LONG MEMORY MODEL DENGAN GARCH UNTUK MERAMALKAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN (IHSG)

Skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

Selvidiah Mutiara

4111412061

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2016

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, April 2016

Selvidiah Mutiara

4111412061

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Long Memory Model dengan GARCH untuk Meramalkan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Disusun oleh

Selvidiah Mutiara

NIM 4111412061

Telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada Tanggal 26 April 2016.

Panitia :

Ketua

Prof. Dr. Zaenuri S.E, M.Si, Akt
NIP. 196412231988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji

Dra. Sunarmi, M.Si
NIP. 195506241988032001

Anggota Penguji/Pembimbing 1

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196807221993031005

Anggota Penguji/Pembimbing 2

Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc.
NIP. 198208182006042001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan, maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain) (QS. Al-Insyirah:6).

Barang siapa bertakwa kepada Allah niscaya Allah menjadikan baginya kemudahan dalam segala urusannya (QS. Ath-Thalaq:4).

Barang siapa menempuh suatu jalan untuk mencari ilmu, maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga (H.R. Muslim).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

- Kedua orang tua, Bapak H. Subadi (Alm) dan Ibu Hj. Muntiah, Kakak-kakakku, Iwan Asriyanto dan Agus Supriyadi, serta beserta keluarga tercinta yang senantiasa memberikan dukungan, semangat serta doa.
- Febryan yang selalu memberi semangat dan dukungan.
- Sahabat-sahabatku, Sely Agustina, Nur Hidayah, Rizka Oktaviani dan Khuliyatul Jannah yang selalu memberi semangat.
- Teman-teman Kos Ariesta Sekaran.
- Teman-teman Matematika Angkatan 2012.
- Teman-teman KKN Alt 2A Hidroponik Banjarejo.
- Almamaterku Universitas Negeri Semarang.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT, atas rahmat dan ridho-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains di Universitas Negeri Semarang.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari berbagai pihak yang sejak awal hingga akhir memberikan segenap dukungan, baik moral maupun spiritual. Hanya ucapan terima kasih yang dapat penulis haturkan kepada pihak-pihak yang selalu memberikan dukungan, tenaga, pikiran, dan semangat. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum, selaku Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri Mastur, S.E, M.Si, Akt, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika dan Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, saran, dan motivasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
4. Putriaji Hendikawati, S.Si, M.Pd, M.Sc, selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, saran, dan motivasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
5. Dra. Sunarmi, M.Si, selaku Penguji Utama yang telah memberikan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi.

6. Bapak dan Ibu Dosen Matematika yang telah membimbing dan memberikan ilmu kepada penulis.
7. Bapak (Alm), Ibu, serta Kakakku tercinta yang telah memberikan dukungan baik secara moral maupun spiritual.
8. Semua pihak yang telah ikut membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dengan keterbatasan pengetahuan dan kemampuan yang penulis miliki. Dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Semarang, Maret 2016

Penulis

ABSTRAK

Mutiara, Selvidiah. 2016. *Long Memory Model dan GARCH untuk Meramalkan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Drs. Arief Agoestanto, M.Si dan Pembimbing Pendamping Putriaji Hendikawati, S.Si, M.Pd, M.Sc.

Kata Kunci: *Long Memory*; ARFIMA; GARCH; Heteroskedastisitas.

Model ARFIMA-GARCH merupakan model yang dapat menjelaskan *time series* jangka pendek *(short memory)* maupun jangka panjang *(long memory)* dan dapat digunakan untuk mengatasi masalah residual model ARFIMA yang terindikasi adanya heteroskedastisitas. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menemukan model terbaik ARFIMA-GARCH pada data IHSG dan meramalkan data IHSG untuk periode Oktober sampai November 2016.

Pada penelitian ini dilakukan pengujian *long memory* pada data IHSG yang memberikan hasil data IHSG memiliki ketergantungan jangka panjang *(long memory)*. Oleh karena itu, dilakukan pembentukan model ARFIMA yang memberikan hasil model terbaik ARFIMA(1, 0,499883, 1) dengan nilai AIC 11,2475927. Residual dari model ARFIMA tersebut terindikasi heteroskedastisitas sehingga dilakukan pembentukan model ARFIMA-GARCH yang menghasilkan beberapa model ARFIMA-GARCH yang signifikan. Dari beberapa model tersebut, dilakukan evaluasi atau pengukuran kesalahan model dengan menggunakan kriteria MAPE dan MSE yang memberikan hasil model yang memiliki nilai MAPE dan MSE terkecil adalah ARFIMA(1, 0,499883, 1)-GARCH(1,2). Selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik yang memberikan hasil model terbaik ARFIMA-GARCH untuk data IHSG adalah ARFIMA(1, 0,499883, 1)-GARCH(1,2) dengan nilai MAPE sebesar 10,25% dan MSE sebesar 308.645,200. Jelas bahwa model terbaik ARFIMA-GARCH memiliki ukuran kesalahan model terkecil dan hasil peramalan untuk 47 minggu mendekati data aslinya. Oleh karena itu, model tersebut digunakan pada peramalan data IHSG untuk bulan Oktober sampai November 2016.

Hasil peramalan untuk periode Oktober sampai November 2016 menunjukkan nilai IHSG mengalami penurunan. Prediksi nilai IHSG tertinggi terjadi pada tanggal 3 Oktober 2016 yaitu sebesar 4.512,205 dan yang terendah terjadi pada tanggal 28 November 2016 yaitu sebesar 4.418,462. Penurunan nilai IHSG memberikan arti bahwa tingkat pengembalian selama periode tersebut mengalami penurunan. Oleh karena itu, investor lebih baik tidak melakukan investasi pada bulan Oktober sampai November 2016 untuk meminimalkan resiko.

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pasar modal merupakan pasar abstrak, dimana yang diperjualbelikan adalah dana jangka panjang, yaitu dana yang keterikatannya dalam investasi lebih dari satu tahun. Pasar modal telah menjadi salah satu sumber kemajuan ekonomi, terutama di negara-negara yang menganut sistem ekonomi pasar. Di pasar modal inilah setiap investor dapat memilih berbagai investasi yang ada, dimana setiap investasi memiliki karakteristik tersendiri dalam hal tingkat pengembalian *(return)* dan risiko.

Salah satu instrumen keuangan yang banyak dipilih investor adalah saham. Indikator penting bagi para investor dalam memberikan keputusan untuk menjual, menahan, atau membeli saham dengan menggunakan indeks harga saham. Indeks harga saham merupakan permulaan pertimbangan untuk melakukan investasi, sebab indeks harga saham merupakan cerminan dari pergerakan harga saham. Indeks harga saham dijadikan barometer kesehatan ekonomi suatu negara dan sebagai landasan analisis statistik atas kondisi pasar terakhir. Perkembangan pasar modal Indonesia ternyata mengalami pasang dan surut, seirama dengan perjalanan negara dan bangsa Indonesia, mengakibatkan harga-harga saham di Indonesia mengalami pergolakan dan semakin fluktuatif.

Pergerakan harga saham di pasar modal Indonesia secara keseluruhan dapat diamati melalui Indeks Harga Saham Gabungan atau yang lebih dikenal dengan IHSG. Menurut Anogara (2001) IHSG merupakan indeks yang menunjukkan pergerakan harga saham secara umum yang tercatat di bursa efek yang menjadi acuan tentang perkembangan kegiatan di pasar modal. Dalam suatu pasar modal, IHSG merupakan indikator utama yang menggambarkan pergerakan harga saham di pasar modal, sehingga dapat mempengaruhi perilaku *trader*/investor. Kegiatan jual-beli pada pasar modal selain menguntungkan juga mempunyai resiko yang besar, maka dalam hal ini para investor memerlukan suatu informasi yang bisa dijadikan acuan dalam mengambil keputusan untuk menentukan saham mana yang akan dibeli, dijual atau dipertahankan. Untuk menghasilkan keputusan investasi dalam jangka pendek maupun jangka panjang yang tepat, maka perlu dilakukan peramalan.

