



**EFEKTIVITAS ALGORITMA *CLARKE-WRIGHT* DAN
SEQUENTIAL INSERTION DALAM PENENTUAN
RUTE PENDISTRIBUSIAN TABUNG GAS LPG**

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

UNNES

oleh

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Siti Rupiah
4111412062

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

2016

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, November 2016



Siti Rupiah

NIM 4111412062

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Efektivitas Algoritma *Clarke-Wright* dan *Sequential Insertion* dalam
Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG

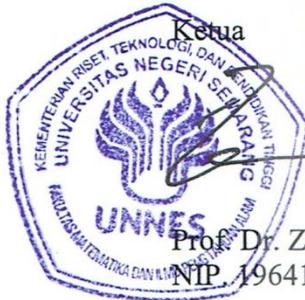
disusun oleh

Siti Rupiah

4111412062

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada
tanggal 10 November 2016.

Panitia:



Ketua

Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt.
NIP. 196412231988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji



Drs. Amin Suyitno, M.Pd.
NIP. 195206041976121001

Anggota Penguji/ Pembimbing I



Dr. Mulyono, M.Si.
NIP. 197009021997021001

Anggota Penguji/ Pembimbing II



Endang Sugiharti, S.Si., M.Kom.
NIP. 197401071999032001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Barangsiapa merintis jalan mencari ilmu maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga. (HR. Muslim).

Bersungguh-sungguhlah engkau dalam menuntut ilmu, jauhilah kemalasan dan kebosanan karena jika tidak demikian engkau akan berada dalam bahaya kesesatan. (Imam Al Ghazali).

Tiadaanya keyakinanlah yang membuat orang takut menghadapi tantangan, dan saya percaya pada diri saya sendiri. (Muhammad Ali).

PERSEMBAHAN

1. Untuk Ibu Subathi dan Bapak Parwi yang selalu dan tiada henti mencurahkan kasih sayang, semangat, dukungan dan segalanya untukku.
2. Untuk Simbah Kakung yang selalu menyelipkan namaku di setiap doanya.
3. Untuk segenap keluarga besar yang telah memberikan dukungannya.
4. Untuk Ainul Azkiyah, Nurul Zukhaela, Siti Faiqotul Ulya, dan semua sahabat-sahabatku di jurusan Matematika 2012 yang menemani perjuanganku.
5. Untuk teman-teman kos wisma bunga yang selalu menjadi pengingat ketika malas mendera.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Efektivitas Algoritma *Clarke-Wright* dan *Sequential Insertion* dalam Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG”. Penulisan skripsi ini sebagai syarat mutlak yang harus dipenuhi oleh penulis untuk memperoleh gelar sarjana sains di Universitas Negeri Semarang.

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan karena adanya bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt., Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
4. Dr. Mulyono, M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, motivasi, waktu dan pengarahan selama penyusunan skripsi ini.
5. Endang Sugiharti, S.Si., M.Kom., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, motivasi, waktu dan pengarahan selama penyusunan skripsi ini.

6. Drs. Amin Suyitno, M.Pd., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi ini serta telah memberikan bimbingan dan arahan.
7. Ibu dan Bapak tercinta yang selalu memberikan doa serta memberikan dukungan baik secara moral maupun spiritual.
8. Segenap keluarga besar yang telah memberikan dukungannya.
9. Mahasiswa Matematika angkatan 2012 yang telah memberikan dorongan dan motivasi.
10. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi dalam kemajuan dunia pendidikan dan kepada semua pihak yang berkepentingan.

Semarang, November 2016

UNNES Penulis
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

ABSTRAK

Rupiah, S. 2016. *Efektivitas Algoritma Clarke-Wright dan Sequential Insertion dalam Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Mulyono, M.Si. dan Pembimbing Pendamping Endang Sugiharti, S.Si., M.Kom.

Kata kunci: CVRP, Algoritma *Clarke-Wright*, Algoritma *Sequential Insertion*, Matlab.

Permasalahan rute pendistribusian termasuk dalam *Vehicle Routing Problem* (VRP) yaitu permasalahan penentuan rute kendaraan untuk melayani beberapa pelanggan. Jenis VRP di antaranya *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) di mana setiap kendaraan mempunyai kapasitas yang terbatas. Permasalahan distribusi tabung gas LPG dari salah satu agen LPG di Blora yaitu PT. X ke beberapa sub agen/pangkalan merupakan contoh kasus permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

Dalam penelitian ini, yang menjadi permasalahan adalah bagaimana menyelesaikan masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright* dan algoritma *Sequential Insertion*. Pencarian rute tersebut dilakukan secara hitungan manual dan dengan bantuan program Matlab R2014a. Selanjutnya akan ditentukan keefektifan dari penggunaan kedua algoritma tersebut.

Pengambilan data dilakukan dengan metode observasi dan wawancara secara langsung dengan pegawai di PT. X. Data yang diambil berupa alamat-alamat pelanggan dan jumlah permintaan setiap pelanggan pada bulan April 2016. Selanjutnya dilakukan pencarian jarak dari masing-masing lokasi ke lokasi lain dengan bantuan *google maps*. PT. X Blora mendistribusikan gas LPG 3 kg ke 38 tempat di 7 kecamatan. PT. X biasanya mendistribusikan tabung gas ke pangkalan sebanyak 3 kali seminggu dengan menggunakan 3 kendaraan berkapasitas 560 tabung.

Pada solusi algoritma *Clarke-Wright* diperoleh penghematan jarak sebesar 146,2 km/minggu dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp.94.116,25/minggu. Sedangkan pada solusi algoritma *Sequential Insertion* diperoleh penghematan jarak sebesar 160,2 km/minggu dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp.103.128,75/minggu. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Sequential Insertion* pada kasus ini lebih efektif dibandingkan rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Clarke-Wright*. Dari hasil analisis, diharapkan PT. X menerapkan algoritma *Sequential Insertion* dalam proses pendistribusian tabung gas LPG 3 kg sehingga biaya yang dikeluarkan minimal.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERNYATAAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB	
1. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Batasan Masalah.....	5
1.4 Tujuan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
1.6 Sistematika Penulisan.....	7
2. TINJAUAN PUSTAKA.....	9
2.1 Masalah Distribusi.....	9

2.2 Efektivitas.....	10
2.3 Graf.....	10
2.3.1 Konsep Dasar Teori Graf.....	10
2.3.2 Konsep Graf Berarah (<i>Directed Graph</i> atau <i>Digraph</i>).....	12
2.3.3 Graf Tak Berarah (<i>Undirected Graph</i>).....	13
2.3.4 Graf Berbobot (<i>Weigh Graph</i>).....	14
2.3.5 Jalan (<i>Walk</i>).....	15
2.3.6 Jalan Tertutup.....	15
2.3.7 Jejak (<i>Trail</i>).....	16
2.3.8 Jejak Tertutup.....	16
2.3.9 Sikel (<i>Cycle</i>).....	16
2.3.10 Lintasan (<i>Path</i>).....	16
2.3.11 Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah.....	17
2.4 <i>Vehicle Routing Problem</i>	18
2.5 <i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>	22
2.6 Algoritma <i>Clarke-Wright</i>	28
2.7 Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	33
2.8 <i>Software Matlab</i>	37
2.8.1 Menjalankan Matlab.....	37
2.8.2 Menggunakan Variabel.....	38
2.8.3 Mengenal GUI.....	38
2.8.3.1 <i>Toolbar GUI</i>	39
2.8.3.2 <i>Komponen-Komponen GUI</i>	43

3. METODE PENELITIAN	45
3.1 Metode Pengambilan Data	45
3.2 Analisis Data dan Pemecahan Masalah.....	45
3.3 Penarikan Simpulan.....	46
4. HASIL DAN PEMBAHASAN	47
4.1 Hasil Penelitian	47
4.2 Pembahasan	54
4.2.1 Penyelesaian dengan Algoritma <i>Clarke – Wright</i>	54
4.2.1.1 Rute Pengiriman Pertama.....	54
4.2.1.2 Rute Pengiriman Kedua	59
4.2.1.3 Rute Pengiriman Ketiga.....	64
4.2.2 Penyelesaian dengan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	68
4.2.2.1 Rute Pengiriman Pertama.....	68
4.2.2.2 Rute Pengiriman Kedua	72
4.2.2.3 Rute Pengiriman Ketiga	76
4.2.3 Implementasi Progam	80
4.2.3.1 <i>Form</i> Halaman Depan.....	80
4.2.3.2 <i>Form</i> Halaman Utama (CVRP).....	81
4.2.4 Pengujian Sistem.....	84
4.2.5 Analisis dan Interpretasi Hasil.....	86
5. PENUTUP	89
5.1 Simpulan	89
5.2 Saran.....	91

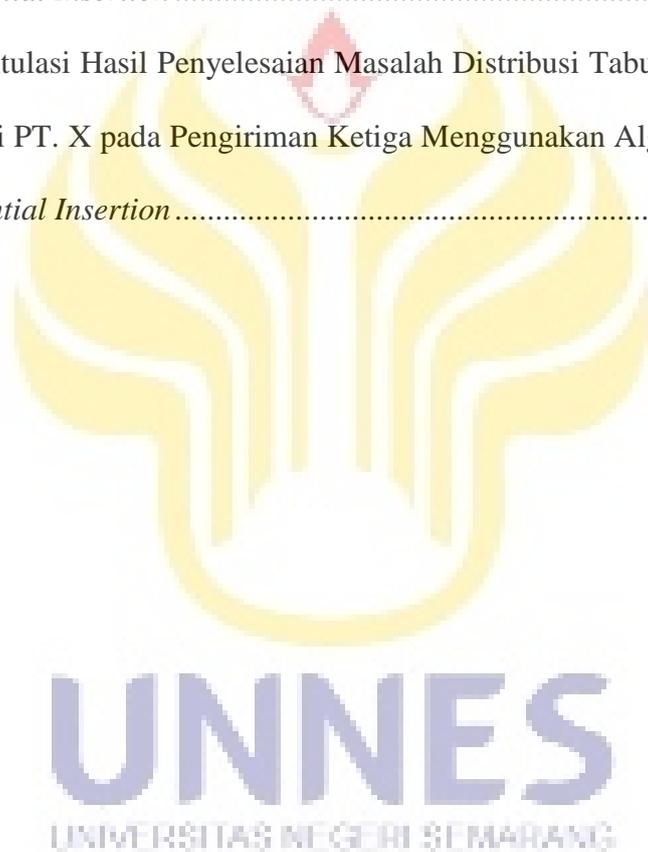
DAFTAR PUSTAKA	92
LAMPIRAN	94



DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Data Permintaan LPG 3 kg PT. X untuk Wilayah Kabupaten Blora pada Pengiriman Pertama	55
4.2 Matriks Jarak Asal – Tujuan (km) pada Pengiriman Pertama.....	55
4.3 Matriks Penghematan (km) pada Pengiriman Pertama	56
4.4 Urutan Nilai <i>Saving</i> dari yang Terbesar ke Terkecil	57
4.5 Rute dan Biaya pada Pengiriman Pertama.....	59
4.6 Data Permintaan LPG 3 kg PT. X untuk Wilayah Kabupaten Blora pada Pengiriman Kedua.....	60
4.7 Matriks Jarak Asal – Tujuan (km) pada Pengiriman Kedua.....	60
4.8 Matriks Penghematan (km) pada Pengiriman Kedua	61
4.9 Urutan Nilai <i>Saving</i> dari yang Terbesar ke Terkecil	61
4.10 Rute dan Biaya pada Pengiriman Kedua	64
4.11 Data Permintaan LPG 3 kg PT. X untuk Wilayah Kabupaten Blora pada Pengiriman Ketiga.....	64
4.12 Matriks Jarak Asal – Tujuan (km) pada Pengiriman Ketiga.....	65
4.13 Matriks Penghematan (km) pada Pengiriman Ketiga	65
4.14 Urutan Nilai <i>Saving</i> dari yang Terbesar ke Terkecil.....	66
4.15 Rute dan Biaya pada Pengiriman Ketiga	68

4.16 Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Masalah Distribusi Tabung Gas LPG di PT. X pada Pengiriman Pertama Menggunakan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	72
4.17 Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Masalah Distribusi Tabung Gas LPG di PT. X pada Pengiriman Kedua Menggunakan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	76
4.18 Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Masalah Distribusi Tabung Gas LPG di PT. X pada Pengiriman Ketiga Menggunakan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	79



DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Contoh Sebuah Graf	11
2.2 Graf Berarah	13
2.3 Graf Tak Berarah	13
2.4 Graf Berarah Berbobot	14
2.5 Graf Tidak Berarah dan Tidak Berbobot	15
2.6 Jalan, Jejak, Lintasan dan Sikel dalam Graf G	17
2.7 Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah.....	18
2.8 Ilustrasi VRP dengan 3 Kendaraan.....	19
2.9 Ilustrasi Konsep Penghematan.....	29
2.10 <i>Flowchart</i> Algoritma <i>Clarke-Wright</i>	32
2.11 Penyisipan Pelanggan pada Rute Saat Ini.....	34
2.12 <i>Flowchart</i> Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	36
2.13 Tampilan Lembar Kerja GUI.....	39
2.14 Tampilan Menu Editor.....	40
2.15 Tampilan Align Object	41
2.16 Tampilan <i>Property Inspector</i>	42
2.17 Komponen-Komponen GUI	43
4.1 Tampilan <i>Form</i> Halaman Depan	81
4.2 Tampilan <i>Form</i> Halaman Utama (CVRP).....	82

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Iterasi pada Pengiriman Pertama Algoritma <i>Clarke-Wright</i>	94
2. Iterasi pada Pengiriman Kedua Algoritma <i>Clarke-Wright</i>	99
3. Iterasi pada Pengiriman Ketiga Algoritma <i>Clarke-Wright</i>	103
4. Perhitungan Total Jarak Tempuh (TJ) pada Busur Penyisipan dengan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	107
5. Perhitungan Total Jarak Tempuh (TJ) pada Busur Penyisipan dengan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	111
6. Perhitungan Total Jarak Tempuh (TJ) pada Busur Penyisipan dengan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	115
7. Tampilan Aplikasi CVRP Menggunakan Matlab	118
8. Kode Program dengan Matlab.....	123
9. Penghematan Jarak dan Biaya Transportasi Selama 1 Minggu	151



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring perkembangan zaman dan teknologi yang semakin canggih, hampir setiap kebutuhan dalam ilmu pengetahuan dan teknologi membutuhkan peranan matematika. Tak dapat dipungkiri bahwa matematika telah menjadi elemen dasar bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi baik dalam unsur kajian umum ilmu murni maupun terapannya memerlukan peranan ilmu matematika sebagai ilmu bantuannya. Matematika sebagai dasar dan sarana ilmu-ilmu lain memunculkan berbagai aplikasi dalam persoalan sehari-hari, salah satu penerapan matematika yang digunakan untuk menyederhanakan masalah ke dalam bentuk matematika adalah teori graf.

