ESTIMASI *SKEWNESS* (KEMIRINGAN) DENGAN MENGGUNAKAN METODE *BOOTSTRAP* DAN METODE *JACKKNIFE*

SKRIPSI

Disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

Oleh

Siti Ma'unah

4111412009

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2016

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa yang tertulis dalam skripsi ini benar-benar hasil karya saya sendiri, bukan jiplakan dari karya tulis orang lain, baik sebagian atau seluruhnya. Pendapat atau temuan orang lain yang terdapat dalam skripsi ini dikutip atau dirujuk berdasarkan kode etik ilmiah.

Semarang, Agustus 2016

METERAI TEMPEL
TGL. 20
5EB5FAEF050167451
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Siti Ma'unah

4111412009

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Estimasi *Skewness* (kemiringan) dengan Menggunakan Metode *Bootstrap* dan Metode *Jackknife*

disusun oleh

Siti Ma'unah

4111412009

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 2 Agustus 2016

Panitia

Ketua

Prof. Dr. Zaenuri, S.E, M.Si, Akt
196412231988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

Ketua Penguji

Dra. Sunarmi, M.Si
195506241988032001

Aggota Penguji / Pembimbing 1

Dr. Scolastika Mariani, M.Si
196502101991022001

Anggota Penguji / Pembimbing 2

Drs. Sugiman, M.Si
196401111989011001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

Selalu ada harapan bagi mereka yang sering berdoa.

Selalu ada jalan bagi merekan yang sering berusaha.

PERSEMBAHAN

1. Dosen – dosen Jurusan Matematika dan dosen pembimbing yang sudah memberikan saya ilmu yang bermanfaat dan membantu dalam menyelesaikan skripsi.
2. Bapak Wartaji, ibu Suweri dan adek ku M. Aris Adlha serta keluarga yang saya cintai dan selalu mendoakanku.
3. Agus Surya, yang selalu memberikan semangat dan motivasi dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Teman – teman Matematika UNNES 2012 yang selalu memberikan semangat.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan karuniaNya serta kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Estimasi *Skewness* (kemiringan) dengan Menggunakan Metode *Bootstrap* dan Metode *Jackknife*".

Penusunan skripsi ini dapat diselesaikan berkat kerja sama, bantuan, dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman M.Hum, Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Zaenuri S.E, M.Si,Akt., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan MatematikaFMIPA Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Mashuri, M.Si., Ketua Prodi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
5. Dr. Scolastika Mariani, M.Si dan Drs. Sugiman, M.Si., Dosen Pembimbing yang telah banyak memberi arahan, bimbingan, dukungan dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
6. Dra. Sunarmi, M.Si., Dosen Penguji yang telah memberikan arahan, bimbingan dan saran kepada penulis selama menyusun skripsi ini.

7. Prof. Dr. St. Budi Waluya M.Si., Dosen Wali sekaligus sebagai inspirator dalam memberikan pencerahan dan dukungan untuk terus melangkah menyusun skripsi.
8. Seluruh Dosen Matematika yang telah membimbing dan memberikan ilmunya kepada penulis.
9. Kedua orang tua dan adikku tersayang yang senantiasa mendoakan serta memberikan dorongan baik secara moral maupun spiritual.
10. Agus Surya yang senantiasa memberikan semangat dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam penelitian ini.

Dengan segala keterbatasan, penulis menyadari bahwa penulis masih banyak kekurangan. Oleh Karena itu penulis berharap perlu dikembangkan penelitian selanjutnya di masa mendatang.

Semarang, Agustus 2016

Penulis

ABSTRAK

Ma'unah, Siti. 2016. *Estimasi Skewness (Kemiringan) dengan Menggunakan Metode Bootstrap dan Metode Jackknife.* Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Pembimbing: Dr. Scolastika Mariani, M.Si dan Drs. Sugiman, M.Si.

Kata Kunci: Bootstrap, estimasi *skewness* (kemiringan), jackknife.

Uji normalitas merupakan syarat untuk semua uji statistika parametrik. Pada kasus tertentu sering dijumpai data tidak berdistribusi normal atau biasa disebut dengan *skewness*. Suatu sebaran data menyebar normal jika rata-rata dan mediannya terletak pada posisi yang sama pada sumbu datar. Selanjutnya data yang tidak normal adalah data yang menyebar ke kiri (*skewness negative*) atau menyebar ke kanan (*skewness positive*). Untuk mengatasi masalah tersebut dapat menggunakan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*. Tujuan utama dari penelitian ini yaitu menentukan hasil estimator dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, serta menentukan estimator terbaik dengan cara membandingan nilai standar error yang terkecil dari kedua metode tersebut.

Metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife* merupakan metode berbasis resampling. Kedua metode ini merupakan metode yang tidak memerlukan asumsi suatu distribusi tertentu. Metode *Bootstrap* didasarkan pada teknik pengambilan sampel dengan pengembalian, sedangkan metode *Jackknife* didasarkan pada penghapusan sampel setiap pengambilan sampel dengan pengembalian. Biasanya ukuran resampling diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data yang sebenarnya. Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data industri agro 2015, tentang faktor-faktor yang mempengaruhi produksi tahu dan tempe di Kota Magelang yaitu tenaga kerja (X_1) dan volume bahan baku (X_2).

Berdasarkan simulasi dengan menggunakan bantuan program *R 2.10.0* dengan $n = 133$ dilakukan resampling sebanyak $100, 200, 500, 800,$ dan 1000 diperoleh nilai standar error berturut-turut untuk metode *Bootstrap* variabel tenaga kerja (X_1) yaitu $\widehat{Se}_1^* = 0{,}143;\ 0{,}146;\ 0{,}090;\ 0{,}081;$ dan $0{,}071,$ dan variabel volume bahan baku (X_2) yaitu $\widehat{Se}_2^* = 0{,}219; 0{,}201; 0{,}128; 0{,}119;$ dan $0{,}101.$ Sedangkan metode *Jackknife* diperoleh nilai standar error untuk variabel tenaga kerja (X_1) yaitu $S_{jack\ 1} = 0{,}198; 0{,}157; 0{,}097; 0{,}088;$ dan $0{,}073,$ dan variabel volume bahan baku (X_2) yaitu $S_{jack\ 1} = 0{,}227; 0{,}202; 0{,}130; 0{,}126;$ dan $0{,}102.$ Jika dicermati semakin banyak ukuran resampling maka semakin kecil nilai standar error yang diperoleh. Dengan demikian, jika dilihat secara keseluruhan diperoleh resampling sebanyak 1000 menghasilkan nilai standar error yang terkecil.

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut diperoleh metode *Bootstrap* menghasilkan nilai standar error terkecil dibandingkan metode jackknife, yaitu dengan $B = 1000$ diperoleh nilai standar error variabel tenaga kerja (X_1) yaitu $\widehat{Se}_1^* = 0{,}071$ dan variabel volume bahan baku (X_2) yaitu $\widehat{Se}_2^* = 0{,}101.$ Hal ini berarti bahwa metode *Bootstrap* merupakan metode yang baik karena menghasilkan nilai standar error terkecil dibandingkan metode *Jackknife*.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sumber daya pertanian di Indonesia telah dijadikan salah satu pilar pembangunan dalam bentuk agroindustri, baik pada era orde baru, reformasi dan saat ini. Pertanian akan mampu menjadi penyelamat bila dilihat sebagai sebuah sistem yang terkait dengan industri dan jasa. Dalam pembangunan sektor pertanian harus meliputi segala aspek pembangunan sektor pertanian itu sendiri mulai dari penanaman sampai tahap pemasaran. Kesatuan inilah yang disebut agribisnis (Renville Siagian, 1997).

Agribisnis didefinisikan sebagai keseluruhan dari kegiatan produksi dan distribusi sarana produksi usaha tani (pertanian primer), kegiatan penyimpanan, pengolahan serta distribusi komoditas pertanian dan diseluruh produksi-produksi olahan dari komoditas (Rukmana, 2000).

Peranan industri kecil terhadap roda perekonomian suatu negara sangat besar. Amerika Serikat misalnya, dari 5,5 juta usaha yang telah berjalan mantap, 95% diantaranya berupa usaha kecil. Kondisi serupa yang ditemukan di negara-negara maju lain, misalnya Jepang. Di Indonesia, 99% dari total unit usaha yang mandiri (sekitar 35 juta) juga berupa unit usaha kecil. Sayangnya kontribusi terhadap Produk Domestik Bruto (PBD) baru 14% saja. Hal ini menjadi suatu tantangan bagi para pengusaha kecil untuk lebih meningkatkan usahanya (Sarwono dan Saragih, 2001).

Untuk melakukan regresi sebagai proses analisis ada beberapa hal yang penting yang harus diperhatikan, yaitu perlunya melakukan uji asumsi klasik atau uji persyaratan analisis regresi ganda, salah satunya yaitu uji normalitas. Sebaran normal merupakan asumsi yang umumnya mendasari analisis statistika parametrik. Analisis yang memerlukan asumsi sebaran normal adalah analisis parametrik, seperti uji F, t, Z dan σ^2. Statistik-statistik tersebut diturunkan dari sebaran normal, sehingga sebelum melakukan analisis uji parametrik diperlukan asumsi kenormalan data. Namun dalam uji statistik nonpatametrik tidak diperlukan asumsi distribusi. Tidak terpenuhi asumsi ini akan berpengaruh terhadap resiko salah dalam penarikan kesimpulan, sehingga akan menghasilkan kesimpulan yang kurang dapat dipercaya atau menyimpang dari keadaan yang sebenarnya. Suatu sebaran data menyebar normal jika rata-rata dan mediannya terletak pada posisi yang sama pada sumbu datar. Selanjutnya suatu sebaran data yang menyebar ke kiri disebut *skewness negative* atau menyebar ke kanan disebut *skewness positive*. Pengujian kenormalan suatu data dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai metode, diantaranya yaitu dilihat dari grafik histogram dan kurve normal, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk atau dengan menggunakan nilai *skewness* dan standar error. Semakin banyak data, maka hasil pengujian kenormalan terhadap data akan sesuai dengan keadaan sebenarnya. namun bila data yang diperoleh adalah sedikit, maka pengujian kenormalan data tidak akan sesuai dengan keadaan sebenarnya.

Terdapat 2 metode *resampling* yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut, yaitu *Bootstrap* dan *Jackknife. Bootstrap* dan *Jackknife* merupakan teknik nonparametrik dan *resampling* yang bertujuan untuk menaksir standar error, rata-rata(mean), variansi dan nilai bias. Kedua metode ini digunakan untuk mengestimasi suatu distribusi populasi yang tidak diketahui dengan distribusi empiris yang diperoleh dari proses penyamplingan ulang. Metode *Bootstrap* didasarkan pada teknik pengambilan sampel dengan pengembalian, sedangkan metode *Jackknife* didasarkan pada penghapusan satu sampel setiap pengambilan sampel dengan pengembalian.

Menurut Shao dan Tu (1995), pada tahun 1949 Quenouille telah memperkenalkan metode *Jackknife* untuk mengestimasi bias dari suatu estimator dengan menghapus satu observasi dari sampel asli. Sampel yang diperoleh digunakan untuk menghitung nilai estimator. Selanjutnya metode ini disebut *resampling Jackknife* terhapus-1.

Pada perkembangan berikutnya, tahun 1974, Miller menggunakan metode *Jackknife* pada data berpasangan untuk keperluan menghitung estimasi rasio. Pada tahun yang sama, Miller menerapkan metode *Jackknife* pada kasus regresi linear. Menurut Shao dan Tu (1995), metode *Jackknife* sangat populer dalam menyelesaikan masalah estimasi parameter tanpa membutuhkan asumsi distribusi. Bahkan dengan adanya perkembangan teknologi komputer dapat mempermudah penggunaan metode *Jackknife* dalam analisis statistik, terutama untuk mengatasi masalah ketika metode standar yang ada tidak dapat digunakan.