Data runtun waktu *(time series)* merupakan data yang diamati menurut urutan waktu untuk suatu peubah tertentu. Model *time series* yang umum digunakan adalah *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Metode yang paling umum digunakan adalah ARIMA. ARIMA sangat efektif digunakan untuk memodelkan data yang tidak stasioner, yang ditunjukkan oleh plot ACF yang turun secara eksponensial atau membentuk gelombang sinus. Ada beberapa data yang tidak stasioner dan plot ACF-nya tidak turun secara eksponensial melainkan secara lambat atau hiperbolik. Data seperti inilah yang dikategorikan sebagai *time series* memori jangka panjang *(long memory)*. Untuk memodelkan *time series* jangka panjang, Hosking (1981) telah memperkenalkan model *Autoregressive Fractionally Integreted Moving Average* (ARFIMA) yang dapat mengatasi kelemahan model ARIMA. Model ARIMA hanya dapat menjelaskan *time series* jangka pendek *(short memory)*, sedangkan model ARFIMA mempunyai kelebihan dapat menjelaskan *time series* baik jangka pendek maupun jangka panjang. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Damayanti (2012) yang membandingkan model terbaik ARFIMA dan ARIMA untuk meramalkan tekanan udara di Kota Padang, ternyata model ARFIMA lebih baik dibandingkan model ARIMA karena model terbaik ARFIMA yang diperoleh memiliki nilai AIC, AICC, dan BICC yang lebih rendah dibandingkan model terbaik ARIMA.

Ketidakpastian yang dihadapi data indeks harga saham biasanya mengakibatkan terjadinya pengelompokan volatilitas *(volatility clustering)* yaitu berkumpulnya sejumlah error dengan besar yang relatif sama dalam beberapa waktu yang berdekatan. Volatilitas digunakan untuk menggambarkan fluktuasi dari suatu data, sehingga memungkinkan datanya bersifat heteroskedastisitas.

Dengan kondisi tersebut diperlukan suatu teknik untuk menangani data yang terindikasi adanya heteroskedastisitas. Jika data tersebut mengalami heteroskedastisitas, maka pemodelan dengan teknik ARFIMA akan menjadi lebih akurat apabila varian errornya juga dilihat pergerakannya dari waktu ke waktu.

Teknik pemodelan yang sesuai untuk menangani data yang terindikasi adanya heteroskedastisitas pertama kali diperkenalkan oleh Engle (1982) dalam memodelkan inflasi yang terjadi di Inggris. Model yang digunakan dalam penelitian tersebut dikenal sebagai *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH). Istilah *conditional heteroscedasticity* (heteroskedastisitas bersyarat) berarti bahwa nilai residual bergantung kepada nilai residual sebelumnya. Kemudian Bollerslev dalam Ramadhan (2013), berpendapat bahwa ragam residual tidak hanya bergantung kepada nilai residual periode lalu, tetapi juga dipengaruhi oleh ragam residual periode sebelumnya. Oleh karena itu, Bollerslev (1986) kemudian mengembangkan model ARCH dengan memasukkan unsur residual periode lalu dan ragam residual untuk memodelkan inflasi yang terjadi di Amerika Serikat. Model ini dikenal sebagai *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH).

Oleh sebab kelebihan yang dimiliki oleh model ARFIMA yang dapat melakukan peramalan jangka pendek maupun jangka panjang dan kelebihan yang dimiliki oleh model GARCH yang dapat menangani data yang terindikasi adanya heteroskedastisitas, serta mengingat pentingnya peramalan harga saham bagi investor untuk menghasilkan keputusan investasi dalam jangka pendek maupun jangka panjang yang tepat, maka dalam penelitian ini dilakukan pemodelan dan peramalan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Indonesia menggunakan ARFIMA-GARCH.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana model terbaik ARFIMA-GARCH pada data IHSG?
2. Bagaimana hasil peramalan model ARFIMA-GARCH pada data IHSG yang dirinci per minggu untuk bulan Oktober sampai November 2016?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini dilakukan pembatasan masalah sebagai berikut.

1. Estimasi parameter model ARFIMA menggunakan metode *Exact Maximum Likelihood* (EML).
2. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Saham Gabungan yang dirinci per minggu mulai bulan Juli 1997 sampai 11 Januari 2016.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menemukan model terbaik ARFIMA-GARCH untuk meramalkan data IHSG.

2. Meramalkan data IHSG yang dirinci per minggu untuk bulan Oktober sampai November 2016 dengan menggunakan model ARFIMA-GARCH.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Bagi Peneliti

   Menambah pengetahuan dan pengalaman agar dapat menerapkan ilmu dan metode matematika untuk menemukan model peramalan yang dapat digunakan dalam memprediksi Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Indonesia.

2. Bagi Jurusan Matematika FMIPA UNNES

   Menambah koleksi penelitian mengenai Analisis Runtun Waktu.

3. Bagi Pembaca

   Dapat menjadi bahan referensi sekaligus sebagai salah satu sumber ilmu bagi pembaca. Di samping itu, penelitian ini juga dapat dijadikan sebagai bahan dalam memprediksi kenaikan atau penurunan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Indonesia.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Runtun Waktu

Stastistika adalah ilmu yang mempelajari tentang data, berdasarkan waktu pengumpulannya data dapat dibedakan menjadi 3, yaitu sebagai berikut.

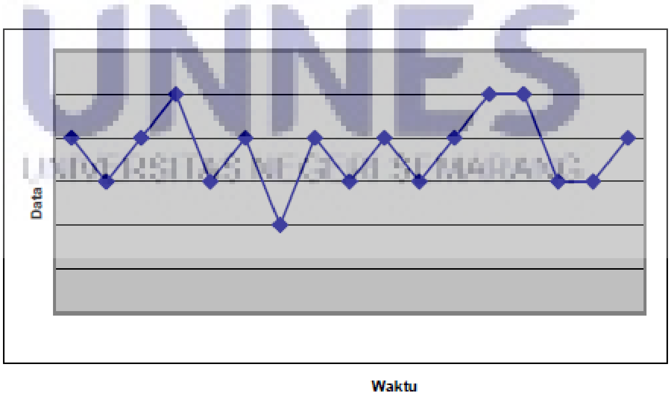
a. Data *Cross Section* adalah jenis data yang dikumpulkan untuk jumlah variabel pada suatu titik waktu tertentu. Model yang digunakan untuk memodelkan tipe ini adalah model regresi.
b. Data runtun waktu *(time series)* adalah jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Model yang digunakan untuk memodelkan tipe ini adalah model-model *time series*.
c. Data Panel adalah jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah kategori. Model yang digunakan untuk memodelkan tipe ini adalah model data panel, model runtun waktu multivariate.

Di dalam meramal nilai suatu variabel di waktu yang akan datang, harus diperhatikan dan dipelajari terlebih dahulu sifat dan perkembangan variabel itu di waktu yang lalu. Nilai dari suatu variabel dapat diramal jika sifat dari variabel tersebut diketahui di waktu sekarang dan di waktu yang lalu, untuk mempelajari bagaimana perkembangan historis dari suatu variabel, biasanya urutan nilai-nilai variabel itu diamati menurut waktu. Urutan waktu seperti itu dinamakan runtun waktu *(time series)*, dengan kata lain runtun waktu adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu peristiwa, kejadian, gejala atau variabel yang diambil dari waktu ke waktu, dicatat secara teliti menurut urut-urutan waktu terjadinya dan kemudian disusun sebagai data. Adapun waktu yang digunakan dapat berupa mingguan, bulanan, tahunan, dan sebagainya (Makridakis *et al*, 1999).

