



**PERHITUNGAN NILAI PREMI DAN TUNAI
MANFAAT ASURANSI DENGAN BUNGA
STOKASTIK MENGGUNAKAN MODEL VASICEK
DAN CIR**

skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

oleh
Ella Maghfira Maulani

4111412045

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

2016



UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.



Semarang, 22 Agustus 2016



Elia Maghfira Maulani

4111412045

UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Perhitungan Nilai Premi dan Tunai Manfaat Asuransi dengan Bunga
Stokastik menggunakan Model Vasicek dan CIR

Disusun oleh

Ella Maghfira Maulani

4111412045

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada
tanggal 22 Agustus 2016.



Prof. Dr. Zainuri, SE., M.Si., Akt
196412231988031001

Ketua Penguji

Drs. Arief Agoestanto, M.Si
196807221993031005

Anggota Penguji/Pembimbing I

Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc,
198208182006042001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si
196807221993031005

Anggota Penguji/Pembimbing II

Drs. Sugiman, M.Si
196401111989011001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Motto

- Sesungguhnya kesulitan itu bersama dengan kemudahan. Karena itu setelah selesai mengerjakan suatu urusan, tetaplah tabah dan bekerja keras untuk urusan yang lain (Q.S Al Insyirah: 6-7).

Persembahan

Karya tulis ini saya persembahkan kepada

- Kedua orang tua dan keluarga dengan kasih sayang, doa, pengorbanan, keikhlasan dan kerja kerasnya untukku, semoga Allah selalu melindungi mereka.
- Sahabat dan teman-teman terbaikku yang selalu memberi semangat dan doa.

PRAKATA

Puji syukur kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karuniaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Perhitungan Nilai Premi dan Tunai Manfaat Asuransi dengan Bunga Stokastik menggunakan Model Vasicek dan CIR”.

Penyelesaian skripsi ini, banyak sekali pihak yang sudah membantu penulis. Penulis mengucapkan terima kasih banyak kepada berbagai pihak yang sudah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Ketua Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang.
4. Putriaji Hendikawati S.Si.,M.Pd.,M.Sc. dan Drs. Sugiman, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi.
5. Drs. Arief Agoestanto, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberi masukan dan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi.
6. Bapak dan Ibu dosen serta staf Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.

Akhirnya penulis mengharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menjadi berkah bagi pembaca.

Semarang, 22 Agustus 2016

Penulis



ABSTRAK

Maulani, Ella, Maghfira. 2016. *Perhitungan Nilai Premi dan Tunai Manfaat Asuransi dengan Bunga Stokastik menggunakan Model Vasicek dan CIR.* Skripsi Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing: Putriaji Hendikawati S.Si., M.Pd., M.Sc dan Drs. Sugiman, M.Si.

Kata kunci: Asuransi Jiwa, Asuransi Jiwa Seumur Hidup, Nilai Tunai Manfaat, Nilai Premi, Tingkat Suku Bunga Stokastik.

Asuransi dikembangkan untuk menghasilkan pemecahan praktis bagi ketidakpastian dan kerugian ekonomis. Ada beberapa jenis asuransi diantaranya adalah asuransi jiwa, setelah mengikuti asuransi jiwa maka nasabah harus membayar premi sesuai dengan polis yang disetujui dan mendapatkan nilai tunai manfaat. Tujuan penelitian ini adalah untuk menghitung nilai tunai manfaat dan nilai premi asuransi jiwa seumur hidup dengan tingkat suku bunga stokastik dan tingkat suku bunga konstan, tingkat suku bunga stokastik yang digunakan adalah model vasicek dan CIR.

Nilai tunai manfaat merupakan nilai polis pada satu saat tertentu yang besarnya tidak sama dengan jumlah premi yang telah dibayar karena nilai tunai manfaat yang diperoleh adalah sekitar 5% dari jumlah premi yang telah dibayar. Nilai tunai manfaat hanya diperoleh oleh nasabah yang mengikuti asuransi jiwa seumur hidup. Sedangkan nilai premi adalah sejumlah uang yang di bayarkan kepada pihak asuransi sesuai dengan perjanjian yang telah dibuat. Dalam penelitian ini menghitung premi tahunan.

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data tingkat Suku Bunga Indonesia (SBI) dan tabel mortalita Indonesia 2011 untuk perempuan dan laki-laki. Tingkat suku bunga Indonesia digunakan sebagai estimasi parameter yang mana parameter itu untuk menghitung tingkat suku bunga dengan model vasicek dan CIR. Langkah-langkah untuk menghitung nilai premi dan tunai manfaat yaitu mengestimasi nilai parameter k, θ, σ , menghitung tingkat suku bunga menggunakan model vasicek dan CIR, menghitung nilai tunai manfaat, anuitas dan nilai premi. Perhitungan nilai tunai manfaat penelitian ini sampai usia 65 tahun untuk laki-laki dan 70 tahun untuk usia perempuan, usia tersebut berdasarkan angka harapan hidup orang Indonesia meninggal dunia. Perhitungan nilai tunai manfaat dan nilai premi ini untuk pengguna asuransi jiwa seumur hidup.

Hasil dari penelitian ini menunjukkan tingkat suku bunga, tabel mortalita, jenis kelamin dan usia mempengaruhi nilai tunai manfaat dan nilai premi. Nilai tunai manfaat dan premi dengan tingkat suku bunga vasicek lebih rendah dari nilai tunai manfaat dan premi dengan tingkat suku bunga CIR. Sedangkan bunga stokastik dan bunga konstan yang menghasilkan nilai premi yang lebih murah dan nilai tunai manfaat yang lebih besar diantara keduanya adalah adalah nilai premi dan nilai tunai manfaat dengan bunga konstan.



UNNES
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	v
PRAKATA	vi
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
BAB	
1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	7
1.3 Pembatasan Masalah	8
1.4 Tujuan Penelitian	8
1.5 Manfaat Penelitian	9
1.6 Sistematika Penulisan	9
2. TINJAUAN PUSTAKA	12
2.1 Asuransi	12
2. 1. 1 Pengertian Asuransi	12
2. 1. 2 Macam-macam Usaha Asuransi	13
2.2 Asuransi Jiwa	13
2. 2. 1 Pengertian Asuransi Jiwa	13
2. 2. 2 Bentuk Asuransi Jiwa	14
2. 2. 3 Sifat-sifat Kontrak Asuransi Jiwa	14
2. 2. 4 Fungsi Asuransi Jiwa	16

2.3 Premi Asuransi	16
2.3.1 Pengertian Premi Asuransi	16
2.3.2 Cara Pembayaran Premi	17
2.3.3 Perhitungan Premi Asuransi Jiwa	18
2.3.4 Faktor-faktor Lain pada Premi	20
2.3.5 Komponen Premi Asuransi	22
2.3.6 Polis Asuransi	23
2.4 Fungsi Kehidupan (<i>Survival Function</i>)	24
2.5 Waktu Hidup yang Tersisa (<i>Future Lifetime</i>)	26
2.6 Force of Mortality	27
2.7 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Seumur Hidup	29
2.8 Nilai Tunai Manfaat Asuransi Seumur Hidup	30
2.9 Nilai Tunai Anuitas Hidup	31
2.10 Tingkat Suku Bunga Stokastik	31
2.10.1 Pengertian Tingkat Suku Bunga	31
2.10.2 Pengertian Tingkat Suku Bunga Stokastik	32
2.10.3 Model Tingkat Suku Bunga Vasicek	34
2.10.4 Model Tingkat Suku Bunga CIR	36
3. METODE PENELITIAN	39
3.1 Menemukan Masalah	40
3.2 Studi Pustaka	40
3.3 Sumber Data	41
3.4 Metode Pengumpulan Data	41
3.5 Pengolahan Data, Perhitungan Data dan Pemecahan Masalah	42
3.6 Penarikan Kesimpulan	44
3.7 Alur Penyelesaian Perhitungan Nilai Tunai Manfaat dan Premi	44
4. HASIL DAN PEMBAHASAN	47
4.1 Hasil Penelitian	47
4.1.1 Mengestimasi Nilai Parameter k, θ, σ dengan menggunakan Tingkat Suku Bunga Bank Indonesia dari tahun 2006-2015	47
4.1.2 Menghitung Tingkat Suku Bunga Vasicek dan CIR	49

4.1.3 Menghitung Nilai Tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Konstan dan Tingkat Suku Bunga Stokastik menggunakan Excel	52
4.1.4 Menghitung Nilai Tunai Anuitas Hidup dengan Tingkat Suku Bunga Konstan dan Tingkat Suku Bunga Stokastik menggunakan Excel ...	56
4.1.5 Menghitung Nilai Premi dengan Tingkat Suku Bunga Konstan dan Tingkat Suku Bunga Stokastik menggunakan Excel	57
4.2 Pembahasan	60
4.2.1 Tingkat Suku Bunga yang mengikuti Model Vasicek dan CIR	62
4.2.2 Nilai Premi dan Nilai Tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Konstan dan Tingkat Suku Bunga Stokastik	63
5. PENUTUP	68
5.1 Simpulan	68
5.2 Saran	69
DAFTAR PUSTAKA	71
LAMPIRAN	74



DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
3.1 Alur Penelitian	39
3.2 Alur Penyelesaian Perhitungan Tunai Manfaat dan Premi	45



