



**KOMPARASI KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF
SISWA KELAS X MENGGUNAKAN MODEL
DISCOVERY LEARNING DENGAN PENDEKATAN
SAINTIFIK BERBANTUAN *INDEX CARD* DAN
*WORKSHEET***

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

oleh

Nisa'ul Lathifatul Khoir

4101411102

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

2015



**KOMPARASI KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF
SISWA KELAS X MENGGUNAKAN MODEL
DISCOVERY LEARNING DENGAN PENDEKATAN
SAINTIFIK BERBANTUAN *INDEX CARD* DAN
*WORKSHEET***

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

oleh

Nisa'ul Lathifatul Khoir

4101411102

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

2015

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 29 Juni 2015



Nisa'ul Latifatul Khoir

Nisa'ul Latifatul Khoir

4101411102

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Komparasi Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelas X Menggunakan Model *Discovery Learning* dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card* dan *Worksheet*

disusun oleh

Nisa'ul Lathifatul Khoir
4101411102

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada tanggal 29 Juni 2015.




Panitia Kota
Prof. E. D. W. Prasetyo, M.Si.
196310121988031001

Sekretaris

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

Ketua Penguji


Dr. Isti Hidayah, M. Pd.
196503151989012002

Anggota Penguji/
Pembimbing I


Dra. Endang Retno Winarti, M.Pd.
195909191981032003

Anggota Penguji/
Pembimbing II


Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

MOTTO

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat
(Q.S Al Mujadalah: 11).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini dipersembahkan kepada:

1. Bapak Saefuddin, S.Ag beserta Ibu Asfuriyah sebagai orang tua yang senantiasa memberikan dukungan materil maupun moril yang luar biasa.
2. Kakak Nafisul Ulum Arridlo, S.ST., adik Hanif Khoirul Fahmy, dan keluarga besar sebagai saudara sekaligus motivator.
3. Guru-guruku dan dosen-dosenku yang senantiasa membimbingku dengan tulus.
4. Sahabat-sahabatku, terimakasih atas doa dan dukungannya.
5. Mahasiswa Pendidikan Matematika 2011, terimakasih untuk kebersamaan dalam berbagi ilmu.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga skripsi yang berjudul “Komparasi Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelas X Menggunakan Model *Discovery Learning* dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card* dan *Worksheet*” dapat diselesaikan dengan baik. Penyelesaian skripsi ini melibatkan banyak peran tentunya. Oleh karena itu, ucapan terimakasih tak luput disampaikan kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M. Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Wiyanto, M.Si., dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika.
4. Dr. Wardono, M. Si., Dosen Wali yang telah memberikan motivasi dan arahan.
5. Dra. Endang Retno Winarti, M.Pd. dan Drs. Arief Agoestanto, M.Si, Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran dalam penyusunan skripsi ini.
6. Dr. Isti Hidayah, M. Pd., Ketua Penguji.
7. Drs. H. Maikal Soedijarto, Plt. Kepala SMA N 1 Ungaran yang telah memberikan ijin untuk melakukan penelitian di SMA Negeri 1 Ungaran.
8. Liliek Hanifah, S.Pd. dan Purwanto, S. Pd., guru Matematika kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran yang telah membantu pada saat pelaksanaan penelitian.
9. Siswa kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran yang telah berpartisipasi dalam penelitian ini.
10. Semua pihak yang telah membantu selama penyusunan skripsi ini.

Semoga Allah SWT membalas setiap kebaikan yang telah diberikan.
Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan para pembaca.
Terima kasih.

Semarang, 29 Juni 2015

Penulis

ABSTRAK

Khoir, Nisa'ul Lathifatul. 2015. *Komparasi Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelas X Menggunakan Model Discovery Learning dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan Index Card dan Worksheet*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dra. Endang Retno Winarti, M.Pd. dan Pembimbing Pendamping Drs. Arief Agoestanto, M. Si.

Kata kunci: penalaran adaptif, *discovery learning*, pendekatan saintifik, *index card*, *worksheet*.