Makridakis *et al* (1999) mengungkapkan bahwa langkah penting dalam memilih suatu metode runtun waktu yang tepat adalah dengan mempertimbangkan jenis pola data, sehingga metode yang paling tepat dengan pola data tersebut dapat diuji. Pola data dapat dibedakan menjadi empat, yaitu sebagai berikut.

a. Pola horizontal (H)

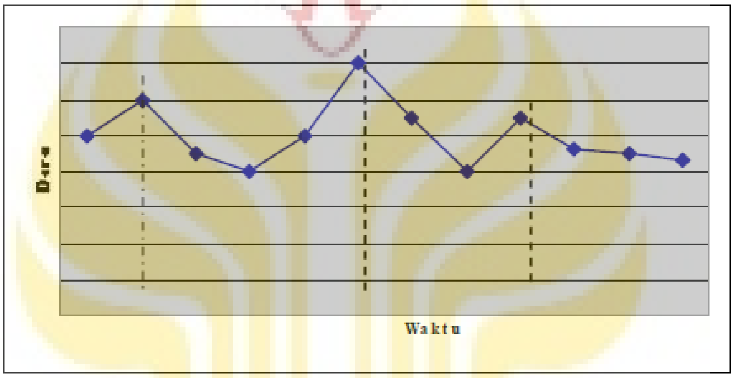
   Terjadi bila mana data berfluktuasi di sekitar rata-rata yang konstan (data ini stasioner terhadap nilai rata-ratanya). Suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun selama waktu tertentu termasuk jenis ini. Secara umum struktur datanya dapat ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Pola Data Horizontal

b. Pola data musiman (S)

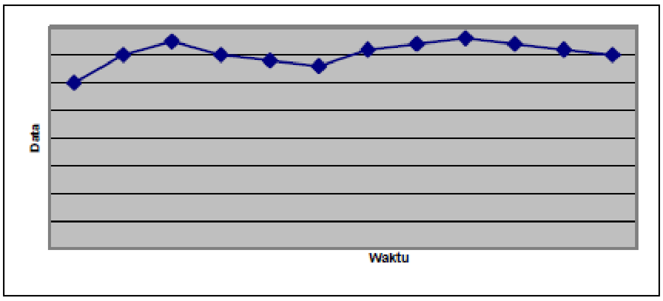
Terjadi bila mana nilai data dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya kuartal tahun tertentu, bulanan atau hari-hari pada minggu tertentu). Penjualan produk minuman, es krim, dan bahan bakar pemanas ruang menunjukkan pola ini. Secara umum struktur datanya dapat ditunjukkan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Pola Data Musiman

c. Pola *siklis* (C)

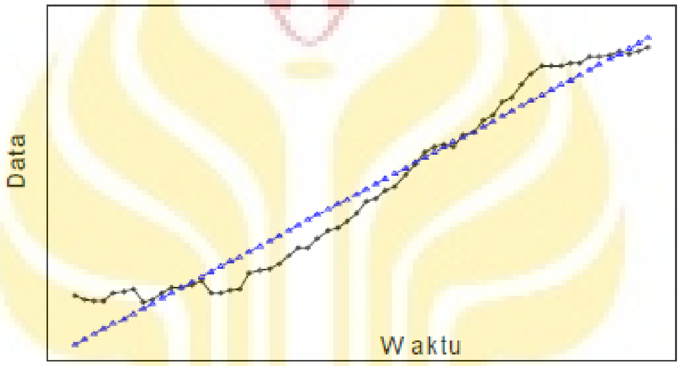
Terjadi bilamana datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis. Penjualan produk seperti mobil, baja, dan peralatan industri lain menunjukkan pola ini. Secara umum struktur datanya dapat ditunjukkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Pola *Siklis*

d. Pola *trend* (T)

Terjadi bilamana ada kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data. Data penjualan suatu perusahaan, produk nasional bruto, dan berbagai indikator bisnis dan ekonomi lainnya mengikuti suatu pola trend selama perubahannya sepanjang waktu. Secara umum struktur datanya dapat ditunjukkan pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Pola *Trend*

Pemodelan *time series* memerlukan asumsi bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time series* dikatakan stasioner jika tidak ada perubahan dalam mean dan perubahan varian. Misal Y_t merupakan suatu variabel random, Y_t dikatakan *strictly stasioner*, jika (Wei, 1990)

1. $\mu_t = E(Y_t) = \mu$ yang berarti rata-ratanya tidak tergantung pada waktu, konstan sepanjang waktu.
2. Jika $E({Y_t}^2) < \infty$ maka ${\sigma_t}^2 = Var(Y_t - \mu) = \sigma^2$ yang berarti variannya tidak tergantung pada waktu, konstan sepanjang waktu.
3. $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E\{[Y_t - \mu][Y_{t+k} - \mu]\} = \gamma_k$ untuk setiap t dan k adalah bilangan bulat.

Dalam pemodelan *time series* sering ditemukan kondisi dengan mean tidak stasioner, sehingga diperlukan suatu cara untuk menstasionerkan data yaitu dengan cara pembedaan *(differencing)* atau biasa ditulis $(1-B)^d$. Pembedaan ini dilakukan agar dapat mengatasi korelasi antara Y_t dengan Y_{t+k}, dengan k yang cukup besar. Pada memori jangka pendek, pembedaan dilakukan dengan *d* bernilai bilangan bulat, sedangkan pada memori jangka panjang, pembedaan dilakukan dengan *d* bernilai bilangan riil.

Dalam pemodelan *time series* juga sering ditemukan kondisi dengan varian tidak stasioner atau tidak konstan. Untuk menstasionerkan data dalam varian dapat dilakukan dengan transformasi data sehingga didapatkan data yang stasioner dalam varian. Salah satu transformasi yang biasa digunakan adalah transformasi Box-Cox *(power transformation)*. Transformasi Box-Cox (Wei, 1990) untuk beberapa nilai yang sering digunakan ditampilkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

Nilai estimasi λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0,5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (tidak ada transformasi)
λ	${Y_t}^{\lambda}$

2.2 Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial

2.2.1 Fungsi Autokorelasi (ACF)

Menurut Wei (1990), $\{Y_t\}$ yang stasioner akan mempunyai nilai mean $E[Y_t] = \mu$, dan varian $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yang mempunyai nilai-nilai yang konstan, serta kovarian $Cov(Y_t, Y_s)$ merupakan fungsi dari perbedaan waktu $(t - s)$. Kovarian antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \qquad (2.1)$$

sedangkan, autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)}\sqrt{Var(Y_{t+k})}} \qquad (2.2)$$

dengan $Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \gamma_0$, sehingga didapatkan

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}. \qquad (2.3)$$

Menurut Wei (1990), untuk suatu proses yang stasioner, fungsi autokovarian γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k memenuhi sifat

1. $\gamma_0 = Var(Y_t), \rho_0 = 1,$
2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0, |\rho_k| \leq 1,$
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}, \rho_k = \rho_{-k}$, untuk semua nilai k.

2.2.2 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Fungsi autokorelasi parsial berguna untuk mengukur tingkat keeratan hubungan antara Y_t dan Y_{t+k} setelah dependensi linear dalam variabel

$Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+k-1}$ telah dihilangkan. Menurut Wei (1990), fungsi autokorelasi parsial (PACF) dapat dinyatakan sebagai

$$\phi_{kk} = Corr(Y_t, Y_{t+k} | Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+k-1})$$

$$= \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_j} \quad (2.4)$$

dengan $\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\phi_{k-1,k-j}$, untuk $j = 1,2, \dots, k-1$.

2.3 Model *Time Series* Stasioner

2.3.1 Model Autoregressive (AR)

Model runtun waktu *autoregressive* merupakan suatu observasi pada waktu t yang dinyatakan sebagai persamaan linear terhadap p waktu sebelumnya ditambah dengan sebuah variabel random a_t. Dalam bentuk persamaan, model ini dapat dinyatakan dengan

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t. \quad (2.5)$$

Diasumsikan $\{a_t\}$ variabel random yang berdistribusi identik dan independen, dengan mean nol untuk setiap t, akibatnya $E[Y_t] = 0$ dan $Var(Y_t)$ konstan (Cryer, 1986).