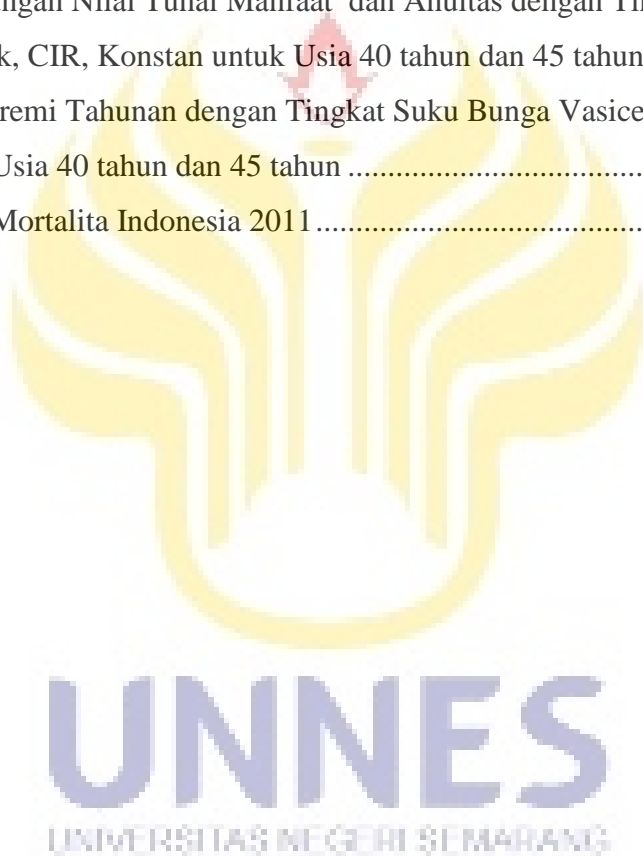
DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
2.1 Perhitungan Usia rata-rata orang meninggal dunia	19
4.1 Tingkat Suku Bunga BI Tahunan	49
4.2 Tingkat Suku Bunga Vasicek dan CIR untuk Usia 40 tahun	51
4.3 Tingkat Suku Bunga Vasicek dan CIR untuk Usia 45 tahun	52
4.4 Nilai Tunai Manfaat untuk Usia 40 tahun	54
4.5 Nilai Tunai Manfaat untuk Usia 45 tahun	56
4.6 Nilai Tunai Anuitas Hidup untuk Usia 40 tahun	57
4.7 Nilai Tunai Anuitas Hidup untuk Usia 45 tahun	57
4.8 Nilai Premi Tahunan untuk Usia 40 tahun	58
4.9 Nilai Premi Tahunan untuk Usia 45 tahun	59



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Estimasi Parameter	74
2. Perhitungan tingkat suku bunga Vasicek dan CIR untuk usia 40 tahun dan 50 tahun	77
3. Perhitungan Nilai Tunai Manfaat dan Anuitas dengan Tingkat Suku Bunga Vasicek, CIR, Konstan untuk Usia 40 tahun dan 45 tahun	81
4. Nilai Premi Tahunan dengan Tingkat Suku Bunga Vasicek, CIR, Konstan untuk Usia 40 tahun dan 45 tahun	91
5. Tabel Mortalita Indonesia 2011	92



DAFTAR SIMBOL

$s(x)$	= Fungsi kehidupan
x	= Usia seseorang (tahun)
I_x	= Banyaknya orang yang tepat berusia x tahun
I_{x+t}	= Banyaknya orang yang tepat berusia $x + t$ tahun
$T(x)$	= Fungsi peubah acak kontinu X
p_x	= Kemungkinan hidup orang yang tepat berusia x
q_x	= Kemungkinan meninggal orang yang berusia antara usia x dan $x + 1$ tahun
${}_tq_x$	= Peluang x akan meninggal dalam t tahun
${}_tp_x$	= Peluang x akan tetap hidup sedikitnya dalam t tahun
P_x	= Premi tahunan asuransi jiwa seumur hidup
\ddot{a}_x	= Nilai tunai anuitas hidup
A_x	= Nilai tunai manfaat asuransi seumur hidup
v_{k+1}	= Fungsi diskon
$r(t)$	= Tingkat suku bunga pada waktu t
k	= Kecepatan tingkat bunga menuju titik keseimbangannya
θ	= Rata-rata jangka panjang dari tingkat suku bunga
σ	= Volatility dari tingkat suku bunga, volatility adalah pergerakan tingkat suku bunga yang tidak tentu (naik turun secara tak beraturan).
$W(t)$	= Proses wiener, proses wiener adalah gerak brown dengan rata-rata 0 dan varian 1

d = Tingkat bunga efektif dimuka atau diskonto untuk jangka waktu t

$B(t)$ = Harga untuk tingkat suku bunga pada waktu t



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam setiap zaman, manusia telah berusaha untuk mendapatkan keamanan keuangan untuk dirinya sendiri dan keluarga yang bergantung padanya. Setiap manusia menginginkan adanya keamanan. Keamanan adalah kedamaian batin dan terbebas dari rasa kekhawatiran. Ketidakamanan dapat berupa keraguan, ketakutan, dan tekanan. Kebanyakan kegiatan ekonomi yang manusia lakukan ditunjukkan untuk memenuhi beberapa kebutuhan dan pencapaian suatu tingkat keamanan.

Kenyataannya, keamanan keuangan yang sempurna merupakan ilusi sebagian disebabkan masalah universal seperti kematian, sakit, kecelakaan, dan cacat. Asuransi dikembangkan untuk menghasilkan pemecahan praktis bagi ketidakpastian dan kerugian ekonomis. Saat ini asuransi telah berkembang menjadi suatu bidang usaha/bisnis yang menarik dan mempunyai peranan yang tidak kecil dalam kehidupan ekonomi maupun dalam pembangunan ekonomi, terutama dibidang pendanaan.

Menurut Undang-Undang No.2 Tahun 1992 tentang asuransi, asuransi adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, yang mana pihak asuransi mengikatkan diri kepada nasabah dengan menerima premi asuransi untuk memberikan penggantian kepada nasabah karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang

diharapkan atau tanggung jawab hukum pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak pasti atau memberi suatu

pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan.

Ada beberapa jenis asuransi diantaranya adalah asuransi jiwa. Pada hakikatnya asuransi jiwa adalah pelimpahan resiko dari pihak tertanggung kepada pihak penanggung agar kerugian material yang diderita dapat ditanggung pihak lain. Asuransi jiwa adalah usaha kerjasama dari sejumlah orang yang sepakat menanggung kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah seorang anggotanya.

Dengan adanya asuransi jiwa nilai ekonomi hidup manusia yang terancam ketidakpastian dapat dilindungi. Perusahaan yang besar dengan pemegang saham yang banyak akan mudah mengatasi santunan asuransi dari anggota yang tertimpa musibah. Dengan administrasi yang efisien dari investasi dana yang aman dengan tingkat bunga yang wajar, perusahaan asuransi akan berkembang dengan sehat dan merupakan usaha pengumpulan modal yang amat penting.

Jenis-jenis asuransi jiwa antara lain asuransi berjangka, asuransi seumur hidup, asuransi dwiguna dan asuransi tertunda. Masing-masing memiliki manfaat

yang berbeda guna memenuhi berbagai macam kebutuhan dan tingkat kemampuan masyarakat yang berbeda.

Setelah mengikuti asuransi jiwa maka nasabah harus membayar premi sesuai dengan polis yang telah disetujui dan mendapatkan nilai tunai manfaat. Premi Asuransi adalah kewajiban pihak tertanggung kepada pihak penanggung yang berupa pembayaran uang dalam jumlah tertentu secara periodik. Jumlah premi tergantung pada faktor-faktor yang menyebabkan tinggi rendahnya tingkat risiko



dan jumlah nilai pertanggungan. Jangka waktu pembayaran premi sangat tergantung pada perjanjian yang sudah dituangkan dalam polis asuransi (Hasan, 2014).

Nilai tunai merupakan nilai polis pada satu saat tertentu yang besarnya tidak sama dengan jumlah premi yang telah dibayar. Nilai tunai manfaat lebih kecil dari jumlah premi yang dibayar. Sedangkan, manfaat merupakan jumlah uang yang dijamin dalam polis asuransi yang akan dibayarkan kepada pemegang polis/tertanggung yang ditunjuk sesuai dengan persyaratannya (Kamus Istilah Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia, 2015).

Perhitungan premi dan nilai tunai manfaat membutuhkan tingkat suku bunga. Biasanya tingkat suku bunga yang digunakan adalah tingkat suku bunga konstan padahal pembayaran premi dan tunai manfaat adalah pembayaran jangka panjang yang mana tingkat suku bunga akan mengalami perubahan karena berbagai faktor dan perubahannya tidak dapat diprediksi. Faktor-faktor yang mempengaruhi perubahan tingkat suku bunga antara lain inflasi, banyaknya uang yang beredar dalam masyarakat, dan sebagainya. Selain tingkat suku bunga, dalam perhitungan nilai tunai manfaat dan premi membutuhkan tabel mortalita.

Stokastik merupakan proses perubahan dalam variabel yang disebabkan oleh perubahan parameter (Kamus istilah Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia, 2015).

Sedangkan proses stokastik merupakan suatu indeks atau himpunan bilangan acak yang berubah secara tidak tentu sehingga nilai variabel dari himpunan tersebut saling bebas satu sama lainnya. Jadi tingkat suku bunga stokastik adalah tingkat suku bunga yang fluktuatif yang berubah secara tidak tentu. Dengan kata lain

perubahan tingkat suku bunga yang fluktuatif disetiap periode merupakan proses stokastik sehingga untuk mengestimasiya diperlukan suatu model tingkat suku bunga stokastik. Model tingkat suku bunga stokastik diantaranya adalah menggunakan model Vasicek dan Cox-Ingersol-Ross (CIR).

Pembayaran premi dan tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan selalu tetap meskipun tingkat suku bunganya berubah maka dari itu pembayaran premi dengan tingkat suku bunga ini bisa terlalu mahal atau terlalu murah. Sedangkan pembayaran premi dan tunai manfaat dengan tingkat suku bunga stokastik berubah-ubah jika tingkat suku bunganya juga berubah.

Pada tahun 1977, Vasicek memperkenalkan model vasicek sebagai model suku bunga stokastik pertama kalinya. Pada model ini, prediksi tingkat bunga bisa bernilai negatif sedangkan pada realitanya tingkat bunga tidak mungkin bernilai negatif. Selanjutnya, kekurangan tersebut diperbaiki pada sebuah model yang disebut model Cox Ingersoll Ross (CIR), yang menjamin prediksi tingkat bunga tidak negatif (Damir, 2009).