Teori graf sebagai salah satu cabang Matematika sebenarnya sudah ada sejak lebih dari dua ratus tahun yang silam. Jurnal pertama tentang teori graf muncul pada tahun 1736, oleh matematikawan terkenal dari Swiss bernama Euler. Dari segi matematika, pada awalnya teori graf “kurang” signifikan, karena kebanyakan dipakai untuk memecahkan teka-teki (*puzzle*), namun akhirnya mengalami perkembangan yang sangat pesat yaitu terjadi pada beberapa puluh tahun terakhir ini. Salah satu alasan perkembangan teori graf yang begitu pesat adalah aplikasinya yang sangat luas dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai bidang ilmu seperti : Ilmu Komputer, Teknik, Sains, bahkan Bisnis dan Ilmu Sosial (Budayasa, 2007:1).

Dalam ilmu bisnis, distribusi merupakan salah satu instrumen terpenting di mana dengan pendistribusian yang tepat, maka akan memberikan keuntungan bagi semua pihak. Permasalahan distribusi dapat diselesaikan dengan konsep teori graf sehingga dapat digambarkan secara ringkas, karena dapat menggunakan simbol atau lambang sehingga lebih mudah dipahami dan mudah untuk diselesaikan. Masalah pendistribusian barang sering kali masih menjadi kendala terbesar terutama bagi perusahaan yang produksinya dalam skala besar.

Salah satu contoh pendistribusian adalah pengiriman tabung gas LPG. Adanya konversi minyak tanah ke gas membuat kebutuhan gas LPG terus mengalami peningkatan. Proses distribusi tabung gas LPG berawal dari pengadaan LPG yang diproduksi dari kilang di dalam negeri dan pengadaan dari impor. LPG yang dari kilang atau impor ini selanjutnya didistribusikan ke depot-depot LPG. LPG dari depot ini selanjutnya disalurkan ke SPBE. Dari SPBE ini, produk LPG mulai dilakukan pengisian ke tabung LPG 3 kg, 12 kg dan 50 kg yang selanjutnya disalurkan ke agen-agen LPG. Kemudian agen LPG ini mendistribusikan ke sub agen/pangkalan LPG. Selanjutnya apabila situasi dan kondisi pasar membutuhkan pasokan LPG maka sub agen/pangkalan LPG akan mendistribusikan ke pengecer atau konsumen akhir langsung.

Pendistribusian produk gas LPG dari SPBE daerah Blora disalurkan ke beberapa agen yang ada di wilayah tersebut. Agen selanjutnya menyalurkan gas LPG ke beberapa sub agen/pangkalan, sedangkan dari masing-masing sub agen/pangkalan menyalurkannya ke pengecer gas LPG terdekat. Selama ini proses pendistribusian yang telah dilakukan sudah baik, namun belum maksimal yang

mengakibatkan jarak pengiriman yang ditempuh cukup panjang serta mengakibatkan biaya distribusi yang lebih besar, untuk itu diharapkan masing-masing agen LPG dapat memiliki perencanaan dalam menentukan jalur distribusi sehingga proses pendistribusian produk LPG dapat berjalan optimal dengan biaya rendah.

Permasalahan rute ini termasuk dalam *Vehicle Routing Problem* (VRP) yaitu permasalahan penentuan rute kendaraan untuk melayani beberapa pelanggan. Bentuk dasar VRP secara umum berkaitan dengan masalah penentuan suatu rute kendaraan (*vehicle*) yang melayani suatu pelanggan yang diasosiasikan dengan titik dengan permintaan (*demand*) yang diketahui dan rute yang menghubungkan depot dengan pelanggan, dan antar pelanggan yang lainnya (Toth & Vigo, 2002).

Dalam pengembangannya, VRP dibedakan menjadi beberapa jenis, hal ini berdasarkan batasan-batasan tertentu yang ditambahkan dan kondisi tertentu yang dimasukkan pada permasalahannya. Jenis VRP di antaranya *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) di mana setiap kendaraan mempunyai kapasitas yang terbatas. Permasalahan distribusi tabung gas LPG dari salah satu agen LPG di Blora yaitu PT. X ke beberapa sub agen/pangkalan merupakan contoh kasus permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

Salah satu metode yang dapat diterapkan untuk menyelesaikan VRP dan variasinya yakni metode heuristik. Metode heuristik merupakan teknik untuk menyelesaikan permasalahan dengan lebih menekankan pada performa komputasi sederhana. Menurut Laporte (1983), salah satu contoh metode heuristik antara lain

metode *Clarke-Wright* dan metode *Sequential Insertion*. Metode *Clarke-Wright* cocok digunakan untuk mengatasi permasalahan yang cukup besar, dalam hal ini adalah jumlah rute yang banyak. Algoritma *Clarke-Wright* melakukan perhitungan penghematan yang diukur dari seberapa banyak dapat dilakukan pengurangan jarak tempuh dan waktu yang digunakan dengan mengaitkan titik-titik yang ada dan menjadikannya sebuah rute berdasarkan nilai *saving* yang terbesar yaitu jarak tempuh antara titik asal dan titik tujuan. Sedangkan metode *Sequential Insertion* memiliki kelebihan dalam pemilihan pelanggan, yakni dengan mempertimbangkan posisi pelanggan tersebut pada busur penyisipan yang tersedia, sehingga didapat hasil yang terbaik. Chairul, dkk (2014) mendefinisikan algoritma *Sequential Insertion* sebagai algoritma untuk memecahkan masalah dengan cara menyisipkan pelanggan di antara pelanggan yang telah terbentuk agar didapat hasil yang maksimal. Telah banyak penelitian dalam proses penyelesaian masalah rute pendistribusian barang menggunakan algoritma *Clarke-Wright* atau algoritma *Sequential Insertion*.

Beberapa penelitian terakhir tentang algoritma *Clarke-Wright* dan algoritma *Sequential Insertion* antara lain, Putra (2014) meneliti tentang efektivitas metode *Sequential Insertion* dan metode *Nearest Neighbour* dalam penentuan rute kendaraan pengangkut sampah di Kota Yogyakarta, Nurhayanti (2013) meneliti tentang perbandingan metode *Branch and Bound* dengan metode *Clarke and Wright Savings* untuk penyelesaian masalah distribusi aqua galon, Rahmawati (2013) meneliti tentang penggunaan algoritma *Clarke and Wright* pada model MDVRPB, Octora (2013) meneliti tentang pembentukan rute

distribusi menggunakan algoritma *Clarke & Wright Savings* dan algoritma *Sequential Insertion*, sedangkan Rahmawati (2014) menyelesaikan permasalahan rute distribusi gas LPG di PT. Wina Putra Jaya menggunakan algoritma *Clarke and Wright Savings*.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk membahas penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG dengan menggunakan algoritma *Clarke-Wright* dan algoritma *Sequential Insertion*. Algoritma-algoritma tersebut diterapkan pada model *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka permasalahan yang dapat dirumuskan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

- (1) Bagaimana penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright*?
- (2) Bagaimana penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Sequential Insertion*?
- (3) Bagaimana efektivitas penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright* dan menggunakan algoritma *Sequential Insertion*?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penulisan tugas akhir skripsi ini adalah masalah rute pengiriman tabung gas LPG 3 kg dari salah satu agen LPG di

Blora yaitu PT. X ke beberapa sub agen/pangkalan yang ada di daerah Blora dengan permintaan bulan April 2016. Pencarian rute tersebut menggunakan algoritma *Clarke-Wright* dan algoritma *Sequential Insertion* serta menggunakan bantuan *software* Matlab. Permasalahan rute pengiriman tabung gas LPG ini merupakan salah satu kasus CVRP yang dapat digambarkan dengan sebuah graf. Di mana setiap rutenya berbentuk sikel karena perjalanan kendaraan berawal dari depot dan berakhir pula di depot.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

- (1) Mengetahui penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright*.
- (2) Mengetahui penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Sequential Insertion*.
- (3) Mengetahui efektivitas penyelesaian masalah rute pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright* dan menggunakan algoritma *Sequential Insertion*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini di antaranya adalah sebagai berikut.

- (1) Menjadi alternatif solusi mengenai penentuan rute pengiriman tabung gas LPG agar menjadi efektif dan efisien.

- (2) Dijadikan salah satu referensi untuk memperluas pemahaman mengenai *Vehicle Routing Problem* (VRP) bagi kalangan akademik khususnya Program Studi Matematika.
- (3) Menambah pengetahuan penulis lebih dalam mengenai sistem pendistribusian dan pengoptimalan penjadwalan serta rute yang efektif dan efisien dengan menggunakan algoritma penyelesaian masalah *Vehicle Routing Problem* (VRP).

1.6 Sistematika Penulisan

Secara garis besar, penulisan tugas akhir ini terdiri dari 3 (tiga) bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir. Bagian awal tugas akhir berisi halaman judul, pernyataan, lembar pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar dan daftar lampiran.

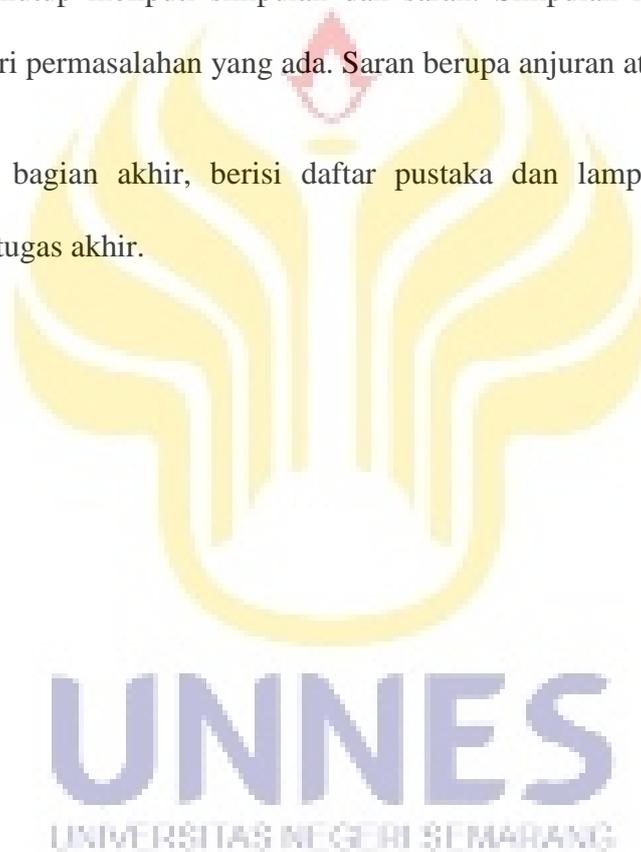
Bagian isi terdiri dari 5 (lima) bab, yaitu sebagai berikut.

- Bab 1 Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan tugas akhir.
- Bab 2 Tinjauan Pustaka meliputi konsep-konsep dasar dari *Vehicle Routing Problem*, *Capacitated Vehicle Routing Problem*, algoritma *Clarke-Wright*, algoritma *Sequential Insertion* dan Matlab .
- Bab 3 Metode Penelitian meliputi metode pengambilan data, analisis data dan pemecahan masalah serta penarikan simpulan.

Bab 4 Hasil Penelitian dan Pembahasan. Pada bab ini dikemukakan hasil penelitian dan pembahasan yang meliputi analisis penggunaan algoritma *Clarke-Wright* dan algoritma *Sequential Insertion* untuk menyelesaikan kasus *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)* dalam penentuan rute pendistribusian tabung gas LPG.

Bab 5 Penutup meliputi simpulan dan saran. Simpulan merupakan jawaban dari permasalahan yang ada. Saran berupa anjuran atau rekomendasi.