Fungsi autokorelasi pada model AR dicari dengan mengalikan Y_{t-k} pada kedua sisi persamaan AR(p) dan dicari ekspektasinya

$$E(Y_{t-k}Y_t) = E(\phi_1 Y_{t-k}Y_{t-1}) + E(\phi_2 Y_{t-k}Y_{t-2}) + \cdots + E(\phi_p Y_{t-k}Y_{t-p})$$

$$+E(Y_{t-k}a_t). \quad (2.6)$$

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{t-1} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p},\ k > 0 \quad (2.7)$$

dengan nilai $E(Y_{t-k}a_t) = 0$ untuk $k > 0$. Dengan membagi persamaan di atas dengan γ_0 diperoleh fungsi autokorelasinya

$$\rho_k = \phi_1\rho_{t-1} + \cdots + \phi_p\rho_{k-p},\ \text{untuk } k = 1,2,\ldots \quad (2.8)$$

Pada proses ini kurva fungsi autokorelasinya akan turun secara eksponensial atau menyerupai gelombang sinus. Fungsi autokorelasi parsial untuk model AR adalah

$$\phi_{kk} = 0,\ k > p. \quad (2.9)$$

Pada proses ini autokorelasi parsial bernilai nol setelah lag p atau kurva akan terputus setelah suku ke-p. untuk setiap proses, kurva estimasi akan dipandang sebagai himpunan parameter-parameter terakhir yang diperoleh jika berturut-turut model $AR(p), p = 1,2,\ldots$ digunakan pada data.

2.3.2 Model Moving Average (MA)

Pada model *moving average*, observasi pada waktu t dinyatakan sebagai kombinasi linear dari sejumlah variabel random a_t. Menurut Cryer (1986), model dari *moving average* dapat ditulis

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q}. \quad (2.10)$$

Diasumsikan $\{a_t\}$ variabel random yang berdistribusi identik dan independen, dengan mean nol untuk setiap t, akibatnya $E[Y_t] = 0$ dan $Var(Y_t)$ konstan.

Untuk proses MA(q) variannya adalah $Var(Y_t) = {\sigma_a}^2 \sum_{j=0}^{q} \theta_j^2$, dengan nilai $\theta_0 = 1$ dan autokovariannya adalah

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2(-\theta_0 + \theta_1\theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q), k = 1,2,\ldots,q \\ 0, k > q \end{cases} \quad (2.11)$$

sehingga diperoleh fungsi autokorelasinya

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(-\theta_0 + \theta_1\theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2}, k = 1,2,\ldots,q \\ 0, k \geq q+1 \end{cases}. \quad (2.12)$$

Pada grafik fungsi autokorelasi akan bernilai nol setelah lag q, dan grafik fungsi autokorelasi parsial akan turun secara eksponensial atau membentuk gelombang sinus untuk k yang semakin besar.

2.3.3 Model Autoregressive Moving Average (ARMA)

Untuk mendapatkan parameter *parsimony* (model mempunyai parameter yang sedikit), terkadang kedua bentuk *autoregressive* dan *moving average* perlu dimasukkan dalam model. Dengan demikian, model dapat ditulis dalam bentuk

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots$$
$$-\theta_q a_{t-q} \quad (2.13)$$

atau bisa ditulis sebagai

$$\phi_p(B)Y_t = \theta_q(B)a_t \tag{2.14}$$

dengan $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$ dan $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q$. Model ini disebut sebagai model *Autoregressive Moving Average* orde *(p,q)*, atau biasa disebut sebagai model ARMA(*p*,*q*), dimana *p* dan *q* masing-masing menunjukkan orde dari proses *autoregressive* dan *moving average* (Cryer, 1986).

2.4 *Time Series* Tidak Stasioner

2.4.1 Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Apabila pola data stasioner terhadap mean tidak dipenuhi maka perlu dilakukan suatu cara untuk membuat menjadi stasioner. Runtun waktu yang tak stasioner dapat diubah menjadi stasioner dengan melakukan pembedaan. Secara umum proses pembedaan pada suatu data runtun waktu dengan orde *d* dapat ditulis

$$W_t = (1 - B)^d Y_t, \tag{2.15}$$

dengan nilai d=1,2,…,n. Proses pembedaan orde pertama dapat ditulis

$$W_t = (1 - B)^1 Y_t = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.16}$$

dengan

Y_t adalah observasi pada waktu ke-t, t=1,2,…,n,

Y_{t-1} adalah observasi pada satu periode sebelumnya (t-1), dan

W_t adalah data setelah pembedaan.

Apabila pola data stasioner dalam varian tidak dipenuhi, maka dapat dilakukan transformasi data untuk menstasionerkan data tersebut.

Bentuk umum ARIMA*(p,d,q)* adalah

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_q(B)a_t \tag{2.17}$$

dengan

$\phi_p(B)$ disebut operator *autoregressive*,

$\phi_p(B)(1-B)^d$ disebut operator *generalized autoregressive* non stasioner, dan

$\theta_q(B)$ disebut operator *moving average* yang diasumsikan *invertible*.

2.4.2 Model Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

Proses ARIMA sering dinyatakan sebagai proses jangka pendek *(short memory)* karena autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} turun secara cepat untuk $k \to \infty$, dalam kasus-kasus tertentu autokorelasi turun lambat secara hiperbolik untuk lag yang semakin besar. Hal ini menunjukan adanya hubungan antara pengamatan yang jauh terpisah atau memiliki ketergantungan jangka panjang (Ningrum, 2009).

Autocorrelation function (ACF) dikatakan proses memori jangka panjang jika $\lim_{t\to\infty} \sum_{k=1}^{t} |\rho_k|$ tidak konvergen. Fungsi autokorelasi berkala Y_t dikatakan mengikuti proses memori jangka pendek jika $\lim_{t\to\infty} \sum_{k=1}^{t} |\rho_k| < \infty$, dan sebaliknya Fungsi autokorelasi berkala Y_t dikatakan mengikuti proses memori jangka panjang jika $\lim_{t\to\infty} \sum_{k=1}^{t} |\rho_k| = \infty$ (Ningrum, 2009). Selain itu, *long memory* juga dapat dideteksi dengan melihat plot ACF yang ditunjukkan dengan autokorelasinya turun secara hiperbolik.

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan pengembangan dari model ARIMA. Suatu proses dikatakan mengikuti model ARFIMA jika nilai *d* adalah riil. ARFIMA disebut juga ARIMA yang nilai d tidak hanya berupa nilai *integer*, melainkan termasuk juga nilai-nilai riil yang disebabkan oleh adanya memori jangka panjang. Menurut Doornik dan Ooms (1999), model ARFIMA*(p,d,q)* dapat ditulis

$$\phi(B)\nabla^{d}Y_t = \theta(B)a_t,\ t = 1,2,\dots,T \quad (2.18)$$

dengan level integrasi *d* merupakan bilangan riil dan $a_t \sim IID(0,\sigma_t^2)$. Filter pembeda ∇^d pada rumus di atas disebut *Long Memory Filter* (LMF) yang menggambarkan adanya ketergantungan jangka panjang dalam deret. Filter ini diekspansikan sebagai deret Binomial

$$\nabla^{d} = (1-B)^{d} = \sum_{j=0}^{\infty}\binom{d}{j}(-1)^{j}B^{j} \quad (2.19)$$

dengan $\binom{d}{j} = \frac{d!}{j!(d-j)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d-j+1)}$ dan $\Gamma(x)$ merupakan fungsi gamma, sehingga

$$\nabla^{d} = \binom{d}{0}(-1)^{0}B^{0} + \binom{d}{1}(-1)^{1}B^{1} + \binom{d}{2}(-1)^{2}B^{2} + \binom{d}{3}(-1)^{3}B^{3} + \cdots$$

$$= \frac{d!}{0!\,(d-0)!}B^{0} - \frac{d!}{1!\,(d-1)!}B^{1} + \frac{d!}{2!\,(d-2)!}B^{2} - \frac{d!}{3!\,(d-3)!}B^{3} + \cdots$$

$$= 1 - dB + \frac{1}{2}(1-d)dB^{2} - \frac{1}{6}(1-d)(2-d)dB^{3} + \cdots. \quad (2.20)$$

Menurut Hosking (1981), karakteristik deret yang *fractionally integrated* untuk berbagai nilai *d* adalah

1. $|d| \geq \frac{1}{2}$ menyatakan proses panjang dan tidak stasioner.
2. $0 < d < \frac{1}{2}$ menyatakan proses berkorelasi panjang stasioner dengan adanya ketergantungan positif antar pengamatan yang terpisah jauh yang ditunjukkan dengan autokorelasi positif dan turun lambat dan mempunyairepresentasi *moving average* orde tak hingga.
3. $-\frac{1}{2} < d < 0$ menyatakan proses berkorelasi panjang stasioner dengan memiliki ketergantungan negatif yang ditandai dengan autokorelasi negatif dan turun lambat serta mempunyai representasi *autoregressive* orde tak hingga.
4. $d = 0$ menyatakan proses berkorelasi pendek.

Untuk fungsi autokovarian dan autokorelasi dapat dicari sebagai berikut. Fungsi autokovarian dari $\{Y_t\}$ adalah

$$\gamma_k = E(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{(-1)^k(-2d)!}{(k-d)!(-k-d)!} \qquad (2.21)$$

sehingga fungsi autokorelasi dari $\{Y_t\}$ adalah

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{(-d)!(k+d-1)!}{(d-1)!(k-d)!},\ k = 0,1,\ldots \qquad (2.22)$$

dengan $\gamma_0 = \frac{(-2d)!}{\{(-d)!\}^2}$ serta $\rho_1 = \frac{d}{1-d}$.

Ketika memodelkan *time series* memori jangka panjang, model ARFIMA memberikan hasil yang tidak dapat diperoleh dengan model tak fraksional ARIMA. Parameter pembedaan fraksional menangkap adanya fenomena jangka panjang tanpa menimbulkan masalah-masalah yang berkaitan dengan model ARMA. Menurut Sowell (1992), masalah yang mungkin muncul dalam memodelkan *time series* jangka panjang dengan ARMA antara lain.

1. Dengan menggunakan model ARMA untuk menangkap fenomena jangka panjang *(long memory)*, apabila parameter AR atau MA mampu menangkap fenomena jangka panjang maka pendekatan untuk jangka pendek akan terabaikan. Sebagai contoh, dengan parameter AR(1) tidak mungkin dapat memodelkan korelasi yang tinggi pada siklus sepuluh tahunan. Masalah yang sama muncul dalam memodelkan ketergantungan jangka panjang yang negatif.
2. Sebaliknya, jika dugaan akan adanya fenomena jangka panjang pada deret diabaikan untuk mendapatkan model yang lebih baik untuk fenomena jangka pendek, maka tidak ada cara yang tepat dalam menggambarkan parameter AR dan MA untuk menggambarkan karakteristik jangka panjang pada deret, walaupun sebenarnya peneliti menemukan fenomena jangka panjang pada deret.

Model ARFIMA*(p,d,q)* lebih dapat diterima bahkan untuk permasalahan tidak fraksional ARMA*(p,q)*. Model ARFIMA akan tak stasioner jika $d \geq \frac{1}{2}$. Bagaimanapun juga ketergantungan jangka panjang ini berhubungan dengan seluruh $d > 0$ yang menangkap fenomena jangka panjang tanpa berpengaruh terhadap jangka pendeknya.

Keuntungan yang didapat jika menggunakan model ARFIMA*(p,d,q)* menurut Sowell (1992) adalah

1. Mampu memodelkan perubahan yang tinggi dalam jangka panjang *(long term persistence).*
2. Mampu menjelaskan struktur korelasi jangka panjang dan jangka pendek sekaligus.
3. Mampu memberikan model dengan parameter yang lebih sederhana *(parsimony)* baik untuk data dengan memori jangka panjang maupun jangka pendek.

Langkah-langkah yang ditempuh dalam pemodelan ARFIMA adalah estimasi parameter, pengujian parameter, pengujian diagnostik model, dan pemilihan model terbaik.

1. Estimasi Parameter

   Menurut Doornik dan Ooms (1999), ada beberapa metode estimasi parameter model ARFIMA antara lain Geweke dan Porter Hudak (GPH), *Non-Linear Least Square* (NLS), *Exact Maximum Likelihood* (EML) dan *Modified Profile Likelihood* (MPL). Pada penelitian ini, akan digunakan metode EML. Fungsi autokovarian dari model ARMA stasioner dengan mean μ adalah

$$\gamma_i = E[(y_t - \mu)(y_{t-i} - \mu)]. \qquad (2.23)$$

Didefinisikan matriks kovarian dari distribusi bersama $y = [y_1, y_2, \dots, y_t]'$ adalah

$$V[y] = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{T-2} & \gamma_{T-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & & & \gamma_{T-2} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \gamma_{T-2} & & & & \gamma_1 \\ \gamma_{T-1} & \gamma_{T-2} & \cdots & \gamma_1 & \gamma_0 \end{bmatrix} = \Sigma \qquad (2.24)$$

dengan $V[y]$ merupakan suatu matriks Toeplitz simetris, dinyatakan dengan $T[\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{T-1}]$ dan diasumsikan berdistribusi normal $y \sim N_T(\mu, \Sigma)$.

Berdasarkan persamaan pada model ARFIMA dengan $y \sim N_T(\mu, \Sigma)$ fungsi densitas probabilitasnya adalah

$$f(y, \Sigma) = (2\pi)^{-\frac{T}{2}} |\Sigma| \exp(-\tfrac{1}{2} y' \Sigma^{-1} y) \qquad (2.25)$$

dengan Σ adalah matriks kovarian.

Penaksiran parameter model dengan metode EML dilakukan dengan membentuk fungsi log-likelihood dari parameter model. Dengan $z = y - \mu$, fungsi tersebut dinyatakan sebagai (Ningrum, 2009)

$$\log B(d, \phi, \theta, \sigma_\varepsilon^2) = -\tfrac{T}{2}\log(2\pi) - \tfrac{1}{2}\log|\Sigma| - \tfrac{1}{2} z' \Sigma^{-1} z \qquad (2.26)$$

dengan $\Sigma = \mathbf{R}\sigma_\varepsilon^2$, maka persamaan menjadi

$$\log B(d, \phi, \theta, \sigma_\varepsilon^2) = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log|\mathbf{R}\sigma_\varepsilon^2| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} z' \mathbf{R}^{-1} z$$

$$= -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(\sigma_\varepsilon^2)^T - \frac{1}{2}\log|\mathbf{R}| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} z' \mathbf{R}^{-1} z$$

$$= -\tfrac{T}{2}\log(2\pi) - \tfrac{T}{2}\log(\sigma_\varepsilon^2) - \tfrac{1}{2}\log|\mathbf{R}| - \tfrac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} z' \mathbf{R}^{-1} z \qquad (2.27)$$

Nilai maksimum didapatkan dengan melakukan diferensiasi pada fungsi log-likelihood di atas terhadap σ_ε^2.

$$\frac{\partial\left(\log B\left(d,\phi,\theta,\sigma_\varepsilon^2\right)\right)}{\partial\sigma_\varepsilon^2} = -\frac{T}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{1}{2\left(\sigma_\varepsilon^2\right)^2} z'\mathbf{R}^{-1}z. \qquad (2.28)$$

Jika turunan pertama tersebut disama dengankan nol, maka persamaan di atas menjadi

$$\frac{\partial(\log B(d,\phi,\theta,\sigma_\varepsilon^2))}{\partial\sigma_\varepsilon^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{T}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{1}{2(\sigma_\varepsilon^2)^2} z'\mathbf{R}^{-1}z = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{T}{2\sigma_\varepsilon^2} = -\frac{1}{2(\sigma_\varepsilon^2)^2} z'\mathbf{R}^{-1}z$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} z'\mathbf{R}^{-1}z$$

$$\Leftrightarrow \sigma_\varepsilon^2 = T^{-1}z'\mathbf{R}^{-1}z. \qquad (2.29)$$

2. Pengujian parameter

Uji signifikansi parameter model dilakukan untuk membuktikan bahwa model yang didapatkan cukup memadai. Misalkan δ adalah suatu parameter pada model ARFIMA (mencakup ϕ, θ, dan μ) dan $\hat{\delta}$ adalah nilai estimasi dari parameter tersebut, sedangkan estimasi standar error dari estimasi parameter $\hat{\delta}$ adalah $SE(\hat{\delta})$, maka hipotesis yang digunakan dalam pengujian parameter adalah

i. H_0: $\delta = 0$ (parameter tidak signifikan)

$H_1: \delta \neq 0$ (parameter signifikan)

ii. statistik uji

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \tag{2.30}$$

iii. kaidah pengambilan keputusan. Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}(n-p)}$, dengan n adalah banyaknya observasi, dan p adalah jumlah parameter yang ditaksir atau menggunakan nilai $p-value < \alpha$ artinya parameter signifikan.