Salah satu permasalahan pada pembelajaran matematika materi limit fungsi aljabar adalah saat pembelajaran matematika, siswa mempunyai kebiasaan menunggu bimbingan dari guru dan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal non rutin. Dengan demikian, kemampuan penalaran adaptif siswa kurang. Hal tersebut disebabkan jaranginya penggunaan model dan media pembelajaran yang dapat menunjang kemampuan penalaran adaptif siswa. Upaya untuk meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa diantaranya dengan menggunakan model dan media pembelajaran yang dapat melatih siswa meningkatkan daya nalar mereka. Pada penelitian ini diterapkan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan *worksheet*. Tujuan penelitian ini antara lain untuk mengetahui penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan *worksheet* dalam meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa. Selain itu, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran Kabupaten Semarang tahun ajaran 2014/2015 sebanyak 7 kelas. Teknik sampling yang digunakan adalah *random sampling*. Terpilih tiga kelompok sampel, yaitu kelas X MIPA 2 sebagai kelompok eksperimen 1, kelas X MIPA 1 sebagai kelompok eksperimen 2, dan kelas X MIPA 3 sebagai kelompok kontrol. Analisis data yang digunakan adalah uji *gain*, uji *one way ANOVA*, uji *scheffe*.

Berdasarkan hasil penelitian, penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan *worksheet* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa. Diperoleh juga rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN	iii
PENGESAHAN	iv
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
DAFTAR GAMBAR	xxiii
 BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	7
1.3 Tujuan Penelitian	7
1.4 Manfaat Penelitian	8

1.5	Penegasan Istilah	10
1.6	Sistematika Penulisan Skripsi	11
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA		
2.1	Landasan Teori	13
2.1.1	Pembelajaran Matematika	13
2.1.2	Teori Belajar	15
2.1.3	Kemampuan Penalaran Adaptif	19
2.1.4	Pendekatan Saintifik	27
2.1.5	Model <i>Discovery Learning</i> dengan Pendekatan Saintifik	30
2.1.6	Pendekatan Saintifik dengan Pembelajaran Kooperatif	33
2.1.7	<i>Index Card</i>	34
2.1.8	<i>Worksheet</i>	35
2.1.9	Materi Ajar Limit Fungsi Aljabar	35
2.2	Penelitian yang Terkait	39
2.3	Kerangka Berpikir	39
2.4	Hipotesis Penelitian	44

BAB 3 METODE PENELITIAN

3.1	Subjek Penelitian	45
3.1.1	Populasi	45
3.1.2	Sampel dan Teknik Sampling	45
3.1.3	Variabel Penelitian	47
3.2	Metode dan Desain Penelitian	47
3.3	Prosedur Penelitian	49
3.3.1	Tahap Persiapan	49
3.3.2	Tahap Analisis Data	50
3.3.3	Tahap Pembuatan Kesimpulan	51
3.4	Data dan Metode Pengumpulan Data	51
3.5	Teknik Analisis Instrumen Penelitian	52
3.5.1	Validitas	52
3.5.2	Taraf Kesukaran	53
3.5.3	Daya Beda	54
3.5.4	Reliabilitas	56
3.5.5	Rangkuman Analisis Butir Soal Uji Coba	57

3.6 Teknik Analisis Data	58
3.6.1 Uji Normalitas	58
3.6.2 Uji Homogenitas	59
3.6.3 Uji Gain	61
3.6.4 Uji One Way ANOVA	63
3.6.5 Uji Lanjut	64
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Pelaksanaan Penelitian	66
4.2 Hasil Penelitian	73
4.2.1 Uji Persyaratan Analisis Data	74
4.2.2 Pengujian Hipotesis	76
4.3 Pembahasan Hasil Penelitian	82
BAB 5 PENUTUP	
5.1 Kesimpulan	91
5.2 Saran	92
DAFTAR PUSTAKA	93
LAMPIRAN	98

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1.1 Data Nilai Ulangan Harian Matematika Kelas X SMA N 1	4
Ungaran	
Tabel 2.1 Tahap-tahap Perkembangan Kognitif Piaget	15
Tabel 2.2 Model Bruner	17
Tabel 3.1 Desain Penelitian	48
Tabel 3.2 Interpretasi Taraf Kesukaran	54
Tabel 3.3 Interpretasi Daya Beda	55
Tabel 3.4 Aturan Penetapan Reliabilitas	57
Tabel 3.5 Rangkuman Hasil Analisis Uji Coba	57
Tabel 3.6 Kategori Gain Ternormalisasi	62
Tabel 3.7 Ringkasan Analisis Varians.....	63
Tabel 4.1 Hasil <i>Pretest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif	74
Tabel 4.2 Hasil <i>Posttest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif	74
Tabel 4.3 Output Uji Kolmogorov-Smirnov	74
Tabel 4.4 Output Uji Levene	75
Tabel 4.5 Output Uji One Way ANOVA	79