Sedangkan pada tahun 2013, Septiana Wulandari dkk juga telah melakukan penelitian tentang metode *Jackknife* dan *Bootstrap* untuk menduga galat baku dengan *Software* R.2.15.0, dari penelitian tersebut diperoleh bahwa metode *Bootstrap* lebih tepat digunakan karena menghasilkan nilai Kuadrat Tengah Galat

(KTG) yang lebih kecil dibandingkan metode *Jackknife*. Akan tetapi secara teori metode *Jackknife* merupakan penduga yang baik karena nilai parameter yang dihasilkan tepat menunjukkan parameter sampel awal, sedangkan metode *Bootstrap* merupakan penduga yang bias.

Selanjutnya pada tahun 2015, Hardianti Hafid dkk telah melakukan penelitian tentang "Interval Kepercayaan *Skewness* dan Kurtosis Menggunakan *Bootstrap* pada Data Kekuatan Gempa Bumi", pada penelitian tersebut menggunakan data gempa bumi dengan kekuatan gempa lebih dari 5 skala *richer* sehingga perlu dilanjutkan dengan skala kekuatan yang lebih besar lagi. Pada penelitian tersebut juga menggunakan metode *Bootstrap* untuk menganalisis lebar interval kepercayaan *skewness* dan kurtosis, sehingga kurang akurat karena masih ada metode *resampling* selain metode *Bootstrap*, yaitu metode *Jackknife*.

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut maka penulis tertarik untuk mengambil judul "**Estimasi *Skewness* (kemiringan) dengan Menggunakan Metode *Bootstrap dan* Metode *Jackknife*".**

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka yang menjadi permasalahan adalah:

1. Bagaimana hasil estimator *skewness* (kemiringan) dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*?
2. Metode manakah yang hasil estimatornya terbaik?

1.3 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah sangat diperlukan untuk menjamin keabsahan dalam kesimpulan yang akan diperoleh. Dalam penelitian ini, pembahasan akan difokuskan pada estimasi *skewness* (kemiringan) dengan menggunakan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife* sebagai metode alternatif untuk mendapatkan estimator dan metode terbaik dengan melihat *standar error* dari *Bootstrap* dan *Jackknife*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan Provinsi Jawa Tengah, yaitu data tentang industri agro 2015, salah satunya yaitu faktor-faktor yang mempengaruhi produksi tahu dan tempe di Kota Magelang.

Untuk mendukung perolehan hasil dengan mudah, analisis dilakukan dengan menggunakan paket program statistik, yaitu *software R* 2.10.0. sehingga pembahasan akan meliputi hasil komputasi dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife* yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah pada bab pembahasan.

1.4 Tujuan Penelitian

Dari permasalahan yang telah dikemukakan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui hasil estimator *skewness* (kemiringan) dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*.
2. Untuk mengetahui metode manakah yang hasil estimatornya terbaik.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi jurusan Matematika FMIPA
   a. Sebagai bahan referensi bagi pihak perustakaan dan bahan bacaan yang dapat menambah ilmu pengetahuan bagi pembaca dalam hal ini mahasiswa yang lainnya.
   b. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah informasi dan referensi bacaan serta bahan masukan yang bermanfaat untuk melakukan penelitian selanjutnya.
2. Bagi penulis
   a. Menerapkan ilmu yang telah diperoleh dari perkuliahan sehingga dapat menunjang persiapan untuk persaingan didunia kerja.
   b. Menambah dan mencapai ilmu pengetahuan statistika yang berhubungan dengan teknik resampling.
   c. Dapat menguji apakah kemampuan pribadi yang diperoleh selama perkuliahan mampu digunakan dalam berhubungan dengan masyarakat di dunia kerja.

1.6 Sistematika Penulisan Skripsi

Secara garis besar skripsi ini dibagi menjadi tiga bagian (bab) yaitu bagian awal skripsi, bagian isi skripsi, dan bagian akhir skripsi. Berikut ini dijelaskan masing-masing bagian skripsi.

1. Bagian awal skripsi

 Bagian awal skripsi meliputi halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, pengesahan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel dan daftar lampiran.

2. Bagian isi skripsi

 Bagian isi skripsi secara garis besar terdiri dari lima bab, yaitu:

 BAB I PENDAHULUAN

 Bab isi berisi mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

 BAB II TINJAUAN PUSTAKA

 Bab ini berisi kajian teori yang mendasari dan berhubungan dengan pemecahan masalah. Teori-teori tersebut digunakan untuk memecahkan masalah yang diangkat dalam skripsi ini. Teori yang digunakan adalah estimasi, normalitas, *skewness*, metode *Jackknife* dan metode *Bootstrap*, program R, dan kerangka berpikir.

 BAB III METODE PENELITIAN

 Bab ini mengulas metode yang digunakan dalam penelitian yang berisi langkah-langkah yang dilakukan untuk memecahkan masalah yaitu identifikasi masalah, fokus permasalahan, metode pengumpulan data, analisis data, pemecahan masalah dan kesimpulan.

 BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

 Bab ini berisi mengenai penyelesaian dari permasalahan yang diungkapkan.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang simpulan dari pembahasan dan saran yang berkaitan dengan simpulan.

3. Bagian akhir skripsi

Bagian akhir skripsi meliputi daftar pustaka yang memberikan informasi tentang buku sumber serta literatur yang digunakan dan lampiran-lampiran yang mendukung skripsi.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Estimasi

Andaikan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah sampel yang diambil dari populasi yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan μ variansi σ^2 tertentu. Dari sampel ini ada dua kemungkinan perhitungan yang dapat dilakukan yaitu mengestimasi parameter μ dan σ atau memeriksa apakah μ sama dengan satu nilai tertentu atau lebih besar atau lebih kecil dari nilai tertentu. Estimasi parameter ada dua jenis yaitu estimasi titik dan estimasi interval. Estimasi titik mencoba mendekati suatu nilai parameter dengan menggunakan satu nilai saja. Estimasi seperti ini dapat diibaratkan sebagai memanah satu titik tertentu dari jarak tertentu. Sudahlah pasti bahwa panah tersebut sangat jarang sekali tepat mengenai sasaran yang begitu kecil. Kebanyakan dari panah yang ditembakkan akan tersebar sekitar titik tersebut, ada yang tak sampai atau terlalu jauh, ada yang terlalu ke kiri atau ke kanan, terlalu ke atas atau terlalu ke bawah. Hanya sedikit yang tepat tentang sasaran. Oleh karena itu probabilitas yang sebenarnya hampir sama dengan nol. Berbeda dengan estimasi titik, estimasi interval mencoba mendekati suatu nilai parameter dengan menggunakan dua titik atau nilai dengan derajat konfidensi yang tinggi. Karena menggunakan dua titik atau nilai sehingga estimasi ini disebut estimasi interval atau estimasi selang.

Pada umumnya selama tidak dilakukan observasi yang menyeluruh dari seluruh populasi maka kita tidak akan tahu dengan tepat nilai-nilai parameter distribusi teoritisnya. Masalah yang muncul kemudian ialah menentukan fungsi nilai sampel mana yang digunakan untuk mengestimasi kuantitas populasi yang tidak diketahui tersebut. Kuantitas sampel yang digunakan untuk tujuan tersebut dianggap estimator (penduga). Dengan demikian fungsi nilai sampel yang digunakan untuk mengestimasi parameter tertentu dinamakan estimasi parameter yang bersangkutan.

Interval konfidensi adalah suatu kisaran nilai yang dianggap menduga nilai parameter populasi yang sebenarnya. Nilai tersebut terdiri atas batas bawah (*BB)* dan batas atas *(BA).* Kedua batas selang ini dihitung dari suatu sampel random yang diambil dari populasi tersebut. Oleh karena itu, sebelum sampel diambil *BB* dan *BA* merupakan besaran random.

Untuk setiap pilihan yang wajar terhadap *BB* dan *BA* selalu ada kemungkinan positif bahwa interval konfidensinya akan gagal mencakup nilai parameter yang sebenarnya. Sebelum eksperimen atau penyelidikan dilakukan, terlebih dahulu ditetapkan apa yang dinamakan koefisien konfidensi *(confidence coefficient).* Koefisien ini menetapkan suatu probabilitas bahwa interval konfidensinya akan mengandung nilai parameter yang sebenarnya. Oleh karena itu probabilitas tersebut sedekat mungkin dengan 1. Nilai yang dipilih biasanya 0,90; 0,95; 0,99.

Misalkan dipilih koefisien konfidensi 0,95, maka interval konfidensi yang dihasilkannya akan dinamakan interval konfidensi 95% bagi parameter tersebut.

Nilai *BB* dan *BA* dikatakan menentukan interval konfidensi 95% bagi suatu parameter jika:

a) Pr $(BB \leq$ nilai parameter yang sebenarnya $\leq BA) \geq 0{,}95$

b) Nilai-nilai *BB* dan *BA* dapat dihitung apabila sampel telah diambil dari populasi dan digunakan untuk menghitung kedua batas tersebut.

Interval konfidensi 95% mengandung arti bahwa apabila eksperimen mengambil sampel random dengan ukuran tertentu yang sama dari suatu populasi dan perhitungan kedua nilai *BB* dan *BA* diulangi berkali-kali, maka 95% dari interval konfidensi yang dihasilkan akan mengandung nilai parameter yang sebenarnya. Akibatnya, kesimpulan bahwa interval konfidensi yang diperoleh mengandung nilai parameter yang sesungguhnya akan benar kecuali kita tidak beruntung sehingga kita mendapatkan salah satu dari 5% sampel yang buruk. Interval konfidensi yang cukup baik adalah interval konfidensi yang mempunyai lebar selang yang sempit dan persentase interval yang memuat parameter adalah cukup besar (mendekati satu) (Akhmad fauzy, 2008).

2.1.1 Estimasi Titik

Estimasi titik akan menghasilkan suatu nilai tunggal sebagai estimasi parameter yang terbaik. Oleh karena itu derajat ketelitian estimasi ini tidak dapat diketahui atau tidak dapat dihitung.

2.1.2 Estimasi Interval

Estimasi interval adalah estimasi yang memberikan nilai-nilai statistik dalam suatu interval atau selang dan bukan nilai tunggal sebagai estimasi parameter. Estimasi ini memungkinkan untuk mengukur derajat kepercayaan terhadap ketelitian estimasi.

Rumus umum untuk membuat interval konfidensi

$$st - Z_{\frac{\alpha}{2}}\,\hat{\sigma}_{st} < parameter < st + Z_{\frac{\alpha}{2}}\,\hat{\sigma}_{st} \qquad (2.1)$$

Di mana:

st = statistik sampel

$\hat{\sigma}_{st}$ = deviasi standar statistik sampel

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$ = koefisien yang sesuai dengan interval kepercayaan yang digunakan dalam estimasi interval dan nilainya diberikan dalam luas kurva normal standar

α = kesalahan estimasi

2.2 Estimasi Sampel

2.2.1 Sampel Besar

Ukuran sampel dalam estimasi interval konfidensi dikelompokkan ke dalam dua kategori yaitu sampel besar dan sampel kecil. Sampel dikatakan berukuran besar jika jumlah sampel yang diambil minimal 30 buah ($n \geq 30$) sedangkan sampel dikatakan berukuran kecil jika jumlah sampel yang diambil kurang dari 30 buah ($n < 30$). Beberapa estimasi interval yang dapat dihitung berdasarkan sampel besar antara lain estimasi interval konfidensi untuk rata-rata, bagi proporsi, untuk selisih rata-rata dan untuk selisih proporsi yang akan dijelaskan secara lebih rinsi berikut ini.

2.2.2 Sampel Kecil

Sampel dikatakan berukuran kecil jika jumlah sampel yang diambil kurang dari 30 buah ($n < 30$). Beberapa estimasi interval yang dapat dihitung berdasarkan sampel kecil antara lain estimasi interval konfidensi untuk rata-rata, untuk proporsi, untuk selisih rata-rata dan untuk selisih proporsi.

2.3 Asumsi Normalitas

Distribusi normal, disebut pula distribusi Gauss, adalah distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika. Distribusi normal baku adalah distribusi normal yang memiliki rata-rata nol dan simpangan baku satu. Distribusi ini juga dijuluki *kurva lonceng* (*bell curve*) karena grafik fungsi kepekatan probabilitasnya mirip dengan bentuk lonceng.

Untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak, ada 3 cara untuk mengetahuinya:

1. Dilihat dari grafik histogram dan kurve normal, bila bentuknya menyerupai bel shape, berarti berdistribusi normal
2. Uji Kolmogorov-Smirnov, bila hasil uji signifikan p $- value > 0{,}05$ maka distribusi normal
3. Menggunakan nilai *skewness* dan standar error.

2.4 Ukuran Pemusatan

Ukuran pemusatan secara umum diartikan sebagai pusat dati distribusi, dalam hal ini meliputi mean (rata-rata), median (nilai pembatas separuh data), modus (ukuran yang sering muncul), dan sejenisnya. Bentuk data di sini dibedakan data tunggal dan data berkelompok. Data tunggal adalah data sampel kecil, data berkelompok adalah data tunggal yang sudah dikelompok-kelompokkan dalam bentuk distribusi. "Ukuran yang dihitung dari kumpulan data dalam sampel dinamakan statistika sedangkan ukuran yang dihitung dari kumpulan data dalam populasi dinamakan parameter" (Sudjana, 1996:66).

2.4.1 Mean (rata-rata)

Mean aritmatik biasanya menggunakan istilah mean saja. "Mean data tunggal adalah jumalah nilai data dibagi dengan banyaknya data" (Sudjana, 1996:67). Simbol rata-rata untuk sampel adalah $\bar{x}$. Secara formula dapat ditulis:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (2.2)$$

Contoh:

Rataan untuk data 23, 3, 23, 46, dan 45 adalah

$$\bar{x} = \frac{23 + 3 + 23 + 46 + 45}{5} = 28$$

2.4.2 Modus (Mo)

Sudjana (1996:77) menjelaskan "Modus data tunggal adalah suatu nilai yang mempunyai frekuensi kemunculan tertinggi". Ukuran modus disingkat Mo.

Diberikan data: 2, 1, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 1, 8, 5, 1.

Dalam hal ini dapat ditulis 1 muncul 5 kali, 2 muncul 1 kali, 3 muncul 2 kali, 4 muncul 1 kali, 5 muncul 2 kali, 6,7,8 masing-masing muncul sekali. Jadi dalam hal ini modusnya adalah Mo = 1.

2.4.3 Median (Me)

Untuk menentukan median dari data mentah, pertama kali data harus diurutkan dalam urutan mengecil/membesar. Kalau nilai median sama dengan Me, maka 50% dari data harga-harganya paling tinggi sama dengan Me sedangkan 50% lagi harga-harganya paling rendah sama dengan Me. "Jika jumlah data adalah genap maka median adalah rataan antara dua nilai yang terletak di tengah, dan jika jumlah data adalah ganjil maka nilai median berada tepat pada urutan tengah" (Sudjana, 1996:79).

Misalkan data $x_1, x_2, \dots, x_n$ maka

$$Me = x_{(n+1)/2}, \text{ bilangan ganjil} \tag{2.3}$$

$$Me = \frac{1}{2}\left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}\right)+1}\right), \text{ bilangan genap} \tag{2.4}$$

Contoh:

Diberikan data 2, 1, 3, 4, 5, 6, 3, 3, 4

Pertama kali data tersebut harus diurutkan dahulu sebagai berikut:

1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6. Dalam kasus ini $n = 9$ (ganjil)

Jadi $Me = x_{(9+1)/2} = x_5 = 3$.

2.5 *Skewness*

Kemencengan adalah tingkat ketidaksimetrisan atau kejauhan simetris dari sebuah distribusi. Sebuah distribusi yang tidak simetris akan memiliki rata-rata, median, modus yang tidak sama besarnya ($\bar{X} \neq Me \neq Mo$), sehingga distribusi akan terkonsentrasi pada salah satu sisi dan kurvanya akan menceng. Jika distribusi memiliki ekor yang lebih panjang ke kanan daripada yang ke kiri maka distribusi tersebut menceng ke kanan atau memiliki kemencengan positif. Sebaliknya, jika distribusi memiliki ekor yang lebih panjang ke kiri daripada yang ke kanan maka distribusi disebut menceng ke kiri atau memiliki kemencengan negatif.

Kemencengan suatu kurva dapat dilihat dari perbedaan letak mean, median dan modusnya. Jika ketiga ukuran pemusatan data tersebut berada pada titik yang sama, maka dikatakan simetris atau data berdistribusi normal. Sedangkan jika tidak berarti data tidak simetris atau tidak berdistribusi normal.

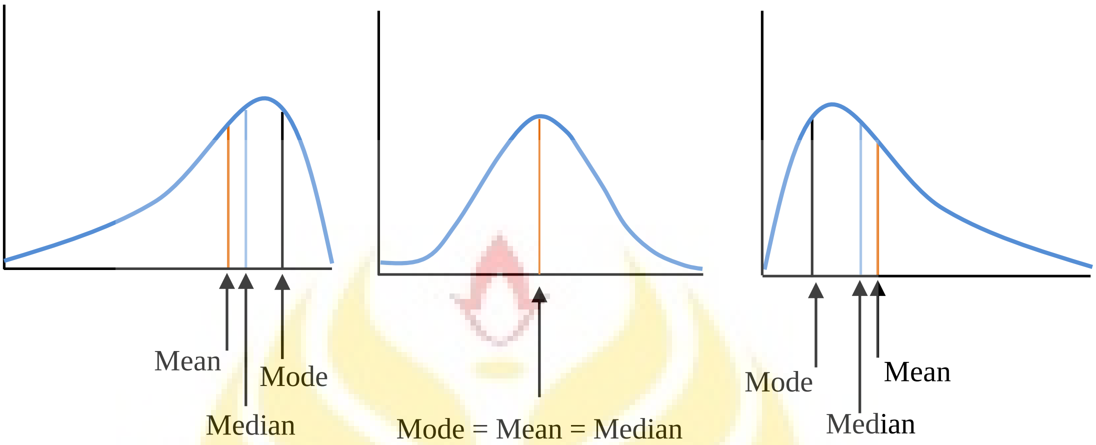
Ukuran kemencengan data terbagi atas tiga bagian, yaitu:

a) Kemencengan data ke arah kiri, di mana nilai modus lebih dari mean (modus > mean dan median)

b) Kemencengan data simetris, di mana nilai mean dan modusnya adalah sama (mean = median = modus)

c) Kemencengan data ke arah kanan, dimana nilai mean lebih dari nilai modus (mean dan median > modus)

Kurva distribusi yang menceng ke kanan, distribusi normal dan distribusi yang menceng ke kiri dapat dilihat pada Gambar 2.1.



(a) $\bar{X} < Mo, Me < Mo$ **(b)** $Mo = Mean = Me$ (c) $\bar{X} > Mo, Me > Mo$

Gambar 2.1 Sebaran Distribusi Normal

Untuk mengetahui *derajat taksimetris* sebuah model, dapat digunakan metode koefisien kemencengan pearson berikut:

$$sk = \frac{\bar{x} - Mo}{s} \tag{2.5}$$

Keterangan:

sk = koefisien kemiringan Pearson

$\bar{x}$ = rata-rata hitung

Mo = modus

s = simpangan baku

Rumus simpangan baku adalah sebagai berikut (Atmaja, 2009:21):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{2.7}$$

Keterangan:

$s =$ simpangan baku

$x_i =$ nilai pengamatan ke-i

$\bar{x} =$ rata-rata hitung

$n =$ banyaknya pengamatan

Jika nilai sk dihubungakan dengan keadaan kurva maka:

a) $sk = 0$.

Maka kurva memiliki bentuk simetris;

b) $sk > 0$.

Maka nilai-nilai terkonsentrasi pada sisi sebelah kanan ($\bar{x}$ terletak di sebelah kanan Mo), sehingga kurva memiliki ekor memanjang ke kanan.

c) $sk < 0$.

Maka nilai-nilai terkonsentrasi pada sisi sebelah kiri ($\bar{x}$ terletak di sebelah kiri Mo), sehingga kurva memiliki ekor memanjang ke kiri.

2.6 Metode *Bootstrap*

2.6.1 Pengertian Bootstraap

Metode *Bootstrap* pertama kali dikenalkan oleh Bradley Efron pada tahun 1979. Nama *Bootstrap* sendiri diambil dari sebuah frase "*Pull up by your own Bootstrap*", yang artinya bergantunglah pada sumbermu sendiri. Dalam hal ini *Bootstrap* bergantung pada sampel yang merupakan satu-satunya sumber yang dimiliki oleh seorang peneliti. *Bootstrap* adalah teknik *resampling* non parametris yang bertujuan untuk menentukan estimasi standar eror dan interval kepercayaan dari parameter populasi seperti mean, rasio, median, proporsi, koefisien korelasi atau koefisien regresi tanpa menggunakan asumsi distribusi (Efron B, 1993).

Motode *Bootstrap* yaitu metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian pada datanya dalam menyelesaikan statistik ukuran suatu sampel dengan harapan sampel tersebut dapat mewakili data populasi sebenarnya, biasanya ukuran *resampling* diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data populasinya.

Metode *Bootstrap* digunakan untuk mencari distribusi sampling dari suatu estimator dengan prosedur *resampling* dengan pengembalian dari data asli. Metode *Bootstrap* dilakukan dengan mengambil sampel dari sampel asli dengan ukuran sama dengan ukuran sampel asli dalam metode *Bootsrap* dipandang sebagai populasi. Metode penyampelan ini biasanya disebut dengan *resampling Bootstrap. Bootstrap* juga sering digunakan untuk mengestimasi standar eror estimator dan interval kepercayaan dari suatu parameter populasi yang tidak diketahui. Untuk keperluan perhitungan biasanya digunakan pendekatan simulasi, sehingga disebut simulasi *Bootstrap*. Misalnya dimiliki sampel random berukutan n yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ yang diambil dari suatu populasi dan statistik $\hat{\theta}$ adalah estimasi untuk parameter θ berdasarkan sampel asli.

2.6.2 Prinsip *Bootstrap*

Bootstrap dapat digunakan untuk estimasi *standar error* dari suatu estimasi parameter θ dikalkulasikan dari himpunan data *x* yang terdiri dari *n*. Dihasilkan *B* yang merupakan banyaknya sampel *Bootstrap* dengan nilai besar sebagai himpunan data baru, masing-masing memiliki karakteristik asal yang sama dengan penarikan sampel *x* secara random dengan pengembalian. Masing-masing himpunan data yang telah diambil dari sampel *x* yang ditulis x^* dianggap sebagai sampel *Bootstrap* (Efron & Tibshirani, 1998).

Penarikan rata-rata sampel dengan pengembalian, jika beberapa anggota x_i dari himpunan data asli terpilih sebagai nilai sampel *Bootstrap* pertama. Hal tersebut juga akan bisa terpilih sebagai nilai berikutnya. Pada prinsipnya sampel *Bootstrap* dapat terdiri dari nilai yang sama yang diulang sebanyak *n* kali. Pada praktiknya, beberapa kejadian tidak menghasilkan nilai yang sama, dikarenakan perbedaan angka sampel yang tersedia akan menjadi n^n, bahkan untuk himpunan data berukuran *n* = 5 menjadi 3125 sangatlah mungkin dalam sampel *Bootstrap*.

Untuk masing-masing sampel *Bootstrap* $x_b^* = (b = 1,2, \dots, B)$ dikalkulasikan $\hat{\theta}_b^*$ (pengembalian *Bootstrap*) dengan estimasi parameter θ yang dihasilkan dari ke-b sampel *Bootstrap*. Didapatkan estimasi *Bootstrap* untuk *standar error* suatu θ secara sederhana memperhitungkan standar deviasi nilai $\hat{\theta}_b^*$.

Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ sampel random berukuran n dari suatu populasi dengan fungsi F tidak diketahui. Misalkan juga $\theta = s(F)$ parameter populasi yang menjadi perhatian data yang akan ditaksir penaksir dari θ yaitu $\hat{\theta}$ adalah suatu fungsi dari $x_1, x_2, \dots, x_n$. Berdasarkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ yang mempunyai distribusi empiris $\hat{F}_n$ yang memberikan peluang $\frac{1}{n}$ pada setiap observasi dari $x_i, i = 1,2, \dots, n$, $\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\{banyaknya\ x_i \leq x, 1 \leq i \leq n\}$ untuk $-\sim \leq x \leq \sim. \hat{F}_n$ adalah penaksir yang baik dari F karena tidak bias. Sampel *Bootstrap* didefinisikan sebagai sampel random yang berukuran n yang diambil dari $\hat{F}_n$ dengan pengembalian ditulis $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$, jadi terdapat n^n kombinasi yang mungkin sebagai sampel *Bootstrap*. Bisa saja didapat $x_i^* = x_j^*$ untuk $i \neq j$. Untuk setiap *Bootstrap* berkorespondensi dengan satu replikasi *Bootstrap* untuk K_n yang didefinisikan sebagai $F_n^* = \mu(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* : F_n^*) = \sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta)$ sebagai penaksir *Bootstrap* untuk fungsi distribusi dari F_n, didefinisikan sebagai $G_n = P^n(F_n^* \leq x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$, namun untuk memudahkan penulis dipergunakan

$$F_n^* = \mu\left(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* : \hat{F}_n\right) \tag{2.8}$$

Sebagai penaksir *Bootstrap* untuk fungsi distribusi dari F_n, didefinisikan sebagai

$$G_n^* = P^*(F_n^* \leq x \mid x_1, \dots, x_n) \tag{2.9}$$

Namun untuk mempermudahkan penulis digunakan

$$F_n^* = \mu\left(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* : \hat{F}_n\right) \tag{2.10}$$

(Sutarno, 2010).

Untuk menjelaskan metode *Bootstrap* dapat dibayangkan sebagai suatu masalah *real* (nyata) dan suatu masalah bantuan yang sangat mirip atau bisa dikatakan identik. Masalah bantuan inilah yang disebut dengan masalah *Bootstrap*. Berikut adalah skema yang menjelaskan gambaran dari metode *Bootstrap*.

DUNIA REAL	DUNIA *BOOTSTRAP*
Distribusi Peluang tidak diketahui	Distribusi empiris
Data observasi	Sampel *Bootstrap*
$F \rightarrow x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$	$\hat{F}_n \rightarrow x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$
$\downarrow$	$\downarrow$
$\hat{\theta} = s(x)$	$\hat{\theta}^* = s(x^*)$
Statistik yang menjadi perhatian	Replikasi *Bootstrap*

Gambar 2.2 Skema Metode *Bootstrap*

Skema metode *Bootstrap* untuk kasus satu sampel. Dalam dunia real distribusi peluang yang tidak diketahui F memberikan data $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ melalui *resampling* random, dari x dihitung statistik yang menjadi perhatian $\hat{\theta} = s(x)$. Dalam dunia *Bootstrap*, F membangkitkan x^* melalui *resampling* random, memberikan $\hat{\theta}^* = s(x^*)$ (Efron & Tibshirani, 1993: 91).

Perhitungan $\hat{\theta}^*$ berdasarkan semua kemungkinan sampel *Bootstrap* memerlukan waktu yang cukup lama. Sehingga untuk mencapai efisiensi dalam perhitungan digunakan metode pendekatan yaitu simulasi monte carlo, dengan metode tersebut prosedur *resamping* pada metode *Bootstrap* dapat dikurangi menjadi $n \leq B \leq n^n$, sejumlah B yang cukup besar tetapi jauh lebih kecil jika dibandingkan dengan jumlah sampel *Bootstrap* ideal.

2.6.3 Pembentukan Sampel *Bootstrap*

Metode *Bootstrap* sangat bergantung pada estimasi-estimasi dari sampel *Bootsrap*. $\hat{F}$ adalah suatu distribusi empiris yang memberikan bobot $\frac{1}{n}$ untuk setiap nilai terobservasi $x_i, i = 1,2, \dots, n$. Sampel *Bootstrap* didefinisikan sebagai suatu sampel *random* berukuran n yang ditarik dari $\hat{F}$, katakana $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Notasi bintang mengindikasikan bahwa x^* bukanlah data sebenarnya pada data set *x*, namun merupakan versi dari *x* yang telah mengalami *resampling.*

Berdasarkan uraian metode *resampling Bootstrap* menurut Efron dan Tibshirani, prosedur *resampling Bootstrap* dapat dituliskan sebagai berikut:

1. Membentuk distribusi empiris *F* yaitu $\hat{F}_n(x)$ dari suatu sampel dengan memberikan peluang sebesar $\frac{1}{n}$ pada setiap x_i di mana $i = 1,2,3, \dots, n$
2. Menentukan sampel *Bootstrap* $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ menurut $\hat{F}_n(x)$ yang telah ditentukan, diambil sampel *Bootstrap* berukuran *n* secara random dari x_i dengan pengembalian. Sebut nilai sampelnya $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^*)$.
3. Menentukan statistik *Bootstrap* $\hat{\theta}^*$ dari $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^*)$ yang diperoleh pada bagian 2 selanjutnya dihitung statistik *Bootstrap* menghasilkan $\hat{\theta}^*$.
4. Mengulangi langkah 2,3 dan 4 sebanyak *B* kali, untuk *B* yang cukup besar. Diperoleh $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$
5. Berikan distribusi peluang dari *B* $\hat{\theta}^*$ dengan menempatkan peluang bagi masing-masing $(\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*)$. Distribusi tersebut merupakan estimator *Bootstrap* untuk distribusi sampling $\hat{\theta}$ dan dinotasikan dengan $\hat{F}(\hat{\theta}^{\,*})$

Kemungkinan $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ yang muncul adalah terhitung yaitu sebanyak n^n kemungkinan. Jika $\hat{\theta}$ merupakan mean (rata-rata) resample, maka dapat ditentukan rata-rata dan variansi *Bootstrap* nya, yaitu:

$$\hat{\theta}^* = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\theta}_i^*}{B} \tag{2.11}$$

Dan

$$\hat{V}^* = \sum_{i=1}^{B} \frac{\left(\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}^*\right)^2}{B-1} \tag{2.12}$$

2.7 Standar Error Bootstrap

Estimasi metode *Bootstrap* dari $se_F(\hat{\theta})$ yaitu standar error dari sebuah statistik $\hat{\theta}$ adalah estimasi pengganti yang menggunakan distribusi empiris fungsi $\hat{F}$ yang belum diketahui. Secara spesifik estimasi *Bootstrap* dari $se_F(\hat{\theta})$ didefinisikan sebagai berikut:

$$se_F(\hat{\theta}^*)$$

Di mana $(\hat{\theta}^*)$ adalah estimasi parameter statistik yaitu θ dari sekumpulan data dengan jumlah sampel random *Bootstrap* dari $se_F(\hat{\theta})$ adalah standar error dari $\hat{\theta}$ untuk sekumpulan data dengan sampel random sejumlah *n* dari *F*.

Formula $se_F(\hat{\theta}^*)$ disebut estimasi ideal dari standar error $\hat{\theta}$. Sehingga yang menjadi permasalahan adalah untuk beberapa estimasi $\hat{\theta}$ yang sebenarnya dengan tidak menggunakan formula yang asli seperti berikut ini:

$$se_F(\bar{x}) = \frac{[var_F(\bar{x})]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n}} \tag{2.13}$$

Menurut Efron & Tibshirani 1993, menggunakan metode *Bootstrap* untuk mendapatkan standar error dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan jumlah *B* sampel independen *Bootstrap* $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$ di mana masing-masing berisi *n* data yang diperoleh dari *x* data awal.

b. Mengevaluasi replikasi yang ada pada masing-masing sampel *Bootstrap* $\hat{\theta}^*(i) = s(x^{*i}), i = 1,2, \dots, B.$

c. Mengestimasi standar error $seB_{FB}(\hat{\theta})$ dengan menggunakan standar deviasi untuk *Bootstrap* yang direplikasi *B* kali.

$$S_B = \left\{ \frac{\sum_{b=1}^{B} \left[\hat{\theta}^*(i) - \hat{\theta}^*(.) \right]^2}{B - 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (2.14)$$

Di mana

$$\hat{\theta}^*(.) = \sum_{b=1}^{B} \frac{\hat{\theta}^*(i)}{B} \qquad (2.15)$$

(Halim:2006)

Standar error dianggap mempunyai nilai yang lebih baik apabila nilai yang dihasilkan dari replikasi yang mempunya hasil terkecil dari keseluruhan nilai yang dihasilkan. Hal ini menunjukkan bahwa suatu replikasi dikatakan memberikan nilai terbaik apabila replikasi berikutnya yang lebih kecil tidak mengalami penurunan hasil maka harus ditentukan kembali replikasi yang lain yang lebih kecil untuk mendapatkan hasil yang baik yaitu nilai standar error terkecil. Selain itu, dengan adanya batas interval tertentu didapatkan standar error yang lebih baik karena nilai yang diperoleh lebih kecil.

Sebagai contoh:

Misalkan $X = (x_1, x_2, x_3)$ random berukuran $n = 3$ dari suatu distribusi F dan $X = (x_1, x_2, x_3) = (2{,}5{,}8)$ hasil pengamatan selanjutnya akan ditaksir distribusi sampling dari $K_n = \mu\left(x_1, x_2, x_3 : \hat{F}_n\right) = \sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta)$ maka yang harus dilakukan adalah:

1. $\hat{F}_n(x)$ memberika peluang $\frac{1}{3}$ untuk setiap (2,5,8)
2. Menurut ketentuan dari $\hat{F}_n(x)$ diambil sampel *Bootstrap* berukuran $n = 3$ maka x^* yang mungkin adalah:

   { (5,2,8), (2,5,2), (2,5,5), (2,8,8), (2,8,2), (2,2,8), (2,5,8), (2,8,5), (5,5,5), (5,8,2), (2,2,5), (5,2,2), (5,2,5), (2,2,2), (5,5,2), (5,5,8), (5,8,5), (5,8,8), (8,5,8), (8,8,5), (8,8,2), (8,2,8), (2,2,5), (8,5,5), (8,2,2), (8,5,2), (8,2,5)}
3. Ditentukan $\theta(\hat{F})$ dari $\bar{X} = \sum_{i=1}^{3} \frac{x_i}{3}$ yaitu $\hat{\theta} = \frac{2+5+8}{3} = 5$
4. Dari x^* ditentukan $\hat{\theta}^*$ untuk pengembalian sampel *Bootstrap* akan dihitung $\hat{\theta}_m^* = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$ untuk m = 1,2,3,…,25.

   $\hat{\theta}_1^* = \frac{5+2+8}{3} = 5$ $\quad$ $\hat{\theta}_2^* = \frac{2+5+2}{3} = 3$ $\quad$ $\hat{\theta}_3^* = \frac{2+5+5}{3} = 4$

   $\hat{\theta}_4^* = \frac{2+8+8}{3} = 6$ $\quad$ $\hat{\theta}_5^* = \frac{2+8+2}{3} = 4$ $\quad$ $\hat{\theta}_6^* = \frac{2+2+8}{3} = 4$

   $\hat{\theta}_7^* = \frac{2+5+8}{3} = 5$ $\quad$ $\hat{\theta}_8^* = \frac{2+8+5}{3} = 5$ $\quad$ $\hat{\theta}_9^* = \frac{5+5+5}{3} = 5$

   $\hat{\theta}_{10}^* = \frac{5+8+2}{3} = 5$ $\quad$ $\hat{\theta}_{11}^* = \frac{2+2+5}{3} = 3$ $\quad$ $\hat{\theta}_{12}^* = \frac{5+2+2}{3} = 3$

   $\hat{\theta}_{13}^* = \frac{5+2+5}{3} = 4$ $\quad$ $\hat{\theta}_{14}^* = \frac{2+2+2}{3} = 2$ $\quad$ $\hat{\theta}_{15}^* = \frac{5+5+2}{3} = 4$

   $\hat{\theta}_{16}^* = \frac{5+5+8}{3} = 6$ $\quad$ $\hat{\theta}_{17}^* = \frac{5+8+5}{3} = 6$ $\quad$ $\hat{\theta}_{18}^* = \frac{5+8+8}{3} = 7$

   $\hat{\theta}_{19}^* = \frac{8+5+8}{3} = 7$ $\quad$ $\hat{\theta}_{20}^* = \frac{8+8+5}{3} = 7$ $\quad$ $\hat{\theta}_{21}^* = \frac{8+8+2}{3} = 6$

$\hat{\theta}_{22}^* = \frac{8+2+8}{3} = 6$ $\hat{\theta}_{23}^* = \frac{2+2+5}{3} = 3$ $\hat{\theta}_{24}^* = \frac{8+5+5}{3} = 6$

$\hat{\theta}_{25}^* = \frac{8+2+2}{3} = 4$ $\hat{\theta}_{26}^* = \frac{8+5+2}{3} = 5$ $\hat{\theta}_{27}^* = \frac{8+2+5}{3} = 5$

5. Menentukan F_n^* yaitu $F_n^* = \mu\left(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* : \hat{F}_n\right) = \sqrt{n}\left(\hat{\theta} - \theta\right)$. Dimana $\hat{\theta}_n^*$ adalah rata-rata dari salah satu 3^3 kemungkinan x^* yang mungkin adalah:

   $F_1^* = \sqrt{3}(2-5) = -5{,}196152423$

   $F_2^* = \sqrt{3}(3-5) = -3{,}464101615$

   $F_3^* = \sqrt{3}(4-5) = -1{,}732050808$

   $F_4^* = \sqrt{3}(5-5) = 0$

   $F_5^* = \sqrt{3}(6-5) = 1{,}732050808$

   $F_6^* = \sqrt{3}(7-5) = 3{,}464101615$

   $F_7^* = \sqrt{3}(3-5) = -5{,}196152423$

   Untuk menaksir sampel *Bootstrap* dari $F_n(x)$ ekuivalen terhadap penggambaran setiap x_i^* saat acak diantara nilai yang diobservasi x_1, x_2, x_3 karena independen ($F_n(x)$ yang diberi), kita menarik observasi dengan penggantian, dan nilai yang sama bisa diambil lebih dari satu kali. Nilai parameter murni dalam $F_n(x)$ adalah $\theta = 5$.

   Estimasi θ merupakan fungsional μ, seperti $\theta = \mu(x_1, x_2, x_3 : F)$. Dengan menggunakan prinsip *plug-in*, digunakan estimator bootstrap $\hat{\theta}^* = \mu(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* : F)$ (Sutarno, 2010).

6. Berdasarkan rumus 2.12 dapat dihitung nilai variansi *Bootstrap*, misalkan untuk $\hat{\theta}_1^*$ diperoleh

$$\hat{V}^* = \sum_{i=1}^{B} \frac{\left(\hat{\theta}_1^* - \hat{\theta}^*\right)^2}{B-1} = \frac{\left((5-5)+(2-5)+(8-5)\right)^2}{3-1} = \frac{18}{2} = 9$$

7. Berdasarkan rumus 2.14 dapat dihitung nilai standar deviasi *Bootstrap*, yaitu

$$S_B = \left\{\frac{\sum_{b=1}^{B}\left[\hat{\theta}^*(1) - \hat{\theta}^*(.)\right]^2}{B-1}\right\}^{\frac{1}{2}} = (9)^{\frac{1}{2}} = 3$$

8. Selanjutnya berdasarkan rumus 2.13 dapat dihitung nilai standar error *Bootstrap*, yaitu

$$se_F(\bar{x}) = \frac{[var_F(\bar{x})]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = 1{,}341$$

2.8 Metode *Jackknife*

Metode *Jackknife* pertama kali ditemukan oleh Quenouille (1949) yang digunakan untuk memperkirakan bias dari suatu estimator dengan menghapus beberapa observasi sampel. Menurut Tukey (1958) dalam Efron & Tibshirani (1993) metode *Jackknife* menjadi sesuatu yang lebih berharga, karena Tukey mengemukakan pendapatnya bahwa *Jackknife* juga dapat digunakan untuk membangun variansi dari suatu estimator. Metode *Jackknife* ini dapat dibagi berdasarkan banyaknya data yang dihapus menjadi *Jackknife*.

Jackknife adalah teknik nonparametrik dan *resampling* yang bertujuan untuk menentukan estimasi bias, standar error dan interval kepercayaan dari parameter populasi, seperti: mean, median, proporsi, koefisien korelasi dan regresi, dengan tidak selalu memperhatikan asumsi distribusi. *Resampling Jackknife* pada pasangan data pengamatan (observasi), didasarkan pada penghapusan satu sampel atau sekelompok sampel dari sampel awal yang dianggap sebagai populasi, pada satu tahap. Pada tahap selanjutnya, sampel yang telah dihapus tersebut dikembalikan dan lakukan penghapusan satu atau sekelompok sampel dan seterusnya sampai semua sampel dari populasi mendapatkan kesempatan untuk dihapus.

Metode *Jackknife* bertujuan untuk memperkecil bias suatu penaksir dan memberikan hampiran selang kepercayaan untuk parameter yang menjadi perhatian. Prinsip dasar dari metode *Jackknife* terletak pada perhitungan suatu statistik secara berulang dengan mengeluarkan satu atau lebih pengamatan dari suatu sampel yang ditetapkan, sehingga akan menghasilkan sampel terpisah yang masing-masing memiliki besar ukuran $n - d$. Dari proses pengulangan tersebut, dapat dihitung dugaan suatu kebiasan dan varians.

Cara kerja metode *Jackknife* yaitu misalkan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sampel acak berukuran *n* dari populasi dengan fungsi disribusi *F* yang tidak diketahui. Parameter bernilai real dari fungsi distribusi *F* pada populasi dinotasikan dengan $\theta = \theta(F)$. Estimator dari parameter θ dinotasikan dengan $\hat{\theta}$. Fungsi distribusi F tidak diketahui, tetapi nilai sampel random $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dari distribusi F diketahui, sehingga *F* dapat diestimasi menggunakan fungsi distribusi empiris $\hat{F}_n = (x)$. Sampel *Jackknife* dapat diperoleh melalui pengambilan sampel berukuran $n - d$ dari distribusi empiris $\hat{F}_n = (x)$, sehingga diperoleh $X_1^J, X_2^J, \ldots, X_{n-d}^J$.

2.8.1 Metode *Jackknife* dengan Menghapus *d* Pengamatan

Dengan sebuah sampel berukuran n pengamatan, parameter dapat diduga sebagai θ. Untuk penduga θ, dapat ditulis $\hat{\theta}_n$. Kemudian mengulangi perhitungan penduga parameter θ, dengan menghilangkan pengamatan i dari sampel, dan memperoleh sebuah perkiraan yang kita notasikan dengan $\hat{\theta}_{(i)}$. Selanjutnya sebuah operasi jenis ini dilakukan sebanyak N kali, dengan menghilangkan pada masing-masing tahap yaitu menghilangkan sekelompok pengamatan. penduga parameter θ, dengan menghapus sekelompok pengamatan kelompok ke-j, di notasikan $\hat{\theta}_j$. Dihapus sekelompok pengamatan penduga *Jackknife*, diberikan oleh:

$$\hat{\theta}_j = n\hat{\theta}_n - (n-1)\bar{\theta}_{(1)} \tag{2.16}$$

Dimana

$$\bar{\theta}_{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)}}{n} \tag{2.17}$$

Variansi penduga *Jackknife* dengan menghapus sekelompok pengamatan didasarkan pada nilai $\hat{\theta}_{(i)} = n\hat{\theta}_n - (n-1)\hat{\theta}_{(i)}$, *i= 1,2,…,n* , diberikan oleh:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\theta}_{(i)} - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\hat{\theta}_{(i)}\right)^2 \tag{2.18}$$

$\hat{\sigma}_j^2$ adalah penduga yang konsisten dari variansi asimtotik $\hat{\theta}_n$ dan $\hat{\theta}_j$

2.8.2 Pembentukan Sampel *Jackknife*

Metode *Jackknife* merupakan teknik *resampling* yang dilakukan dengan menghapus sekelompok observasi dari sampel asli. Sebagian orang menyebut metode penyampelan ini dengan subsampling. Pada *Jackknife* terhapus-d akan diperoleh sampel *Jackknife* berukuran $n - d$. Misalkan dimiliki sampel berukuran n, yaitu $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang diambil secara random dari populasi dan $\hat{\theta}$ adalah estimasi untuk parameter θ berdasarkan sampel asli, maka menurut Efron dan Tibshirani (1993), prosedur *Jackknife* terhapus-d dapat ditulis sebagai berikut:

1. Sampel *Jackknife* ke-*i*, dari parameter penduga θ dinotasikan dengan $\hat{\theta}_{(i)}$ adalah sampel asli dengan menghapus observasi ke-*i*, sehingga akan diperoleh *i* sampel yang masing-masing berukuran $i - d$
2. Menentukan sampel *Jackknife*$(X_1^J, X_2^J, \dots, X_{i-d}^J)$ dari parameter θ, yang diambil secara random dengan mengeluarkan elemen sampel ke $i = 1,2, \dots, n$. Sehingga diperoleh penaksir yang dinotasikan $\hat{\theta}_{(i)}$
3. Mengulangi operasi pada lambang 2 sebanyak *N* kali, dengan menghilangkan satu pengamatan. Diperoleh resample $(X_1^J, X_2^J, \dots, X_{i-d}^J)$
4. Menghitung statistik $\hat{\theta}$ yang diinginkan dari resample *Jackknife* $(X_1^J, X_2^J, \dots, X_{i-d}^J)$ yang diperoleh pada lambang 3 selanjutnya dihitung statistik *Jackknife* menghasilkan $(\theta_1^J, \theta_2^J, \dots, \theta_{i-d}^J)$.
5. Mengkonstruksi suatu distribusi probabilitas dari $\hat{\theta}_{(i)}$ dengan memberikan probabilitias $\frac{1}{n}$ pada setiap $\hat{\theta}_{(i)}$. Distribusi tersebut merupakan estimator *Jackknife* terhapus-d untuk distribusi sampling $\hat{\theta}$ dan dinotasikan dengan $\hat{F}_j$
6. Estimasi *Jackknife* dengan menghapus satu pengamatan kelompok ke-*j*, *dinotasikan* $\hat{\theta}_j$, untuk $\hat{\theta}$ adalah mean dari distribusi $\hat{F}_j$, yaitu:

$$\hat{\theta}_j = \sum_{j=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)} \frac{1}{n} \tag{2.19}$$

Pada metode *Jackknife* terhapus-d masih dapat dilakukan perhitungan dengan menggunakan semua kemungkinan sampel *n*.

Misalkan $\theta_1 = t(x_{(i)})$ adalah penduga yang dibangun oleh X untuk menduga parameter θ, maka dari himpunan $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n$ merupakan penduga galat baku *Jackknife*, yaitu:

$$S_{jack} = \left[\frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (2.20)$$

Di mana

$$\hat{\theta}_{(i)} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}_{(i)} - \theta_i\right) \qquad \hat{\theta}_{(.)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}_{(i)} \qquad (2.21)$$

Dan $\hat{\theta}_{(i)}$ disebut sebagai ulangan *Jackknife* ke-i dari $\hat{\theta}$.

Sebagai contoh:

Misalkan $X = (x_1, x_2, \dots, x_5)$ random berukuran $n = 5$ dari suatu distribusi F dan $X = (x_1, x_2, \dots, x_5) = (1,3,4,6,7)$ maka yang harus dilakukan adalah:

1. $\hat{F}_n(x)$ memberika peluang $\frac{1}{7}$ untuk setiap (1,3,4,6,7,5,8)
2. Menurut ketentuan dari $\hat{F}_n(x)$ diambil sampel *Jackknife* dengan menghapus sekelompok sampel dengan pengembalian berukuran $m = 10$, misal sampel yang dihapus adalah sampel ke 1 sampai 3 $(d = 3)$ maka x^J yang mungkin adalah (6,7,7,8,5,6,8,5,6,7)
3. Ditentukan $\theta(\hat{F})$ dari $\bar{X} = \sum_{i=1}^{7}\frac{x_i}{7}$ yaitu $\hat{\theta} = \frac{1+3+4+6+7+5+8}{7} = 4{,}857$
4. Dari x^J ditentukan $\hat{\theta}^J$ untuk sampel *Jackknife* dengan menghapus sekelompok sampel dengan pengembalian akan dihitung $\hat{\theta}_p^J = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}$, yaitu

$$\hat{\theta}^J = \frac{6+7+7+8+5+6+8+5+6+7}{10} = 6{,}5$$

5. Berdasarkan rumus 2.18 dapat dihitung nilai variansi *Jackknife*, yaitu

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\theta}_{(i)} - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\hat{\theta}_{(i)}\right)^2 = \frac{1}{10-1}(10{,}5) = \frac{10{,}5}{9} = 1{,}166$$

6. Selanjutnya berdasarkan rumus 2.20 dapat dihitung nilai standar error *Jackknife*, yaitu

$$S_{jack} = \left[\frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)}\right)^2\right]^{1/2} = \left[\frac{10-1}{10}(0{,}116)\right]^{1/2} = 0{,}341$$

2.9 Program R

Saat ini banyak paket perangkat lunak yang digunakan dalam membantu perhitungan estimasi parameter dan mengolah data sampai mendapatkan nilai hasil estimasi. Menurut Rosadi (2010: 1), R merupakan suatu sistem analisis statistika yang relatif lengkap, sebagai hasil dari kolaborasi riset berbagai statistikawan di seluruh dunia. Saat ini R dapat dikatakan *lingua franca* (bahasa standar) untuk keperluan komputasi statistika modern. Versi awal R dibuat tahun 1992 di Universitas Auckland, New Zaeland oleh Ross Ihka dan Robert Gentleman (yang menjadi asal muasal akromin nama R untuk perangkat lunak ini). R bersifat *multiplatform*, dengan fail instalasi biner/fail tar yang tersedia untuk sistem operasi Windows, Mac OS X, Free BSD, NetBSD, Linux, Irix, Solaris, AIX, dan HPUX. Karena R bersifat GUI, penggunaan R tidak memerlukan pembayaran lisensi. Ada beberapa kelebihan dan kelemahan dari *software* R, yaitu sebagai berikut (Rosadi, 2010: 2-3) :

1. Kelebihan

a) Probabilitas, jika memilih perangkat lunak ini, pengguna (*user*) bebas untuk mempelajari dan menggunakannya sampai kapan pun (berbeda, misalnya dengan lisensi perangkat lunak berversi pelajar).

b) *Multiplatform*, R merupakan sistem operasi *multiplatform,* lebih kompatibel daripada perangkat lunak statistika manapun yang pernah ada. Dengan demikian, jika pengguna memutuskan untuk berpindah siste operasi, penyesuaiannya akan relatif lebih mudah untuk dilakukan.

c) Umum dan berada di barisan terdepan, berbagai metode analisis statistika (metode klasik maupun metode baru) telah diprogramkan ke dalam bahasa R. Dengan demikian, perangkat lunak ini dapat digunakan untuk berbagai macam analisis statistika, baik pendekatan klasik maupun pendekatan statistika modern.

d) Bisa diprogram, pengguna dapat memprogramkan metode baru atau mengembangkan modifikasi dari fungsi-fungsi analisis statistika yang telah ada dalam sistem R

e) Bahasa berbasis analisis matriks, bahasa R sangat baik untuk melakukan pemprograman dengan baris matriks (seperti halnya dengan bahasa MATLAB dan GAUSS).

f) Fasilitas grafik yang relatif baik

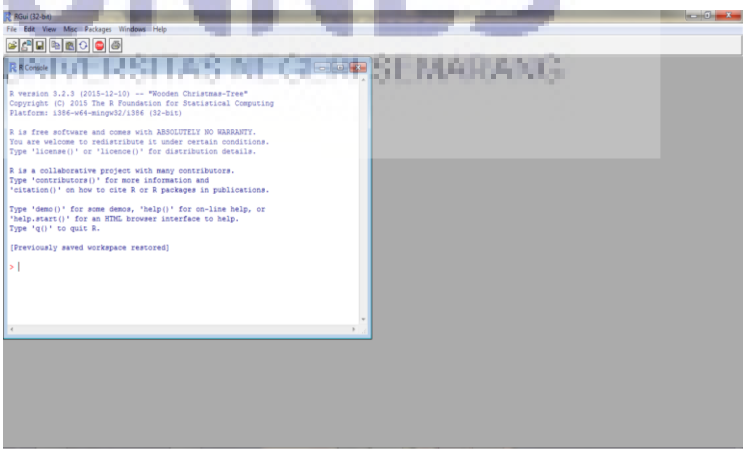
2. Kelemahan

a) *Point and Click* GUI, interaksi utama dengan R bersifat *Command Line Interface* (CLI), walaupun saat ini telah tersedia menu *Point and Click* GUI (*Graphical User Interface*) sederhana unutuk keperluan analisis statistika tertentu, seperti paker R *Commander* yang dapat digunakan untuk keperluan pengajaran statistika dasar dan R *Commander Plugins* untuk GUI bagi keperluan beberapa analisis statistika lainnya. Dengan demikian, untuk dapat menggunakan R diperlukan penyesuaian-penyesuaian oleh pengguna yang telah terbiasa dengan fasilitas *Point and Click* GUI.

b) Ketidakseterdiaan sejumlah fungsi statistik, walaupun analisis statistika dalam R sudah cukup lengkap, tidak semua metode statistika diimplementasikan ke dalam bahasa R (pada kenyataannya tidak pernah ada perangkat lunak statistika yang mengimplementasikan semua teknik analisis statistika yang ada di dalam literatur). Namun, karena R dapat dikatakan sebagai *lingua france* untuk keperluan komputasi statistika modern saat ini, ketersediaan serta kelengkapan fungsi-fungsi tambahan dalam bentuk paket/pustaka hanya masalah waktu saja.

2.9.1 Tampilan Awal Program R

Setelah menjalankan program R windows yang tampil seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Tampilan Awal Program R

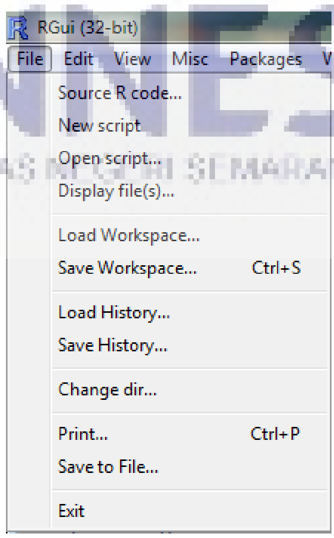
2.9.2 Menu Default Program R

Berikut adalah tampilan menu utama dalam R console, yang masing-masing akan dijelaskan pada Gambar 2.4.

Gambar 2.4 Menu Utama Program R

1. Menu *File*

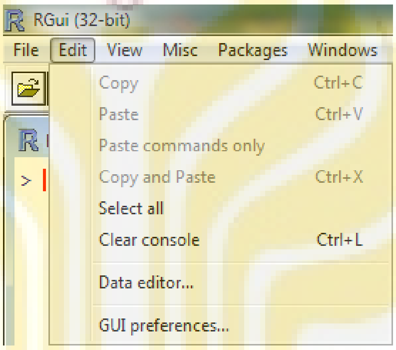
Menu ini menampilkan diantaranya, cara mengambil kode sumber R yang sudah ada atau tersimpan di komputer kita dengan menggunakan menu *Source R code*. Menu ini juga memudahkan kita dalam menyimpan ruang kerja/*workspace* yang sedang kita kerjakan (menu *Save Workspace*) di R *console* ke dalam folder komputer kita dan menggunakan kembali dengan menggunakan menu *Load Workspace*. Masing-masing sub menu dalam menu *file* ditampilkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Menu *File* Program R

2. Menu *Edit*

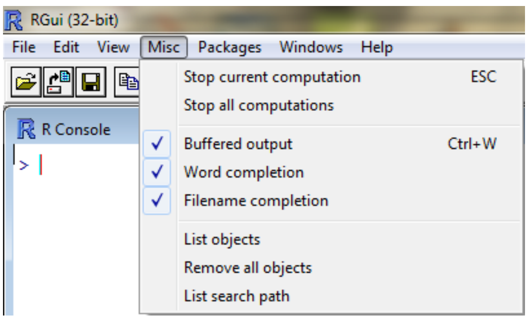
Menu ini adalah menu *editor* yang diantaranya berisikan: menu *editor* yang umum seperti *Copy*, *Paste*, *Select All*, dan menu *editor* lainnya seperti menempelkan (*paste*) hanya *command* akan putih bersih seperti sediakala ketika memulai R. selain itu kita dapat juga mengedit data yang dimiliki dengan menggunakan menu data *editor*. Masing-masing sub menu dalam menu *edit* ditampilkan pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Menu *Edit* Program

3. Menu *Misc*

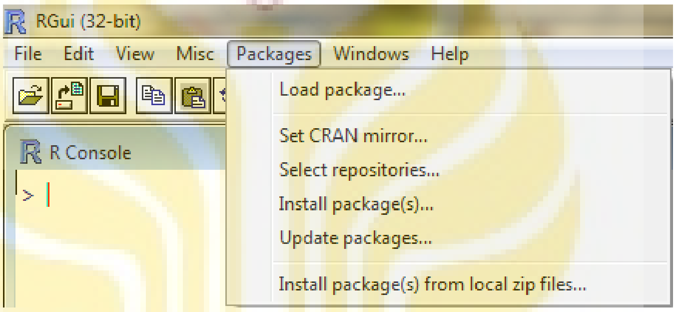
Menu ini adalah tambahan diantaranya memberhentikan seketika perhitungan yang sedang berlangsung dengan menggunakan tombol ESC, menampilkan objek (*List object*) dan membuang objek (*Remove all objects*). Masing-masing sub menu dalam menu *Misc* ditampilkan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Menu *Misc* Program R

4. Menu *Packages*

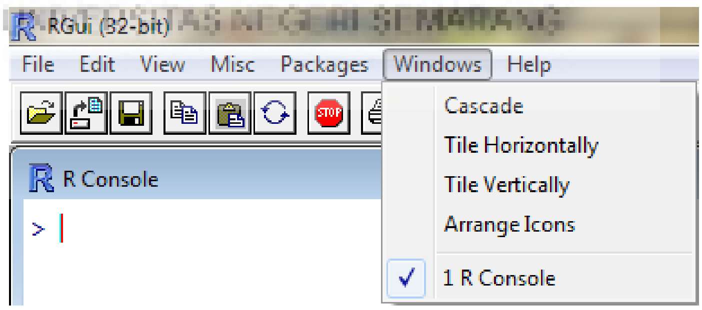
Menu ini berisiskan fasilitas untuk menambah paket statistik dan paket lainnya. Dalam menu *Load package* dan instalasi paket dalam *Install package(s)* dan update paket dalam Update *package* serta memungkinkan instalasi paket dari file zip yang ada di komputer kita, dengan menggunakan menu *Install packages(s) from* local zip files. Masing-masing sub menu dalam menu *packages* ditampilkan pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8 Menu *Packages* Program R

5. Menu *Windows*

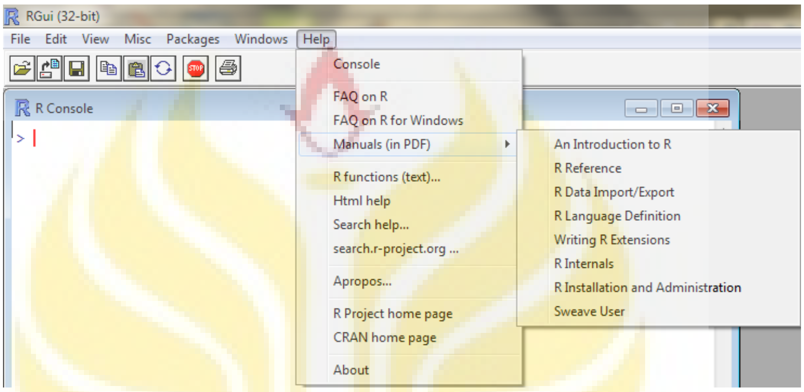
Masing-masing sub menu dalam menu *windows* ditampilkan pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Menu *Windows* Program R

6. Menu *Help*

Menu ini berisis sejumlah panduan, pertanyaan yang sering diajukan tentang R (FAQ), fasilitas pencarian melalui situs resmi maupun situs proyek pengembangan R. masing-masing sub menu dalam menu *help* ditampilkan pada gambar 2.10.



Gambar 2.10 Menu *Help* Program R

2.10 Industri Agro

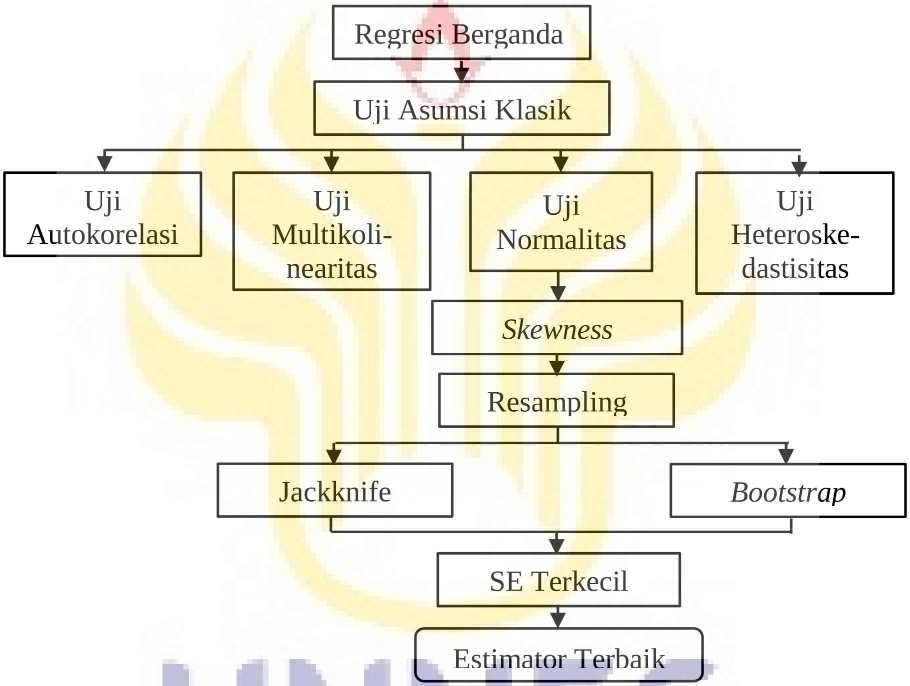
Agroindustri adalah kegiatan yang memanfaatkan hasil pertanian sebagai bahan baku, merancang dan menyediakan peralatan serta jasa untuk kegiatan tersebut. Secara eksplisit pengertian Agroindustri pertama kali diungkapkan oleh Austin (1981) yaitu perusahaan yang memproses bahan nabati (yang berasal dari tanaman) atau hewani (yang dihasilkan oleh hewan). Proses yang digunakan mencakup pengubahan dan pengawetan melalui perlakuan fisik atau kimiawi, penyimpanan, pengemasan dan distribusi. Produk Agroindustri ini dapat merupakan produk akhir yang siap dikonsumsi ataupun sebagai produk bahan baku industri lainnya.

Agroindustri merupakan bagian dari kompleks industri pertanian sejak produksi bahan pertanian primer, industri pengolahan atau transformasi sampai penggunaannya oleh konsumen. Agroindustri merupakan kegiatan yang saling berhubungan (interlasi) produksi, pengolahan, pengangkutan, penyimpanan, pendanaan, pemasaran dan distribusi produk pertanian. Dari pandangan para pakar sosial ekonomi, agroindustri (pengolahan hasil pertanian) merupakan bagian dari lima subsistem agribisnis yang disepakati, yaitu subsistem penyediaan sarana produksi dan peralatan, usaha tani, pengolahan hasil, pemasaran, sarana dan pembinaan. Agroindustri dengan demikian mencakup Industri Pengolahan Hasil Pertanian (IPHP), Industri Peralatan Dan Mesin Pertanian (IPMP) dan Industri Jasa Sektor Pertanian (IJSP) (http://sid.wikipedia.orgwikiAgroindustri).

Dalam rangkan memberikan akses pasar dan sarana promosi bagi IKM (Industri Kecil Menengah) industri agro, Dinas Perindustrian dan Perdagangan Provinsi Jawa Tengah kembali menyelenggarakan Produk Industri Agro Jawa Tengah. Kegiatan ini untuk memenuhi harapan masyarakat baik para pelaku usaha maupun masyarakat pada umumnya. Kegiatan ini bertujuan menyediakan sarana promosi bagi IKM unggulan Jateng, memberikan sarana edukasi dan advokasi bagi para pelaku usaha industri agro dan pemangku kepentingan lainnya, merangsang membentuk jiwa nasionalisme terutama generasi muda. Potensi industri agro memberikan kontribusi signifikan bahkan dominan bagi industri Jawa Tengah. Data Dinperindag Prov. Jateng 2014 jumlah industri berbasis agro kecil menengah adalah 324.836 unit usaha sedangkan indutri besar berjumlah 268 unit usaha dengan serapan tenaga kerja 1.450.540 orang. Dengan potensi dan kekayaan tersebut, kontribusi ekspor non migas dari sektor industri makanan dan minuman Jawa Tengah tahun 2014 s/d bulan September cukup siignifikan, yakni 62% dengan nilai US$ 246.635.953. Total nilai ekspor non migas sebesar US$ 3.974.427.896. Apabila dibandingkan dengan nilai impor, produk agro masih mencacat surplus sebesar US$ 116.702.967 karena nilai impornya tercacat US$ 129.932.98 (http://daerah.sindonews.comread1030420151potensi-industri-agro-terus-dimaksimalkan-1438916886)

2.11 Kerangka Berfikir

Secara garis besar statistika inferensial ada dua jenis yaitu statistika parametrik dan nonparametrik. Statistika parametrik terutama digunakan untuk menganalisis data interval dan rasio yang diambil dari populasi yang berdistribusi normal. Sedangkan statistika nonparametrik digunakan untuk data nominal dan data ordinal dari populasi yang bebas ditribusi. Data ordinal merupakan data yang berasal dari hasil pengamatan, observasi, atau angket dari suatu variabel. Permasalahan yang timbul dari data ordinal ini adalah bagaimana menentukan model penelitian yang terbaik dan yang paling sesuai dengan data yang diperoleh dalam penelitian. Di dalam estimasi model perlu dilakukan uji asumsi klasik yang harus dipenuhi, salah satunya adalah normalitas. Jika asumsi normalitas terpenuhi maka estimasi model diterima, tetapi dalam kasus tertentu sering dijumpai bahwa asumsi normalitas tidak terpenuhi yang biasa disebut penyimpangan normalitas. Salah satu cara untuk mengatasi masalah penyimpangan asumsi normalitas yaitu dengan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*. Metode *Bootstrap* yaitu metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian pada datanya dalam menyelesaikan statistik ukuran suatu sampel dengan harapan sampel tersebut dapat mewakili data populasi sebenarnya, biasanya ukuran *resampling* diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data populasinya. *Jackknife* adalah teknik nonparametrik dan *resampling* yang bertujuan untuk menentukan estimasi bias, standar error dan interval kepercayaan dari parameter populasi, seperti: mean, median, proporsi, koefisien korelasi dan regresi, dengan tidak selalu memperhatikan asumsi distribusi. *Resampling Jackknife* pada pasangan data pengamatan (observasi), didasarkan pada penghapusan satu sampel atau sekelompok sampel dari sampel awal yang kita anggap sebagai populasi, pada satu tahap. Dan pada tahap selanjutnya, sampel yang telah dihapus tersebut dikembalikan dan lakukan penghapusan satu atau sekelompok sampel dan seterusnya sampai semua sampel dari populasi mendapatkan kesempatan untuk dihapus. Kedua metode ini biasa digunakan untuk inferensi statistik, yaitu pada penduga parameter dengan sebaran awal yang tidak diketahui. Untuk menentukan parameter pada metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, menggunakan metode statistika biasa. Parameter yang digunakan untuk proses pembentukan sampel *Bootstrap* dan *Jackknife* diambil dari nilai rata-rata. Proses resample akan menghasilkan sampel *Bootstrap* dan *Jackknife* yang ditentukan. Kemudian dari hasil resample tersebut digunakan untuk menghitung nilai rata-rata, variansi, standar devasi dan nilai standar error, sehingga akan diperoleh nilai rata-rata, variansi, standar deviasi dan standar error dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*. Estimator terbaik dapat dilihat dari nilai standar error terkecil dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, setelah diperoleh hasil standar error maka akan dipilih metode terbaik dengan cara melakukan perbandingan antara kedua hasil dari metode *Jackknife* dan metode *Bootstrap* dengan melihat nilai standar error terkecil. Untuk mempermudah analisis ini, peneliti menggunakan bantuan *software* R. Diagram alur kerangka berfikir dapat dilihat pada Gambar 2.11.



Gambar 2.11 Kerangka Berfikir

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Berdasarkan analisis dengan metode *Bootstrap* dan *Jackknife* diperoleh hasil estimator dari masing-masing metode sebagai berikut.

   1.1 Hasil estimator *skewness* dari metode *Bootstrap* untuk variabel tenaga kerja (X_1), hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.1.

Table 5.1 Hasil Estimator *Skewness* dari Metode *Bootstrap* untuk Variabel Tenaga Kerja (X_1)

Resample Bootstrap	Nilai Rata-rata	Nilai Standar Error
Data asli	3,601	0,204
Bootstrap 100	2,870	0,143
Bootstrap 200	3,210	0,146
Bootstrap 500	3,298	0,090
Bootstrap 800	3,487	0,081
Bootstrap 1000	3,441	0,071

Dari Tabel 5.1, dengan sampel *Bootstrap* $B = 1000$ menghasilkan nilai standar error yang lebih kecil, yaitu $0{,}071$. Maka dapat disimpulkan bahwa hasil estimator dengan resample sebanyak 1000 mempunyai nilai standar error terkecil. Semakin banyak ukuran sampel maka hasil standar error yang diperoleh akan semakin kecil.

1.2 Hasil estimator *skewness* dari metode *Bootstrap* untuk variabel volume bahan baku (X_2), hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.2.

Table 5.2 Hasil Estimator *Skewness* dari Metode *Bootstrap* untuk Variabel Volume Bahan Baku (X_2)

Resample Bootstrap	Nilai Rata-rata	Nilai Standar Error
Data asli	3,676	0,266
Bootstrap 100	2,734	0,219
Bootstrap 200	3,255	0,201
Bootstrap 500	3,359	0,128
Bootstrap 800	3,809	0,119
Bootstrap 1000	3,417	0,101

Dari Tabel 5.2, dengan sampel *Bootstrap* $B = 1000$ menghasilkan nilai standar error yang lebih kecil, yaitu $0{,}101$. Maka dapat disimpulkan bahwa hasil estimator dengan resample sebanyak 1000 mempunyai nilai standar error terkecil. Semakin banyak ukuran sampel maka hasil standar error yang diperoleh akan semakin kecil.

1.3 Hasil estimator *skewness* dari metode *Jackknife* untuk variabel tenaga kerja(X_1), hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.3.

Table 5.3 Hasil Estimator *Skewness* dari Metode *Jackknife* untuk Variabel Tenaga Kerja (X_1)

Resample Jackknife	Nilai Rata-rata	Nilai Standar Error
Data asli	3,601	0,204
Jackknife 100	3,21	0,198
Jackknife 200	3,345	0,157
Jackknife 500	3,314	0,097
Jackknife 800	3,863	0,088
Jackknife 1000	3,448	0,073

Dari Tabel 5.3, dengan sampel *Jackknife* $N = 1000$ menghasilkan nilai standar error yang lebih kecil, yaitu $0{,}073$. Maka dapat disimpulkan bahwa hasil estimator dengan resample sebanyak 1000 mempunyai nilai standar error terkecil. Semakin banyak ukuran sampel maka hasil standar error yang diperoleh akan semakin kecil.

1.4 Hasil estimator *skewness* dari metode *Jackknife* untuk variabel volume bahan baku (X_2), hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.4.

Table 5.4 Hasil Estimator *Skewness* dari Metode *Jackknife* untuk Variabel Volume Bahan Baku (X_2)

Resample Jackknife	**Nilai Rata-rata**	**Nilai Standar Error**
Data asli	3,676	0,266
Jackknife 100	3,040	0,227
Jackknife 200	3,711	0,202
Jackknife 500	3,655	0,130
Jackknife 800	4,155	0,126
Jackknife 1000	3,706	0,102

Dari Tabel 5.4, dengan sampel *Jackknife* $N = 1000$ menghasilkan nilai standar error yang lebih kecil, yaitu $0{,}102$. Maka dapat disimpulkan bahwa hasil estimator dengan resample sebanyak 1000 mempunyai nilai standar error terkecil. Semakin banyak ukuran sampel maka hasil standar error yang diperoleh akan semakin kecil.

2. Setelah diperoleh hasil estimator dari metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, selanjutnya akan diperoleh metode dengan estimator terbaik.

Berdasarkan resampling dengan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, akan dicari keakuratan hasil estimator dengan cara membandingkan nilai standar error yang terkecil dari masing-masing metode. Dari resampling *Bootstrap* diperoleh nilai standar error terkecil pada resample sebanyak $B = 1000$ untuk variabel tenaga kerja (X_1) yaitu nilai standar error $0{,}071$ dan untuk variabel volume bahan baku (X_2) yaitu nilai standar error $0{,}101$. Sedangkan pada resampling *Jackknife* diperoleh nilai standar error terkecil pada resample sebanyak $B = 1000$ untuk variabel tenaga kerja (X_1) yaitu nilai standar error $0{,}073$ dan untuk variabel volume bahan baku (X_2) yaitu nilai standar error $0{,}102$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa metode *Bootstrap* mampu memberikan hasil estimator yang lebih baik dibandingkan metode *Jackknife*. Hal ini dibuktikan bahwa metode *Bootstrap* mampu memperkecil nilai standar error.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut.

1. Dalam penelitian ini diperoleh estimator *skewness* dengan hasil estimator terbaik dengan menggunakan metode *Bootstrap*, sehingga apabila ingin mengetahui estimator terbaik dapat digunakan metode *Bootstrap* sebagai metode penelitian.

2. Dalam penghapusan data set observasi metode *Jackknife,* peneliti hendaknya memperhatikan jumlah replikasi sampel, sebab replikasi yang banyak belum tentu baik karena akan menghasilkan estimasi yang tidak konvergen.
3. Untuk penelitian selanjutnya dapat diteliti mengenai analisis menggunakan metode bootstrap dan metode *Jackknife* untuk data yang lebih sedikit dengan menggunakan *software* R 2.10.0.
4. Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan *software* R 2.10.0 dalam analisis estimasi *skewness*, sehingga dapat dikembangkan menggunakan *software* lain seperti MATLAB, SAS, S-Plus, dan sebagainya.
5. Dalam penelitian ini diperoleh estimator terbaik untuk data *skewness* positif dengan menggunakan metode *Bootstrap*, sehingga perlu dikembangkan untuk data *skewness* negative dan data yang simetris menggunakan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife.*

DAFTAR PUSTAKA

Amunauw, S. 2010. *Penerapan Metode Bootstrap dan Jackknife pada Beberapa Ukuran Sampel.* Skripsi. Papua: Jurusan Matematikadan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Papua.

Cynthia, A. 2015. *Analisis Perbandingan Menggunakan ARIMA dan Bootstrap pada Peramalan Nilai Ekspor Indonesia*. Skripsi. Semarang: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.

Djauhari, M. 2003. *Statistika Matematika Lanjut.* Pustaka Setia. Bandung.

Efron, B. and Tibshirani, R. J. 1993. *An Ind]troduction to be Bootstrap.* Chapman and Hall. New York.

Efron, B & R.J. Tibshirani. 1998. *An Introduction to the Bootstrap.* United States of America: CRC press LCC.

Fauzy, A. 2008. Statistika Industri. Jakarta: Erlangga.

Ferawati, I. 2010. *Bootstrap dalam Structural Equation Modeling (SEM) untuk Mengatasi Asumsi Non-Normal Multivariat.* Skripsi. Semarang: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.

Ghozali, I. 2005. *Aplikasi Analisis Multivariat dengan Program SPSS.* Semarang: Universitas Diponegoro.

Ghozali, I. 2005. *Structural Equation Modelling Teori, Konsep dan Aplikasi dengan Program Lisrel 8.45.* Semarang: Universitas Diponegoro.

Hafid, H., Anisa., dan Islamiyati, A. 2015. *Interval Kepercayaan Skewness dan Kurtosis Menggunakan Bootstrap pada Data Kekuatan Gempa Bumi.* Makassar: Universitas Hasanuddin.

Halim, S dan Mallian, H. 2006. *Penggunaan Bootstrap Data Dependen untuk Membangun Selang Kepercayaan pada parameter Model Peramalan Data Stasioner.* Teknik Industri Vol. 8, No. 1. Hal 54-60.

Harinaldi. 2005. *Prinsi-prinsip Statistika untuk Teknik dan Sains.* Jakarta: Erlangga.

Hasan, M.I. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik 2.* Jakarta: Bumi Aksara.

Hedi. *Prosedur Estimasi Parameter Model Regresi Menggunakan Resampling Bootstrap dan jackknife.* Bandung: Politeknik Negeri Bandung.

Hjorth, U.J.S. 1984. *Computer Insentive Statistical Methods Validation Model Selection and Bootstrap.* Chapman &Hall.

Miller, R. G. 1974. *The Jackknife-A Review.* Biometrika, no. 1, 61, 1-5.

Miller, R. G. 1974. *An Unbalance Jackknife.* Ann. Statist., no. 5, 2, 880-891.

Renville, S. 1997. *Pengantar Manajemen Agribisnis.* Gajah Mada Universitas Press. Yogyakarta.

Rosadi, D. 2010. *Analisis Ekonometrika & Runtun Waktu Terapan dengan R.* Yogyakarta: Andi.

Rukmana, 2000. Gladiol, Prospek Agribisnis dan Teknik Budidaya. Penerbit Kanisius. Yogyakarta.

Sarwano, B., dan Y.P. Saragih, 2001. Membuat Aneka Tahu. Penebar Swadaya. Jakarta.

Sawyer. S. 2005. *Resampling Data: Using a Statistical Jackknife.* Washington University.

Shao, Jun and Tu, D. 1995. *The Jackknife dan Bootstrap.* Springer-Verlag. New York.

Sungkono, J. 2013. *Resampling Bootstrap pada R.* Klaten: UNWIDHA.

Sudjana. 1996. *Metode Statistika.* Bandung: Tarsito.

Sutarno. 2010. *Penggunaan Metode Bootstrap dalam Statistika Inferensi.* Skripsi. Semarang: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.

Supranto, J. 2009. *Statistik Teori dan Aplikasi.* Jakarta: Ahli Peneliti Utama (APU) Bidang Ekonomi dan Manajemen pada Badan Pusat Statistik.

Tirta, M.I. 2005. *Panduan Program Statistik R.* Jember: Universitas Jember.

Tarno dan Santoso. R. 2002. *Pemilihan Model Regresi Linier Terbaik dengan Metode Validasi-Silang.* Semarang: Universitas Diponegoro.

Wulandari, S., Kurniasari, D., dan Widiarti. 2013. *Penduga Galat Baku Nilai Tengah Menggunakan Metode Resampling Jackknife dan Bootstrap Nonparametric dengan Software R. 2.15.0.* Lampung: Universitas Lampung.

http://sid.wikipedia.orgwikiAgroindustri [Diakses: 25 Maret 2016]

http://daerah.sindonews.comread1030420151potensi-industri-agro-terus-dimaksimalkan-1438916886 [Diakses: 08 Mei 2016]

http://math.furman.edu/~dcs/courses/math47/R/library/fBasics/html/015D-OneSampleTests.html. [Diakses: 08 Mei 2016]

http://www.LabComS.co.cc.Bootstrap [Diakses: 14 Juli 2016]