3. Pengujian Diagnostik Model

Suatu model dibangun dengan batasan-batasan (asumsi), sehingga kesesuaian model juga dipengaruhi oleh pemenuhan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan. Hal ini bertujuan untuk mengetahui apakah model yang telah diestimasi cukup cocok dengan data runtun waktu yang diramalkan.

Pada pengujian diagnostik ini dilakukan analisis nilai sisa. Model dikatakan memadai jika nilai sisa tidak berkorelasi, dan tidak terindikasi heteroskedastisitas. Selain itu nilai sisa juga harus memenuhi asumsi distribusi normal. Apabila ternyata model tidak memenuhi asumsi tersebut, maka harus dirumuskan kembali model yang baru, yang selanjutnya diestimasi dan parameternya diuji kembali.

Pada penelitian ini, uji diagnostik dilakukan dua kali. Uji diagnostik pertama untuk model ARFIMA dan uji diagnostik kedua untuk model ARFIMA-GARCH.

4. Pemilihan Model Terbaik

Suatu model setelah diidentifikasi memungkinkan terbentuknya lebih dari satu model yang sesuai. Untuk memilih model terbaik pada analisis *time series*, kriteria pemilihan model biasanya didasarkan pada statistik yang diperoleh dari nilai sisa. Pada penelitian ini pemilihan model terbaik ARFIMA didasarkan pada *Akaike Info Criterion* (AIC) yang diperkenalkan oleh Akaike pada tahun 1973. AIC digunakan untuk menemukan model yang dapat menjelaskan data dengan parameter bebas yang minimum. Model yang dipilih adalah model dengan nilai AIC terendah. Rumusan AIC adalah sebagai berikut (Nachrowi, 2006).

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_n^2 + 2p \qquad (2.31)$$

dengan n adalah banyaknya observasi, p adalah jumlah parameter dalam model, dan $\hat{\sigma}_n^2$ adalah varian dari observasi.

2.5 Model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH)

Model ARCH dikembangkan oleh Robert Engle (1982). Dalam model ARCH, varian residual data runtun waktu tidak hanya dipengaruhi oleh variabel independen, tetapi juga dipengaruhi oleh nilai residual variabel yang diteliti.

Model ARCH dengan orde *r* dinotasikan ARCH(*r*) persamaan rata-rata dan persamaan ragamnya adalah

$$Y_t = \beta_0 + \beta_{1t} X_t + \cdots + \beta_{rt} X_t + \varepsilon_t \qquad (2.32)$$

dan

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_r \varepsilon_{t-r}^2 \qquad (2.33)$$

dengan Y adalah variabel dependen, X variabel independen, ε adalah residual, σ_t^2 adalah varian residual. $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ disebut komponen ARCH (Vogelvang, 2005: 192).

Varian residual memiliki dua komponen, yaitu konstanta dan residual dari periode sebelumnya. Itulah sebabnya model ini disebut model bersyarat *(conditional)*, karena varian residual periode sekarang (t) dipengaruhi oleh periode sebelum-sebelumnya ($t-1, t-2,$ dan seterusnya). Persamaan (2.32) disebut dengan persamaan rata-rata bersyarat *(conditional mean)* dan persamaan (2.33) disebut dengan persamaan varian bersyarat *(conditional variance)* (Winarno, 2011: 8.1-8.2).

2.5.1 Uji ARCH-*Lagrange Multiplier* (ARCH-LM)

Pengujian untuk mengetahui masalah heteroskedastisitas dalam *time series* yang dikembangkan oleh Engle dikenal dengan uji ARCH-*Lagrange Multiplier*. Ide pokok uji ini adalah bahwa varian residual bukan hanya fungsi dari variabel independen tetapi tergantung pada residual kuadrat pada periode sebelumnya.

Misalkan

$$e_t = X_t - \varepsilon_t \qquad (2.34)$$

adalah residual dari persamaan rata-rata. Barisan e_t^2 digunakan untuk memeriksa heteroskedastisitas bersyarat atau efek ARCH. Uji ini sama dengan statistik F pada umumnya untuk menguji $\alpha_i = 0$ $(i = 1,2, \dots, p)$ dalam regresi linier

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_r e_{t-r}^2 + w_t; t = m + 1, \ldots, T \quad (2.35)$$

dengan w_t adalah *error*, m bilangan bulat, dan T adalah ukuran sampel atau banyaknya observasi.

Langkah pengujian ARCH-LM adalah

Hipotesis:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0$ (tidak terdapat efek ARCH)

$H_1: \exists \alpha_i \neq 0, i = 1,2, \ldots, r$ (tidak terdapat efek ARCH)

Taraf signifikansi atau $\alpha = 0{,}05$.

Statistik Uji:

$$F = \frac{\frac{(SSR_0 - SSR_1)}{r}}{\frac{SSR_1}{T-2r-1}} \quad (2.36)$$

dengan

$$SSR_0 = \sum_{t=r+1}^{T} (e_t^2 - \omega)^2 \quad (2.37)$$

$$\omega = \frac{\sum_{t=1}^{T} e_t^2}{T} \quad (2.38)$$

$$SSR_1 = \sum_{t=r+1}^{T} w_t^2. \quad (2.39)$$

ω = rata-rata sampel dari e_t^2, dan

w_t^2 = residual kuadrat terkecil.

Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F > \chi_r^2(\alpha)$ atau *p-value* $< \alpha$.

2.6 Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH)

Bollerslev (1986) mengembangkan metodologi ARCH dalam bentuk yang lebih umum yang dikenal sebagai *Generalized* ARCH (GARCH). Dalam model ini, varian kondisional tidak hanya dipengaruhi oleh residual yang lampau tetapi juga oleh lag varian kondisional itu sendiri.

Dengan demikian varian kondisional pada model GARCH terdiri atas dua komponen, yakni komponen lampau dari residual kuadrat (dinotasikan dengan derajat r dan komponen lampau dari varian kondisional (dinotasikan dengan derajat s), dalam bentuk matematis

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (2.40)$$

(Ariefianto, 2012: 98).

Jika $s = 0$ maka diperoleh model ARCH Engle, sementara jika $r = s = 0$, dimiliki proses *white noise* dengan varian ω. Disini terlihat bahwa meskipun proses s_t bersifat tidak berkorelasi namun proses ini tidak bersifat independen.

Dalam model GARCH*(r,s)*, proses ε_t dapat didefinisikan dengan menggunakan persamaan

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t \qquad (2.41)$$

dimana σ_t adalah akar dari σ_t^2 dan v_t adaah proses IID *(Independent and Indentically Distributed)*, sering kali diasumsikan berdistribusi normal standar $N(0,1)$.

Koefisien-koefisien dari model GARCH(r, s) bersifat sebagai berikut.

$$\omega > 0, \tag{2.42}$$

$$\alpha_i \geq 0, i = 1,2, \dots, r, \tag{2.43}$$

$$\beta_j \geq 0, j = 1,2, \dots, s, \tag{2.44}$$

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} (\alpha_i + \beta_j) < 1. \tag{2.45}$$

Kondisi (2.45) diperlukan agar model bersifat stasioner, sedangkan (2.42), (2.43), dan (2.44) diperlukan agar $\sigma_t^2 > 0$ (Rosadi, 2012: 241).

2.7 Peramalan

Langkah terakhir dalam pembentukan model runtun waktu adalah melakukan peramalan untuk beberapa periode selanjutnya. Ukuran akurasi menunjukkan seberapa dekat nilai variabel terikat yang diprediksikan oleh model dengan data aktual. Terkait dengan hal ini, terdapat dua tipe ukuran akurasi yakni *in sample* (di dalam sampel) dan *out of sample* (di luar sampel). Evaluasi prediksi model dilakukan dengan terlebih dahulu membagi sampel menjadi dua yaitu bagian yang digunakan untuk mengestimasi model dan bagian yang digunakan untuk mengevaluasi model. Model yang baik dalam peramalan diharapkan merupakan model terbaik untuk *fitting* (pencocokan) data *in sample* sekaligus untuk data *out of sample* dengan nilai ukuran akurasi yang tidak berbeda jauh. Beberapa ukuran *fitting* model untuk peramalan seperti *Root Mean Square Error* (RMSE), *Mean Absolute Error* (MAE), dan *Mean Absolute Prediction Error* (MAPE) (Ariefianto, 2012).

Pada penelitian ini, ukuran *fitting* model yang digunakan untuk mengevaluasi atau mengukur kesalahan model yaitu MAPE. Selain MAPE, juga digunakan nilai MSE.

MAPE adalah rata-rata persentase absolut dari kesalahan peramalan. Oleh karena itu, semakin kecil nilai MAPE maka nilai ramalan akan semakin akurat. Untuk menghitung MAPE digunakan persamaan

$$MAPE = \left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t-\hat{Y}_t}{Y_t}\right|\right)\times 100\% \qquad (2.46)$$

dengan Y_t adalah nilai aktual dan $\hat{Y}_t$ nilai ramalan (Makridakis dan Wheelwright, 1995). Sedangkan, untuk menghitung nilai MSE digunakan persamaan

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\hat{Y}_t\right)^2 \qquad (2.47)$$

dengan Y_t adalah nilai aktual dan $\hat{Y}_t$ nilai ramalan.

2.8 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Indeks harga saham gabungan *(composite stock price index)* merupakan indeks gabungan dari seluruh jenis saham yang tercatat di bursa efek (Mohamad

Samsul, 2006). IHSG mengalami perubahan setiap hari, hal ini dikarenakan adanya perubahan harga pasar yang terjadi setiap hari dan karena bertambahnya saham.

Jika terjadi kenaikan IHSG, tidak semua jenis saham mengalami kenaikan harga juga. Tetapi hanya sebagian saham saja yang mengalami kenaikan harga. Begitu juga jika terjadi penurunan IHSG, maka hanya sebagian saham saja yang mengalami penurunan. Rumus penghitungan IHSG adalah sebagai berikut.

$$IHSG = \frac{\sum H^1}{\sum H^0} \times 100 \qquad (2.48)$$

dengan $\sum H^1$ adalah total harga saham pada waktu yang berlaku dan $\sum H^0$ adalah total harga saham pada semua dasar.

Selain IHSG, ada beberapa jenis indeks harga saham. Pertama Indeks harga saham individual yaitu dengan menggunakan indeks harga saham terhadap harga dasarnya. Kedua indeks harga saham sektoral, dimana indeks ini menggunakan saham dari masing-masing sektor. Indeks ini terbagi atas sembilan sektor yang terdiri dari.

a. Sektor-sektor Primer (ekstraktif)

1. Pertanian
2. Pertambangan

b. Sektor-sektor Sekunder (industri manufaktur)

3. Industri Dasar dan Kimia
4. Aneka Industri
5. Industri Barang Konsumsi

c. Sektor-sektor Tersier (jasa)

6. Properti dan Real Estate
7. Transportasi dan Infrastruktur
8. Keuangan
9. Perdagangan, Jasa dan Investasi

Ketiga adalah indeks LQ 45, indeks ini terdiri dari 45 saham dengan tingkat likuiditas yang tinggi dan juga kapitalisasi pasar saham. Pemilihan saham dilakukan setiap enam bulan (awal Februari dan Agustus) sehingga saham yang tergabung dalam indeks LQ 45 dapat berubah-ubah (Fakhruddin, 2001).

2.9 OxMetrics 6.0

Doornik menjelaskan OxMetrics adalah sebuah kelompok dari paket perangkat lunak yang menyediakan solusi terintegrasi untuk analisis ekonometrika dari *time series*, peramalan, pemodelan ekonometrika finansial, atau analisis statistika data *cross-section* dan data panel. Paket inti kelompok adalah OxMetrics, yang menyediakan *interface* pengguna, penyelesaian data, dan grafik. Unsur-unsur lain dari kelompok sangat interaktif, mudah digunakan dan alat-alat canggih yang dapat membantu memecahkan model khusus dan kebutuhan peramalan.

Pada penelitian ini digunakan OxMetrics versi 6.0. Dalam OxMetrics 6.0 terdapat terdapat 3 modul yaitu PcGive, G@RCH, dan STAMP.

PcGive bertujuan untuk memberikan pendapat terstruktur untuk operasional dan model ekonometri dengan menggunakan perangkat lunak yang paling canggih tetapi mudah bagi penggunaannya. Teknik-teknik ekonometrika yang disediakan PcGive yaitu Model *Regime Switching*, ARFIMA, model GARCH, model data panel statis dan dinamis, dan lain-lain.

G@RCH didedikasikan untuk mengestimasi meramalkan model *univariate* dan *multivariate* GARCH. Model *univariate* GARCH yang tersedia dalam G@RCH antara lain ARCH, GARCH, EGARCH, GJR, APARCH, IGARCH, RiskMetrics, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH, dan HYGARCH sedangkan, model *multivariate* GARCH yang tersedia antara lain RiskMetrics, CCC, DCC, DECO, OGARCH, GOGARCH, dan lain-lain.

STAMP adalah suatu paket yang didesain untuk pemodelan dan peramalan *time series* yang berdasar pada model *structural time series*. *Structural time series* dapat diaplikasikan pada bermacam-macam permasalahan time series seperti *Macro-economic time series* dan *financial time series*.

2.10 Penelitian Terdahulu

Rujukan penelitian yang pertama yaitu skripsi Liana Kusuma Ningrum mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Sebelas Maret Surakarta dengan judul "Penerapan Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) dalam Peramalan Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia (SBI)". Data dari penelitian ini diperoleh dari www.bi.go.id. Tujuan penelitian ini adalah menentukan model ARFIMA yang sesuai untuk data Suku Bunga SBI kemudian menggunakan model tersebut untuk meramalkan Suku Bunga SBI pada beberapa periode ke depan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka dan studi kasus. Data yang digunakan untuk pemodelan ARFIMA adalah Suku Bunga SBI periode 21 Juni 2000 sampai 12 Agustus 2009. Model ARFIMA yang terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai MSE *(Mean Square Error)*, MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)*, serta *Akaike Info Criterion* (AIC) dari masing-masing model. Software yang digunakan adalah OxMetrics. Hasil pemodelan ARFIMA yang diperoleh adalah model ARFIMA(0,0,499489,[3]). Ramalan Suku Bunga SBI untuk periode 19 Agustus 2009, 26 Agustus 2009, 2 September 2009, dan 9 September 2009 berturut-turut adalah 7,976376%, 8,060135%, 8,133752%, dan 8,198232%.

Rujukan penelitian kedua yaitu jurnal Bunga Lety Marvillia mahasiswi Matematika Universitas Negeri Surabaya dengan judul "Pemodelan dan Peramalan Penutupan Harga Saham PT. Telkom dengan Metode ARCH-GARCH". Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan model ARIMA-GARCH yang sesuai dan meramalakan penutupan harga saham PT. Telkom. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data mingguan penutupan harga saham PT. Telkom yang diambil pada periode September 2008 sampai Desember 2012. Model ARIMA-GARCH digunakan dalam penelitian ini karena residual yang diperoleh dari model ARIMA diuji heteroskedastisitasnya dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM) yang hasilnya data tersebut mengandung heteroskedastisitas. Adanya heteroskedastisitas pada suatu deret waktu membuat pemodelan dan peramalan dengan model ARIMA menjadi tidak valid. Oleh karena itu, setelah dimodelkan dengan ARIMA, selanjutnya dimodelkan dengan GARCH(1,1) untuk memodelkan varian error. Hasilnya, model GARCH(1,1) dapat mengatasi residual dari model ARIMA yang mengandung heteroskedastisitas dan tingkat pengukuran kesalahan peramalan model ARIMA-GARCH sebesar 0,223%.

Sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti bertujuan untuk menemukan model ARFIMA-GARCH untuk meramalkan data IHSG dan meramalkan data IHSG yang dirinci per minggu untuk bulan Oktober sampai November 2016 dengan menggunakan model terbaik ARFIMA-GARCH yang diperoleh.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian *Long Memory Model* dan GARCH untuk Meramalkan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model terbaik ARFIMA-GARCH untuk meramalkan data IHSG adalah ARFIMA(1, 0,499883, 1)-GARCH(1,2) yang memiliki persamaan

$$Y_t = 1{,}47798Y_{t-1} + a_t + 0{,}578744a_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = 0{,}122099\varepsilon_{t-1}^2 + 0{,}460384\sigma_{t-1}^2 + 0{,}434022\sigma_{t-2}^2.$$

   dengan Y_t adalah data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG).

2. Hasil peramalan nilai IHSG untuk bulan Oktober sampai November 2016 mengalami penurunan. Prediksi nilai IHSG tertinggi terjadi pada tanggal 3 Oktober 2016 yaitu sebesar 4.512,205 dan yang terendah terjadi pada tanggal 28 November 2016 yaitu sebesar 4.418,462.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dan keterbatasan-keterbatasan yang diperoleh dalam penelitian ini, maka peneliti memberikan beberapa saran sebagai berikut.

1. Pada penelitian ini, model GARCH hanya digunakan untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas yang terjadi pada residual model ARFIMA. Untuk penelitian selanjutnya, lebih baik apabila melakukan pengolahan data dengan menambahkan metode lain yang dapat mengatasi masalah autokorelasi dan distribusi yang tidak normal.
2. Investor sebaiknya tidak melakukan investasi pada bulan Oktober sampai November 2016 untuk meminimalkan resiko karena berdasarkan hasil peramalan untuk bulan Oktober sampai November 2016, nilai IHSG mengalami penurunan.

DAFTAR PUSTAKA

Anogara, Pandji, dan Piji. 2001. *Pengantar Pasar Modal*. Jakarta: Rineka Cipta.

Ansley, C.F. dan Newbold, P. 1980. Finite Sample Properties of Estimators for Autoregressive-Moving Average Models. *Journal of Econometrics*. Vol. 13 Hal 159-183.

Ajevskis, Victors. 2007. Inflation and Inflation Uncertainty in Latvia. *Working Paper*. Latvia: Latvijas Banka.

Aprilia, Ade Irma. 2014. Analisis Model Neuro-GARCH dan Model Backpropagation untuk Peramalan Indeks Harga Saham Gabungan. *Skripsi*. Medan: Universitas Sumatera Utara.

Ariefianto, D. 2012. *Ekonometrika Esensi dan Aplikasi dengan Menggunakan Eviews*. Jakarta: Erlangga.

Bollerslev. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. Vol. 31 Hal. 307-327.

Brockwell, Peter J. dan Davis, Richard A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting Second Edition*. New York: Springer-Verlag New York, Inc.

Budiarti, Retno. 2012. Peramalan Harga Saham Sharp dengan Menggunakan Model ARIMA-GARCH dan Model Generalisasi Proses Wiener. *Seminar Nasional Matematika 2012*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Cryer, D. J. 1986. *Time Series Analysis*. University of Iowa, Duxbury Press, Boston.

Damayanti, Septri. 2012. Long Memory Process menggunakan Model Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA(p,d,q)). *Artikel*. Padang: Universitas Andalas.

D'Elia, Angela dan Piccolo, Domenico. 2003. Maximum likelihood estimation of ARFIMA models with a Box-Cox transformation. *Journal of Statistical Methods and Applications*. Vol. 12 Hal. 259–275.

Doornik, J. A., dan Ooms, M. 1999. *A Package for estimating, forecasting and Simulating ARFIMA Models: Arfima Package 1.0 for Ox*. Rotterdam: Nuffield College.

Engle, R.F. 1982. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrics*. Vol. 50 Hal. 978-1008.

Fakhruddin, M. dan M.Sopian Hadianto, 2001. *Perangkat dan Model Analisis Investasi*. Jakarta: Elex Media Komputindo.

Francq, Christian dan Zakoian, Jean-Michel. 2010. *GARCH Models Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd.

Hosking, J. R. M. 1981. Fractional Differencing. *Biometrika*. Vol. 68 Hal. 165-176.

Makridakis, McGee, dan Wheelright. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua. (Diterjemahkan oleh: Suminto, Hari)*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Marvillia, Bunga Lety. 2013. Pemodelan Peramalan Penutupan Harga Saham PT. Telkom dengan Metode ARCH-GARCH. *Jurnal*. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.

Nachrowi, Djalal dan Usman, Hardius. 2006. *Pendekatan Populer dan Praktis Ekonometrika Untuk Analisis Ekonomi dan Keuangan*. Jakarta: LPFE UI.

Nasution, Anriza Witi. 2009. Pengaruh Pertumbuhan Variabel Ekonomi Makro dan Equivalent Rate terhadap Pertumbuhan Aset Perbankan Syariah di Indonesia. *Tesis*. Depok: Universitas Indonesia.

Ningrum, Liana Kusuma. 2009. Penerapan Model Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) dalam Peramalan Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia (SBI). *Skripsi*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Nurini, Dwi Listya. 2013. Metode Peramalan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Nikkei 255 dengan Pendekatan Fungsi Transfer. *Jurnal*. Surabaya: Institut Teknologi Surabaya.

Prafitia, Harnum Annisa. 2010. Long Memory pada Data Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika Serikat. *Jurnal*. Surabaya: ITS.

Ramadhan, Bayu Ariestya. 2013. Analisis Perbandingan Metode ARIMA dan Metode GARCH untuk Memprediksi Harga Saham. *Jurnal*. Bandung: Universitas Telkom.

Rosadi, D. 2012. *Ekonometrika & Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews*. Yogyakarta: Andi.

Samsul, Mohamad. 2006. *Pasar Modal dan Manajemen Portofolio*. Jakarta: Erlangga.

Sowell, F. B. 1992. Maximum Likelihood Estimation of Stationery Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. *Journal of Econometrics*. Vol. 53 Hal. 165-188.

Sulistyowati, Ulfah. 2014. Pemodelan Kurs Mata Uang Rupiah terhadap Dollar Amerika Menggunakan Metode GARCH Asimetris. *Skripsi*. Semarang: Universitas Diponegoro.

Susanti. 2015. Analisis Model Threshold GARCH dan Model Exponential GARCH pada Peramalan IHSG. *Skripsi*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Syifa', Layyinatusy. 2013. Pengaruh Ukuran Perusahaan, Leverage, Konsentrasi Kepemilikan, Reputasi Auditor, dan Chief Risk Officer terhadap Pengungkapan Enterprise Risk Management. *Skripsi*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Tsay, Ruey S. 2005. *Analysis of Financial Time Series Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Vogelvang, B. 2005. *Econometrics Theory and Applications with Eviews.* Inggris: Pearson.

Wei, W. W. S. 1990. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Winarno, W.W. 2011. *Analisis Ekonometrika dan Statistik dengan Eviews*. Yogyakarta: UPPT STIM YKPN.

Yahoo Finance. [Online]. Tersedia: http://finance.yahoo.com/ [12 Januari 2016].