Tabel 4.6 Output Uji <i>Scheffe</i>	80
---	----

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Langkah-langkah Model <i>Discovery Learning</i> dengan Pendekatan Saintifik	99
2. Data Nilai Ulangan Akhir Semester Gasal Kelas X MIPA Tahun Ajaran 2014/2015	102
3. Uji Normalitas Data Nilai Ulangan Akhir Semester Gasal Kelas X MIPA Tahun Ajaran 2014/2015	105
4. Uji Homogenitas Data Nilai Ulangan Akhir Semester Gasal Kelas X MIPA Tahun Ajaran 2014/2015	106
5. Kisi-Kisi Soal Uji Coba	107
6. Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	110
7. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	111
8. Rubrik Penilaian Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	119
9. Hasil Analisis Butir Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	123
10. Perhitungan Validitas Butir Soal	125

11. Perhitungan Taraf Kesukaran Butir Soal	128
12. Perhitungan Daya Beda Butir Soal	129
13. Perhitungan Reliabilitas Soal	131
14. Rangkuman Analisis Butir Soal Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	132
15. Perbaikan Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	134
16. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran Perbaikan Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	138
17. Rubrik Penilaian Perbaikan Soal Uji Coba Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	147
18. Kisi-kisi Soal Kemampuan Penalaran Adaptif	151
19. Lembar Soal Kemampuan Penalaran Adaptif	154
20. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran Soal Kemampuan Penalaran Adaptif	155
21. Rubrik Penilaian Soal Kemampuan Penalaran Adaptif	165
22. Penggalan Silabus Mata Pelajaran Matematika (Wajib) SMA Kelas X	169
23. RPP Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	172
24. Materi Pembelajaran Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	184

25. <i>Index Card</i> Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	190
26. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran <i>Index Card</i> Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	193
27. Latihan Soal Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	196
28. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran Latihan Soal Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	197
29. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	199
30. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	200
31. Tayangan Stimulasi untuk Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1 ...	201
32. RPP Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	202
33. Materi Pembelajaran Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	214
34. <i>Index Card</i> Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2.....	220
35. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran <i>Index Card</i> Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	223
36. Latihan Soal Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	226
37. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	227
38. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran	

Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2	228
39. Tayangan Stimulasi untuk Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-2 ...	229
40. RPP Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	230
41. Materi Pembelajaran Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	242
42. <i>Worksheet</i> Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan ke-1	245
43. Latihan Soal Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	249
44. Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran Latihan Soal Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	250
45. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	251
46. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1	252
47. Tayangan Stimulasi untuk Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-1 ...	253
48. RPP Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	254
49. Materi Pembelajaran Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	265
50. <i>Worksheet</i> Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	268
51. Latihan Soal Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	271
52. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	272

53. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran	
Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2	273
54. Tayangan Stimulasi untuk Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-2 ...	274
55. RPP Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3	275
56. Materi Pembelajaran Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3	287
57. <i>Worksheet</i> Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3	293
58. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3	297
59. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran	
Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3	298
60. Tayangan Stimulasi untuk Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan ke-3 ...	299
61. RPP Kelompok Kontrol Pertemuan ke-1	300
62. Materi Pembelajaran Kelompok Kontrol Pertemuan ke-1	312
63. Latihan Soal Kelompok Kontrol Pertemuan ke-1	318
64. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Kontrol Pertemuan ke-1	319
65. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran	
Kelompok Kontrol Pertemuan ke-1	320
66. RPP Kelompok Kontrol Pertemuan ke-2	321

67. Materi Pembelajaran Kelompok Kontrol Pertemuan ke-2	332
68. Latihan Soal Kelompok Kontrol Pertemuan ke-2	338
69. Kisi-kisi Tes Formatif Kelompok Kontrol Pertemuan ke-2	339
70. Lembar Tes Formatif, Kunci Jawaban, dan Rubrik Penskoran Kelompok Kontrol Pertemuan ke-2	340
71. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan Ke-1	341
72. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan Ke-1	343
73. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Kontrol Pertemuan Ke-1	345
74. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Eksperimen 1 Pertemuan Ke-2	347
75. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan Ke-2	349
76. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Kontrol Pertemuan Ke-2	351
77. Lembar Pengamatan Kinerja Guru Kelompok Eksperimen 2 Pertemuan Ke-3	353
78. Daftar Nilai <i>Pretest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	355