Model CIR diperkenalkan oleh Cox, Ingersoll dan Ross pada tahun 1985. Model CIR merupakan model *short rate* yang bebas resiko. Pada model ini terdapat sifat *mean reversion* yang merupakan kecenderungan dari tingkat bunga untuk kembali menuju rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga. Dengan adanya sifat ini, pergerakan tingkat bunga akan menuju suatu level rata-rata tingkat bunga yang disebut *mean reversion level*. Ketika tingkat bunga tinggi, ekonomi cenderung melambat dan permintaan kredit dari peminjam cenderung rendah. Sebagai dampaknya tingkat bunga akan turun. Sebaliknya, ketika tingkat

bunga rendah, akan terjadi kecenderungan naiknya permintaan kredit dari peminjam sehingga dampaknya tingkat bunga akan cenderung naik. Jika proses naik dan turunnya tingkat bunga terjadi terus menerus, maka dalam jangka panjang tingkat bunga akan berada disekitar *mean reversion level* (Hull, 2012).

Hasil penelitian Noviyanti (2006) memperlihatkan bahwa penggunaan tingkat bunga derivatif memberikan nilai resiko transformasi wang yang lebih kecil dibandingkan tingkat bunga konstan. Untuk jenis asuransi seumur hidup, model CIR memberikan nilai risiko lebih kecil daripada model vasicek untuk nilai parameter tingkat kecepatan mencapai tingkat bunga spot untuk jangka panjang serta nilai volatilitas tertentu. Sementara, untuk jenis asuransi berjangka dan dwiguna, risiko terkecil diberikan oleh model vasicek.

Hasil dari penelitian Kristiani, dkk (2011) menunjukkan bahwa parameter-parameter yang digunakan dalam perhitungan tingkat suku bunga stokastik mempengaruhi nilai premi dan tunai manfaat. Selain itu usia nasabah saat penandatanganan kontrak juga berpengaruh pada nilai premi dan tunai manfaat. Semakin tinggi usia nasabah saat penandatanganan kontrak, semakin tinggi juga nilai tunai manfaat dan premi yang harus dibayar oleh nasabah (Kristiani, dkk 2011).

Hasil dari penelitian Huang, dkk (2013) yang menggunakan tingkat suku bunga stokastik untuk perhitungan nilai tunai manfaat menunjukkan bahwa usia saat penandatanganan kontrak mempengaruhi nilai tunai manfaat, semakin tinggi usia seseorang semakin besar nilai tunai manfaat yang diperoleh ahli waris dari

pihak bertanggung. Hal ini dikarenakan pada usia yang lebih tinggi, tingkat risiko yang mungkin dialami oleh pihak bertanggung semakin besar (Huang, dkk 2013).

Hasil dari penelitian Oklahama (2009) Perhitungan Valuasi Asuransi dengan Tingkat Suku Bunga Stokastik Pemodelan Binomial menunjukkan bahwa dengan menggunakan pemodelan suku bunga stokastik kondisi yang diperoleh akan lebih realistis. Hal ini dikarenakan asuransi merupakan suatu kontrak jangka panjang sehingga akan kurang konsisten bila digunakan suku bunga yang deterministik (Oklahama, 2009).

Hasil dari penelitian Elvasukma (2012) Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Kasus Diskrit Menggunakan Model CIR menunjukkan bahwa perhitungan premi asuransi jiwa berjangka dengan model stokastik untuk tingkat suku bunga CIR telah mempertimbangkan keadaan *mean reverting* yang sesuai dengan keadaan ekonomi yang terjadi. Nilai premi yang diperoleh berdasarkan usia seseorang telah sesuai dengan kenyataan bahwa semakin bertambah usia bertanggung maka nilai premi yang dibayarkan juga semakin bertambah. Begitu juga dengan nilai asuransinya, semakin bertambahnya usia maka nilai asuransinya juga bertambah (Elvasukma, 2012).

Berdasarkan uraian di atas penulis ingin meneliti tentang “Perhitungan Nilai Premi dan Tunai Manfaat Asuransi dengan Tingkat Suku Bunga Stokastik Menggunakan Model Vasicek dan CIR”. Dalam penelitian ini menghitung nilai premi tahunan dan tunai manfaat asuransi jiwa dengan 3 tingkat suku bunga yaitu tingkat suku bunga konstan, tingkat suku bunga vasicek dan tingkat suku bunga CIR sedangkan asuransi yang digunakan dalam penelitian ini adalah asuransi jiwa

seumur hidup. Asuransi jiwa seumur hidup sesuai dengan namanya asuransi jiwa seumur hidup dimaksudkan untuk memberi proteksi seumur hidup hingga 99 tahun, usia 99 tahun ditetapkan berdasarkan angka harapan hidup masyarakat. Penelitian ini untuk nasabah supaya nasabah mengetahui harga premi dan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan dan stokastik. Perhitungan dalam penelitian ini menggunakan excel dan menggunakan dua data yaitu data Suku Bunga Indonesia dan Tabel Mortalita Indonesia 2011 untuk laki-laki dan perempuan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan Latar Belakang yang telah diuraikan, maka yang menjadi permasalahan adalah

1. Berapa nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek?
2. Berapa nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR?
3. Berapa nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek?
4. Berapa nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR?
5. Berapa nilai tunai manfaat dan nilai premi asuransi dengan bunga konstan?
6. Dengan bunga stokastik dan bunga konstan, manakah yang menghasilkan nilai premi yang lebih murah dan nilai tunai manfaat yang lebih besar diantara keduanya?

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam pembuatan skripsi ini hanya menitikberatkan pada

1. Perhitungan nilai tunai manfaat dan premi asuransi jiwa seumur hidup dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek dan CIR.
2. Perhitungan nilai tunai manfaat dan premi asuransi jiwa seumur hidup dengan bunga konstan.
3. Perhitungan nilai tunai manfaat dan premi sampai usia 65 tahun untuk laki-laki dan 70 tahun untuk perempuan.
4. Perhitungan nilai premi dan tunai manfaat dilihat dari segi nasabah atau pengguna asuransi jiwa seumur hidup.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. Untuk mengetahui nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek.
2. Untuk mengetahui nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR.
3. Untuk mengetahui nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek.
4. Untuk mengetahui nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR.

5. Untuk mengetahui nilai tunai manfaat dan premi asuransi dengan bunga konstan.
6. Untuk mengetahui nilai premi yang lebih murah yang menghasilkan nilai tunai manfaat yang lebih besar dengan bunga stokastik atau bunga konstan.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan skripsi ini adalah

1. Bagi Mahasiswa
Dapat belajar bagaimana mengaplikasikan matematika aktuaria khususnya “Perhitungan Nilai Premi dan Tunai Manfaat Asuransi dengan Bunga Stokastik menggunakan Model Vesicek dan CIR”.
2. Bagi Nasabah Asuransi Jiwa Seumur Hidup
Dapat melihat harga premi dan tunai manfaat dengan 2 tingkat suku bunga yaitu tingkat suku bunga konstan dan tingkat suku bunga stokastik yang mengikuti model vasicek dan CIR. Selain itu untuk mengetahui nilai premi yang lebih murah yang menghasilkan nilai tunai manfaat yang lebih besar dengan bunga stokastik atau bunga konstan.

1.6 Sistematika Penulisan

Secara garis besar penulisan skripsi ini terdiri dari tiga bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir yang masing-masing diuraikan sebagai berikut.

1. Bagian Awal
Bagian ini terdiri dari halaman judul, halaman pengesahan, pernyataan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar dan daftar lampiran.

2. Bagian Isi

Bagian ini merupakan bagian pokok skripsi yang terdiri dari 5 bab, yaitu:

- BAB I:** Pendahuluan, berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian dan manfaat penelitian.
- BAB II:** Tinjauan pustaka, berisi tentang asuransi, asuransi jiwa, premi asuransi, fungsi kehidupan, waktu hidup yang tersisa, force of mortality, premi tahunan asuransi jiwa seumur hidup, nilai tunai manfaat asuransi seumur hidup, nilai tunai anuitas hidup dan tingkat suku bunga stokastik.
- BAB III:** Metode penelitian, berisi tentang metode-metode yang digunakan dalam penelitian untuk memecahkan masalah penelitian yang meliputi menemukan masalah, studi pustaka, sumber data, metode pengumpulan data, pengolahan data, perhitungan data dan pemecahan masalah, penarikan kesimpulan dan alur penyelesaian perhitungan nilai tunai manfaat dan premi.
- BAB IV:** Hasil penelitian dan pembahasan, berisi tentang hasil penelitian yang terdiri dari mengestimasi nilai parameter k, θ, σ dengan menggunakan tingkat suku bunga bank Indonesia dari tahun 2006-2015, menghitung tingkat suku bunga vasicek dan CIR, menghitung nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan dan tingkat suku bunga stokastik menggunakan excel, menghitung nilai tunai anuitas hidup dengan tingkat suku bunga konstan dan tingkat suku bunga stokastik

menggunakan excel, menghitung nilai premi dengan tingkat suku bunga konstan dan tingkat suku bunga stokastik menggunakan excel.

BAB V: Penutup, berisi tentang kesimpulan hasil penelitian dan saran-saran peneliti.

3. Bagian Akhir

Bagian ini terdiri dari daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung skripsi.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Asuransi

2.1.1 Pengertian Asuransi

Menurut Nica (1969) asuransi didefinisikan sebagai upaya masyarakat secara bersama yang terdiri dari kumpulan beberapa individu dalam sebuah sistem pembayaran angsuran untuk meringankan atau menghapus kerugian yang jelas nilai harganya dari segi ekonomi bagi setiap peserta yang mengikuti asuransi. Sedangkan menurut Dorfman (1982) asuransi dapat dilihat dari dua segi yaitu dari segi keuangan dan segi hukum. Dari segi keuangan, asuransi adalah suatu rencana keuangan yang disusun untuk membagikan biaya-biaya atas kerugian yang tak terduga sedangkan dari segi hukum, asuransi adalah suatu rencana kontrak yang mana satu kumpulan setuju untuk mengganti kerugian-kerugian peserta lain.

Selain itu menurut Khan (1983) Asuransi adalah usaha seseorang untuk menghadapi bahaya kerugian yang menimpa nasabah asuransi yang dapat melindungi dirinya serta usahanya. Selain itu juga ia menyatakan bahwa asuransi adalah usaha bersama dalam menyebarluaskan suatu kerugian yang disebabkan oleh bencana tertentu kepada beberapa orang yang terlibat dalam asuransi itu dan setuju untuk mengasuransikan diri mereka dalam menghadapi bencana itu. Kerugian itu dibagikan merata dengan baik dengan cara sumbangan kecil yang ditujukan bagi dana bersama.