Pada bagian akhir, berisi daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung tugas akhir.



BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Masalah Distribusi

Distribusi adalah salah satu aspek dari pemasaran. Menurut Tjiptono (2008) distribusi dapat diartikan sebagai kegiatan pemasaran yang berusaha memperlancar dan mempermudah penyampaian barang dan jasa dari produsen kepada konsumen, sehingga penggunaannya sesuai dengan yang diperlukan (jenis, jumlah, harga, tempat, dan saat dibutuhkan). Sebuah perusahaan distributor adalah perantara yang menyalurkan produk dari pabrik (*manufacturer*) ke pengecer (*retailer*). Setelah suatu produk dihasilkan oleh pabrik, produk tersebut dikirimkan (dan biasanya juga sekaligus dijual) ke suatu distributor. Distributor tersebut kemudian menjual produk tersebut ke pengecer atau pelanggan. Saluran distribusi adalah lembaga-lembaga distributor yang menyalurkan atau menyampaikan barang atau jasa dari produsen ke konsumen.

Kendala yang dihadapi perusahaan dalam mendistribusikan produknya datang dari sisi internal maupun eksternal. Dari sisi internal kendala dapat berasal dari kebijakan yang dikeluarkan perusahaan menyangkut distribusi dan pelayanan, serta sarana-prasarana penunjang dalam distribusi. Sedangkan dari sisi eksternal, kendala dapat berasal dari cara pendistribusian dan tempat yang dituju atau konsumen.

2.2 Efektivitas

Efektivitas berasal dari kata efektif yang berarti berhasil atau sesuatu yang dilakukan berhasil dengan baik. Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) mendefinisikan efektivitas sebagai ketepatan penggunaan untuk menunjang tujuan. Efektivitas merupakan unsur pokok untuk mencapai tujuan atau sasaran yang telah ditentukan sebelumnya.

Pada penelitian ini, peneliti menekankan kata efektivitas pada hasil perbandingan algoritma-algoritma yang digunakan. Algoritma dikatakan efektif apabila algoritma yang dibandingkan menghasilkan rute dengan jarak tempuh yang paling minimal dalam menyelesaikan proses pengangkutan.

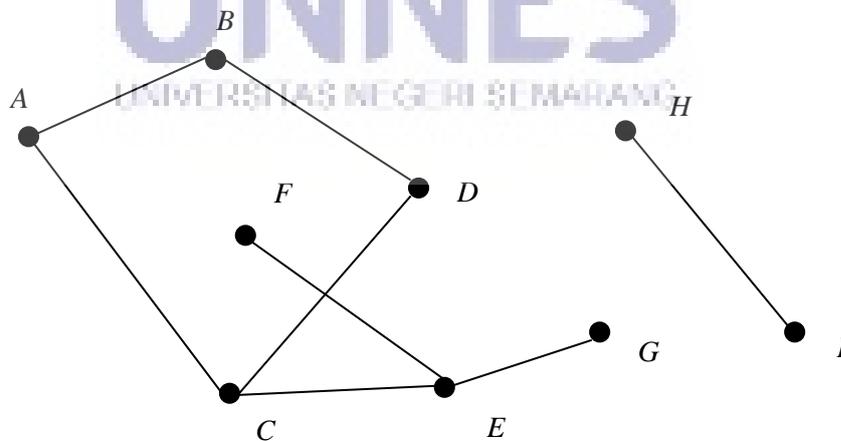
2.3 Graf

2.3.1 Konsep Dasar Teori Graf

Menurut Budayasa (2007: 1), graf adalah himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari obyek-obyek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. Sebuah graf G dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram (gambar) di mana setiap titik G digambarkan dengan sebuah noktah dan setiap sisi yang menghubungkan dua titik di G digambarkan dengan sebuah kurva sederhana (ruas garis) dengan titik-titik akhir di kedua titik tersebut. Sisi yang hanya berhubungan dengan satu titik ujung disebut *loop*. Dua sisi berbeda yang menghubungkan titik yang sama disebut *parallel*.

Dua titik dikatakan berhubungan (*adjacent*) jika ada sisi yang menghubungkan keduanya dan sebuah sisi dikatakan terkait (*incident*) dengan titik yang menghubungkan sisi tersebut. Graf yang tidak mempunyai *loop* ataupun sisi *parallel* disebut Graf Sederhana. Sedangkan graf sederhana dengan n titik, di mana setiap dua titik berbeda dihubungkan dengan suatu sisi disebut Graf Lengkap. Banyaknya sisi dalam suatu graf lengkap dengan n titik adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ buah.

Berdasarkan label sisinya, graf dibagi menjadi dua macam, yaitu graf tak berlabel dan graf berlabel. Dalam graf tak berlabel, sisi yang menghubungkan kedua titik tidak menyatakan bobot atau kualitas hubungan tersebut. Sisi hanyalah sekedar menunjukkan bahwa kedua titik berhubungan. Sebaliknya, dalam graf berlabel, setiap sisi diasosiasikan dengan bilangan riil yang menunjukkan bobot hubungan antara kedua titik. Dalam dunia nyata, bobot sisi menyatakan jarak, waktu, biaya, dll. Sejumlah sisi yang terkait pada sebuah titik disebut derajat titik. Sebagai contoh sebuah graf berikut.



Gambar 2.1 Contoh Sebuah Graf

Gambar 2.1 menunjukkan titik A *adjacent* dengan B dan B *adjacent* dengan D , dan $A-C$ *incident* dengan titik A dan C . Titik H memiliki derajat satu, D memiliki derajat dua dan E memiliki derajat tiga. Dalam menggambar sebuah graf, tidaklah penting apakah sisi yang digambar lurus atau bengkok, panjang atau pendek, yang penting adalah besarnya pengaruh antara sisi dan titik.

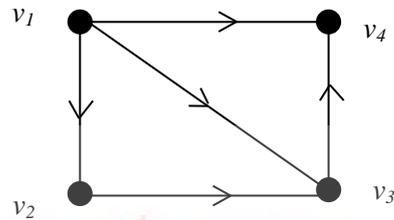
Titik pada graf yang tidak mempunyai sisi yang berhubungan dengannya disebut titik terasing (*isolating point*). Sedangkan, graf yang tidak mempunyai titik (sehingga tidak mempunyai sisi) disebut Graf Kosong. Menurut Munir (2010: 183), garis pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi maka secara umum graf dibedakan atas dua jenis yaitu Graf Tak Berarah (*Undirected Graph*) dan Graf Berarah (*Directed Graph*).

2.3.2 Konsep Graf Berarah (*Directed Graph* atau *Digraph*)

Menurut Budayasa (2007: 214), sebuah graf berarah D adalah suatu pasangan berurutan dari dua himpunan $V(D)$ yaitu himpunan berhingga tak kosong yang anggota-anggotanya disebut titik dan $\Gamma(D)$ yaitu himpunan berhingga (boleh kosong) yang anggota-anggotanya disebut busur sedemikian hingga setiap busur merupakan pasangan berurutan dari dua titik di $V(D)$. Jika v_1 dan v_2 adalah dua titik pada graf berarah D dan $e = (v_1, v_2)$ sebuah busur D , maka e disebut busur keluar titik v_1 dan e disebut busur menuju titik v_2 . Untuk efisiensi, busur $e = (v_1, v_2)$ sering ditulis $(1,2)$.

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai Graf Berarah. Sisi berarah dapat disebut juga dengan sebutan busur (*arc*). Pada graf berarah, (v_i, v_j) dan (v_j, v_i) menyatakan dua busur yang berbeda, dengan kata lain

$(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$. Untuk busur (v_i, v_j) , titik v_i dinamakan titik asal (*initial vertex*) dan titik v_j dinamakan titik terminal (*terminal vertex*).

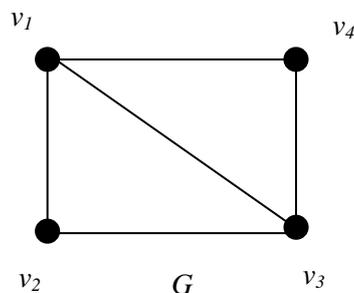


Gambar 2.2 Graf Berarah

Graf pada gambar 2.2 merupakan graf berarah dengan himpunan titik-titik $V(D) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(D) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ yaitu pasangan terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_4), (v_1, v_3)\}$.

2.3.3 Graf Tak Berarah (*Undirected Graph*)

Menurut Siang (2011: 268), graf tak berarah adalah graf yang semua sisinya tidak memiliki arah. Misalkan graf G terdiri dari suatu himpunan V dari titik-titik dan suatu himpunan E dari sisi-sisi sedemikian rupa sehingga setiap sisi $e \in E$ dikaitkan dengan pasangan titik tak terurut. Jika terdapat sebuah sisi e yang menghubungkan titik v dan w , maka dapat dituliskan dengan $e = (v, w)$ atau $e = (w, v)$ yang menyatakan sebuah sisi antara v dan w dapat direpresentasikan dalam bentuk graf seperti tampak pada gambar 2.3.

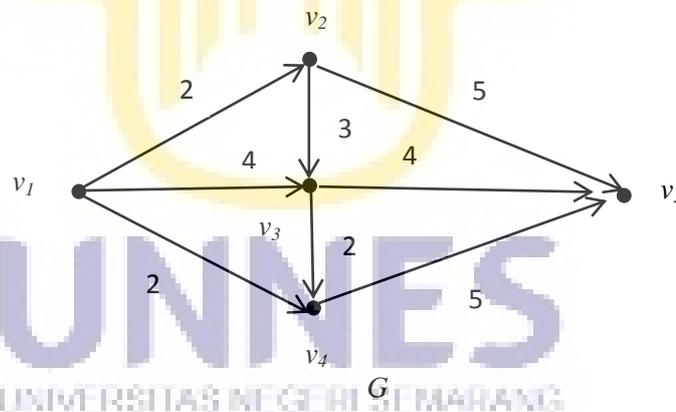


Gambar 2.3 Graf Tak Berarah

Graf pada gambar 2.3 merupakan graf tak berarah dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ yaitu pasangan tak terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_4), (v_1, v_3)\}$.

2.3.4 Graf Berbobot (*Weigh Graph*)

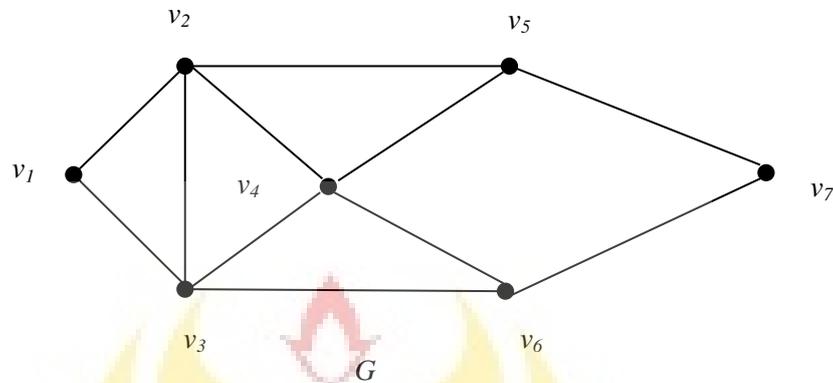
Menurut Nugraha (2011: 72), graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga. Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah tiang listrik, kapasitas, biaya perjalanan antara dua buah kota, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah titik komunikasi ke titik komunikasi lain, ongkos produksi, dan sebagainya. Untuk lebih jelasnya, graf berbobot dapat digambarkan pada gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf Berarah Berbobot

Graf pada gambar 2.4 menunjukkan graf berarah dan berbobot dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$ yaitu pasangan tak terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$. Dengan $w(v_1, v_2) = 2$, $w(v_2, v_3) = 3$, $w(v_3, v_4) = 2$, $w(v_1, v_3) = 4$, $w(v_1, v_4) = 2$, $w(v_2, v_5) = 5$, $w(v_3, v_5) = 4$, $w(v_4, v_5) = 5$.

Graf tidak berarah dan tidak berbobot adalah graf yang tiap sisinya tidak mempunyai anak panah dan tidak berbobot.



Gambar 2.5 Graf Tidak Berarah dan Tidak Berbobot

Graf pada gambar 2.5 menunjukkan graf tidak berarah dan tidak berbobot dengan himpunan titik-titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$ yaitu pasangan tak terurut dari $\{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_7), (v_6, v_7)\}$.

2.3.5 Jalan (Walk)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$ yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi, sedemikian hingga v_{i-1} dan v_i adalah titik-titik akhir sisi e_i , untuk $1 \leq i \leq k$. Titik v_0 dan titik v_k berturut-turut disebut titik awal dan titik akhir W . Sedangkan titik-titik v_1, v_2, \dots, v_{k-1} disebut titik-titik internal W dan k disebut panjang jalan W .

2.3.6 Jalan Tertutup

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Sebuah jalan W dengan panjang positif disebut tertutup, jika titik awal dan

titik akhir dari W identik (sama). Sebuah titik G mungkin saja muncul lebih dari satu kali dalam jalan W , begitu juga dengan sebuah sisi G , boleh muncul lebih dari satu kali pada jalan W .

2.3.7 Jejak (*Trail*)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut sebuah jejak (*trail*).

2.3.8 Jejak Tertutup

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jejak disebut tertutup jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama). Jejak tertutup disebut sirkuit.

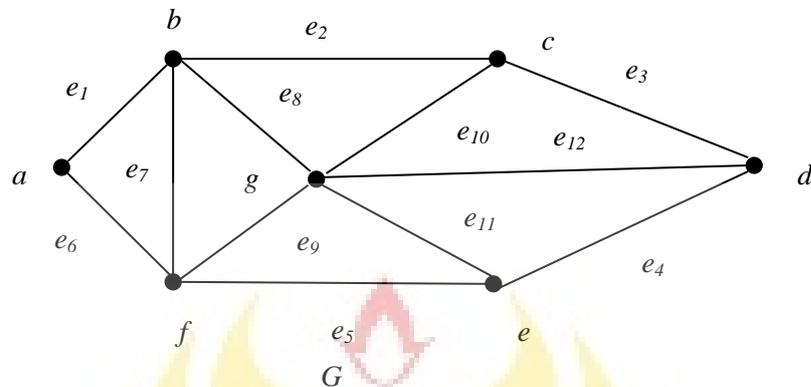
2.3.9 Sikel (*Cycle*)

Menurut Budayasa (2011: 6), sebuah sikel adalah sebuah jejak tertutup (*closed trail*) yang titik awal dan semua titik internalnya berbeda. Banyaknya sisi dalam suatu sikel disebut panjang dari sikel tersebut. Sikel dengan panjang k disebut sikel- k , disimbolkan dengan C_k .

2.3.10 Lintasan (*Path*)

Menurut Budayasa (2011: 6), misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$. Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut sebuah

jejak (*trail*). Jika semua titik $v_0, v_1, v_2, \dots, v_k$ dalam jalan W juga berbeda, maka W disebut lintasan (*path*).



Gambar 2.6 Jalan, Jejak, Lintasan dan Sikel dalam Graf G

Gambar 2.6 merupakan contoh jalan, jejak, lintasan dan sikel yang terletak dalam graf G . Berikut penjelasan jalan, jejak, lintasan dan sikel dalam graf G tersebut.

Jalan : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_3 c$.

Jalan tertutup : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_3 c e_{10} g e_8 b e_1 a$.

Jejak : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_{12} g e_8 b$.

Jejak tertutup (sirkuit) : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_{12} g e_8 b e_7 f e_6 a$.

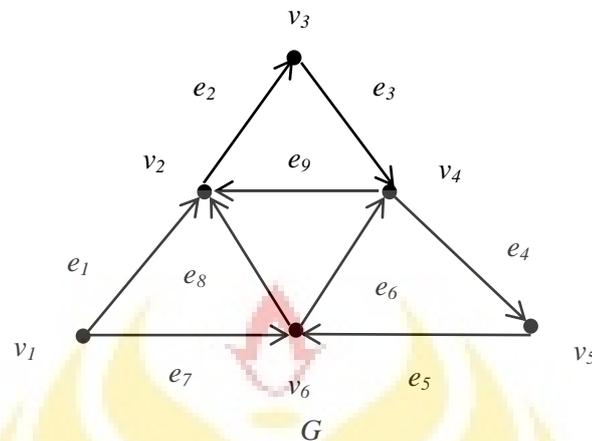
Sikel : $a e_6 f e_5 e_4 d e_{12} g e_8 b e_1 a$.

Lintasan : $a e_1 b e_2 c e_{10} g e_9 f e_5 e_4 d$.

2.3.11 Lintasan Berarah dan Sirkuit Berarah

Menurut Siang (2011: 277), pengertian jalan, lintasan, sirkuit dalam graf berarah sama dengan jalan, lintasan dan sirkuit dalam graf tak berarah, hanya saja dalam graf berarah, perjalanan yang dilakukan harus mengikuti arah garis untuk membedakan dengan graf tak berarah, maka jalan, lintasan dan sirkuit dalam graf

berarah disebut jalan berarah, lintasan berarah dan sirkit berarah. Suatu graf berarah yang tidak memuat sirkit berarah disebut asiklik.



Gambar 2.7 Lintasan Berarah dan Sirkit Berarah

Graf berarah pada gambar 2.7 menunjukkan lintasan berarah dan sirkit berarah pada graf G . Berikut penjelasan lintasan berarah dan sirkit berarah dalam graf G tersebut.

Lintasan berarah : $v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_5$.

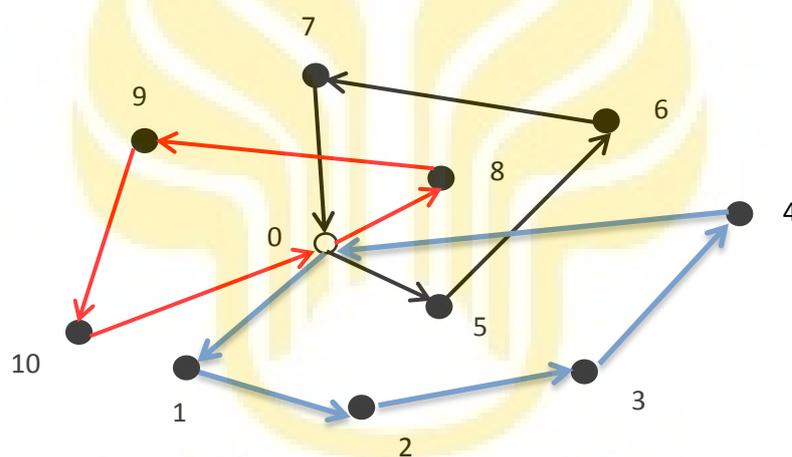
Sirkit berarah : $v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_5 e_5 v_6 e_6 v_4 e_9 v_2$.

2.4 *Vehicle Routing Problem*

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan permasalahan yang membahas mengenai pencarian rute suatu kendaraan dengan tujuan tertentu. Menurut Toth & Vigo (2002), VRP adalah masalah penentuan rute kendaraan dalam mendistribusikan barang dari tempat produksi yang dinamakan depot ke konsumen dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Selain dapat meminimumkan jarak tempuh kendaraan, VRP juga bertujuan meminimumkan biaya transportasi dan waktu tempuh kendaraan yang digunakan.

Permasalahan VRP erat kaitannya dengan pendistribusian produk atau barang antara depot dengan konsumen. Depot digambarkan sebagai gudang atau tempat keluar dan kembalinya kendaraan yang digunakan untuk mendistribusikan barang/produk tersebut kepada konsumen.

Pada gambar 2.8, titik 0 menyatakan depot, titik 1, 2, 3, dan 4 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 1, titik 5, 6, dan 7 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 2, sedangkan titik 8, 9, dan 10 menyatakan konsumen yang dilalui oleh kendaraan 3.



Gambar 2.8 Ilustrasi VRP dengan 3 Kendaraan

VRP pertama kali diteliti oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 dalam kasus penjadwalan kendaraan dan penentuan rutenya. Pada tahun 1964, Clarke dan Wright melanjutkan penelitian tersebut dengan memperkenalkan istilah depot sebagai tempat keberangkatan dan kembalinya kendaraan. Semenjak saat itu penelitian tentang VRP terus berkembang dalam dunia perindustrian, khususnya dalam penentuan rute pendistribusian barang. Selain itu, permasalahan VRP dapat diaplikasikan dalam masalah sistem transportasi sehari-hari, misalnya untuk

perencanaan rute angkutan umum, rute kendaraan pengumpul sampah, rute pembersihan jalan, dan lain sebagainya. Menurut Toth dan Vigo (2002), terdapat beberapa komponen dalam VRP. Karakteristik dari komponen-komponen tersebut perlu diperhatikan di dalam permasalahan VRP. Komponen-komponen VRP antara lain sebagai berikut.

(1) Jaringan Jalan

Jaringan jalan biasanya dideskripsikan dalam sebuah graf yang terdiri dari *edge* (sisi) yang merepresentasikan bagian jalan yang digunakan dan *vertex* (titik) yang merepresentasikan konsumen dan depot.

(2) Konsumen

Dalam menyelesaikan masalah VRP, terlebih dahulu harus menetapkan lokasi konsumen-konsumen yang ada. Kemudian diperhatikan pula permintaan yang dibutuhkan oleh konsumen tersebut. Besarnya permintaan yang dibutuhkan oleh konsumen, mempengaruhi lamanya waktu juga apakah ada rentang waktu (*time window*) yang disyaratkan dalam melayani konsumen-konsumen tersebut.

(3) Depot

Lokasi di mana depot berada juga merupakan komponen yang penting, sebab depot merupakan tempat awal dan berakhirnya suatu kendaraan dalam mendistribusikan barang. Kemudian perlu diketahui jumlah kendaraan yang ada pada depot serta jam operasional yang ditentukan pada depot. Tujuannya untuk membatasi waktu kinerja kendaraan dalam proses distribusi.

(4) Kendaraan

Komponen yang perlu diperhatikan dari kendaraan yaitu antara lain, jumlah dan kapasitas kendaraan yang digunakan. Kapasitas kendaraan tersebut membatasi permintaan konsumen, artinya jumlah permintaan konsumen tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan. Kemudian ditentukan pula bahwasanya dalam satu rute hanya dilayani oleh satu kendaraan. Kemudian dalam satu kendaraan, disediakan alat untuk melayani konsumen (*loading-unloading*) dan biaya-biaya yang berhubungan dengan penggunaan kendaraan tersebut, seperti misalnya bahan bakar yang dikeluarkan, dan lainnya.

(5) Pengemudi

Pengemudi memiliki kendala seperti jam kerja harian, durasi maksimum perjalanan, dan tambahan jam lembur jika diperlukan.

Toth & Vigo (2002) juga mendefinisikan tujuan umum permasalahan VRP yaitu meminimumkan jarak dan biaya tetap yang berhubungan dengan kendaraan, meminimumkan jumlah kendaraan yang dibutuhkan untuk melayani semua konsumen, menyeimbangkan rute-rute dalam hal waktu dan muatan kendaraan, meminimumkan pinalti akibat pelayanan yang kurang memuaskan terhadap konsumen, seperti keterlambatan pengiriman dan lain sebagainya.

Untuk mencapai tujuan-tujuan tersebut, perlu diperhatikan beberapa batasan yang harus dipenuhi yaitu setiap kendaraan yang akan mendistribusikan barang kepada konsumen harus memulai rute perjalanan dari depot, setiap konsumen hanya boleh dilayani satu kali oleh satu kendaraan, setiap konsumen

mempunyai permintaan yang harus dipenuhi, diasumsikan permintaan tersebut sudah diketahui sebelumnya, dan setiap kendaraan memiliki batasan tertentu sehingga setiap kendaraan akan melayani konsumen sesuai dengan kapasitasnya.

Menurut Solomon (1987), variasi dari VRP antara lain :

- (1) *Capacitated VRP (CVRP)*, yaitu setiap kendaraan punya kapasitas yang terbatas.
- (2) *VRP with Time Windows (VRPTW)*, yaitu setiap pelanggan harus disuplai dalam jangka waktu tertentu.
- (3) *Multiple Depot VRP (MDVRP)*, yaitu distributor memiliki banyak depot untuk menyuplai pelanggan.
- (4) *VRP with Pick-Up and Delivering (VRPPD)*, yaitu pelanggan mungkin mengembalikan barang pada depot asal.
- (5) *Split Delivery VRP (SDVRP)*, yaitu pelanggan dilayani dengan kendaraan berbeda.
- (6) *Stochastic VRP (SVRP)*, yaitu munculnya '*random values*' (seperti jumlah pelanggan, jumlah permintaan, waktu pelayanan atau waktu perjalanan).
- (7) *Periodic VRP*, yaitu pengantar hanya dilakukan dihari tertentu.

2.5 *Capacitated Vehicle Routing Problem*

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) adalah bentuk paling dasar dari VRP. CVRP adalah masalah optimasi untuk menemukan rute dengan biaya minimal (*minimum cost*) untuk sejumlah kendaraan (*vehicles*) dengan kapasitas tertentu yang homogen (*homogeneous fleet*), yang melayani permintaan sejumlah

pelanggan yang kuantitas permintaannya telah diketahui sebelum proses pengiriman berlangsung.

Pada dasarnya, dalam CVRP, kendaraan akan memulai perjalanan dari depot untuk melakukan pengiriman ke masing-masing pelanggan dan akan kembali ke depot. Diasumsikan jarak atau biaya perjalanan antara semua lokasi telah diketahui. Jarak antara dua lokasi adalah simetris, yang berarti jarak dari lokasi A ke lokasi B sama dengan jarak dari lokasi B ke lokasi A .

Tonci Caric and Hrvoje Gold (2008) mendefinisikan CVRP sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1}\}$ adalah himpunan titik, v_0 menyatakan depot dan v_{n+1} merupakan depot semu dari v_0 yaitu tempat kendaraan memulai dan mengakhiri rute perjalanan. Sedangkan $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan antar titik. Setiap titik $v_i \in V$ memiliki permintaan (*demand*) sebagai d_i . Himpunan $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ merupakan himpunan kendaraan yang homogen dengan kapasitas yang identik yaitu Q , sehingga panjang setiap rute dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Setiap titik (v_i, v_j) memiliki jarak tempuh c_{ij} yaitu jarak dari titik v_i ke titik v_j . Jarak perjalanan ini diasumsikan simetrik yaitu $c_{ij} = c_{ji}$ dan $c_{ii} = 0$. Permasalahan CVRP adalah menentukan himpunan dari K rute kendaraan yang memiliki kondisi berikut:

- (1) Setiap rute berawal dan berakhir di depot.
- (2) Setiap konsumen harus dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan.
- (3) Total permintaan konsumen dari setiap rute tidak melebihi kapasitas kendaraan.
- (4) Total jarak dari semua rute diminimumkan.

Permasalahan tersebut kemudian diformulasikan ke dalam model matematika dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan.

Didefinisikan variabel keputusannya adalah :

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{jika kendaraan } k \text{ melakukan perjalanan dari titik } v_i \text{ ke titik } v_j \\ 0 & \text{jika kendaraan } k \text{ tidak melakukan perjalanan dari titik } v_i \text{ ke titik } v_j \end{cases}$$

$$u_i^k = \begin{cases} 1 & \text{jika titik } v_i \text{ dilayani oleh kendaraan } k \\ 0 & \text{jika titik } v_i \text{ tidak dilayani oleh kendaraan } k \end{cases}$$

Keterangan:

$K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ kendaraan yang digunakan

V = himpunan titik

A = himpunan sisi berarah (arc), $\{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$

c_{ij} = jarak antara titik v_i ke titik v_j

d_i = jumlah permintaan pada titik v_i

Q = kapasitas masing-masing kendaraan

u_i^k = kendaraan k melayani titik v_i

Selanjutnya fungsi tujuannya meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan. Jika z adalah fungsi tujuan, maka

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan } z = & c_{00} x_{00}^1 + c_{01} x_{01}^1 + \dots + c_{0n} x_{0n}^1 + c_{10} x_{10}^1 + c_{11} x_{11}^1 + \\ & \dots + c_{1n} x_{1n}^1 + \dots + c_{n0} x_{n0}^1 + c_{n1} x_{n1}^1 + \dots + c_{nn} x_{nn}^1 + c_{00} x_{00}^2 + c_{01} x_{01}^2 + \\ & \dots + c_{0n} x_{0n}^2 + c_{10} x_{10}^2 + c_{11} x_{11}^2 + \dots + c_{1n} x_{1n}^2 + \dots + c_{n0} x_{n0}^2 + c_{n1} x_{n1}^2 + \\ & \dots + c_{nn} x_{nn}^2 + \dots + c_{00} x_{00}^m + c_{01} x_{01}^m + \dots + c_{0n} x_{0n}^m + c_{10} x_{10}^m + c_{11} x_{11}^m + \\ & \dots + c_{1n} x_{1n}^m + \dots + c_{n0} x_{n0}^m + c_{n1} x_{n1}^m + \dots + c_{nn} x_{nn}^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^m (c_{00} x_{00}^k + c_{01} x_{01}^k + \cdots + c_{0n} x_{0n}^k + c_{10} x_{10}^k + c_{11} x_{11}^k + \cdots + c_{1n} x_{1n}^k \\
&+ \cdots + c_{n0} x_{n0}^k + c_{n1} x_{n1}^k + \cdots + c_{nn} x_{nn}^k) \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n (c_{i0} x_{i0}^k + c_{i1} x_{i1}^k + c_{i2} x_{i2}^k + \cdots + c_{in} x_{in}^k) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}^k \\
&= \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}^k \tag{2.1}
\end{aligned}$$

dengan kendala-kendala :

- (1) Setiap titik hanya dikunjungi tepat satu kali oleh satu kendaraan. Jika x_{ij}^k bernilai 1, artinya ada perjalanan dari titik v_i ke v_j pada rute k atau $u_i^k = 1$. Sebaliknya jika x_{ij}^k bernilai 0, artinya tidak ada perjalanan dari titik v_i ke v_j pada rute kendaraan k atau $u_i^k = 0$. Sehingga dapat dikatakan bahwa variabel x_{ij}^k dan variabel u_i^k saling berhubungan.

$$\begin{aligned}
&(x_{10}^1 + x_{20}^1 + \cdots + x_{n0}^1 + x_{01}^1 + x_{21}^1 + \cdots + x_{n1}^1 + \cdots + x_{0n}^1 + x_{1n}^1 + \cdots + \\
&x_{n-1n}^1 + x_{10}^2 + x_{20}^2 + \cdots + x_{n0}^2 + x_{01}^2 + x_{21}^2 + \cdots + x_{n1}^2 + \cdots + x_{0n}^2 + x_{1n}^2 + \\
&\cdots + x_{n-1n}^2 + \cdots + x_{10}^m + x_{20}^m + \cdots + x_{n0}^m + x_{01}^m + x_{21}^m + \cdots + x_{n1}^m + \cdots + \\
&x_{0n}^m + x_{1n}^m + \cdots + x_{n-1n}^m) \\
&= \sum_{k=1}^m (x_{10}^k + x_{20}^k + \cdots + x_{n0}^k + x_{01}^k + x_{21}^k + \cdots + x_{n1}^k + \cdots + x_{0n}^k + x_{1n}^k \\
&\quad + \cdots + x_{n-1n}^k) \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{j=0, i \neq j}^n x_{ij}^k = \sum_{k \in K} \sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij}^k = 1, \forall i \in V \tag{2.2}
\end{aligned}$$

- (2) Total jumlah permintaan pelanggan dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan yang melayani rute tersebut. Kapasitas kendaraan untuk memenuhi permintaan pelanggan harus dimaksimalkan namun tidak lebih dari kapasitas kendaraan tersebut.

$$\begin{aligned}
& (d_0 x_{01}^1 + d_0 x_{02}^1 + \dots + d_0 x_{0n}^1 + d_0 x_{01}^2 + d_0 x_{02}^2 + \dots + d_0 x_{0n}^2 + \\
& \dots + d_0 x_{01}^m + d_0 x_{02}^m + \dots + d_0 x_{0n}^m + d_1 x_{10}^1 + d_1 x_{12}^1 + \dots + d_1 x_{1n}^1 + \dots + \\
& d_1 x_{10}^2 + d_1 x_{12}^2 + \dots + d_1 x_{1n}^2 + \dots + d_1 x_{10}^m + d_1 x_{12}^m + \dots + d_1 x_{1n}^m + \dots + \\
& d_n x_{n0}^1 + d_n x_{n1}^1 + \dots + d_n x_{nn-1}^1 + \dots + d_n x_{n0}^2 + d_n x_{n1}^2 + \dots + \\
& d_n x_{nn-1}^2 + \dots + d_n x_{n0}^m + d_n x_{n1}^m + \dots + d_n x_{nn-1}^m) \\
& = \sum_{i=0}^n (d_i x_{i0}^1 + d_i x_{i1}^1 + \dots + d_i x_{in}^1 + d_i x_{i0}^2 + d_i x_{i1}^2 + \dots + d_i x_{in}^2 \\
& \quad + \dots + d_i x_{i0}^m + d_i x_{i1}^m + \dots + d_i x_{in}^m) \\
& = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n d_i x_{ij}^k = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} d_i x_{ij}^k \leq Q, \forall k \in K \tag{2.3}
\end{aligned}$$

- (3) Setiap rute perjalanan kendaraan berawal dari depot

$$\begin{aligned}
& (x_{00}^1 + x_{01}^1 + x_{02}^1 + \dots + x_{0n}^1 + x_{00}^2 + x_{01}^2 + x_{02}^2 + \dots + x_{0n}^2 + \dots + \\
& x_{00}^m + x_{01}^m + x_{02}^m + \dots + x_{0n}^m) \\
& = \sum_{k=1}^m (x_{00}^k + x_{01}^k + x_{02}^k + \dots + x_{0n}^k) \\
& = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{0i}^k = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{0i}^k = 1 \tag{2.4}
\end{aligned}$$

- (4) Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir di depot

$$\begin{aligned}
& (x_{0n+1}^1 + x_{1n+1}^1 + x_{2n+1}^1 + \cdots + x_{nn+1}^1 + x_{0n+1}^2 + x_{1n+1}^2 + x_{2n+1}^2 + \cdots + \\
& x_{nn+1}^2 + \cdots + x_{0n+1}^m + x_{1n+1}^m + x_{2n+1}^m + \cdots + x_{nn+1}^m) \\
&= \sum_{k=1}^m (x_{0n+1}^k + x_{1n+1}^k + x_{2n+1}^k + \cdots + x_{nn+1}^k) \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{in+1}^k = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{in+1}^k = 1 \tag{2.5}
\end{aligned}$$

- (5) Kekontinuan rute, artinya kendaraan yang mengunjungi suatu titik, setelah selesai melayani akan meninggalkan titik tersebut.

$$\begin{aligned}
& (x_{00}^1 + x_{01}^1 + \cdots + x_{0n}^1 + x_{00}^2 + x_{01}^2 + \cdots + x_{0n}^2 + \cdots + x_{00}^m + x_{01}^m + \cdots + \\
& x_{0n}^m + x_{10}^1 + x_{11}^1 + \cdots + x_{1n}^1 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + \cdots + x_{1n}^2 + \cdots + x_{10}^m + x_{11}^m + \\
& \cdots + x_{1n}^m + \cdots + x_{n0}^1 + x_{n1}^1 + \cdots + x_{nn}^1 + x_{n0}^2 + x_{n1}^2 + \cdots + x_{nn}^2 + \cdots + x_{n0}^m + \\
& x_{n1}^m + \cdots + x_{nn}^m) - (x_{00}^1 + x_{01}^1 + \cdots + x_{0n}^1 + x_{00}^2 + x_{01}^2 + \cdots + x_{0n}^2 + \cdots + \\
& x_{00}^m + x_{01}^m + \cdots + x_{0n}^m + x_{10}^1 + x_{11}^1 + \cdots + x_{1n}^1 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + \cdots + x_{1n}^2 + \\
& \cdots + x_{10}^m + x_{11}^m + \cdots + x_{1n}^m + \cdots + x_{n0}^1 + x_{n1}^1 + \cdots + x_{nn}^1 + x_{n0}^2 + x_{n1}^2 + \cdots + \\
& x_{nn}^2 + \cdots + x_{n0}^m + x_{n1}^m + \cdots + x_{nn}^m) \\
&= \sum_{i=0}^n (x_{i0}^1 + x_{i1}^1 + \cdots + x_{in}^1 + x_{i0}^2 + x_{i1}^2 + \cdots + x_{in}^2 + \cdots + x_{i0}^m + x_{i1}^m + \cdots \\
& \quad + x_{in}^m) - \sum_{j=0}^n (x_{j0}^1 + x_{j1}^1 + \cdots + x_{jn}^1 + x_{j0}^2 + x_{j1}^2 + \cdots + x_{jn}^2 + \cdots \\
& \quad + x_{j0}^m + x_{j1}^m + \cdots + x_{jn}^m) \\
&= \sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{j=0}^n x_{ji}^k = \sum_{i \in V} x_{ij}^k - \sum_{j \in V} x_{ji}^k = 0, \forall i, j \in V, \forall k \in K \tag{2.6}
\end{aligned}$$

(6) Batasan ini memastikan bahwa tidak terdapat subroute pada setiap rute yang terbentuk.

$$x_{ij}^k = 1 \Rightarrow u_i^k - d_j = u_j^k, \forall i, j \in V; i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \quad (2.7)$$

$$u_0 = Q, 0 \leq u_i, \forall i \in V \quad (2.8)$$

(7) Variabel keputusan x_{ij}^k merupakan *integer biner*.

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall i, j \in V, i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \quad (2.9)$$

Menggunakan formulasi model matematis CVRP tidak terdapat subroute pada rute-rute yang terbentuk yang dikaitkan dengan batasan kapasitas kendaraan. Variabel keputusan hanya akan terdefinisi jika jumlah permintaan titik v_i dan titik v_j tidak melebihi kapasitas kendaraan.

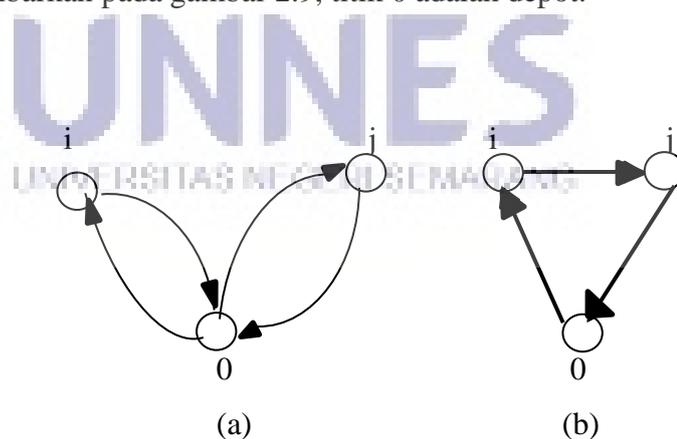
2.6 Algoritma Clarke-Wright

Pada tahun 1964, Clarke dan Wright mempublikasikan sebuah algoritma sebagai solusi permasalahan dari berbagai rute kendaraan, yang sering disebut sebagai permasalahan klasik dari rute kendaraan (*the classical vehicle routing problem*). Algoritma ini didasari pada suatu konsep yang disebut konsep *savings*. Algoritma ini dirancang untuk menyelesaikan masalah rute kendaraan dengan karakteristik sebagai berikut. Dari suatu depot barang harus diantarkan kepada pelanggan yang telah memesan. Untuk sarana transportasi dari barang-barang ini, sejumlah kendaraan telah disediakan, di mana masing-masing kendaraan dengan kapasitas tertentu sesuai dengan barang yang diangkut. Setiap kendaraan yang digunakan untuk memecahkan permasalahan ini, harus menempuh rute yang telah

ditentukan, memulai dan mengakhiri di depot, di mana barang-barang diantarkan kepada satu atau lebih pelanggan (Clarke G. & Wright J.W, 1964).

Permasalahannya adalah untuk menetapkan alokasi untuk pelanggan diantara rute-rute yang ada, urutan rute yang dapat mengunjungi semua pelanggan dari rute yang ditetapkan dari kendaraan yang dapat melalui semua rute. Tujuannya adalah untuk menemukan suatu solusi yang meminimalkan total pembiayaan kendaraan. Lebih dari itu, solusi ini harus memuaskan batasan bahwa setiap pelanggan dikunjungi sekali, di mana jumlah yang diminta diantarkan, dan total permintaan pada setiap rute harus sesuai dengan kapasitas kendaraan.

Algoritma *Clarke-Wright* adalah sebuah algoritma heuristik, dan oleh karena itu tidak menyediakan sebuah solusi yang optimal. Tetapi bagaimanapun juga sering menghasilkan solusi yang baik, yang merupakan suatu solusi yang sedikit berbeda dari solusi optimal. Dasar dari konsep penghematan ini untuk mendapatkan penghematan biaya dengan menggabungkan dua rute menjadi satu rute yang digambarkan pada gambar 2.9, titik 0 adalah depot.



Gambar 2.9 Ilustrasi Konsep Penghematan

Berdasarkan gambar 2.9 (a) tujuan/pelanggan i dan j dikunjungi dengan rute yang terpisah. Untuk mendapatkan penghematan, tujuan/pelanggan i dan j

akan dikunjungi dengan rute yang sama, contoh terlihat pada gambar 2.9 (b). Rute kendaraan yang ditunjukkan diantara titik i dan j oleh c_{ij} , rute kendaraan oleh D_a pada gambar 2.9 (a).

$$D_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0}. \quad (2.10)$$

Ekivalen dengan rute kendaraan D_b pada gambar 2.9 (b) adalah

$$D_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}. \quad (2.11)$$

Dengan menggabungkan kedua rute memperoleh penghematan s_{ij} :

$$s_{ij} = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} - (c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}). \quad (2.12)$$

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{j0} - c_{ij}. \quad (2.13)$$

c_{i0} = jarak dari titik i ke depot.

c_{0j} = jarak dari depot ke titik j .

c_{ij} = jarak dari titik i ke titik j .

s_{ij} = nilai penghematan jarak dari titik i ke titik j .

Nilai penghematan (s_{ij}) adalah jarak yang dapat dihemat jika rute $0-i-0$ digabungkan dengan rute $0-j-0$ menjadi rute tunggal $0-i-j-0$ yang dilayani oleh satu kendaraan yang sama.

Penyelesaian permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) dengan algoritma *Clarke-Wright* melalui beberapa langkah. Adapun langkah-langkah yang diadopsi dari Lita Octora dkk adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Menentukan data pelanggan, jumlah permintaan dan kapasitas kendaraan sebagai input yang dibutuhkan.

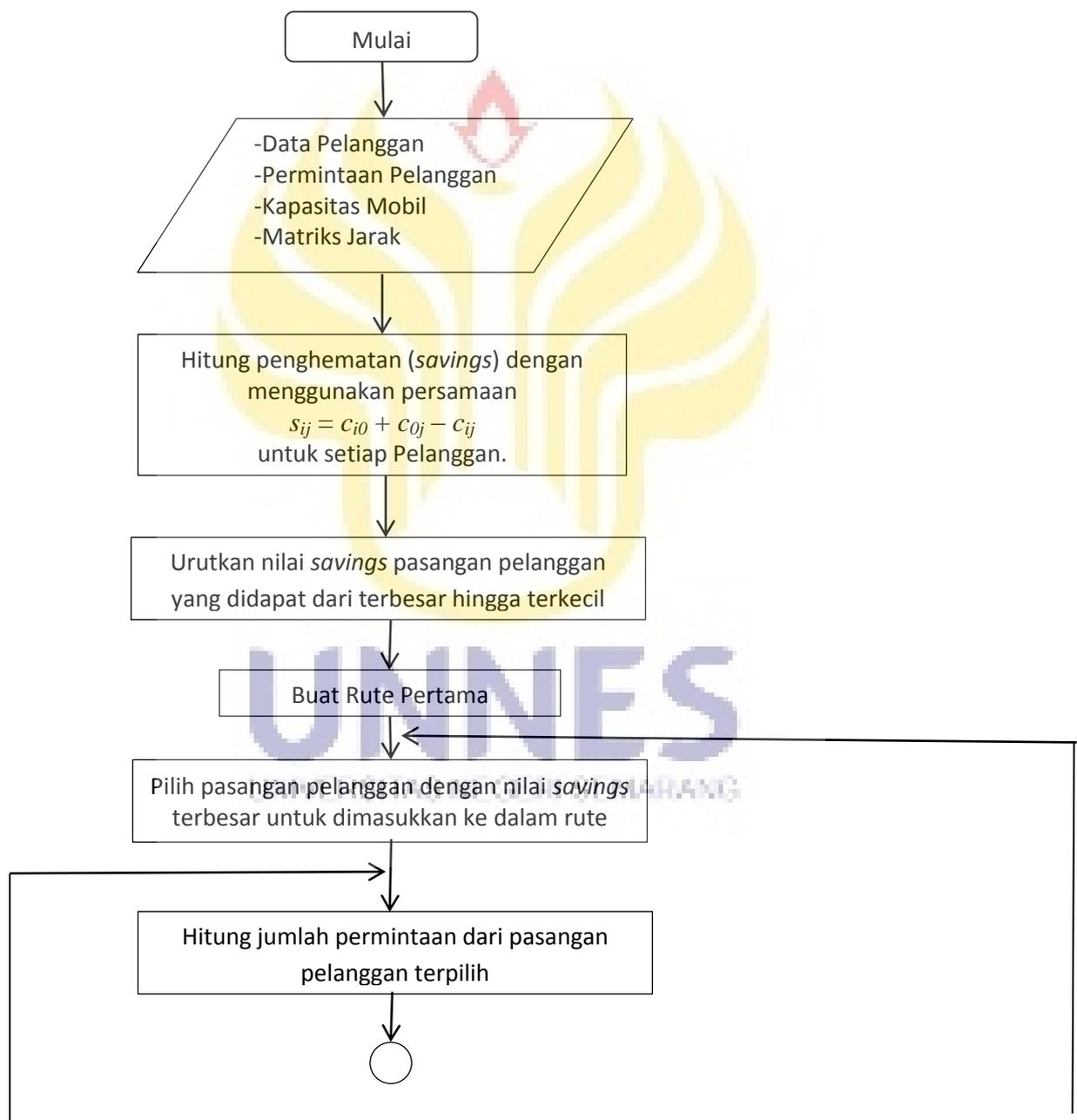
Langkah 2: Buat matriks jarak antar depot ke konsumen dan antar konsumen ke konsumen.

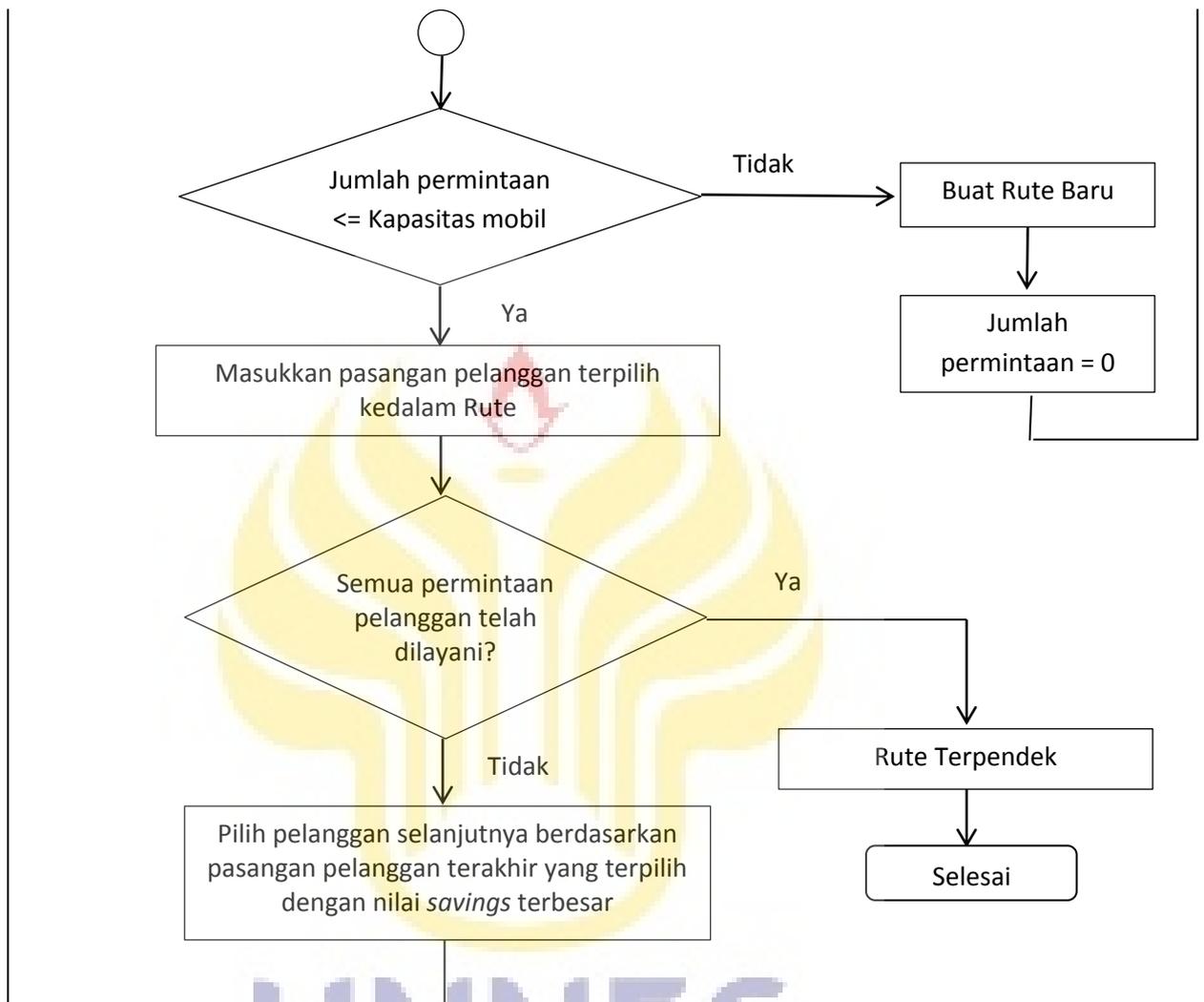
- Langkah 3: Hitung nilai *saving* menggunakan persamaan $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$ pada setiap pelanggan untuk mengetahui nilai penghematan.
- Langkah 4: Urutkan pasangan pelanggan berdasarkan nilai *saving* matriks penghematan dari nilai *saving* terbesar hingga yang terkecil. Langkah ini merupakan iterasi dari matriks penghematan, di mana jika nilai *saving* terbesar terdapat pada titik *i* dan *j* maka baris *i* dan kolom *j* dicoret, lalu *i* dan *j* digabungkan dalam satu kelompok rute, demikian seterusnya sampai iterasi yang terakhir. Iterasi akan berhenti apabila semua entri dalam baris dan kolom sudah terpilih.
- Langkah 5: Pembentukan rute pertama ($t = 1$)
- Langkah 6: Tentukan pelanggan pertama yang ditugaskan pada rute dengan cara memilih kombinasi pelanggan dengan nilai *saving* terbesar.
- Langkah 7: Hitung banyaknya jumlah permintaan dari konsumen yang telah terpilih. Apabila jumlah permintaan masih memenuhi kapasitas kendaraan maka lanjut ke langkah 8. Apabila jumlah permintaan melebihi kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 9.
- Langkah 8: Pilih pelanggan selanjutnya yang akan ditugaskan berdasarkan kombinasi pelanggan terakhir yang terpilih dengan nilai *saving* terbesar, kembali ke langkah 7.
- Langkah 9 : Hapus pelanggan terakhir yang terpilih, lanjut ke langkah 10.
- Langkah 10: Masukkan pelanggan yang terpilih sebelumnya untuk ditugaskan kedalam rute maka rute (*t*) telah terbentuk. Apabila masih ada pelanggan yang belum terpilih maka lanjut ke langkah 11. Apabila

semua pelanggan telah ditugaskan maka proses pengerjaan algoritma *Clarke & Wright* telah selesai.

Langkah 11: Pembentukan rute baru ($t = t+1$), lanjut ke langkah 6.

Berikut ini merupakan *flowchart* algoritma *Clarke-Wright* :





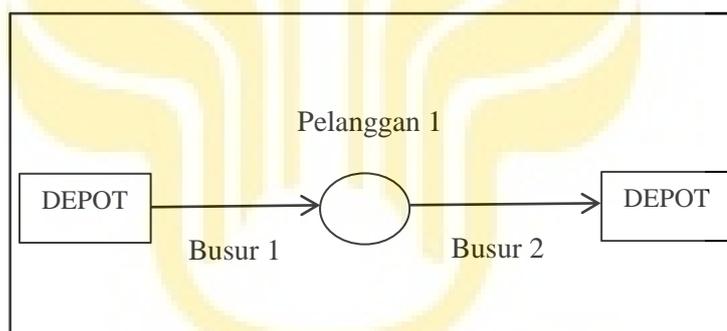
Gambar 2.10 Flowchart Algoritma Clarke-Wright
UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2.7 Algoritma Sequential Insertion

Laporte *et.al* (2000) menyebutkan untuk membentuk solusi VRP, terdapat dua macam cara, yaitu menggabungkan rute yang ada dengan menggunakan kriteria penghematan (*savings criterion*) dan mencoba secara berurutan memasukkan pelanggan dalam rute kendaraan dengan menggunakan kriteria biaya

penyisipan (*cost insertion*). Menurut Campbell dan Savelsbergh (2002), metode yang kedua telah terbukti menjadi metode yang populer digunakan untuk menyelesaikan permasalahan rute dan penjadwalan kendaraan.

Prinsip dasar dari algoritma *Sequential Insertion* adalah mencoba menyisipkan pelanggan di antara semua busur (sisi berarah) yang ada pada rute saat ini. Busur ini didefinisikan sebagai sisi yang menghubungkan secara langsung satu lokasi dengan satu lokasi yang lain. Pada gambar 2.11 pelanggan berikutnya dicoba untuk disisipkan pada busur 1 dan busur 2 yang ada pada rute saat ini.



Gambar 2.11 Penyisipan Pelanggan pada Rute Saat Ini

Kelayakan diperiksa untuk semua pembatas dan kapasitas muatan kendaraan. Pelanggan dan busur yang diberikan tambahan biaya yang paling kecil dan layak selanjutnya dipilih. Prosedur ini terus berulang hingga semua pelanggan telah ditugaskan.

Penyelesaian permasalahan *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)* dengan algoritma *Sequential Insertion* melalui beberapa langkah. Adapun langkah-langkah yang diadopsi dari Lita Octora dkk adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Menentukan data pelanggan, jumlah permintaan, kapasitas kendaraan dan matriks jarak sebagai input yang dibutuhkan.

Langkah 2: Penentuan rute pertama ($t = 1$) yang dimulai dari depot menuju ke konsumen kemudian kembali lagi ke depot, dipilih konsumen yang paling dekat dengan depot.

Langkah 3: Hitung jumlah permintaan dan total jarak tempuh dari pelanggan pada rute.

Langkah 4: Pilih pelanggan dengan total jarak tempuh terkecil untuk dipilih ditugaskan ke dalam rute. Apabila jumlah permintaan kurang dari kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 5. Apabila jumlah permintaan lebih dari kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 6.

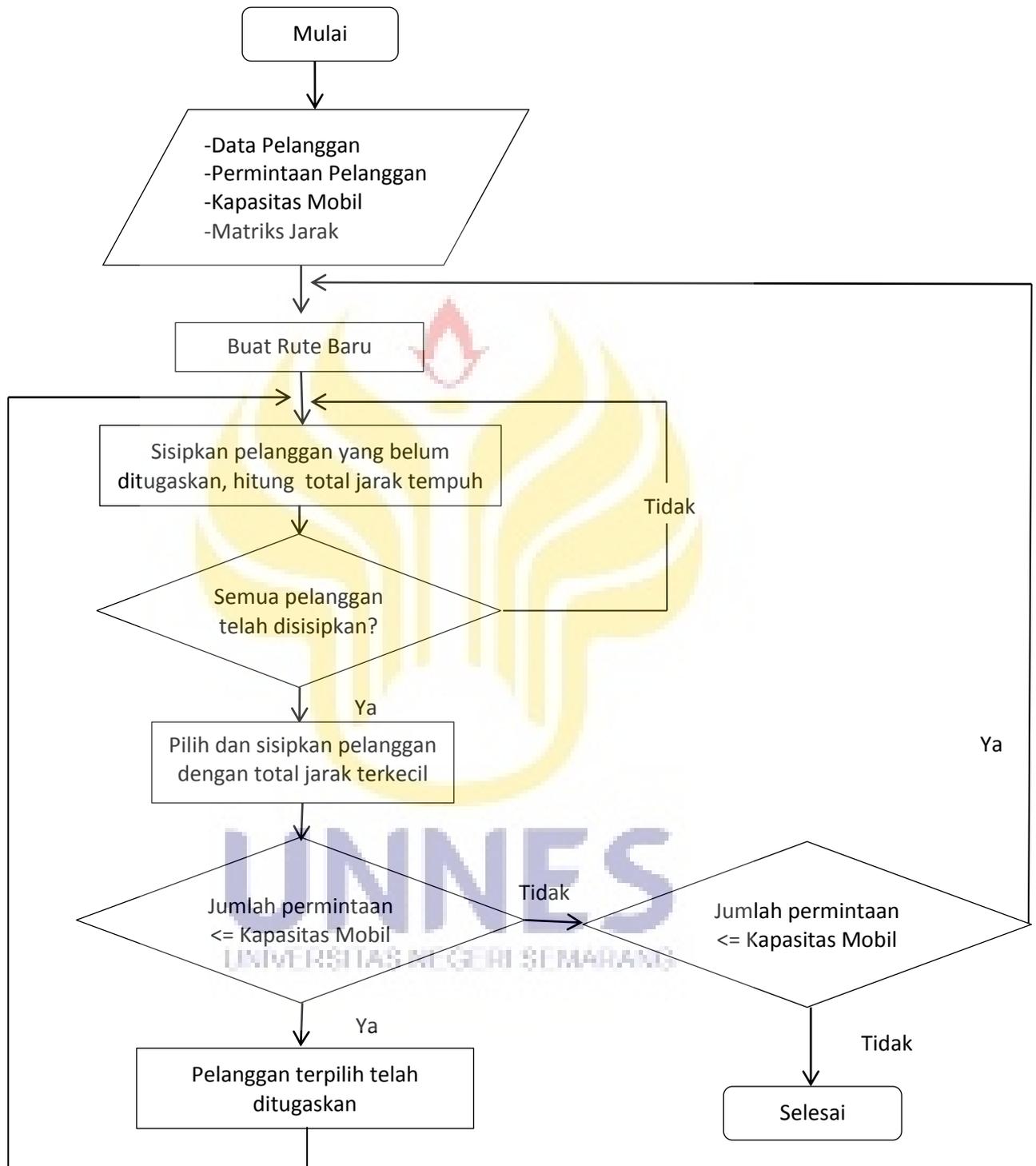
Langkah 5: Pelanggan kemudian ditugaskan ke dalam rute dan rute (t) terbentuk. Kembali ke langkah 4.

Langkah 6: Jika semua pelanggan telah terpilih maka proses pengerjaan algoritma *Sequential Insertion* telah selesai. Apabila masih ada pelanggan yang belum terpilih maka lanjut ke langkah 7.

Langkah 7: Pembentukan rute baru ($t = t+1$), lanjut ke langkah 8.

Langkah 8: Masukkan pelanggan yang belum terpilih untuk ditugaskan ke dalam rute yang akan terbentuk selanjutnya, lanjut ke langkah 4.

Berikut ini merupakan *flowchart* algoritma *Sequential Insertion* :



Gambar 2.12 Flowchart Algoritma Sequential Insertion

2.8 *Software* Matlab

Matlab merupakan bahasa pemrograman yang hadir dengan fungsi dan karakteristik yang berbeda dengan bahasa pemrograman lain yang sudah ada lebih dahulu seperti Delphi, Basic maupun C++. Matlab merupakan bahasa pemrograman level tinggi yang dikhususkan untuk kebutuhan komputasi teknis, visualisasi dan pemrograman seperti komputasi matematik, analisis data, pengembangan algoritma, simulasi dan pemodelan serta grafik-grafik perhitungan.

Matlab hadir dengan membawa warna yang berbeda. Hal ini karena Matlab membawa keistimewaan dalam fungsi-fungsi matematika, fisika, statistik, dan visualisasi. Matlab dikembangkan oleh MathWorks, yang pada awalnya dibuat untuk memberikan kemudahan mengakses data matriks pada proyek Linpack dan Eispack. Saat ini Matlab memiliki ratusan fungsi yang dapat digunakan sebagai problem solver mulai dari simple sampai masalah-masalah yang kompleks dari berbagai disiplin ilmu (Firmansyah, 2007).

2.8.1 Menjalankan Matlab

Berikut langkah-langkah yang dilakukan untuk menjalankan program Matlab.

- (1) Klik pada tombol Start.
- (2) Pilih *All Programs*.
- (3) Klik pada folder Matlab.
- (4) Klik pada ikon Matlab R2014a.

2.8.2 Menggunakan Variabel

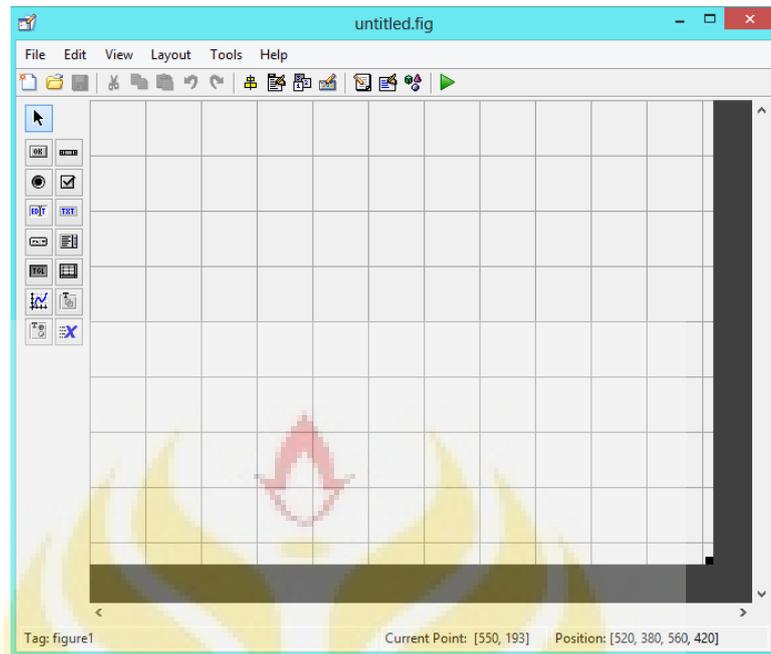
Pada *Command Window*, bisa digunakan variabel. Variabel adalah suatu nama yang dapat dipakai untuk menyimpan suatu nilai yang ada didalamnya bisa diubah sewaktu-waktu. Sebelum mempraktikkan penggunaan variabel, aturan tentang cara menamakan variabel perlu diketahui terlebih dahulu. Aturan yang memberikan nama variabel adalah sebagai berikut.

- (1) Matlab membedakan huruf kecil dan huruf kapital pada penamaan variabel. Dengan demikian *bilangan* dan *Bilangan* adalah dua variabel yang berbeda.
- (2) Nama variabel harus diawali dengan huruf sedangkan kelanjutannya dapat berupa huruf, angka atau tanda garis bawah (`_`).
- (3) Panjang nama variabel dapat mencapai 31 karakter. Jika nama variabel lebih dari 31 karakter, maka karakter ke-32 dan seterusnya diabaikan.

2.8.3 Mengenal GUI

GUI merupakan tampilan grafis yang memudahkan *user* berinteraksi dengan perintah teks. Dengan GUI, program yang dibuat menjadi lebih *user friendly*, sehingga *user* mudah menjalankan suatu aplikasi program (Paulus & Natalia, 2007: 17).

Untuk membuka lembar kerja GUI dalam Matlab, digunakan perintah `File – New – GUI` atau dengan mengetikkan `>> guide` pada *Command Window*. Tampilan lembar kerja GUI dalam Matlab terlihat pada gambar 2.13.



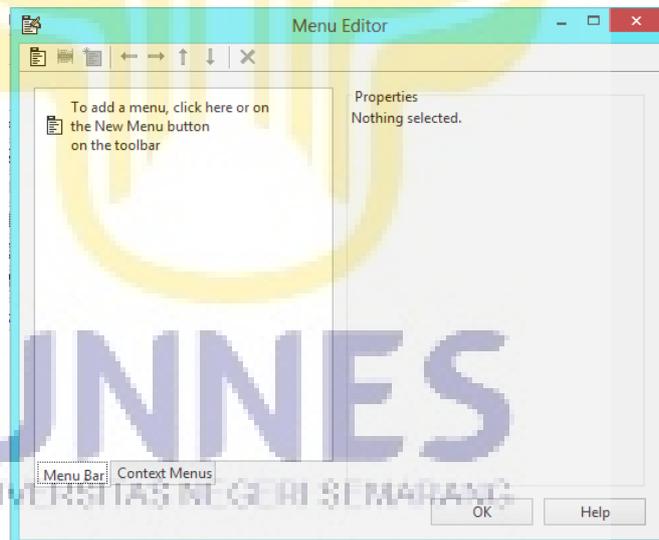
Gambar 2.13 Tampilan Lembar Kerja GUI

2.8.3.1 Toolbar GUI

Berikut adalah penjelasan kegunaan ikon-ikon pada toolbar GUI.

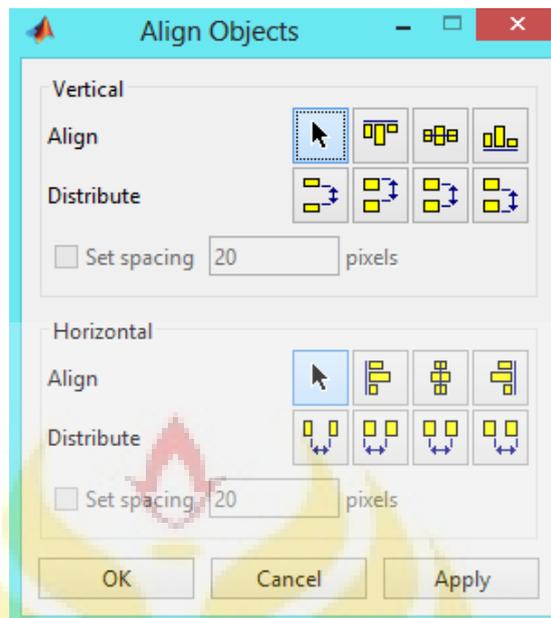
- (1) New , untuk membuka lembar kerja GUI Matlab yang baru.
- (2) Open , untuk membuka file Matlab yang sudah tersimpan.
- (3) Save , untuk menyimpan GUI yang telah dibuat.
- (4) Cut , untuk menghapus komponen GUI supaya dapat disalin kembali.
- (5) Copy , untuk mengkopi komponen GUI supaya dapat disalin.
- (6) Paste , untuk menyalin komponen GUI yang telah dihapus atau dikopi.
- (7) Undo , untuk mengembalikan suatu perintah yang dilakukan sebelumnya.

- (8) Redo , untuk mengembalikan suatu perintah yang dilakukan sebelumnya.
- (9) M-File Editor , untuk membuka *script* program GUI pada m-file editor.
- (10) Menu Editor , terdapat dua menu, yaitu sebagai berikut.
- Menu bar* : untuk membuat menu pada *figure* yang bersangkutan.
 - Context Menu* : akan tampil jika pengguna mengklik mouse pada komponen di menu yang didefinisikan.
- Tampilan Menu Editor terlihat pada gambar 2.14.



Gambar 2.14 Tampilan Menu Editor

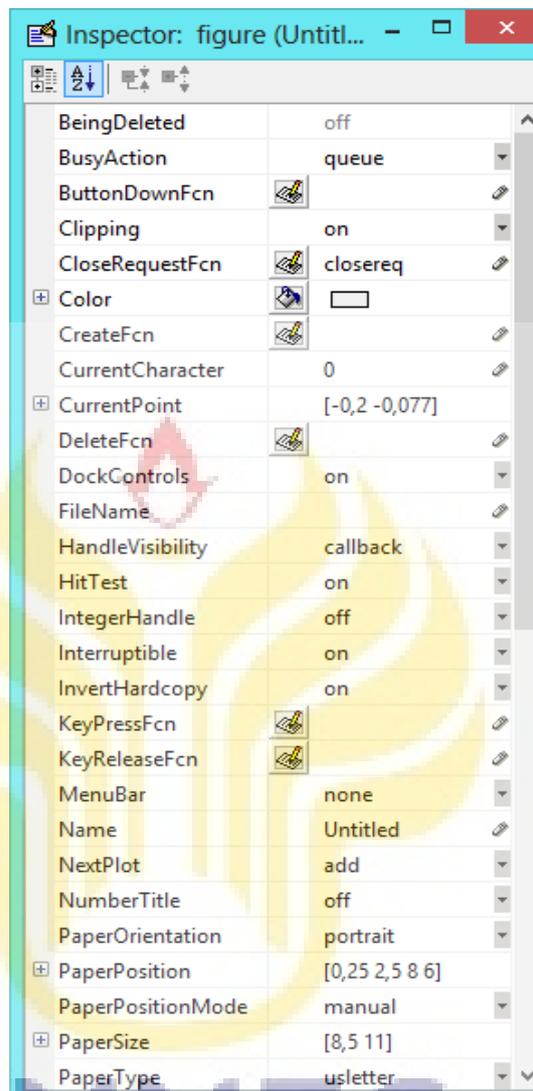
- (11) Align Objects , untuk merapikan beberapa komponen GUI.
- Tampilan Align Object terlihat pada gambar 2.15.



Gambar 2.15 Tampilan Align Object

- (12) *Property Inspector* , untuk membuka properti suatu komponen GUI yang dibuat.

Tampilan *Property Inspector* terlihat pada gambar 2.16.



Gambar 2.16 Tampilan *Property Inspector*

- (13) Object Browser  , untuk menampilkan daftar urutan komponen-komponen GUI pada *figure*.
- (14) Run  , untuk menjalankan program.

2.8.3.2 *Komponen-Komponen GUI*

Komponen-Komponen GUI terlihat pada gambar 2.17.



Gambar 2.17 Komponen-Komponen GUI

- (1) Push Button , push button merupakan tombol yang jika diklik akan menghasilkan suatu tindakan.
- (2) Slider , slider menerima masukan berupa angka pada suatu range tertentu di mana pengguna menggeser kontrol pada slider.
- (3) Radio Button , radio button merupakan kontrol yang digunakan untuk memilih suatu pilihan yang ditampilkan.
- (4) Check Box , check box merupakan kontrol yang digunakan untuk memilih satu atau lebih pilihan dari beberapa pilihan yang ditampilkan.
- (5) Edit Text , edit text merupakan kontrol untuk memasukkan atau memodifikasi teks.

- (6) Static Text , static text merupakan kontrol untuk membuat teks label.
- (7) Pop Up Menu , pop up menu merupakan kontrol yang digunakan untuk membuka tampilan daftar-daftar pilihan yang telah didefinisikan dengan mengklik tanda panah yang terdapat pada pop up menu.
- (8) Listbox , listbox merupakan kontrol yang digunakan untuk menampilkan semua daftar item. Kemudian pengguna memilih satu diantara item-item yang ada.
- (9) Toggle Button , toggle button hampir sama dengan push button, hanya jika push button diklik, tombol akan kembali ke posisi semula. Sebaliknya, jika toggle button diklik, tombol tidak akan kembali ke posisi semula kecuali diklik kembali.
- (10) Axes , axes digunakan untuk menampilkan grafik atau gambar.
- (11) Panel , panel merupakan kotak yang digunakan untuk menandai atau mengelompokkan daerah tertentu pada *figure*.
- (12) Button group , button group hampir sama dengan panel, tetapi button group lebih digunakan untuk mengelompokkan radio button dan toggle button.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

(1) Penyelesaian masalah pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Clarke-Wright* menghasilkan rute-rute sebagai berikut.

a. Pengiriman Pertama : Depot – Alfaj Jaya – Al-Barkah – Al Fian LPG – “Enggal Jaya” Toko – Berkah LPG – Depot, Depot – UD Sejahtera – Dua Putri – Damiu “Toyo Fresh” – Barokah Utama – Depot, Depot – Hutami LPG – Santosa LPG – Bumi Sari – Hari LPG – Depot.

b. Pengiriman Kedua : Depot – Tasman – Lensa Cemerlang – Pak Yudi – Puji Lestari – Depot, Depot – Peje LPG – Toko Dali Mas – Tiyono LPG – Setia Teman – Depot, Depot – Jossindo LPG – Toko Brewok Jaya – To Gik – Kempot LPG – Toko Aris – Depot.

c. Pengiriman Ketiga : Depot – Toko Rico Jaya – Toko Lembu Hafa – UD. Wasiat – Toko SKR – Depot, Depot – UD. Graha Kencana – UD. Alifia – UD. Fortuna – Toko Rahayu – Depot, Depot – Toko Brillian – Toko Kayla – Toko Usaha Sejahtera – Toko Eka – Depot.

Solusi dengan algoritma *Clarke-Wright* selama 1 minggu menghasilkan total jarak tempuh sebesar 697,5 km dan total biaya transportasi sebesar Rp. 449.015,625.

(2) Penyelesaian masalah pendistribusian tabung gas LPG menggunakan algoritma *Sequential Insertion* menghasilkan rute-rute sebagai berikut.

- a. Pengiriman Pertama : Depot – Bumi Sari – Hutami LPG – Damiu “Toyo Fresh” – Santosa LPG – Hari LPG – Depot, Depot – Barokah Utama – Berkah LPG – “Enggal Jaya” Toko – Dua Putri – Depot, Depot – UD. Sejahtera – Alfaj Jaya – Al Barkah – Al Fian LPG – Depot.
- b. Pengiriman Kedua : Depot – Toko Aris – Jossindo LPG – To Gik – Toko Brewok Jaya – Kempot LPG – Depot, Depot – Setia Teman – Toko Dali Mas – Pak Yudi – Tiyono LPG – Depot, Depot – Puji Lestari – Tasman – Lensa Cemerlang – Peje LPG – Depot.
- c. Pengiriman Ketiga : Depot – Toko Usaha Sejahtera – Toko Kayla – Toko Brillian – Toko Eka – Depot, Depot – UD. Alifia – UD. Fortuna – Toko SKR – Toko Rahayu – Depot, Depot – UD. Graha Kencana – UD. Wasiat – Toko Lembu Hafa – Toko Rico Jaya– Depot.

Solusi dengan algoritma *Sequential Insertion* selama 1 minggu menghasilkan total jarak tempuh sebesar 683,5 km dan total biaya transportasi sebesar Rp. 440.003,125.

- (3) Pada solusi algoritma *Clarke-Wright* diperoleh penghematan jarak sebesar 146,2 km/minggu dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp.94.116,25/minggu. Sedangkan pada solusi algoritma *Sequential Insertion* diperoleh penghematan jarak sebesar 160,2 km/minggu dan penghematan biaya transportasi sebesar Rp.103.128,75/minggu. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa rute yang dibentuk menggunakan

algoritma *Sequential Insertion* pada kasus ini lebih efektif dibandingkan rute yang dibentuk menggunakan algoritma *Clarke-Wright*.

5.2 Saran

- (1) Berdasarkan kesimpulan di atas, disarankan kepada PT. X untuk menggunakan metode algoritma *Sequential Insertion* dalam proses pendistribusian tabung gas LPG 3 kg sehingga biaya yang dikeluarkan minimal.
- (2) Pada skripsi ini, program yang dibangun masih menggunakan peta lokasi yang statis. Input matriks jarak antar depot ke pelanggan dan antar pelanggan ke pelanggan juga masih dilakukan secara manual sehingga membutuhkan waktu yang lama atau harus menyediakan matriks jarak nya terlebih dahulu sehingga kurang efektif. Untuk itu perlu diadakan penelitian lebih lanjut agar masalah tersebut dapat terselesaikan.
- (3) Perlu diadakan penelitian lebih lanjut untuk memperlihatkan dan membuktikan keefektifan, kelebihan, keakuratan dan kelemahan dari algoritma *Sequential Insertion*, dengan tujuan untuk membandingkan antara algoritma heuristik yang ada pada berbagai data dengan tujuan titik yang lebih banyak dari yang saat ini diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

- Budayasa, K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.
- Campbell, A. M. & M. Savelsbergh. 2002. *Efficient Insertion Heuristic for Vehicle Routing Problem and Scheduling Problem*. Georgia: Georgia Institute of Technology.
- Chairul, A. 2014. Penentuan Rute Kendaraan Distribusi Produk Roti Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Metode Sequential Insertion. *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, 1(4).
- Clarke, G. & J.W. Wright. 1964. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Point. *Operations Research*, 12(4): 568-581.
- Firmansyah, A. 2007. *Dasar-dasar Pemograman MATLAB*. IlmuKomputer.com.
- Laporte, G. 1983. A Branch and Bound Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problem. *Operation Research Spektrum*, 5: 77-85.
- Laporte, G., M. Gendreau, J.Y. Potvin, & F. Semet. 2000. Classical and Modern Heuristic for The Vehicle Routing Problem. *International Transactions in Operational Research*, 7: 285-300.
- Munir, R. 2010. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.
- Nugraha, W. D. 2011. Aplikasi Algoritma Prim untuk Menentukan Minimum Spanning Tree Suatu Graf Berbobot dengan Menggunakan Pemograman Berorientasi Objek. *Jurnal Ilmiah Forensik*, 1(2). Tersedia di <http://jurnal.untad.ac.id/jurnal/index.php/FORENSIK/article/view/702> [diakses 10-6-2016].
- Octora, L. 2014. Pembentukan Rute Distribusi Menggunakan Algoritma Clarke & Wright Savings dan Algoritma Sequential Insertion. *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional Bandung Indonesia*, 2(2).
- Paulus, E. & Y. Natalia. 2007. *Cepat Mahir GUI MATLAB*. Yogyakarta: C.V. Andi Offset.
- Siang, J. 2011. *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.

Solomon, M. 1987. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Windows Constraints. *Operations Research*, 35(2): 254-265.

Tjiptono, F. 2008. *Strategi Pemasaran*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

Caric, T. & H. Gold. 2008. *Vehicle Routing Problem*. University of Zagreb: In-the Croatia.

Toth, P. & D. Vigo. 2002. An Overview of Vehicle Routing Problems. In *Handbook of The Vehicle Routing Problem*. Edited by Toth, P. *et al*. Philadelphia: Siam. pp. 1-26.

