan datanya dilakukan lebih lama daripada 3 hari sehingga diperoleh data yang sesuai dan dapat menentukan jumlah pelayan yang ideal untuk pencucian barang kategori kilat dan biasa pada Zahra Loundry Semarang.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

DAFTAR PUSTAKA

Aditama, Tommy Yoga dan Laksmi Prita Wardhani. 2013. Distribusi Waktu Tunggu Pada Antrian Dengan Mengggunakan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus: Instalasi Rawat Darurat Di RSUD Dr. Soetomo Surabaya). *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, 1(1): 1-6.

Aji, Soma Purnama dan tri Bodroastuti. (Eds). 2012. *Penerapan Model Simulasi Antrian Multi Channel Single Phase Pada Antrian Di Apotek Purnama Semarang*. Semarang: Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi Widya Manggala.

Auliaguntary, Agung, Gina Khayatun Nufus dan Muhammad Ghiffary Shafrizal. (Eds). 2014. *Implementasi Model Antrian Pada Bioskop XXI BIP Menggunakan Single Channel Multi Server*. Bandung: tidak terdapat penerbit.

Bronson, Richard. 1988. *Teori dan Soal-Soal Operations Research*. Terjemahan Hans J. Wospakrik. Bandung: Penerbit ITB.

Farkhan, Feri. 2013. Aplikasi Teori Antrian dan Simulasi pada Pelayanan Teller Bank. *Jurnal MIPA*, 2(1): 18-23.

Hapsari, Pramita Nurul. 2013. "Penerapan Metode Waiting Line Untuk Meningkatkan Layanan Perusahaan (Studi Kasus Pada PT Pos Indonesia Persero Cabang Sisingamangaraja Semarang)". *Skripsi* Universitas Diponegoro Semarang.

Harahap, Siti Arina R. 2014. Analisis Sistem Antrian Pelayanan Nasabah di PT. Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk Kantor Cabang Utama USU. 3:278.

Ikrimah, Annisa. 2012. Analisis Antrian single Channel Single Phase Pada Loket Penjualan Tiket Kereta Api Kaligung Di Statiun Poncol. *Jurnal MIPA*, 1(1): 27-32.

Kakiay, Thomas J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.

Ni'amah dan Sugito. 2011. Sistem Antrian Dengan Prioritas Pelayanan. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*. Semarang: Universitas Diponegoro.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Nurhayati, Ratna. 2014. Analisis Proses Antrian Multiple Channel Single Phase Di Loket Administrasi Dan Rawat Jalan RSUP Dr. Kariadi Semarang. *Jurnal MIPA*, 3(1): 1-6.

Puspitasari, Diah. 2005. "Aplikasi Sistem Antrian Dengan Saluran Tunggal Pada Unit Pelaksana Teknis (UPT) Perpustakaan Universitas Negeri Semarang". *Skripsi* Universitas Negeri Semarang.

Robiati, Puji. 2015. "Analisis Sistem Antrian Seri Pada Fasilitas Pelayanan Kesehatan Dan Optimalisasinya (Studi Kasus di Puskesmas Ungaran Kabupaten Semarang)". *Skripsi* Universitas Negeri Semarang.

Ruswandi, Bambang. 2006. "Penerapan Sistem Antrian Sebagai Upaya Mengoptimalkan Pelayanan Terhadap Pasien Pada Loket Pengambilan Obat Di Puskesmas Cicurug Sukabumi Jawa Barat". *Skripsi* Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta.

Taha, Hamdy A. 1996. *Riset Operasi Suatu Pengantar*. Jakarta: Binarupa Aksara.

http://repository.widyatama.ac.id/xmlui/bitstream/handle/1036/842/content%201.pdf?sequence=1. Pengertian Antrian. 22 Februari 2016.

http://sharematika.blogspot.com/2015/04/pengertian-observasi.html?m=1. Sharematika: *Pengertian Observasi*. 23 Februari 2016.

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG