PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO DENGAN TEKNIK REDUKSI VARIANSI

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

Oleh:

Taufik Nur Habaib

4111412047

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2016

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 9 Juni 2016

METERAI TEMPEL
2AD4EADF663197346
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Taufik Nur Habaib
NIM 4111412047

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Penentuan Harga Opsi Asia menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo dengan Teknik Reduksi Variansi

Disusun oleh

Taufik Nur Habaib

NIM 4111412047

Telah dipertahankan di hadapan sidang panitia ujian skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 9 Juni 2016.

Panitia

Ketua	Sekretaris
Prof. Dr. Zaenuri S.E, M.Si, Akt	Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
NIP. 196412231988031001	NIP. 196807221993031005

Ketua Penguji

Drs. Supriyono M.Si.

NIP. 195210291980031002

Anggota Penguji/Pembimbing 1	Anggota Penguji/Pembimbing 2
Dr. Scolastika Mariani, M.Si.	Riza Arifudin, S.Pd., M.Cs.
NIP. 196502101991022001	NIP. 198005252005011001

MOTTO

- “Hai orang-orang yang beriman, apabila dikatakan kepadamu: “Berlapang-lapanglah dalam majelis”, maka lapangkanlah, niscaya Alloh akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan: “Berdirilah kamu, maka berdirilah, niscaya Allah akan mengangkat derajat orang-orang yang beriman di antaramu serta orang-orang yang menuntut ilmu beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan” [QS. Al Mujadilah: 11].
- I am independent. Not bounded by anything, except my conviction. I ignore every negative things that just slowing me down.
- Bekerja secara disiplin, jujur, dan ikhlas.

PERSEMBAHAN

- Untuk kedua orang tua tercinta bapak Adat Haryoto dan ibu Siti Masrungiah.
- Untuk kakak dan adik tersayang, Istiyanto Khabyby dan Fauzan Baehaqi.
- Untuk teman-teman Prodi Matematika angkatan 2012.
- Untuk Universitas Negeri Semarang.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan karunia-Nya serta kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Harga Opsi Asia menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo dengan Teknik Reduksi Variansi”.

Penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan berkat kerjasama, bantuan, dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri, S.E., M.Si., Akt., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasihat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Ketua Prodi Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
5. Dr. Scolastika Mariani, M.Si., Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasihat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.
6. Riza Arifudin, S.Pd., M.Cs., Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasihat, saran, dan dorongan selama penyusunan skripsi ini.

7. Drs. Supriyono M.Si., Dosen Penguji yang telah memberikan penilaian dan saran dalam perbaikan skripsi ini.
8. Bu Kristina Wijayanti, Dosen Wali yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama kuliah di jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang.
9. Dosen jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang yang telah membekali dengan berbagai ilmu selama mengikuti perkuliahan sampai akhir penulisan skripsi ini.
10. Staf Tata Usaha Universitas Negeri Semarang yang telah banyak membantu penulis selama mengikuti perkuliahan dan penulisan skripsi ini.
11. Ayah dan ibu tercinta, Bapak Adat Haryoto dan Ibu Siti Masrungiah yang senantiasa memberikan dukungan dan do'a yang tiada putusnya.
12. Kakak dan adik tersayang, Istiyanto Khabyby dan Fauzan Baehaqi yang selalu memberikan motivasi, semangat, dan do'a.
13. Teman-Teman Prodi Matematika angkatan 2012 yang berjuang bersama untuk mencapai cita-cita.
14. Semua pihak yang tentunya tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca.

Semarang, 9 Juni 2016

Penulis

ABSTRAK

Habaib, Taufik Nur. 2016. *Penentuan Harga Opsi Asia menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo dengan Teknik Reduksi Variansi*. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA UNNES. Pembimbing Utama Dr. Scolastika Mariani, M.Si. dan Pembimbing Pendamping Riza Arifudin, S.Pd., M.Cs.

Kata Kunci: Opsi, Monte Carlo, Reduksi Variansi, Variabel Antithetik, Matlab.

Opsi merupakan surat berharga yang dapat diperjual-belikan, tetapi yang diperjual-belikan adalah hak jual dan hak beli dari opsi tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keefisienan teknik reduksi variansi yang diterapkan pada metode simulasi Monte Carlo dalam menentukan harga opsi beli Asia PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. pada saat jatuh tempo 3 bulan menggunakan GUI Matlab. Teknik reduksi variansi yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode variabel antithetik.

Pada penelitian ini ditentukan parameter-parameter harga saham awal kontrak (S_0) sebesar Rp2680.00, harga eksekusi (K) sebesar Rp2116.00, tingkat bunga bebas risiko (r) adalah 5%, waktu jatuh tempo (T) selama 3 bulan, volatilitas harga saham (σ) adalah 1.6, dan jumlah simulasi sebanyak 10.000 kali. Dari parameter-parameter tersebut kemudian diperoleh harga opsi beli Asia sebesar Rp766.7 dengan standar eror 6.2952. Harga opsi beli Asia tersebut diperoleh setelah diasumsikan konvergen pada periode waktu harga saham ke-500, sedangkan standar eror-nya diperoleh setelah direduksi rata-rata sebesar 45.8%. Implikasi bagi investor dan pelaku di pasar modal adalah apabila investor ingin melakukan investasi di bursa opsi Asia, maka dalam memprediksi harga opsi belinya dapat dilakukan dengan menggunakan program aplikasi GUI Matlab dari penelitian ini.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebagai negara berkembang, Indonesia merupakan salah satu negara yang cukup banyak menarik minat investor, baik dalam maupun luar negeri untuk berinvestasi di berbagai sektor, salah satunya adalah sektor pasar modal. Di dalam pasar modal banyak sekali instrumen keuangan yang digunakan sebagai alat investasi, seperti saham, obligasi, opsi, *future*, *warrant*, dan *swap*. Cukup tingginya risiko dari investasi saham dan tingkat pengembalian yang kurang kompetitif dari investasi obligasi mengalihkan perhatian investor kepada investasi derivatif. Salah satu derivatif yang menarik perhatian investor adalah opsi (Yong, 2012: 1).

Menurut Pham (2007: 5) opsi adalah suatu kontrak yang berisi hak (bukan kewajiban) kepada pemegang opsi untuk membeli atau menjual suatu aset dengan harga dan waktu pelaksanaan yang telah disepakati dalam perjanjian sebelumnya. Sebagaimana layaknya saham, opsi juga merupakan surat berharga yang dapat diperjual-belikan, tetapi yang diperjual-belikan adalah hak jual dan hak beli dari opsi tersebut. Opsi tidak akan memiliki nilai apabila pada saat sudah jatuh tempo pemegang opsi tidak menggunakan haknya untuk mengeksekusi opsi tersebut.

Perdagangan opsi saat ini telah menyebar di seluruh dunia, tidak hanya di *Chicago Board of Option Exchange* ataupun *New York Stock*

Exchange saja, tetapi telah sampai di London, Montreal, Paris, Sydney, Amsterdam, Stockholm, maupun Geneva. Untuk kawasan Asia, opsi pun telah diperdagangkan di Jepang, India, Singapura, maupun Malaysia (Kusumahadi & Sastika, 2015: 357).

Sebagian besar opsi yang diperdagangkan di pasar opsi adalah opsi Eropa atau opsi Amerika. Terdapat banyak tipe opsi lain seperti opsi barrier, opsi bermuda, opsi Asia, dan opsi *Lookback*. Opsi Asia adalah opsi eksotik yang perhitungan *payoff*-nya ditentukan oleh rata-rata nilai aset yang mendasari selama masa opsi tersebut berlangsung. Opsi Asia relatif lebih murah ketika digunakan untuk melindungi nilai dari pada opsi eropa. Kedua opsi tersebut umumnya diperdagangkan pada produk mata uang dan barang yang mempunyai volum perdagangan yang rendah (Zhang, 2009: 1).

Menurut Paramartha *et al* (2014: 124), hal yang menarik tentang opsi di pasar modal adalah dalam penetapan nilai kontrak opsi. Harga opsi saham adalah refleksi dari nilai intrinsik opsi. Nilai intrinsik opsi adalah nilai ekonomis opsi jika opsi tersebut dieksekusi, yaitu sebesar selisih antara harga saham saat pelaksanaan opsi dengan harga opsi saham yang telah dibayarkan. Penetapan harga opsi saham bertujuan untuk menentukan harga yang seimbang antara pembeli opsi dan penjual opsi sehingga tidak ada pihak yang terlalu diuntungkan atau dirugikan. Dengan semakin berkembangnya opsi, maka semakin berkembang pula cara-cara dalam memprediksi suatu pergerakan harga opsi dan meramalkan segala kemungkinan yang terjadi dengan tujuan untuk meminimalkan risiko dan memaksimalkan keuntungan.

Terdapat tiga metode utama penentuan harga opsi yang digunakan secara luas, antara lain metode binomial, metode beda hingga (*finite difference methods*) dan metode simulasi Monte Carlo. Untuk sebagian besar tipe opsi, teknik perhitungan tradisional sangat sulit digunakan dikarenakan kerumitan dari instrumennya. Dalam hal ini, pendekatan Monte Carlo akan lebih bisa diandalkan (Zhang, 2009: 2).

Seiring dengan semakin kompleksnya data di pasar modal maka metode yang digunakan untuk menentukan harga opsi juga semakin berkembang. Metode Monte Carlo merupakan alternatif yang sering digunakan untuk perhitungan numerik yang mengandung integral multidimensi dalam komputasi keuangan (Boyle, 1997: 1267).

Penggunaan metode simulasi dalam penentuan harga sekuritas menawarkan sejumlah manfaat tertentu. Pertama tingkat konvergensi dari pendekatan Monte Carlo yang bebas sesuai jumlah variabel pernyataan yang membuat metode ini secara komputasi ampuh untuk menyelesaikan masalah multidimensi yang tinggi. Lebih dari itu, metode ini fleksibel dengan perkembangan dari variabel pernyataan yang menawarkan keuntungan untuk menentukan sekuritas derivatif dengan proses dinamis yang lebih kompleks. Pada akhir kerangka bahan analisis yang tersedia dapat dengan mudah tersatukan dalam kerangka penentuan harga Monte Carlo (Barola, 2013: 1).

Untuk menghasilkan nilai pendekatan yang sangat akurat, penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo memerlukan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar. Penggunaan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar akan memerlukan waktu komputasi yang cukup lama. Oleh karena itu, untuk mengefisiensikan waktu komputasi, dalam proses penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo dapat diterapkan teknik reduksi variansi (Lu, 2011: 7).

Reduksi variansi adalah cara yang sederhana dan banyak digunakan untuk meningkatkan akurasi dari simulasi Monte Carlo. Salah satu teknik untuk mereduksi variansi adalah dengan metode variabel antithetik. Metode ini adalah teknik yang digunakan dalam beberapa situasi tertentu dengan menambahkan tingkat kompleksitas pada proses komputasi. Agar supaya mendapatkan akurasi yang lebih besar, metode ini diterapkan secara sederhana dan secara otomatis menggandakan jumlah sampel dengan peningkatan minimum dalam waktu komputasi (Lu, 2011: 7).

Berdasarkan uraian diatas, dalam penelitian ini penulis akan mengkaji tentang aplikasi simulasi Monte Carlo dalam bidang keuangan dengan mengambil judul skripsi "*Penentuan Harga Opsi Asia menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo dengan Teknik Reduksi Variansi*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat diambil beberapa rumusan masalah yaitu:

1. Bagaimana langkah-langkah penentuan harga opsi Asia menggunakan simulasi Monte Carlo?
2. Bagaimana hasil simulasi Monte Carlo dalam menentukan nilai opsi saham?
3. Bagaimana hasil simulasi menggunakan teknik reduksi variansi?

1.3 Batasan Masalah

Pada penulisan ini, permasalahan dibatasi pada:

1. Nilai opsi beli Asia, dengan acuan harga saham.
2. Saham yang digunakan hanya memperhatikan faktor bunga didasarkan pada tingkat perubahan yang terjadi pada data real dan diasumsikan tetap.
3. Pengambilan data dibatasi pada perilaku yang normal dengan membuang data *outlier*.
4. Interval nilai ditentukan dengan signifikansi 95%.
5. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. yang diakses dari situs *Yahoo Finance* (www.finance.yahoo.com) periode 1 Oktober 2015 sampai dengan 25 Maret 2016.
6. Teknik reduksi variansi yang digunakan adalah metode variabel antithetik.
7. Paket program yang mendukung penelitian ini adalah Matlab R2009a dan SPSS 17.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui langkah-langkah dalam menentukan harga opsi Asia menggunakan simulasi Monte Carlo.
2. Untuk mengetahui hasil simulasi Monte Carlo dalam menentukan nilai opsi saham.
3. Untuk mengetahui hasil simulasi menggunakan teknik reduksi variansi dengan metode variabel antithetik.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penulisan ini adalah sebagai berikut.

1. Bagi Penulis

   Sebagai bentuk partisipasi dalam pengembangan ilmu pengetahuan terutama di bidang matematika statistik dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari terutama di bidang ekonomi keuangan.
2. Bagi Jurusan Matematika FMIPA UNNES

   Menambah perbendaharaan jurnal, khususnya tentang penerapan matematika di bidang ekonomi keuangan.
3. Bagi Pihak Lain

   Sebagai acuan para investor dalam bertransaksi opsi, khususnya pada opsi Asia dengan acuan harga saham.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi disusun dalam tiga bagian utama, yaitu bagian awal, bagian inti, dan bagian akhir skripsi.

1.6.1 Bagian Awal

Dalam penulisan skripsi ini bagian awal berisi halaman judul, pernyataan, pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

1.6.2 Bagian Inti

Bagian inti dari penulisan skripsi ini adalah isi skripsi yang terdiri dari lima bab, yaitu :

BAB 1 : PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, sistematika penulisan.

BAB 2 : TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini terdiri atas teori-teori yang digunakan sebagai acuan dalam pembahasan, antara lain definisi proses stokastik, gerak Brownian, persamaan differensial stokastik, proses It$\hat{o}$, lemma It$\hat{o}$, teorema limit, derivatif keuangan, opsi, nilai opsi, tipe opsi, simulasi Monte Carlo, teknik reduksi variansi, model opsi Asia, penelitian terdahulu, dan kerangka berpikir.

BAB 3 : METODE PENELITIAN

Berisi tentang prosedur atau langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini meliputi fokus penelitian, klasifikasi penelitian berdasarkan tujuan dan pendekatan, populasi, sampel, dan teknik pengambilan sampel, metode pengumpulan data, metode analisis data, dan penarikan kesimpulan.

BAB 4 : HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang uraian metode dan hasil simulasi Monte Carlo dengan teknik reduksi variansi dalam menentukan nilai opsi beli Asia yang diterapkan pada contoh kasus yang digunakan.

BAB 5 : PENUTUP

Berisi kesimpulan dari penulisan skripsi ini dan saran.

1.6.3 Bagian Akhir

Berisi daftar pustaka sebagai acuan penulisan yang memberikan informasi tentang buku dan literatur lain yang digunakan dalam skripsi ini serta lampiran yang mendukung kelengkapan skripsi ini.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Landasan Teori

2.1.1 Proses Stokastik

Suatu proses stokastik $X = \{X(t), t \in I\}$ adalah sekumpulan dari variabel acak dengan susunan himpunan I, dimana t adalah waktu. Realisasi dari X disebut jalur sampel. Suatu periode kontinu proses stokastik $\{X(t)\}$ dikatakan meningkat secara bebas jika untuk setiap $t_0 < t_1 < \cdots < t_n$, untuk variabel acak

$$X(t_1) - X(t_0), X(t_2) - X(t_1), X(t_3) - X(t_2), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$$

bebas. Variabel acak tersebut dikatakan memiliki peningkatan secara stasioner jika $X(t+s) - X(t)$ mempunyai distribusi yang sama untuk setiap t dan distribusi tersebut bergantung hanya pada s (Lyuu, 2002: 177).

2.1.2 Gerak Brownian

Suatu proses acak $B_t, t \in [0, \infty)$ disebut gerak Brownian jika

(i) B_t meningkat secara stasioner dan bebas.

(ii) B_t adalah fungsi kontinu dari waktu, dengan $B_0 = 0$, kecuali yang lain dinyatakan.

(iii) Untuk $0 \leq s \leq t$, $B_t - B_s$ berdistribusi normal dengan mean $\mu(t-s)$ dan variansi $\sigma^2|t-s|$. Yaitu, $(B_t - B_s) \sim N[\mu(t-s), \sigma^2|t-s|]$, dimana μ dan $\sigma \neq 0$ adalah bilangan real.

Proses di atas disebut gerak Brownian (μ, σ) dengan simpangan μ dan variansi σ^2 (Lyuu, 2002: 183).

2.1.3 Gerak Brownian Geometris

Jika $X(t)$ adalah gerak Brownian dengan tingkat simpangan μ dan tingkat variansi σ^2, proses $\{Y(t) = e^{X(t)}, t \geq 0\}$ disebut gerak Brownian geometris, atau gerak Brownian eksponensial, atau bisa disebut juga penggabungan lognormal. Mean dan variansi diberikan berturut-turut oleh

(2.1)

$$E[Y(t)] = e^{(\mu+\sigma^2/2)t}.$$

(2.2)

$$Var[Y(t)] = e^{(2\mu+\sigma^2)t}\left[e^{\sigma^2 t} - 1\right].$$

2.1.4 Persamaan Differensial Stokastik

Persamaan differensial stokastik adalah suatu persamaan differensial yang mana satu atau lebih bentuknya adalah proses stokastik, yang selanjutnya menghasilkan solusi dalam bentuk proses stokastik pula.

Persamaan differensial stokastik dapat memodelkan keacakan dari aset yang mendasari dalam derivatif keuangan. Model-model tersebut digunakan dalam menentukan harga dari aset yang mendasari karena model-model tersebut memberikan model formal bagaimana harga aset yang mendasari tersebut berubah setiap periode waktu tertentu. Dalam menentukan harga aset-aset derivatif, keacakan dari instrumen yang mendasari itu sangat penting. Hal tersebut karena keacakan dari instrumen yang mendasari adalah tujuan untuk menghilangkan atau mengambil risiko yang mengarah kepada eksistensi dari aset-aset derivatif.

Misalkan S_t adalah harga dari suatu sekuritas. Seorang *trader* akan tertarik untuk mengetahui dS_t, peningkatan instan selanjutnya berubah pada harga sekuritas. Perilaku dinamis dari harga aset pada interval waktu dt kemudian dapat ditunjukkan dengan persamaan differensial stokastik yang diberikan oleh

(2.3)

$$dS_t = \alpha(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t, \qquad t \in [0, \infty).$$

dimana dW_t adalah bentuk baru yang mewakili kejadian yang tidak bisa diprediksi yang terjadi saat interval yang sangat kecil $dt, \alpha(S_t, t)$ adalah parameter simpangan dan $\sigma(S_t, t)$ parameter gabungan yang tergantung pada tingkat dari harga aset S_t yang diamati dan pada waktu t. Parameter simpangan dan gabungan diasumsikan untuk memenuhi kondisi berikut

(2.3)

$$P\left[\int_0^t |\alpha(S_u, u)|\, du < \infty\right] = 1.$$

(2.4)

$$P\left[\int_0^t \sigma(S_u, u)^2\, du < \infty\right] = 1.$$

Kondisi di atas memerlukan parameter simpangan dan gabungan yang tidak berbeda terlalu besar setiap periode waktunya. Parameter tersebut adalah fungsi yang membatasi perbedaan dengan probabilitas 1 (Oksendal, 2000: 44).

2.1.5 Proses Itô

Suatu proses stokastik $X = \{X_t, t \geq 0\}$ yang disajikan dengan

(2.5)

$$X_t = X_0 + \int_0^t a(X_s, t)ds + \int_0^t b(X_t, t)dW_s$$

disebut proses Itô. Korespondensi persamaan differensial stokastik diberikan oleh

(2.6)

$$dX_t = a(X_t, t)dt + b(X_t, t)dW_t$$

dimana $a(X_t, t)$adalah bentuk simpangan, $b(X_t, t)$ adalah bentuk gabungan dan W_s adalah proses Wiener standar.

2.1.6 Lemma Itô

Misalkan $F(S, t)$ adalah fungsi terdifferensi ke-dua dari t dan proses acak S_t, dan andaikan bahwa S_t mengikuti proses Itô

(2.7)

$$dS_t = a_t dt + \sigma_t dW_t, t \geq 0$$

dengan perilaku baik dari parameter simpangan dan gabungan a_t dan σ_t. Kemudian,

(2.8)

$$dF_t = \frac{\partial F}{\partial S_t} dS_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} \sigma_t^2 dt.$$

Substitusikan (2.7) ke dalam (2.8) untuk dS_t dan dengan menggunakan persamaan differensial stokastik yang relevan diperoleh

(2.9)

$$dF_t = \left[\frac{\partial F}{\partial S_t} a_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} \sigma_t^2 \right] dt + \frac{\partial F}{\partial S_t} \sigma_t dW_t.$$

yang diketahui sebagai lemma It$\hat{o}$ dan terbukti sangat penting dalam pemodelan matematika dari perhitungan harga derivatif. F_t mengikuti proses It$\hat{o}$ dengan tingkat simpangan

$$\left[\frac{\partial F}{\partial S_t} a_t + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} \sigma_t^2 \right]$$

dan tingkat variansi

$$\left[\frac{\partial F}{\partial S_t} \right]^2 \sigma_t^2.$$

Secara umum, dengan formula It$\hat{o}$ dapat ditentukan persamaan differensial stokastik untuk derivatif keuangan yang diberikan oleh persamaan differensial stokastik dari aset yang mendasari (Hull, 2009: 269). Lemma It$\hat{o}$ juga berguna dalam mengevaluasi integral It$\hat{o}$.

Jika variabel $S(t)$ mengikuti gerak Brownian geometris, maka variabel tersebut memenuhi persamaan differensial stokastik dari bentuk

(2.10)

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

dan lemma It$\hat{o}$ diberikan untuk suatu fungsi $F(S,t)$ sebagai

(2.11)

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial S}\mu S + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right]dt + \frac{\partial F}{\partial S}\sigma S dW$$

dimana tingkat simpangan μ dan tingkat variansi σ konstan.

2.1.7 Teorema Limit

Menurut Ross (1996: 41), beberapa hasil yang paling penting dalam teorema probabilitas adalah bentuk dari teorema limit. Dua diantaranya adalah:

a. Hukum Bilanan Besar

"Jika X_1, X_2,...,X_n independen dan terdistribusi secara identik dengan μ, maka

$$P\left\{\lim_{n\to\infty}\frac{(X_1+\cdots+X_n)}{n} = \mu\right\} = 1."$$

b. Teorema Limit Pusat

"Jika X_1, X_2,...,X_n independen dan terdistribusi secara identik dengan mean (μ) dan variansi σ^2, maka

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{X_1+\cdots+X_n-n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \le a\right\} = \int_{-\infty}^{\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}dx".$$

Kemudian jika diasumsikan $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$, dimana X_1, X_2,...,X_n independen dan terdistribusi secara identik, maka hukum bilangan besar menyatakan bahwa, dengan probabilitas 1, $\frac{S_n}{n}$ akan konvergen ke $E[X_i]$; dimana teorema limit pusat menyatakan bahwa S_n akan berdistribusi normal asimtotik untuk $n \to \infty$.

2.1.8 Derivatif Keuangan

Derivatif keuangan adalah suatu kontrak yang nilainya ditentukan oleh nilai dari satu atau lebih aset yang mendasarinya. Kontrak tersebut sangat luas untuk perkenalan suatu derivatif yang kompleks dan bervariasi di dalam pasar. Kemudian, derivatif keuangan dapat mempunyai sejumlah besar alat dan juga nilainya dapat bergantung dari satu atau lebih karakteristik yang diperlihatkan oleh aset-aset yang mendasarinya.

2.1.9 Opsi

Opsi adalah kontrak yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pemiliknya untuk membeli atau menjual saham pada waktu tertentu dan pada harga yang tertentu pula (Hull, 2009: 6). Dengan demikian, opsi tersebut disebut opsi saham (*stock option*). Untuk mendapatkan hak tersebut, maka pihak yang membeli kontrak (disebut *taker*) harus membayar sejumlah premi kepada pihak penjual kontrak (disebut *writer*).

2.1.10 Nilai Opsi

Nilai opsi terdiri dari nilai intrinsik opsi dan nilai waktu. Dimana, nilai intrinsik opsi adalah nilai ekonomis, menggambarkan keuntungan investor jika opsi dieksekusi dengan segera. Jika nilai ekonomis dari eksekusi opsi tidak positif, maka nilai intrinsiknya adalah nol. Untuk opsi beli, nilai intrinsiknya akan positif jika harga saham yang terjadi (S_T) lebih besar dari pada harga eksekusi (harga yang ditetapkan pada saat jatuh tempo). Untuk opsi jual nilai intriksinya akan positif jika harga saham yang terjadi pada waktu T (S_T) kurang dari harga eksekusi (K).

Sedangkan nilai waktu adalah selisih antara nilai intrinsik dengan harga opsi. Harga atau premi suatu opsi adalah nilai yang wajar dari suatu opsi yang ditentukan oleh pasar kompetitif yang dibayarkan oleh pembeli opsi pada saat kontrak dibuka.

2.1.11 Tipe Opsi

Terdapat dua tipe kontrak opsi, yaitu opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*). Suatu opsi beli memberikan hak kepada pemegang opsi untuk membeli suatu aset tertentu dengan jumlah tertentu pada harga eksekusi (*strike price, exercise price*) sampai waktu jatuh tempo. Opsi jual sendiri memberikan hak kepada pemegang opsi untuk menjual suatu aset tertentu dengan jumlah tertentu pada harga eksekusi sampai waktu jatuh tempo. Dalam kontrak opsi beli tersebut ada empat hal utama, yaitu:

1. Harga aset yang mendasari yang akan dibeli.
2. Jumlah aset yang mendasari yang akan dibeli.
3. Harga eksekusi aset yang mendasari.
4. Tanggal berakhirnya hak membeli, atau disebut *expiration date*.

Pada kontrak opsi jual empat hal tersebut identik dengan yang tertuang dalam opsi beli.

Derivatif standar (*plain vanilla options*) terbagi menjadi opsi Eropa dan opsi Amerika. Opsi lainnya disebut derivatif eksotik (*non standard derivatives*). Contohnya adalah opsi Asia, opsi *Lookback*, opsi *Barrier* dan opsi bermuda. Misalkan harga saham awal (pada saat disetujui kontrak) adalah S, waktu jatuh tempo T dan harga eksekusi adalah K, serta $c = c(S,t)$ menyatakan harga opsi beli eropa pada saat t, dan $p = p(S,t)$ menyatakan harga opsi jual Eropa pada saat t. Nilai intrinsik dari opsi beli Eropa pada saat jatuh tempo dapat dituliskan sebagai suatu *payoff* atau penerimaan bagi pemegang kontrak opsi yaitu $c = maks\ (S_T - K, 0)$.

Jika $S_T > K$, opsi dikatakan dalam keadaan *in the money*. Pemegang opsi akan mengeksekusi opsi beli, yaitu dengan menjual saham dengan harga S_T yang lebih besar dari K, dan akan mendapatkan hasil sejumlah $S_T - K$. Jika $S_T = K$ opsi beli dikatakan dalam keadaan *at the money*. Sedangkan apabila $S_T < K$ opsi beli dikatakan dalam keadaan *out of the money*.

Kondisi *payoff* dari opsi jual Eropa adalah $p = maks\ (K - S_T, 0)$. Jika $S_T > K$, opsi tidak bernilai sehingga pemegang opsi tidak menggunakan haknya. Opsi jual akan dieksekusi pada saat $S_T < K$ sehingga pemegang opsi memperoleh hasil sebesar $K - S_T$. Hubungan antara harga opsi beli Eropa dengan jual Eropa yang dikenal dengan *put-call-parity*, dapat dinyatakan sebagai berikut.

(2.12)

$$c + Ke^{-rT} = p + S$$

dengan r menyatakan suku bunga bebas risiko.

Apabila $C = C(S,t)$ menyatakan harga opsi beli Amerika dan $P = P(S,t)$ menyatakan harga opsi jual Amerika, maka *payoff* pada waktu *maturity* untuk opsi beli adalah:

(2.13)

$$C = maks\ (S_T - K, 0).$$

sedangkan untuk opsi jual

(2.14)

$$P = maks\ (K - S_T, 0).$$

Opsi Asia adalah opsi yang *payoff*-nya tergantung pada rata-rata harga aset dasar selama periode yang telah ditentukan terlebih dahulu (Seydel, 2002: 168). Hal yang membedakan opsi Asia dengan opsi Eropa dan opsi Amerika adalah harga pada saat pelaksanaan opsi.

Harga saham yang digunakan sebagai acuan dalam opsi Asia adalah rata-rata harga saham pada waktu *T*. Oleh karena *payoff* dari opsi ini kurang berfluktuasi, opsi ini memberikan hak pada pemiliknya untuk membeli saham pada saat jatuh tempo dengan *exercise price* yang telah ditentukan.

2.2 Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo dikenal dengan istilah *sampling simulation* atau *Monte Carlo Sampling Technique*. Simulasi ini menggunakan data sampling yang telah ada (*historical data*) dan telah diketahui distribusi datanya. Penggunaan metode Monte Carlo memerlukan sejumlah besar bilangan acak, dan hal tersebut semakin mudah dengan perkembangan pembangkit bilangan-bilangan acak, yang jauh lebih cepat dan praktis dibandingkan dengan metode sebelumnya yang menggunakan tabel bilangan acak untuk sampling statistik.

Jika suatu sistem mengandung elemen yang mengikutsertakan faktor kemungkinan, model yang digunakan adalah model stokastik. Dasar dari simulasi Monte Carlo adalah percobaan elemen kemungkinan dengan menggunakan sampel random (acak). Menurut Saiful *et al*. (2013: 3) metode ini memiliki lima tahapan dalam menyelesaikan permasalahan yang ada, diantaranya yaitu:

1. Membuat distribusi kemungkinan untuk variabel penting,
2. Membangun distribusi kumulatif untuk tiap-tiap variabel di tahap pertama,
3. Menentukan interval angka random,
4. Membangkitkan angka random,
5. Membuat simulasi dari rangkaian percobaan.

Simulasi Monte Carlo dapat digunakan sebagai prosedur dalam penarikan hasil bilangan acak dari suatu proses yang diikuti dengan harga saham

(2.15)

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_t$$

dimana dW_t adalah proses Wiener dan S adalah harga saham. Jika δS adalah peningkatan pada harga saham di interval kecil selanjutnya dari waktu δS maka

(2.16)

$$\frac{\delta S}{S} = \mu \delta t + \sigma Z \sqrt{\delta t}$$

Dimana $Z \sim N(0,1)$, σ adalah volatilitas harga saham dan μ adalah tingkat pengembalian dengan risiko murni. Persamaan (2.16) dapat dinyatakan dalam bentuk

(2.17)

$$S(t + \delta t) - S(t) = \mu S(t) \delta t + \sigma S(t) Z \sqrt{\delta t}.$$

Nilai S dapat dihitung pada waktu $t + \delta t$ dari nilai awal S, kemudian nilai S pada waktu $t + 2\delta t$ dari nilai pada waktu $t + \delta t$, dan seterusnya. Sampel acak N dari distribusi normal digunakan untuk mensimulasikan percobaan dari jalur lengkapnya diikuti oleh S. Hasilnya akan lebih akurat untuk mensimulasikan lnS dari pada S, berikut adalah transformasi dari proses penentuan harga aset menggunakan lemma It$\hat{o}$

(2.18)

$$dlnS = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dW_t$$

sehingga diperoleh

(2.19)

$$lnS(t + \delta t) - lnS(t) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \delta t + \sigma Z \sqrt{\delta t}$$

atau

(2.20)

$$S(t + \delta t) = S(t) \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \delta t + \sigma Z \sqrt{\delta t}\right].$$

Simulasi Monte Carlo terutama relevan ketika *payoff* derivatif keuangan bergantung pada jalur yang diikuti oleh aset yang mendasari saat masa hidup opsi, yaitu, untuk jalur opsi bebas. Metode ini juga dapat diterapkan ketika nilai dari derivatif keuangan bergantung hanya pada nilai akhir dari aset yang mendasari tersebut. Sebagai contoh adalah opsi gaya Eropa yang mana *payoff*-nya bergantung pada nilai S saat waktu jatuh tempo T (Hull, 2009: 419). Proses penentuan harga saham untuk opsi Eropa dapat dinyatakan sebagai berikut

(2.21)

$$S_T^i = S\, exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma z\sqrt{T}\right]$$

dimana $i = 1,2, \dots, M$ dan M menunjukkan jumlah dari percobaan. Simulasi sebanyak M tersebut adalah jalur kemungkinan sebagai harga saham pada saat waktu jatuh tempo T. Perhitungan nilai opsi beli Eropa adalah

(2.22)

$$c = \frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} e^{-rT} \max[S_T^i - K, 0].$$

Jika ω adalah standar deviasi dan $\bar{\mu}$ adalah rata-rata dari *discounted payoff* yang diberikan oleh persamaan (2.19), maka standar eror dihitung dengan cara $\frac{\omega}{\sqrt{M}}$. Interval keyakinan 95% untuk harga f dari derivatif kemudian, diberikan oleh

(2.23)

$$\bar{\mu} - \frac{1.96\omega}{\sqrt{M}} < f < \bar{\mu} + \frac{1.96\omega}{\sqrt{M}}$$

dengan asumsi bahwa f terdistribusi normal (Hull, 2009: 423).

2.3 Teknik Reduksi Variansi

Dari pada memperbesar nilai *n*, sebaliknya dapat lebih difokuskan dalam mereduksi ukuran *s* untuk mempertajam interval keyakinan. Suatu teknik yang dikenal dengan teknik reduksi variansi.

Teknik tersebut dibedakan menjadi dua metode yaitu metode variabel kontrol dan metode variabel antithetik (Zhang, 2009: 19).

2.3.1 Teknik Variabel Antithetik

Dalam teknik ini, percobaan simulasi melibatkan perhitungan dua nilai derivatif. Nilai pertama f_1 dihitung dengan cara biasa. Nilai ke-dua f_2 dihitung dengan merubah tanda semua sampel acak dari distribusi normal standar. Jika Z adalah sampel yang digunakan untuk menghitung f_1, maka $-Z$ adalah sampel yang sesuai yang digunakan untuk menghitung f_2. Sebagai contoh, jika menggunakan persamaan (2.21), maka dapat diperoleh dua persamaan dalam bentuk

(2.24)

$$S_T = S\ exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + Z\sigma\sqrt{T}\right].$$

(2.25)

$$S_T = S\ exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T - Z\sigma\sqrt{T}\right].$$

Inputan acak akan lebih bisa digunakan yang diperoleh dari kumpulan pasangan antithetik $(Z, -Z)$ karena lebih terdistribusi secara teratur dari pada kumpulan dari sampel bebas $2N$. Rata-rata sampel dari pasangan antithetik selalu sama dengan rata-rata populasi dari nol. Rata-rata di atas batas banyak sampel bebas hampir pasti berbeda dari nol. $\bar{f}$ dinotasikan sebagai rata-rata dari f_1 dan f_2

(2.26)

$$\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

diperoleh

$$Var(\bar{f}) = Var\left[\frac{1}{2}(f_1 + f_2)\right]$$

(2.27)

$$Var(\bar{f}) = \frac{1}{4}Var[f_1] + \frac{1}{4}Var[f_2] + \frac{1}{2}Cov[f_1, f_2].$$

Jika kovarians antara f_1 dan f_2 $(Cov[f_1, f_2])$ adalah negatif, ini akan menghasilkan perhitungan variansi yang lebih kecil dari perhitungan secara bebas.

Interval keyakinan dihitung dengan mengestimasi standar eror menggunakan standar deviasi sampel dari N pasangan yang dirata-rata $\frac{f_1+f_2}{2}$ dan bukan $2N$ observasi individual (Boyle *et al*, 1997: 1273). Kemudian variabel antithetik memanfaatkan keberadaan dari korelasi negatif antara dua estimasi tersebut.

2.3.2 Teknik Variabel Kontrol

Dalam teknik ini, penilaian digantikan dari dugaan yang tidak diketahui dengan penilaian dari perbedaan antara jumlah yang tidak diketahui dan hubungan yang tidak diketahui, yang mana dugaan diketahui.

Variabel kontrol menggunakan estimasi ke-dua dengan korelasi positif yang tinggi dengan estimasi dari bunga. Dua simulasi digunakan dengan jumlah urutan yang sama dan δt yang sama.

Misalkan f_A dan f_B sebagai nilai yang memenuhi A dan B. Kemudian dapat ditulis $f_A = E[f_A^*]$ dan $f_B = E[f_B^*]$, dimana f_A^* dan f_B^* adalah nilai estimasi dari A dan B yang memenuhi.

Derivatif A yang mana nilainya adalah f_A merupakan sekuritas di bawah pertimbangan. Derivatif B yang mana nilainya adalah f_B, mirip dengan derivatif A dan mempunyai solusi analitik yang tersedia. Variabel acak f_B adalah variabel kontrol untuk f_A jika variabel tersebut berkorelasi dengan f_A. Kemudian

(2.28)

$$\widehat{f_A} = f_A^* + (f_B - f_B^*)$$

dimana f_B adalah nilai B yang diketahui. Eror yang diketahui $(f_B - f_B^*)$ digunakan sebagai kontrol dalam pengestimasian dari f_A. Nilai $\widehat{f_A}$ menyesuaikan estimator f_A menurut perbedaan antara nilai f_B yang diketahui dan nilai f_B^* yang diobservasi. Tujuan dari teknik ini adalah untuk memperkecil variansi dan membandingkan nilai dari derivatif A dan B, dipunyai

(2.29)

$$Var[\widehat{f_A}] = Var[f_A^*] + Var[f_B] + Var[f_B^*] + 2Cov[f_A^*, f_B^*].$$

dan $Var[f_B] = 0$ karena f_B adalah nilai B yang diketahui dan bukan merupakan variabel acak. Teknik variabel kontrol ini efektif jika kovarian antara f_A^* dan f_B^* besar, yaitu, jika $2Cov[f_A^*, f_B^*] > Var[f_A^*] + Var[f_B^*]$, kemudian variansi akan mengecil (Boyle *et al*, 1997).

2.4 Model Opsi Asia

Misalkan N merupakan jumlah hari dari transaksi opsi, T adalah waktu jatuh tempo opsi, dan $S(t_j)$ harga sekuritas pada akhir hari j, dimana $j = 1,2, \dots, N$, dan $t_N = T$. Kemudian rata-rata dari harga aset yang mendasari dapat dihitung menggunakan dua metode, yaitu rata-rata aritmetik dan rata-rata geometrik.

a. Rata-rata Aritmetik

Misalkan $S_A(t)$ adalah nilai rata-rata aritmetik dari aset dasar yang dihitung berdasarkan masa hidup opsi. Rata-rata aritmetik dihitung menggunakan

$$S_A(t) = \bar{S}(t) = \frac{S(t_1) + S(t_2) + \cdots + S(t_N)}{N}$$

(2.30)

$$\bar{S}(t) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} S(t_j).$$

b. Rata-rata Geometrik

Misalkan $S_G(t)$ adalah nilai rata-rata geometrik dari aset dasar yang dihitung berdasarkan masa hidup opsi. Kemudian rata-rata geometrik diberikan oleh Boyle *et al* (1997: 1300) sebagai

$$S_G(t) = \left[\prod_{j=1}^{N} S(t_j)\right]^{\frac{1}{N}}$$

(2.31)

$$= [S(t_1)S(t_2) \dots S(t_N)]^{\frac{1}{N}}.$$

Dua tipe opsi Asia standar tersebut diperoleh menggunakan rata-rata aritmetik atau rata-rata geometrik dari aset dasar yaitu

(i) Rata-rata Harga Opsi

Rata-rata harga *payoff* opsi beli adalah $\max(\bar{S}(t) - K, 0)$.

Rata-rata harga *payoff* opsi jual adalah $\max(K - \bar{S}(t), 0)$.

(ii) Rata-rata Harga Eksekusi Opsi

Rata-rata harga eksekusi *payoff* opsi beli adalah

$$\max(S_T - \bar{S}(t), 0).$$

Rata-rata harga eksekusi *payoff* opsi jual adalah

$$\max(\bar{S}(t) - K, 0),$$

dimana $\bar{S}(t)$ diberikan oleh rata-rata aritmetik pada persamaan (2.30) atau rata-rata geometrik pada persamaan (2.31).

Tipe lain dari opsi Asia adalah opsi Asia fleksibel yang merupakan perluasan dari opsi Asia standar. Untuk opsi Asia fleksibel, timbangannya dibedakan dan diterapkan berdasarkan pada kebutuhan investor.

Rata-rata harga eksekusi *payoff* opsi beli Asia standar dapat dinyatakan sebagai

(2.32)

$$f_c(S, T) = max\left[S(T) - \frac{1}{T}\int_0^T S(\tau)d\tau, 0\right]$$

dimana nilainya bergantung pada historis dari harga aset. Untuk opsi jual Asia dinyatakan sebagai

(2.33)

$$f_p(S,T) = max\left[\frac{1}{T}\int_0^T S(\tau)d\tau - S(T), 0\right].$$

Salah satu dari pokok perhatian adalah frekuensi dimana harga akan diteliti di atas periode rata-rata. Untuk menentukan harga pada persamaan (2.32) dengan Monte Carlo, dapat digunakan bilangan bulat positif N dan bagi lagi interval waktu $[0,T]$ ke dalam N sama dengan subinterval dan $\Delta t = \frac{T}{N}$. Harga aset lalu disimulasikan sebagai berikut.

(2.34)

$$S[(k+1)\Delta t] = S(k\Delta t)exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_k\right]$$

dimana $Z_k \sim N(0,1)$ for $k = 0,1,\ldots,N-1$. Pilih $S_k = S(k\Delta t)$. Maka persamaan (2.34) memenuhi

$$ln\left[\frac{S_{k+1}}{S_k}\right] = X_k = \left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma Z_k\sqrt{\Delta t}\right]$$

(2.35)

$$X_k = \mu\Delta t + \sigma Z_k\sqrt{\Delta t}$$

dimana $\mu = r - \frac{\sigma^2}{2}$ adalah simpangan parameter dari risiko netral gerak Brownian geometris, dan $X_k \sim N(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t)$. Karena

(2.36)

$$ln\left[\frac{S_{k+1}}{S_k}\right] = X_k$$

maka diperoleh

$$S_{k+1} = S_k e^{X_k}$$

$$= S_{k-1} e^{X_{k-1}} e^{X_k}$$

(2.37)

$$S_{k+1} = S_0 e^{X_0 + \cdots + X_k}.$$

Persamaan (2.37) memberikan model eksplisit, ketika persamaan (2.34) memberikan hubungan pengulangan untuk S_k. Integral waktu rata-rata dapat diperkirakan dengan aturan trapezium

(2.38)

$$\int_0^T S(\tau)d\tau \approx \frac{1}{N}\left[\frac{1}{2}S(0) + \frac{1}{2}S(T) + \sum_{k=1}^{N-1} S(k\Delta t)\right].$$

Persamaan (2.30) memberikan pendekatan diskrit ke $\bar{S}_t$. Opsi beli Asia yang di periksa secara diskrit mempunyai nilai estimasi pada langkah ke-i yang diberikan oleh

(2.39)

$$c^i = e^{-rT}\max[S_T - \bar{S}_t, 0].$$

persamaan (2.39) berulang untuk $i = 1,2, \dots, M$ dan estimasi akhir nilai opsi adalah

(2.40)

$$c = \frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} c^{i}.$$

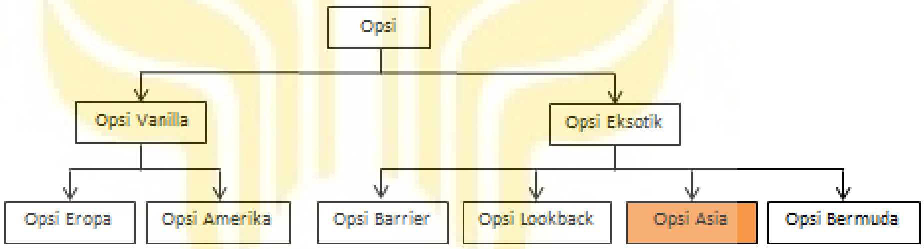
2.5 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian Syazali (2011: 54) mengenai Penentuan Harga Opsi *Put* Amerika dengan Simulasi Monte Carlo. Dari hasil penelitian tersebut dapat disimpulkan beberapa hal berikut. Simulasi Monte Carlo dapat meramalkan harga saham yang akan terjadi. Berdasarkan hasil simulasi diperoleh informasi: semakin tinggi harga saham awal maka harga opsi semakin rendah, semakin tinggi suku bunga maka harga opsi semakin rendah, semakin lama waktu jatuh tempo maka harga opsi semakin tinggi, semakin tinggi nilai volatilitas saham, maka harga opsi akan semakin tinggi, semakin tinggi harga eksekusi maka harga opsi akan semakin tinggi.

Berdasarkan penelitian Martinkutė-Kaulienė *et al*. (2013: 78) mengenai *Option Pricing using Monte Carlo Simulation*. Perbandingan antara hasil simulasi harga opsi Eropa dan observasi harga opsi yang sebenarnya menunjukkan bahwa harga simulasi dan harga historis yang paling sering ada dalam kasus hampir sesuai dengan sempurna dan bervariasi hanya pada simulasi ke-10. Umumnya, dari pernyataan tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa simulasi Monte Carlo sangat membantu ketika memprediksi harga opsi baik untuk periode waktu yang sangat pendek ataupun untuk periode waktu yang lebih panjang seperti misalnya 50 hari.

2.6 Kerangka Berpikir

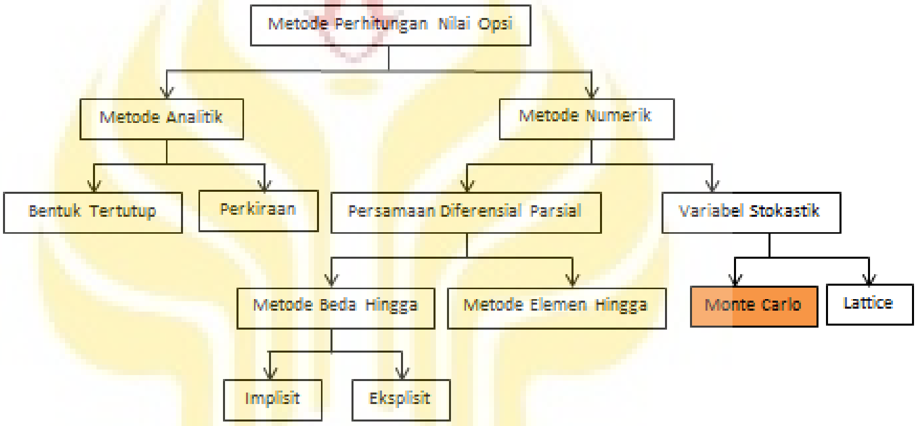
Menurut Pham (2007: 5), sebagian besar opsi yang diperdagangkan di pasar opsi adalah opsi Eropa atau opsi Amerika. Terdapat banyak tipe opsi lain seperti opsi barrier, opsi bermuda, opsi Asia, dan opsi *Lookback*. Secara umum, klasifikasi opsi dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Klasifikasi Opsi

Menurut Paramartha *et al* (2014: 124), hal yang menarik tentang opsi di pasar modal adalah dalam penetapan nilai kontrak opsi. Harga opsi saham adalah refleksi dari nilai intrinsik opsi. Dengan semakin berkembangnya opsi, maka semakin berkembang pula cara-cara dalam memprediksi suatu pergerakan harga opsi dan meramalkan segala kemungkinan yang terjadi dengan tujuan untuk meminimalkan risiko dan memaksimalkan keuntungan.

Terdapat tiga metode utama penentuan harga opsi yang digunakan secara luas, antara lain metode binomial, metode beda hingga (*finite difference methods*) dan metode simulasi Monte Carlo. Untuk sebagian besar tipe opsi, teknik perhitungan tradisional sangat sulit digunakan dikarenakan kerumitan dari instrumennya. Dalam hal ini, pendekatan Monte Carlo akan lebih bisa diandalkan (Zhang, 2009: 2). Metode perhitungan nilai opsi dapat diklasifikasikan seperti yang tertera pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Klasifikasi Metode Penentuan Nilai Opsi

Ketika masalah multi-dimensi dipertimbangkan, metode berdasarkan simulasi menjadi solusi yang terbaik untuk perhitungan harga karena prosedur numerik yang umum dari metode beda hingga dan metode binomial menjadi tidak bisa diterapkan pada situasi yang spesifik tersebut (Boyle, 1997: 1267). Seiring dengan semakin kompleksnya data di pasar modal maka metode yang digunakan untuk menentukan harga opsi juga semakin berkembang. Metode Monte Carlo merupakan alternatif yang sering digunakan untuk perhitungan numerik yang mengandung integral multidimensi dalam komputasi keuangan (Boyle, 1997: 1267).

Namun demikian, untuk menghasilkan nilai pendekatan yang sangat akurat, penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo memerlukan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar. Penggunaan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar akan memerlukan waktu komputasi yang cukup lama. Oleh karena itu, untuk mengefisiensikan waktu komputasi, proses penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo dapat ditambahkan dengan teknik reduksi variansi. Salah satu cara untuk mereduksi variansi adalah menggunakan metode variabel antithetik. Metode ini biasanya lebih mudah untuk diterapkan karena metode tersebut berfokus pada prosedur yang digunakan untuk membangkitkan deviasi acak.

Penelitian bermula dengan pengumpulan data. Dalam penelitian ini dipilih harga rata-rata Aritmetik opsi beli Asia. Pertama, membuat distribusi kemungkinan untuk variabel penting, lalu membangun distribusi kumulatif untuk tiap-tiap variabel di tahap pertama, selanjutnya menentukan interval angka random dilanjutkan dengan pembangkitan angka random, kemudian menggunakan metode Monte Carlo Standar dengan 10.000 jalur simulasi untuk menentukan harga opsi Asia.

Ketidakpastian nilai dari opsi keuangan berbanding terbalik dengan akar kuadrat dari jumlah simulasi. Kemudian, untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat, dibutuhkan jumlah simulasi harga saham yang lebih besar. Tentu saja hal ini tidak menguntungkan dari segi waktu komputasi. Teknik reduksi variansi memperbaiki dan meningkatkan efisiensi dari simulasi. Dalam metode variabel antithetik, sebuah simulasi percobaan melibatkan perhitungan dua buah nilai opsi. Nilai yang pertama f_1 dihitung dengan cara biasa. Nilai yang kedua f_2 dihitung dengan mengubah tanda dari seluruh sampel-sampel acak dari distribusi normal baku. Jika Z adalah sebuah sampel yang digunakan untuk menghitung f_1, maka $-Z$ adalah sampel yang digunakan untuk menghitung f_2. Selanjutnya notasikan $\bar{f}$ sebagai rata-rata dari f_1 dan f_2. Jika kovariansi antara f_1 dan f_2 ($Cov[f_1, f_2]$) adalah negatif maka akan diperoleh estimasi variansi yang lebih kecil dari metode biasa. Selanjutnya dapat ditentukan interval dari nilai opsi dengan nilai absolut eror yang terkecil.

BAB 5
PENUTUP

5.1 Simpulan

Penelitian ini memberikan hasil perhitungan harga opsi beli Asia menggunakan metode simulasi Monte Carlo dengan menerapkan teknik reduksi variansi. Proses penentuan harga opsi beli ini menggunakan aset dasar data real harga penutupan saham harian dari PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. periode 1 Oktober 2015 – 25 Maret 2016.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Langkah-langkah penentuan harga opsi beli Asia menggunakan metode simulasi Monte Carlo yaitu:
   a. Mempersiapkan dan menganalisis data harga saham yang akan digunakan. Langkah ini dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya data yang *outlier*. Jika terdapat data yang *outlier* maka data tersebut dibuang agar pergerakan data menjadi normal.
   b. Menentukan parameter rata-rata ($\bar{S}$), standar deviasi (σ^2), harga saham awal (S_0), harga eksekusi (K), tingkat suku bunga (r), waktu jatuh tempo (T), periode harga saham (m), jumlah simulasi (n), dan volatilitas (σ) data real harga saham.
   c. Membangkitkan harga saham pada masa yang akan datang dengan menggunakan parameter yang diperoleh dari langkah b.

d. Menentukan harga opsi beli Asia pada langkah c, dengan model harga opsi Asia.

e. Mengulangi langkah c dan d sebanyak n kali.

f. Menentukan interval harga opsi saham.

2. Jika diketahui harga saham awal kontrak (S_0) sebesar Rp2680.00, harga eksekusi (K) sebesar Rp2116.00, tingkat bunga bebas risiko (r) adalah 5%, waktu jatuh tempo (T) selama 3 bulan, volatilitas harga saham (σ) adalah 1.6, dan jumlah simulasi sebanyak 10.000 kali maka akan diperoleh harga opsi beli Asia dengan metode simulasi Monte Carlo sederhana yang dapat dilihat pada Tabel 5.1.

Tabel 5.1 Hasil Simulasi Monte Carlo Sederhana

m	Nilai Opsi oleh Monte Carlo Sederhana	Standar Eror oleh Monte Carlo Sederhana
100	753.2	11.5519
200	765.5	11.6655
300	758.4	11.5154
400	774.4	11.9262
500	766.3	11.7463

(Hasil simulasi Matlab 7.8)

3. Metode reduksi variansi dengan teknik variabel antithetik dapat memperkecil kesalahan baku dari metode Monte Carlo atau dengan kata lain dapat mempercepat kekonvergenan. Teknik ini memberikan hasil reduksi rata-rata sampai 45.8% peningkatan keefisienan. Dengan parameter-parameter yang sama seperti pada poin 2, maka akan diperoleh harga opsi beli Asia menggunakan metode simulasi Monte Carlo dengan menerapkan teknik variabel antithetik yang dapat dilihat pada Tabel 5.2.

Tabel 5.2 Hasil Reduksi Variansi dengan Teknik Variabel Antithetik

m	Nilai Opsi oleh variabel antithetik	Standar Eror oleh variabel antithetik
100	766.4	6.3383
200	766.6	6.2610
300	766.7	6.4248
400	766.7	6.3364
500	766.7	6.2952

(Hasil simulasi Matlab 7.8)

5.2 Saran

Hasil penelitian ini memberikan tambahan bukti terkait efisiensi penggunaan metode reduksi variansi dengan teknik variabel antithetik yang diterapkan pada metode simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga opsi saham. Berikut adalah beberapa saran yang dapat diberikan kepada pembaca.

1. Bagi para akademisi

   Penelitian ini dapat digunakan sebagai sumber referensi untuk penelitian selanjutnya tentang penentuan harga opsi Asia menggunakan metode simulasi Monte Carlo. Namun, penelitian ini memiliki keterbatasan, sehingga beberapa saran untuk pengembangan penelitian adalah sebagai berikut:

   1) Penelitian selanjutnya disarankan melakukan pengembangan program GUI matlab dengan gaya opsi yang berbeda seperti opsi Eropa ataupun opsi Amerika.
   2) Penelitian selanjutnya dapat dilakukan dengan metode yang berbeda seperti metode beda hingga dan metode binomial dengan

menerapkan teknik reduksi variansi baik menggunakan teknik variabel antithetik maupun teknik variabel kontrol.

2. Bagi investor dan manajer investasi, program aplikasi GUI matlab untuk menentukan harga opsi beli menggunakan metode simulasi Monte Carlo dengan teknik reduksi variansi ini dapat digunakan sebagai salah satu alat analisis yang digunakan dalam membuat strategi *trading*, khususnya untuk *trading* jangka panjang. Hasil perhitungan nilai opsi dapat digunakan untuk meramalkan besarnya risiko yang mungkin terjadi. Untuk panduan penggunaan program aplikasi GUI matlab ini dapat dilihat pada Lampiran 5.

DAFTAR PUSTAKA

Barola, A. 2013. *Monte Carlo Methods for American Option Pricing* [Thesis]. Copenhagen Business School.

Boyle, P. 1977. Options: a Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics*, 4: 323-338.

Boyle, P., Broadie, M., & Glasserman, P. 1997. Monte Carlo Methods for Security Pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21 (8-9), 1267 – 1321.

Ferdinand, A. 2011. *Metode Penelitian Manajemen Pedoman Penelitian untuk Penelitian Skripsi, Tesis, dan Disertasi Ilmu Manajemen*. Edisi 3. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

Hull, J. C. 2009. *Option, Future, and Other Derivatives*. Seventh Edition. New Jersey: Pearson Education, Inc. Pearson Prentice Hall.

Kusuma, H. & Sastika, W. 2015. Analisis Perbandingan Penentuan Harga Call Option dengan Menggunakan Metode Black-Scholes dan Metode Simulasi Monte Carlo. *Ecodemica*. Vol. III, No. 1.

Lu, B. 2011. *Monte Carlo Simulation and Option Pricing*. Undergraduate Mathematics Department. Pennsylvania State University.

Lyuu, Y. 2002. *Financial Engineering and Computation: Principles, Mathematics, Algorithms*. Cambridge University Press, UK.

Martinkutė-Kaulienė, R., Stankevičienė, J., & Žinytė, S. 2013. Option Pricing using Monte Carlo Simulation. *Journal of Security and Sustainability Issues*. Vol. 2(4): 65-79.

Oksendal, B. 2000. *Stochastic Differential Equations*. Fifth Edition. New York: Springer-Verlag Heidelberg.

Paramartha, I. P. O., Dharmawan, K., & Nilakusmawati, D. P. E. 2014. Penentuan Harga Kontrak Opsi Tipe Asia menggunakan Model Simulasi Normal Inverse Gaussian (NIG). *E-Jurnal Matematika*. Vol. 3, No. 3, 123-129.

Pham, K. 2007. *Finite Element Modelling of Multi-Asset Barrier Options*. Desertasi. University of Reading.

Ross, S. M. 1996. *Stochastic Processes Second Edition*. University of California, Berkeley: John Wiley & Sons, Inc.

Saiful, Mulyadi, Mardin, F., & Husnawati. 2013. *Analisis Risiko Finansial dengan Metode Simulasi Monte Carlo*. Prosiding Fakultas Teknik. Universitas Hasanuddin.

Seydel, R. 2002. *Tools for Computational Finance*. Jerman: Springer.

Suharmini, A. 2006. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktis*. Jakarta: Rineka Cipta.

Syazali, M. 2011. *American Put Option Pricing by Monte Carlo Simulation* [tesis]. Institut Pertanian Bogor.

Yong, B. 2012. Kajian Matematis dan Simulasi Numerik tentang Kekonvergenan Harga Opsi Call Tipe Eropa Model Binomial ke Model Black-Scholes. *Jurnal Matematika*, *Sains*, *dan Teknologi*. Vol. 13, No. 1, 1-10.

Zhang, H. 2009. *Pricing Asian Option using Monte Carlo Methods*. Uppsala Universitet.

http://www.adhi.co.id/news/list/media-release-2m16-kinerja-2015 (diakses tanggal 27 Maret 2016 pukul 10.15 WIB).

http://www.finance.yahoo.com/q/hp?s=ADHI.JK&a=09&b=1&c=2015&d=02&e=25&f=2016&g=d (diakses tanggal 27 Maret 2016 pukul 09.00 WIB).

http://www.portal-statistik.com/2015/04/cara-mendeteksi-data-outlier-dengan-spss.html (diakses tanggal 27 Maret 2016 pukul 10.30 WIB).