2.1.2 Macam-macam Usaha Asuransi

Menurut Darmawi (2006) dan Hasan (2014) jenis bidang usaha perasuransian yang tercantum dalam pasal 3 UU No.2/1992 dibagi atas dua macam yaitu usaha asuransi dan usaha penunjang usaha asuransi. Adapun usaha asuransi adalah sebagai berikut.

1. Asuransi kerugian

Adalah perjanjian asuransi yang memberikan jasa dalam penanggulangan risiko atas kerugian, kehilangan, manfaat, dan tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang timbul dari peristiwa yang tidak pasti.

2. Asuransi Jiwa

Adalah suatu jasa yang diberikan oleh perusahaan asuransi dalam penanggulangan risiko yang dikaitkan dengan jiwa atau meninggalnya seseorang yang dipertanggungjawabkan .

3. Reasuransi

Adalah perjanjian asuransi yang memberikan jasa dan pertanggungan ulang terhadap risiko yang dihadapi oleh perusahaan asuransi kerugian di perusahaan asuransi jiwa.

2.2 Asuransi Jiwa

2.2.1 Pengertian Asuransi Jiwa

Menurut Futami (1993) Asuransi jiwa merupakan usaha kerjasama dari sejumlah orang yang sepakat menanggung kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah satu anggotanya. Sedangkan menurut Adam (2012)

Asuransi jiwa merupakan usaha yang dilakukan manusia dalam mengurangi resiko yang terjadi dari suatu peristiwa yang tidak dapat diprediksi sebelumnya.

2.2.2 Bentuk Asuransi Jiwa

Ada beberapa bentuk asuransi jiwa, menurut Futami (1993) asuransi jiwa dibagi menjadi 3, yaitu

1. Asuransi Berjangka

Asuransi berjangka merupakan bentuk asuransi yang paling sederhana. Pada asuransi ini santunan asuransi akan dibayarkan perusahaan kepada pewaris jika si tertanggung meninggal selama jangka waktu tertentu disebut juga jangka waktu polis.

2. Asuransi Seumur Hidup

Asuransi seumur hidup merupakan cara yang lebih murah dan praktis dibandingkan dengan asuransi berjangka yang bersambung. Dengan asuransi seumur hidup maka santunan asuransi akan pasti dibayar tanpa memeperdulikan kapan maut datang menjemput. Premi dapat dibayarkan sekaligus (premi tunggal) atau terbatas sampai beberapa tahun ataupun seumur hidup.

3. Asuransi Endowmen

Asuransi Endowmen merupakan perpaduan antara asuransi berjangka dengan endowmen murni.

2.2.3 Sifat-sifat Kontrak Asuransi Jiwa

Dalam pertanggungan asuransi jiwa ada beberapa sifat khas dari perjanjian kontrak asuransi jiwa, menurut Salim (2007) sifat-sifat kontrak asuransi jiwa adalah sebagai berikut.

1. Pada asuransi jiwa jumlah nilai polis sudah ditentukan jumlah maksimum dari pertanggungan. Kontrak asuransi tidak *indemnity* artinya kita bisa memperoleh keuntungan dari pertanggungan tersebut.

Contoh

Seseorang diasuransikan dengan membayar premi Rp 10.000,00 setelah 3 tahun ia meninggal dunia. Besarnya jumlah pertanggungan kira-kira 1.000.000,00. Karena si pembeli meninggal dunia maka perusahaan asuransi akan membayar jumlah pertanggungan tersebut pada ahli warisnya atau pada yang berhak.

2. Kadang-kadang jangka waktu asuransi digunakan untuk seumur hidup (*whole life insurance*), pembayaran premi sama besarnya (misal Rp 1.000,00) walaupun resiko bertambah lama bertambah besar.
3. Dengan membayar premi secara level premium (merata), kerugian-kerugian pada waktu membayar dikompensir untuk masa yang akan datang.
4. Asuransi jiwa mengandung unsur “investasi” (capital formation).
5. Pembuktian klaim mudah karena
 - a) Kontrak bisa dibuktikan benar – benar berlaku
 - b) Tertanggung benar – benar meninggal dunia
 - c) Apakah ahli waris benar-benar yang berhak menerimanya.

6. Kontrak adalah “*uncontestable contract*” artinya bila seorang berbohong dan ini tidak diketahui oleh perusahaan, maka perjanjian tidak bisa dibatalkan.
7. Perusahaan asuransi akan membayar sejumlah uang tertentu kepada ahli warisnya.

2.2.4 Fungsi Asuransi Jiwa

Menurut Salim (2007) Fungsi asuransi jiwa adalah sebagai berikut.

1. Tujuan pertanggungan jiwa adalah mengadakan jaminan bagi masyarakat, yaitu mengambil alih semua beban resiko dari tiap-tiap individu. Bilamana ditanggung sendiri akan terlalu berat, maka lebih baik dipindahkan kepada perusahaan asuransi jiwa. Untuk mengambil alih resiko dari masyarakat yang mengikuti asuransi, oleh perusahaan asuransi dipungut suatu pembayaran yang relatif lebih rendah (pembayaran premi).
2. Perusahaan asuransi mempunyai tugas lain jika dilihat dari sudut pembangunan yaitu sebagai lembaga yang mengumpulkan dana (fund/premium) dan dana tersebut dapat diinvestasikan dalam lapangan pembangunan ekonomi, seperti: industri-industri, perkebunan, dan lain-lain. Dengan jalan demikian, adanya asuransi bisa untuk membangun perekonomian nasional.
3. Dari sudut pekerjaan, perusahaan asuransi memberikan bantuan kepada publik, dengan memberikan kesempatan kepada pekerja yaitu semua buruh atau pegawai untuk memperoleh income guna kelangsungan hidup mereka sehari-hari.

2.3 Premi Asuransi

2.3.1 Pengertian Premi Asuransi

Dalam asuransi yang dimaksud dengan premi adalah pembayaran dari tertanggung kepada penanggung sebagai imbalan jasa atas pengalihan risiko kepada penanggung. Dengan demikian premi asuransi menurut Darsono (2003) merupakan

1. Imbalan jasa atas jaminan yang diberikan oleh penanggung kepada tertanggung untuk mengganti kerugian yang mungkin di derita oleh tertanggung (pada asuransi kerugian).
2. Imbalan jasa atas jaminan perlindungan yang diberikan oleh penanggung kepada tertanggung dengan menyediakan sejumlah uang (*benefit*) terhadap risiko hari tua atau kematian (pada asuransi jiwa).

Menurut Adam (2012) premi adalah sejumlah uang yang dibayarkan oleh tertanggung kepada penanggung (perusahaan asuransi) yang besarnya sudah ditentukan, guna memproteksi kemungkinan terjadinya suatu risiko yang tidak diinginkan dimasa mendatang. Dengan kata lain premi berguna sebagai dana kewajiban masa depan perusahaan terhadap pemegang polis, selain itu premi juga berguna sebagai pendapatan perusahaan untuk membiayai operasional perusahaan.

Sedangkan menurut Hasan (2014) Premi Asuransi adalah kewajiban pihak tertanggung kepada pihak penanggung yang berupa pembayaran uang dalam jumlah tertentu secara periodik. Jumlah premi tergantung pada faktor-faktor yang menyebabkan tinggi rendahnya tingkat risiko dan jumlah nilai pertanggungan. Jangka waktu pembayaran premi sangat tergantung pada perjanjian yang sudah dituangkan dalam polis asuransi.

2.3.2 Cara Pembayaran Premi

Premi yang dibayar oleh pembeli asuransi tergantung kepada sifat kontrak yang telah dibuat antara perusahaan asuransi dengan tertanggung. Cara pembayaran premi menurut Salim (2007) adalah sebagai berikut.

1. Premi meningkat (*Natural premium – increasing premium*)

Pembayaran premi disini makin lama makin bertambah besar. Pada waktu tahun-tahun awal premi asuransi yang dibayar rendah, tetapi setelah itu makin lama makin bertambah tinggi dari tahun ke tahunnya. Pembayaran premi meningkat setiap tahunnya karena

- a) Umur pemegang polis semakin lama semakin naik (tua) berarti resiko juga meningkat
- b) Kemungkinan untuk meninggal dunia lebih cepat.

misalnya:

Umur 30 tahun s/d 31 tahun premi $x + 1$

Umur 31 tahun s/d 32 tahun premi $x + 2$

Umur 32 tahun s/d 33 tahun premi $x + 3$

2. Premi merata (*Level premium*)

Pada level premium besarnya premi yang dilunasi oleh pemegang polis setiap tahunnya sama (merata) besarnya. Tetapi pada tahun-tahun awal pembayaran premi lebih besar dari pada *natural premium*, sedangkan pada tahun-tahun berikutnya pembayaran premi lebih rendah bila kita bandingkan dengan *increasing premium*.

2.3.3 Perhitungan Premi Asuransi Jiwa

Ada tiga unsur utama yang menentukan perhitungan premi asuransi jiwa, yaitu sebagai berikut.

1. Mortalitas

Menurut Darmawi (2006) membayar santunan kematian adalah kewajiban dasar perusahaan asuransi. Karena itu, perusahaan asuransi (penanggung) harus mengetahui perkiraan “harapan hidup” orang yang ditanggungnya. Dengan memanfaatkan teori probabilitas dan statistik, “harapan hidup” itu dapat dihitung. Hasil-hasil perhitungan yang dikerjakan oleh aktuaris, disusun dalam sebuah tabel yang dinamakan tabel mortalitas.

Daftar tabel kematian berguna untuk mengetahui besarnya klaim yang menyebabkan kerugian karena kematian, serta untuk meramalkan berapa lama usia rata-rata seorang bisa bertahan hidup. Secara statistik bisa dihitung, sebab banyak menggunakan data matematis. Jadi yang diartikan dengan tabel kematian ialah: *“The mortality tables in used in rate computation as a basis for predicting the probable amount of future claims.”*

Contoh tabel kematian dapat dilihat dalam Tabel 1 yang menghitung usia rata-rata orang meninggal dalam satu grup atau satu daerah tertentu.

Tabel 1. Perhitungan usia rata-rata orang meninggal dunia

Number of dying	Age of death	Agregate age
551	x 97,5	53. 723
329	x 98,5	32. 406
125	x 99,5	12. 437
1.005	Total:	98. 566

Usia rata-rata orang meninggal dunia dalam satu grup ... $\frac{98.566}{1.005} = 98,08$

Menurut Salim (2007) dengan cara perhitungan dalam Tabel 1. Perhitungan usia rata-rata orang meninggal dunia maka dapat ditentukan berapa besarnya tingkat tarif asuransi, dengan mengambil dasar perhitungan rata – rata orang meninggal pada usia 98 tahun.

2. Suku Bunga

Menurut Darmawi (2006) semua polis asuransi jiwa mengharuskan pembayaran premi di muka, yaitu sebelum asuransi menjadi efektif. Karena pembayaran premi mulai pada awal kontrak dan manfaat (*benefit*) baru akan dibayar dimasa datang maka premi itu harus diperhitungkan bunganya. Untuk perhitungan bunga manajemen keuangan telah menyediakan teknik perhitungan bunga-berbunga (*compound interest*) dan diskonto. Selain itu menurut Salim (2007) bunga merupakan sebagian dari keuntungan perusahaan karena di dalam pembayaran premi unsur bunga ikut dihitung.

3. Loading (Pembebanan biaya operasional)

Menurut Darmawi (2006) dalam perhitungan premi dasar (*net premium*) biaya-biaya operasional perusahaan asuransi itu belum dibebankan ke dalam premi. Alokasi biaya operasioanal ini kedalam premi disebut loading. Premi dasar yang sudah ditambah dengan loading disebut premi bruto.

2.3.4 Faktor-faktor Lain pada Premi

Pada saat melakukan evaluasi pembelian polis asuransi jiwa oleh perorangan, terdapat faktor-faktor lain yang berperan dan kesemuanya

mempengaruhi mortalita. Menurut Achdijat (2009) faktor-faktor lain pada premi adalah sebagai berikut.

1. Usia

Usia seseorang mempunyai kaitan langsung terhadap mortalita, dan mortalita mempengaruhi langsung pada perhitungan premi. Makin tua tertanggung, makin tinggi risiko kematiannya.

2. Jenis Kelamin

Jenis kelamin calon tertanggung juga mempengaruhi mortalita karena pengalaman menunjukkan secara rata-rata kehidupan wanita lebih lama lima atau enam tahun daripada kehidupan laki-laki. Secara statistika, golongan wanita dianggap mempunyai risiko asuransi yang lebih baik daripada laki-laki dan tarif premi kaum wanita biasanya lebih rendah dari pada laki-laki.

3. Kesehatan

Faktor lain yang mempengaruhi mortalita adalah kesehatan calon tertanggung. Jika calon tertanggung tingkat kesehatannya rendah akan dikenakan tarif premi yang lebih tinggi.

4. Jenis Pekerjaan

Jenis pekerjaan calon tertanggung juga mempengaruhi mortalita. Calon tertanggung yang bekerja pada jenis pekerjaan yang berbahaya menggambarkan risiko yang lebih besar demikian juga calon tertanggung yang mempunyai hobi yang membahayakan.

5. Kebiasaan

Kebiasaan hidup seseorang juga mempunyai pengaruh pada mortalita. Misal kebiasaan merokok, makan berlebihan atau minum berakohol akan mempengaruhi kesehatan dan meningkatkan risiko kematian.

Faktor-faktor diatas menjadi perhatian khusus bagi “*underwriter*“ perusahaan asuransi, yang pekerjaannya adalah melakukan evaluasi dan memilah resiko. Bagi calon tertanggung yang menunjukkan adanya risiko lebih tinggi daripada normal karena karakteristik pribadinya dikatakan dalam “risiko sub-standard”. Dalam keadaan demikian, perusahaan asuransi dapat menolak risiko sub-standard yaitu dengan melakukan penyesuaian premi untuk menunjukkan adanya peningkatan risiko, pendekatan ini dinamakan “*rating*”.

2.3.5 Komponen Premi Asuransi

Tarif premi yang dikenakan terhadap suatu objek asuransi sangat bermacam-macam sifatnya dan terdiri dari beberapa komponen. Macam-macam komponen dari tarif premi asuransi menurut Darsono (2003) antara lain sebagai berikut.

1. Premi Dasar

Adalah premi yang dibebankan kepada tertanggung ketika polis dibuat/dikeluarkan, yang perhitungannya didasarkan

- a) data dan keterangan yang diberikan oleh tertanggung kepada penanggung pada waktu penutupan asuransi yang pertama.
- b) Luasnya risiko yang dijamin oleh penanggung sebagaimana dikehendaki oleh tertanggung.

Premi dasar inilah yang tercantum dalam polis dan umumnya tidak berubah selama data keterangan dan luas jaminan tidak berubah. Premi dasar biasanya terdiri dari tiga kelompok, yaitu

- a. Komponen premi untuk membayar kerugian – kerugian yang mungkin terjadi, yang tingginya didasarkan pada probabilitas terjadinya kerugian.
- b. Komponen premi yang dimaksudkan untuk membiayai operasi perusahaan asuransi (*cost of operation/exploitations*).
- c. Komponen sebagai bagian keuntungan bagi perusahaan asuransi.

2. Premi Tambahan

Adakalanya data dan keterangan yang disampaikan oleh tertanggung kepada penanggung ketika menutup asuransi atau interest-nya tidak selalu sama dengan keadaan yang sebenarnya atau pada saat polis ditandatangani, karena pada saat itu data/informasinya belum lengkap atau tertanggung menghendaki perubahan kondisi pertanggungan.

Untuk tambahan data/keterangan interest yang diasuransikan atau perubahan/penambahan risiko yang dijami, kepada tertanggung dikenakan premi tambahan (*additional premiums , surcharge*).

Contoh

Dalam asuransi jiwa biasanya untuk menentukan tingginya tarif premi perlu adanya pemeriksaan kesehatan (*medical check-up*) terhadap calon tertanggung. Bila tertanggung tidak mau, mungkin penanggung tetap mau

menerima pertanggung jawaban tersebut, dengan syarat yang bersangkutan dikenakan premi tambahan disamping premi dasar.

2.3.6 Polis Asuransi

Setiap perusahaan asuransi jiwa selalu membuat kontrak dengan pihak yang diasuransikan, inilah yang disebut polis asuransi. Dalam asuransi jiwa, ada tiga macam polis dasar menurut Purba (1995) yaitu sebagai berikut.

1. Polis jangka warsa (*term insurance policy*)

Polis ini hanya memberikan perlindungan selama waktu yang terbatas, misalnya satu tahun, dua tahun.

a) Polis seumur hidup (*whole life policy*)

Polis ini hanya memberikan perlindungan seumur hidup, tetapi di dalam praktiknya dibatasi sampai umur 100 tahun. Jika tertanggung mencapai usia 100 tahun dan belum meninggal maka kepadanya diberikan sekaligus benefit.

b) Polis dwi guna (*endowment policy*)

Polis dwi guna mengandung unsur tabungan dan perlindungan. Masa berlakunya polis terbatas, misalnya 5 tahun, 10 tahun, atau mencapai usia tertentu, misalnya 55 tahun. Jika tertanggung meninggal dalam masa kontrak maka ahli waris akan memperoleh benefit.

Isi kontraknya adalah sebagai berikut.

- a. Setiap yang diasuransikan setuju menyetor sekali atau beberapa kali penyetoran uang kepada pihak lembaga asuransi.
- b. Jumlah nilai polis ditentukan secara jelas.

- c. Pihak lembaga asuransi menyetujui pembayaran kepada pihak yang diasuransikan setelah selesai masa kontrak asuransi.
- d. Yang berhak menerima asuransi adalah pemegang polis atau ahli waris yang tertulis dalam polis asuransi, jika pemegang polis sudah meninggal dunia.

2.4 Fungsi Kehidupan (*Survival Function*)

Misalkan X adalah sebuah peubah acak kontinu yang menyatakan usia kematian dari seseorang yang baru lahir dan X memiliki fungsi distribusi $F_x(X)$.

$$F_x(X) = P(X \leq x) \quad x \geq 0 \quad (1)$$

Dibawah asumsi $F_x(X) = 0$ maka fungsi

$$s(x) = 1 - F_x(X) = P(X > x) \quad x \geq 0 \quad (2)$$

Akan memberikan $s(0) = 1$. Fungsi $s(x)$ seperti ini disebut dengan fungsi kehidupan . dengan kata lain fungsi kehidupan $s(x)$ adalah peluang seseorang berusia 0 tahun (baru lahir) akan bertahan hidup sampai berusia x tahun.

Dalam bidang ilmu aktuaria dan demografi fungsi kehidupan $s(x)$ sering digunakan sebagai langkah awal untuk perhitungan-perhitungan yang di lakukan misalnya untuk menentukan peluang seseorang berusia x akan tetap hidup ataupun meninggal pada suatu selang waktu. Walaupun demikian, penggunaan fungsi distribusi $F_x(X)$ pun dapat dan biasa dilakukan terutama dalam kaitannya dengan teori peluang dan statistika.

Melalui penerapan hukum-hukum probabilitas, peluang suatu kejadian yang berhubungan dengan X dapat dituliskan sebagai persamaan dalam fungsi kehidupan atau fungsi distribusi. Sebagai contoh, peluang seseorang baru lahir meninggal diantara x dan z ($x < z$) adalah

$$P(x < X \leq z) = F_x(z) - F_x(x) = s(x) - s(z) \quad (3)$$

Dan peluang bersyarat dari seseorang yang baru lahir akan meninggal diantara usia x dan z , jika diketahui akan tetap hidup sampai usia x ,

$$P(x < X \leq z | X > x) = \frac{F_x(z) - F_x(x)}{1 - F_x(x)} = \frac{s(x) - s(z)}{s(x)} \quad (4)$$

Hubungan antara tabel mortalitas dengan fungsi kehidupan adalah pada tabel mortalitas digambarkan penyebaran kematian dari manusia yang awalnya berusia 0 tahun sampai manusia berusia 100 tahun. Di dalam tabel mortalitas terdapat I_x yaitu jumlah sekelompok orang yang hidup pada usia x , dengan

$$I_x = I_0 \cdot s(x) \quad (5)$$

atau

$$I_{x+1} = I_0 s(x + t) \quad (6)$$

(Bowers dkk, 1997).

2.5 Waktu Hidup yang Tersisa (*Future Lifetime*)

Satu notasi yang digunakan untuk menyatakan seseorang masih hidup dan berusia x adalah (x) . Jika (x) meninggal pada usia $X (X > x)$ maka $T(x) = X - x$ menyatakan waktu hidup yang tersisa dari (x) , $T(x)$ merupakan fungsi peubah acak kontinu X , oleh sebab itu $T(x)$ juga merupakan suatu peubah acak kontinu.

Misalkan

$$\begin{aligned} Gx(t) &= P(T(x) \leq t), & t \geq 0 \\ &= \frac{F_x(x+t) - F_x(x)}{1 - F_x(x)} \\ &= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} \end{aligned} \quad (7)$$

Fungsi $Gx(t)$ menyatakan peluang (x) akan meninggal dalam t tahun. Namun demikian, dalam komunitas aktuaria internasional, peluang (x) akan meninggal dalam t tahun dinotasikan dengan ${}_tq_x$, karenanya,

$$\begin{aligned}
 {}_tq_x &= Gx(t) \\
 &= \frac{F_x(x+t) - F_x(x)}{1 - F_x(x)} \\
 &= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} \\
 &= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Akibatnya,

$$\begin{aligned}
 {}_tp_x &= 1 - Gx(t) \\
 &= \frac{1 - F_x(x+t)}{1 - F_x(x)} = \frac{s(x+t)}{s(x)}
 \end{aligned}$$

Atau ${}_tp_x = \frac{I_{x+t}}{I_x}$ (9)

Menyatakan peluang (x) akan tetap hidup sedikitnya dalam t tahun. Dengan kata lain ${}_tp_x$ menyatakan peluang (x) akan tetap hidup sampai usia $x + t$. Hal ini menunjukkan ${}_tp_x$ fungsi kehidupan dari (x).

Jika $t = 1$, penulis indeks 1 pada ${}_1p_x$ dan ${}_1q_x$, tidak perlu dilakukan, oleh karenanya

$$p_x = p[(x) \text{ akan tetap hidup sedikitnya dalam 1 tahun}]$$

$$q_x = q[(x) \text{ akan meninggal dalam waktu 1 tahun}]$$

Disamping itu untuk kasus diskrit, Future Life Time diubah bentuknya menjadi Curtate Life Time yaitu nilai variabel acak T yang kontinu diubah menjadi diskrit atau $T = K + S$

(Bowers dkk, 1997).

2.6 Force of Mortality

Sebuah analogi dari fungsi dari sebuah kematian bisa di dapat dengan menggunakan kepadatan probabilitas kematian pada saat mencapai umur x , yaitu menggunakan

$$P(x < X \leq z) = F_x(z) - F_x(x) = s(x) - s(z) \text{ dengan } z = x + \Delta x$$

$$\Pr(x < X < x + \Delta x | X > x) = \frac{F_x(x + \Delta x) - F_x(x)}{1 - F_x(x)}$$

$$= \frac{f_x(x)\Delta x}{1 - F_x(x)} \quad (10)$$

Pada ekspresi ini, $F'_x(x) = f_x(x)$ adalah fungsi kepadatan peluang dari random variable umur saat kematian kontinu. Fungsi $\frac{f_x(x)}{1 - F_x(x)}$ Mempunyai interpretasi kepadatan peluang kondisional. Untuk setiap umur x , fungsi tersebut memberikan nilai dari fungsi kepadatan peluang kondisional pada X pada saat umur x , diberikan kehidupan pada umur tersebut dan dinotasikan sebagai $\mu(x)$.

Kita mempunyai

$$\mu(x) = \frac{f_x(x)}{1 - F_x(x)} = \frac{-s'(x)}{s(x)} \quad (11)$$

Nilai dari $f_x(x)$ dan $1 - F_x(x)$ mengimplikasikan bahwa $\mu(x) \geq 0$

Force of mortality dapat digunakan untuk menspesifikasikan distribusi X .

Untuk mendapatkan hasil ini, kita mulai dengan $(x) = \frac{f_x(x)}{1 - F_x(x)} = \frac{-s'(x)}{s(x)}$, ubah x

menjadi y dan atur kembali untuk mendapatkan $-\mu(y)dy = d \log s(y)$

Mengintegrasikan persamaan ini dari x sampai $x + n$, kita mendapat

$$\begin{aligned}
 -\int_x^{x+n} \mu(y)dy &= \log \left[\frac{s(x+n)}{s(x)} \right] \\
 &= \log {}_n p_x
 \end{aligned}$$

Dan mengambil eksponensial mendapatkan

$${}_n p_x = \exp\left[-\int_x^{x+n} \mu(y)dy\right] \quad (12)$$

Dengan mengganti $s = y - x$, maka persamaannya menjadi

$${}_n p_x = \exp\left[-\int_x^x \mu(x+s)ds\right]$$

Secara khusus, kita mengganti notasi untuk memudahkan penggunaannya dengan mengganti umur hidupnya dengan 0 dan waktu kehidupannya dengan x .

Maka kita dapat

$${}_x p_0 = s(x) = \exp\left[-\int_0^x \mu(s)ds\right]$$

Sebagai tambahan

$$F_x(x) = 1 - s(x) = 1 - \exp\left[-\int_0^x \mu(s)ds\right] \quad (13)$$

Dan

$$\begin{aligned}
 F'_x(x) = f_x(x) &= \exp\left[-\int_0^x \mu(s)ds\right]\mu(x) \\
 &= {}_x p_0 \mu(x)
 \end{aligned} \quad (14)$$

$F_{T(x)}(t)$ dan $f_{T(x)}(t)$ adalah fungsi distribusi dan fungsi kepadatan peluang dari

$T(x)$, waktu hidup yang tersisa dari (x) . Dari ${}_t q_x = 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}$ kita dapat bahwa

$F_{T(x)}(t) = {}_t q_x$, maka

$$\begin{aligned}
 f_{T(x)}(t) &= \frac{d}{dt} {}_t q_x \\
 &= \frac{d}{dt} \left[1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \right] \\
 &= \frac{s(x+t)}{s(x)} \left[-\frac{s'(x+t)}{s(x+t)} \right]
 \end{aligned}$$

$$= {}_t p_x \mu(x+t) \quad t \geq 0 \quad (15)$$

(Bowers dkk, 1997).

2.7 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Seumur Hidup

Premi tahunan adalah premi yang dibayar tiap tahun, biasanya diawal tahun. Pembayaran premi bisa dilakukan seumur hidup bisa juga terbatas. Semakin sering premi dibayar, untuk besar santunan yang sama maka semakin kecil besar premi yang harus dibayar.

Dalam simbol dapat dinyatakan dengan persamaan berikut

$$P_x \ddot{a}_x = A_x$$

Atau

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} \quad (16)$$

Dimana

P_x = premi tahunan asuransi jiwa seumur hidup

\ddot{a}_x = nilai tunai anuitas hidup

A_x = nilai tunai manfaat asuransi seumur hidup

2.8 Nilai Tunai Manfaat Seumur Hidup

Nilai tunai merupakan nilai polis pada satu saat tertentu yang besarnya tidak sama dengan jumlah premi yang telah dibayar. Biasanya selalu lebih kecil dari jumlah premi yang dibayar. Sedangkan, manfaat merupakan jumlah uang yang dijamin dalam polis asuransi yang akan dibayarkan kepada pemegang polis/tertanggung yang ditunjuk sesuai dengan persyaratannya (Kamus istilah Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia, 2015).

Peubah acak dari fungsi nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup dinotasikan dengan z_T

$$\text{Maka } z_T = b_T v_T,$$

Dimana

b_T = fungsi peubah acak manfaat

v_T = fungsi peubah acak diskon

Misalkan pembayaran manfaat sebesar 1 unit pada akhir periode pihak tertanggung meninggal, yaitu pada saat t , maka nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup untuk $t \geq 0$ adalah

$$z_T = 1 \cdot \exp(-rt)$$

Jadi, nilai tunai manfaat asuransi seumur hidup z_t untuk nilai sekarang adalah

$$A_x = E[z_t] = \sum_{t=0}^{n-x} \exp(-rt) {}_t p_x q_{x+t} \quad (17)$$

Dimana

r = tingkat suku bunga

x = usia tertanggung mengikuti asuransi

n = batas usia perhitungan nilai tunai manfaat untuk laki-laki 65 tahun dan untuk perempuan 70 tahun.

2.9 Nilai Tunai Anuitas Hidup

Anuitas hidup merupakan suatu pembayaran jumlah tertentu yang dilakukan dalam selang waktu dan jangka waktu tertentu yang disertai dengan faktor kelangsungan hidup (survival). Dengan kata lain, anuitas hidup merupakan anuitas pasti yang disertai dengan faktor usia hidup. Faktor kelangsungan hidup sangat diperhatikan dalam aktuaria, karena pembayaran dan manfaat yang diberikan dalam

asuransi jiwa atau dana pensiun berkaitan dengan usia hidup seseorang (Futami, 1993).

Misalkan pembayaran anuitas sebesar 1 unit pada awal setiap periode, maka nilai tunai anuitas hidup untuk $t \geq 0$ adalah

$$Y_t = \ddot{a}_{\overline{t}|} = \exp(-rt)$$

Jadi, anuitas hidup untuk nilai sekarang (Y_t) adalah

$$\ddot{a}_x = E[Y_t] = \sum_{t=0}^{n-x} \exp(-rt) \cdot {}_t p_x \quad (18)$$

Dimana

r = tingkat suku bunga

x = usia tertanggung mengikuti asuransi

n = batas usia perhitungan anuitas untuk laki-laki 65 tahun dan untuk perempuan 70 tahun.

2.10 Tingkat Suku Bunga Stokastik

2.10.1 Pengertian Tingkat Suku Bunga

Tingkat suku bunga merupakan harga dari penggunaan uang atau bisa juga sebagai sewa atas penggunaan uang untuk jangka waktu tertentu (Boediono, 1985) dapat juga dikatakan sebagai harga yang harus dibayar apabila terjadi pertukaran anatar 1 rupiah sekarang dengan 1 rupiah nanti (misal 1 tahun lagi) dimana dengan jangka waktu tersebut bisa terjadi hal-hal yang tidak diinginkan (resiko), seperti keterlambatan membayar kembali atau tidak membayar sama sekali, adanya pengaruh inflasi yang menurunkan nilai mata uang serta adanya biaya transaksi.

Suku bunga adalah ukuran keuntungan investasi yang dapat diperoleh oleh pemodal dan juga merupakan ukuran-ukuran biaya modal yang harus dikeluarkan oleh perusahaan untuk menggunakan dana dari pemodal (Harianto dan Sudono, 2006).

Bunga merupakan sarana yang berfungsi ganda dalam suatu perekonomian. Bunga merupakan insentif bagi orang agar mau menabung dan mengakumulasi kekayaan. Ketika mempelajari peran bunga dalam perekonomian, para ekonom membagi menjadi dua yaitu tingkat bunga nominal dan tingkat bunga riil. Tingkat bunga nominal adalah tingkat bunga yang bisa dilaporkan, dimana itu merupakan tingkat bunga yang dibayar investor untuk meminjam uang. Sedangkan tingkat bunga riil adalah tingkat bunga yang dikoreksi karena pengaruh inflasi atau tingkat bunga minimal dikurangi dengan laju inflasi (Mankiw, 2000).

2.10.2 Pengertian Tingkat Suku Bunga Stokastik

Stokastik (*stochastic*) merupakan proses perubahan dalam variabel yang disebabkan oleh perubahan parameter (Kamus istilah Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia, 2015). Sedangkan proses Stokastik merupakan suatu indeks atau himpunan bilangan acak yang berubah secara tidak tentu sehingga nilai variabel dari himpunan tersebut saling bebas satu sama lainnya. Jadi tingkat suku bunga stokastik adalah tingkat suku bunga yang fluktuatif yang berubah secara tidak tentu. Dengan kata lain perubahan tingkat suku bunga yang fluktuatif disetiap

periode merupakan proses stokastik sehingga untuk mengestimasiya diperlukan suatu model tingkat suku bunga stokastik. Model tingkat suku bunga stokastik yang digunakan dalam penelitian ini adalah model Vasicek dan Cox-Ingersoll-Ross (CIR).

Pada tahun 1977, Vasicek memperkenalkan model vasicek sebagai model tingkat bunga stokastik pertama kalinya. Pada model ini, tingkat bunga bisa bernilai negatif dan berubah dengan volatilitas konstan. Padahal dalam kenyataannya tingkat bunga bernilai positif dan volatilitasnya tinggi apabila tingkat bunga tinggi. Dengan demikian, untuk mengatasi persoalan tersebut, Cox, Ingersoll dan Ross pada tahun 1985 memperkenalkan model suku bunga Cox Ingersoll Ross (Damir, 2009).

Model CIR merupakan model *short rate* yang bebas resiko. Pada model ini terdapat sifat *mean reversion* yang merupakan kecenderungan dari tingkat bunga untuk kembali menuju rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga. Dengan adanya sifat ini, pergerakan tingkat bunga akan menuju suatu level rata-rata tingkat bunga yang disebut *mean reversion level*. Ketika tingkat bunga tinggi, ekonomi cenderung melambat dan permintaan kredit dari peminjam cenderung rendah. Sebagai dampaknya, tingkat bunga akan turun. Sebaliknya, ketika tingkat bunga rendah, akan terjadi kecenderungan naiknya permintaan kredit dari peminjam sehingga dampaknya tingkat bunga akan cenderung naik. Jika proses naik dan turunnya tingkat bunga terjadi terus menerus, maka dalam jangka panjang tingkat bunga akan berada disekitar *mean reversion level* (Hull, 2012).

2.10.3 Model Tingkat Suku Bunga Vasicek

Model tingkat bunga vasicek adalah model yang memprediksi pergerakan tingkat bunga untuk waktu berikutnya dengan melihat pergerakan tingkat bunga sebelumnya, model ini mengikuti fenomena *mean reverting*, yaitu tingkat suku bunga akan selalu bergerak menuju titik keseimbangan tingkat suku bunga atau untuk waktu yang semakin lama tingkat suku bunga akan menuju pada nilai tertentu. Dengan $r(t)$ menyatakan tingkat suku bunga pada waktu t , k menyatakan kecepatan tingkat bunga menuju titik keseimbangannya, θ menyatakan rata-rata jangka panjang dari tingkat suku bunga, σ menyatakan volatility dari tingkat suku bunga dan $W(t)$ menyatakan proses Wiener.

Tingkat suku bunga dikatakan mengikuti model vesicek jika pergerakan tingkat suku bunganya mengikuti persamaan diferensial berikut (Hull, 2003).

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t) \quad (19)$$

Dengan menggunakan penyelesaian persamaan differensial parsial diperoleh solusi dari model tingkat suku bunga vasicek pada persamaan (19) adalah

$$r(t) = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) + \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW(u) \quad (20)$$

Dari persamaan (20) ditentukan ekspektasi dan variansi yaitu

$$E(r(t)) = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) \quad (21)$$

$$Var(r(t)) = \frac{\sigma^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) \quad (22)$$

(Bayazit, 2004).

Misal $P_1(t)$ menyatakan ekspektasi dari nilai tunai pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek (Hull, 2003).

$$P_1(t) = \exp\left((B(t) - t)\left(\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2}\right) - \frac{\sigma^2 B(t)^2}{4k} - r(0)B(t)\right) \quad (23)$$

Dengan $t) = \frac{1 - \exp(-kt)}{k}$; $B(t)$ = harga untuk tingkat suku bunga pada waktu t .

Nilai awal pada tahap estimasi parameter didapatkan dari metode OLS (*Ordinary Least Square*). Metode OLS adalah metode estimasi didalam ilmu statistika yang meminimalkan jumlahan kuadrat dari eror. Persamaan (19) diubah menjadi bentuk

$$r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \varepsilon_t \quad (24)$$

Dengan $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Untuk menggunakan OLS, persamaan (24) ditransformasi ke bentuk:

$$r_{t+1} - r_t = k\theta\Delta t - kr_t\Delta t + \sigma \varepsilon_t \quad (25)$$

Dengan meminimalkan jumlahan kuadrat dari bagian eror $\sum_{t=1}^{n-1} (\sigma \varepsilon_t)^2$ terhadap k dan θ akan didapatkan estimator untuk \hat{k} dan $\hat{\theta}$ sebagai berikut:

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}\right) \Delta t} \quad (26)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{n-1} r_t}{\left(n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}\right)} \quad (27)$$

Dan estimator untuk $\hat{\sigma}$ adalah

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k} \sqrt{r_t}\right)^2} \quad (28)$$

(Mariana dkk, 2015).

2.10.4 Model Tingkat Suku Bunga CIR

Model tingkat suku bunga CIR merupakan model *equilibrium* yang diperkenalkan pada tahun 1985. Model CIR menjamin tingkat suku bunga

bernilai positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau mempunyai kecenderungan kembali menuju rata-rata. Bentuk dari model CIR adalah

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t) \quad (29)$$

Dengan

$r(t)$: tingkat suku bunga pada waktu t

k : kecepatan tingkat bunga menuju titik keseimbangannya

θ : rata-rata jangka panjang tingkat suku bunga

σ : volatility dari tingkat suku bunga, volatility adalah pergerakan tingkat suku bunga yang tidak tentu (naik turun secara tak beraturan).

$W(t)$: proses wiener, proses wiener adalah gerak brown dengan rata-rata 0 dan varian 1.

(Cox & Ross, 1985)

Karena persamaan (29) adalah persamaan diferensial stokastik, maka digunakan formula Ito. Dengan menggunakan formula Ito didapatkan penyelesaian model CIR sebagai berikut

$$r(t+1) = e^{-k\Delta t}r(t) + \theta(1 - e^{-k\Delta t}) + \int_t^{t+1} \sigma e^{k(t+1-u)}\sqrt{r(u)}dW(u) \quad (30)$$

Persamaan (30) adalah penyelesaian dari persamaan (29). Didapatkan penyelesaian rekursif untuk $r(t+1)$ dalam bentuk nilai sebelumnya $r(t)$.

Dengan diberikan $\Delta t = (t+1) - t$. Persamaan (35) dapat ditulis dalam bentuk persamaan transisi sebagai berikut

$$r(t+1) = \theta(1 - e^{-k\Delta t}) + e^{-k\Delta t}r(t) + \epsilon(t+1) \quad (31)$$

Dengan

$$\epsilon(t+1) = \int_t^{t+1} \sigma e^{-k(t+1-u)}\sqrt{r(u)}dW(u)$$

Setelah mendapatkan penyelesaian dari model CIR, selanjutnya dicari rata-rata dan varians. Dengan menghitung rata-rata model CIR, bisa dibuktikan sifat *mean reversion* dari model CIR. Rata-rata bisa didapat dengan menghitung ekspektasinya

$$E[r(t)] = e^{-kt}r(0) + \theta(1 - e^{-kt}) \quad (32)$$

Persamaan (4) adalah rata-rata dari model CIR. Dengan mengambil nilai $t \rightarrow \infty$ akan didapatkan $\lim_{t \rightarrow \infty} E[r(t)] = \theta$. Maka terbukti bahwa model CIR memiliki sifat *mean reversion* karena rata-rata jangka panjangnya adalah θ yang merupakan *mean reversion level*.

Selanjutnya akan dihitung varians dari model CIR. Dengan terlebih dahulu menghitung $E[r^2(t)]$ dan $(E[r(t)])^2$ maka bisa dihitung varians dari suku bunga model CIR.

$$\begin{aligned} \text{Var}(r(t)) &= E[r^2(t)] - (E[r(t)])^2 \\ &= r(0) \left(\frac{\sigma^2}{k} \right) (e^{-kt} - e^{-2kt}) + \theta \left(\frac{\sigma^2}{2k} \right) (1 - e^{-kt})^2 \end{aligned} \quad (33)$$

Sudah didapatkan penyelesaian *mean* dan varians dari model CIR.

Misal $P_2(t)$ menyatakan ekspektasi dari nilai tunai pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR (Hull, 2003).

$$P_2(t) = \left(\frac{2d \exp\left(\frac{k+d}{2}t\right)}{\exp(td)(k+d)+d-k} \right)^{\frac{2k\theta}{\sigma^2}} \exp\left(-\frac{2r(0)(\exp(td)-1)}{\exp(td)(k+d)+d-k}\right) \quad (34)$$

Dengan $= \sqrt{k^2 + 2\sigma^2}$; $d =$ tingkat bunga efektif dimuka atau diskonto untuk jangka waktu t .

Nilai awal pada tahap estimasi parameter didapatkan dari metode OLS (*Ordinary Least Square*). Persamaan (34) diubah menjadi bentuk:

$$r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma\sqrt{r_t}\varepsilon_t \quad (35)$$

Dengan $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Untuk menggunakan OLS, persamaan (35) ditransformasi ke bentuk:

$$\frac{(r_{t+1}-r_t)}{\sqrt{r_t}} = \frac{k\theta\Delta t}{\sqrt{r_t}} - k\sqrt{r_t}\Delta t + \sigma\varepsilon_t \quad (36)$$

Dengan meminimalkan jumlahan kuadrat dari bagian error $\sum_{t=1}^{n-1}(\sigma\varepsilon_t)^2$ terhadap k dan θ akan didapatkan estimator untuk \hat{k} dan $\hat{\theta}$ sebagai berikut:

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}\right)\Delta t} \quad (37)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{n-1} r_t}{\left(n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}\right)} \quad (38)$$

Dan estimator untuk $\hat{\sigma}$ adalah

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{(r_{t+1}-r_t)}{\sqrt{r_t}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k}\sqrt{r_t} \right)^2} \quad (39)$$

(Mariana dkk, 2015).

BAB V

PENUTUP

5.1 Simpulan

Dari hasil dan pembahasan pada BAB IV maka dapat diambil beberapa simpulan sebagai berikut.

1. Nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek usia 40 tahun untuk perempuan adalah Rp 248.731,7 dan untuk laki-laki adalah Rp 327.365,00. Sedangkan nilai tunai manfaat usia 45 tahun untuk perempuan adalah Rp 399.568,3 dan untuk laki-laki adalah Rp 580.787,1.
2. Nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR usia 40 tahun untuk perempuan adalah Rp 422.292,225 dan untuk laki-laki adalah Rp 429.112,1. Sedangkan nilai tunai manfaat usia 45 tahun untuk perempuan adalah Rp 500.673,4 dan untuk laki-laki adalah Rp 651.456,5805.
3. Nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek usia 40 tahun untuk perempuan adalah Rp 139.313,4 dan untuk laki-laki adalah Rp 184.168,5. Sedangkan nilai premi usia 45 tahun untuk perempuan adalah Rp 224.880,9 dan untuk laki-laki adalah Rp 328.134,0831.
4. Nilai premi asuransi dengan bunga stokastik menggunakan model CIR usia 40 tahun untuk perempuan adalah Rp 217.187,9388 dan untuk laki-laki

adalah Rp 228.862,8. Sedangkan nilai premi usia 45 tahun untuk perempuan adalah Rp 267.163,9 dan untuk laki-laki adalah Rp 355.016,8.

5. Nilai tunai manfaat asuransi dengan bunga konstan usia 40 tahun untuk perempuan adalah Rp 5.075.579,001 dan nilai preminya adalah Rp 418.954,4, untuk laki-laki nilai tunai manfaatnya adalah Rp 6.324.759,22 dan nilai preminya adalah Rp 552.076,8. Sedangkan nilai tunai manfaat usia 45 tahun untuk perempuan adalah Rp 6.549.155 dan nilai preminya adalah Rp 573.167,15, untuk laki-laki nilai tunai manfaatnya adalah Rp 8.062.462 dan nilai preminya adalah Rp 768.178,3.
6. Dengan bunga stokastik dan bunga konstan yang menghasilkan nilai premi yang lebih murah dan nilai tunai manfaat yang lebih besar diantara keduanya adalah nilai premi dan nilai tunai manfaat dengan bunga konstan.

5.2 Saran

Berikut saran yang dapat diperoleh dari penulis

1. Dalam penelitian ini perhitungan nilai premi dan nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup menggunakan tabel mortalita Indonesia tahun 2011, peneliti selanjutnya dapat menggunakan tabel mortalita yang lain seperti tabel mortalita Indonesia 1999, tabel mortalita CSO 1999 dan lain sebagainya supaya bisa menghasilkan nilai tunai manfaat yang lebih tinggi dan nilai premi yang lebih murah untuk nasabah asuransi jiwa seumur hidup.

2. Dalam penelitian ini perhitungan nilai premi dan nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup dengan bunga stokastik menggunakan model vasicek dan CIR dan untuk mendapatkan parameter k, θ, σ menggunakan metode OLS (*Ordinary Least Square*), untuk peneliti selanjutnya dapat menggunakan metode lain seperti metode *maximum likelihood* untuk mendapatkan parameter k, θ, σ supaya menghasilkan parameter yang bisa memperoleh nilai tunai manfaat yang lebih tinggi dan nilai premi yang lebih murah untuk nasabah asuransi jiwa seumur hidup.



DAFTAR PUSTAKA

- Achdijat, D. 2009. *Teknik Pengolahan Asuransi Jiwa*. Jakarta: Gunadarma.
- Adam, F.F. & K. Irawan. 2012. *Analisa Perhitungan Cadangan Premi Modifikasi*. Semnas Matematika.
- Ali, A. H. 1999. *Bidang Usaha Asuransi*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Ali, H. 1995. *Pengantar Asuransi*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Bayazit, D. 2004. *Yield Curve Estimation and Prediction with Vasicek Model*. The middle East Technical University, Ankara.
- Boediono. 1985. *Ekonomi Moneter, edisi 3*. Yogyakarta: BPFE.
- Bowers, N. L., H. U. Geerber., J. C. Hickman., D. A. Jones, & C. J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics Second Ed*. Illinois: The Society of Actuaries.
- Britannica, E. 1969. *Ed. Ke 14. Jil.12*. Chicago: Encyclopedia Britannica Inc.
- Cox J. C., Ingersoll J. E., and Ross S. A. 1985. "A Theory of The Term Structure of Interest Rates". *Econometrica* Vol. 53, Issue 2, pp. 385-408.
- Darmawi, H. 2006. *Manajemen Asuransi*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Djojosoedarsono, S. 2003. *Prinsip – prinsip Manajemen Risiko dan Asuransi*. Jakarta: Salemba Empat.
- Dorfman, M. S. 1993. *Introduction to insurance*. Ohio: Prentice – Hall Inc.
- Elvasukma, T. E. 2012. *Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Kasus Diskrit Menggunakan Model CIR*. Skripsi. Yogyakarta: FMIPA Universitas Gajah Mada.
- Filipovic, D. 2009. *Term Structure Models*. Springer – Verlag: New York.
- Finan, M. B. 2011. *A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L*. Arkansas Tech University, Arkansas.
- Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa bagian 1*. Diterjemahkan oleh: Gatot Herliyanto. The Kyoei Life Insurance. Tokyo.
- Harianto, Farid dan Siswanto Sudomo. 2001. *Perangkat dan Teknik Analisis Invesasi di Pasar Modal Indonesia*. Edisi Revisi 1. PT. Bursa Efek Jakarta.

- Hasan, N. I. 2014. *Pengantar Asuransi Syariah*. Jakarta: Refrensi (Gaung Persada Press Group).
- Huang, V. & Kristiani, F. 2013. *Jurnal Matematika* “Penerapan Hukum Mortalita Mahekam dan Tingkat Suku Bunga Stokastik untuk Perhitungan Nilai Tunai Manfaat”. Bandung: Fakultas Teknologi dan Ilmu Sains Universitas Katolik Parahyangan.
- Hull, J. C. 2012. *Options, Futures and Other Derivatives Eighth Edition*. Prentice Hall: New Jersey.
- Hull, J.C. 2003. *Option, Future, and Other Derivatives, 5th ed.* Prentice Hall, USA.
- Kamus Istilah Asuransi AAJI (Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia) www.aaji.or.id (<http://www.aaji.or.id>).
- Khan, M. A. 1983. *Theory and practice of insurance*. Aligarh: Educational Books House.
- Mankiw, N, Gregory. 2000. *Teori Makro Ekonomi*. Jakarta: Erlangga.
- Mariana, E., Erna, A., & Sentot, D, S. 2015. *Jurnal Sains dan Seni ITS* “Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) Menggunakan Kalman Filter untuk Menentukan Harga Zero Coupon Bond”. Surabaya: FIMPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Noviyanti, L., & Syamsuddin, M. 2006. *Jurnal Statistika dan Matematika* “Life Insurance With Stochastic Interest Rate”. Bandung: Departmen of Statistics Universitas Padjadjaran and Departmen of Mathematics Institut Teknologi Bandung.
- Oklahoma, Jim. 2009. *Perhitungan Valuasi Asuransi dengan Tingkat Suku Bunga Stokastik Pemodelan Binomial “Black-Derman-Toy”*. Skripsi. Yogyakarta: FMIPA Universitas Gajah Mada.
- Purba, R. 1995. *Memahami Asuransi di Indonesia, seri umum Nomor 10*. Jakarta: PT Pustaka Binaman Presindo.
- Salim, H. A. 2007. *Asuransi dan Manajemen Risiko*. Jakarta: Raja Grafindo Persada.
- Sanjaya, K. D., Permana, F.J., & Kristiani, F. 2011. *Jurnal Matematika* Perhitungan Nilai – Nilai Aktuarial dengan Asumsi Tingkat Suku Bunga Berubah Secara Stokastik. *Mat Stat*, 11(2): 149-152.

Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 2 Tahun 1992 tentang Usaha Perasuransian.

www.academia.edu

www.bi.go.id