79. Daftar Nilai <i>Posttest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	356
80. Uji Normalitas <i>Pretest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	357
81. Uji Homogenitas <i>Pretest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	358
82. Uji Normalitas <i>Posttest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	359
83. Uji Homogenitas <i>Posttest</i> Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	360
84. Uji Gain Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelompok Eksperimen 1	361
85. Uji Gain Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelompok Eksperimen 2	365
86. Uji One Way ANOVA Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa	369
87. Rekapitulasi Penilaian Sikap Kelompok Eksperimen 1	373
88. Rekapitulasi Penilaian Sikap Kelompok Eksperimen 2	375
89. Rekapitulasi Penilaian Sikap Kelompok Kontrol	377
90. Rekapitulasi Penilaian Pengetahuan Kelompok Eksperimen 1	379
91. Rekapitulasi Penilaian Pengetahuan Kelompok Eksperimen 2	380
92. Rekapitulasi Penilaian Pengetahuan Kelompok Kontrol	381
93. Rekapitulasi Penilaian Keterampilan Kelompok Eksperimen 1	382

94. Rekapitulasi Penilaian Keterampilan Kelompok Eksperimen 2	383
95. Rekapitulasi Penilaian Keterampilan Kelompok Kontrol	384
96. SK Dosen Pembimbing	385
97. Surat Ijin Penelitian	386
98. Surat Keterangan telah Melaksanakan Penelitian	387
99. Dokumentasi Penelitian	388

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Skema Kerangka Berpikir	43

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah suatu ilmu abstrak yang mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu lainnya. Matematika dijadikan sebagai perwujudan dari implementasi pendidikan berupa mata pelajaran. Matematika dipelajari dan dikembangkan guna memajukan daya pikir siswa untuk menghadapi kemajuan IPTEK (Hudojo, 2005: 5). Oleh karena itu, matematika perlu diberikan kepada setiap siswa mulai dari sekolah dasar sampai jenjang perguruan tinggi.

Mata pelajaran matematika untuk jenjang SMA terdiri dari matematika wajib dan matematika peminatan. Matematika wajib untuk SMA kelas X menurut kurikulum 2013 mempunyai kompetensi inti dalam ranah pengetahuan, yaitu memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual dan prosedural, serta menerapkan pengetahuan prosedural untuk memecahkan masalah (Kemendikbud, 2013a: 49). Dengan demikian, siswa diharapkan mampu melakukan prosedur penalaran matematika untuk memecahkan masalah pada pembelajaran matematika. Hal yang serupa juga dikemukakan oleh Kilpatrick (2001: 5) bahwa kemahiran matematika diharapkan dapat dicapai oleh siswa adalah sebagai berikut.

- (1) *Conceptual understanding*, pemahaman atau penguasaan siswa terhadap konsep-konsep, operasi, dan relasi matematis.
- (2) *Procedural fluency*, mengacu pada pengetahuan tentang prosedur, pengetahuan tentang kapan dan bagaimana menggunakannya secara tepat, dan keterampilan melakukan prosedur secara fleksibel, akurat, dan efisien.

- (3) *Strategic competence*, mengacu pada kemampuan untuk merumuskan, menyajikan, dan menyelesaikan masalah matematika.
- (4) *Adaptive reasoning*, merujuk pada kapasitas untuk berpikir secara logis tentang hubungan antara konsep dan situasi, kemampuan untuk berpikir reflektif, kemampuan untuk menjelaskan, dan kemampuan untuk memberikan pembenaran.
- (5) *Productive disposition*, kecenderungan untuk mempunyai kebiasaan yang produktif, untuk melihat matematika sebagai hal yang masuk akal, berguna, bermakna, berharga, dan memiliki kepercayaan diri dan ketekunan dalam belajar matematika.

Materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar materi matematika (Shadiq, 2004: 3). Selama proses pembelajaran matematika, kemampuan penalaran matematika diperlukan siswa guna memecahkan masalah dengan cara menghubungkan konsep dengan situasi. Kemampuan penalaran dapat diaplikasikan dalam berbagai situasi, yaitu untuk kehidupan siswa sekarang dan yang akan datang, seperti mengelola uang untuk memasak dan mengelola serangkaian tugas-tugas yang lainnya (Mullis *et al.*, 2011: 25). Dengan kata lain, bila siswa dilatih untuk melakukan penalaran, maka siswa akan mampu mengelola dan mengambil keputusan untuk menyelesaikan suatu masalah, sebab siswa telah dilatih menjadi terampil bagaimana mengambil keputusan disertai dengan alasan atau bukti yang berasal dari informasi relevan yang telah diperoleh atau pola pada suatu masalah yang diberikan, dan menyimpulkan solusi dari suatu masalah yang diberikan. Pada penelitian ini, kemampuan yang dimaksud adalah kemampuan penalaran adaptif.

Berdasarkan hasil ujian nasional tahun 2012 dan 2013 yang diterbitkan oleh Badan Penelitian dan Pengembangan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Balitbang Kemendikbud, 2013) menunjukkan bahwa daya serap yang berkaitan dengan materi kalkulus di SMA se kabupaten Semarang sudah

tergolong tinggi. Daya serap materi kalkulus pada hasil ujian nasional di Kabupaten Semarang pada tahun 2012 dan 2013 berturut-turut adalah 79,14% dan 60,95%. Daya serap yang dimiliki oleh SMA N 1 Ungaran Kabupaten Semarang pada ujian nasional tahun 2012 dan 2013 berturut-turut adalah sebesar 82,22% dan 68,57%.

Kemampuan yang diuji pada materi kalkulus ujian nasional tersebut diantaranya adalah memahami konsep limit dan menerapkan penalaran dalam pemecahan masalah. Berdasarkan persentase daya serap materi kalkulus ujian nasional SMA N 1 Ungaran pada tahun 2013 kurang dari persentase daya serap materi kalkulus ujian nasional SMA N 1 Ungaran pada tahun 2012. Seharusnya, persentase daya serap materi kalkulus ujian nasional SMA N 1 Ungaran pada tahun 2013 lebih tinggi jika dibandingkan dengan persentase daya serap materi kalkulus ujian nasional SMA N 1 Ungaran pada tahun 2012. Hal ini dikarenakan SMA N 1 Ungaran merupakan SMA terbaik di Kabupaten Semarang.

Berdasarkan studi pendahuluan (wawancara), seorang guru matematika di SMA N 1 Ungaran Kabupaten Semarang mengatakan bahwa kegiatan pembelajaran matematika di sekolah menggunakan kurikulum 2013. Pendekatan saintifik merupakan pendekatan yang sering digunakan oleh guru kelas X di SMA N 1 Ungaran. Namun, dalam pelaksanaan pembelajaran guru masih jarang menggunakan media untuk membantu proses pembelajaran. Guru sering memanfaatkan papan tulis sebagai media dalam kegiatan pembelajaran di kelas. Berdasarkan informasi dari guru, pada saat pembelajaran matematika, siswa mempunyai kebiasaan menunggu bimbingan dari guru dan mengalami kesulitan

dalam menyelesaikan soal non rutin. Hal ini ditunjukkan dengan masih ada nilai ulangan harian siswa yang belum mencapai KKM mata pelajaran matematika SMA N 1 Ungaran, yaitu 75 atau jika dikonversi menjadi 3,00. Dengan kata lain, kemampuan penalaran siswa SMA N 1 Ungaran dapat dikatakan masih kurang, khususnya pada materi limit fungsi. Berikut merupakan data nilai ulangan harian beberapa siswa pada aspek penalaran matematika yang didapat dari guru mata pelajaran matematika kelas X SMA N 1 Ungaran.

Tabel 1.1 Data Nilai Ulangan Harian Matematika Kelas X
SMA N 1 Ungaran

NIS	Nilai
12090	1,84
12091	2,88
12092	2,64
12093	2,80
12096	2,08

Wawancara juga dilakukan dengan siswa kelas XI MIPA yang sudah mendapatkan materi limit fungsi aljabar. Siswa tersebut dikategorikan pandai, karena menduduki peringkat 10 besar di kelasnya. Sebelumnya siswa tersebut dihadapkan dengan soal penalaran adaptif. Siswa tersebut tidak bisa mengerjakan soal tersebut. Hal ini dikarenakan soal penalaran jarang diberikan oleh guru. Menurut seorang siswa kelas XI MIPA, guru menggunakan media papan tulis dalam pembelajaran matematika. Selain itu, guru kadang menggunakan LKS, kadang juga tidak menggunakan LKS. Siswa merasa sudah jelas mengenai materi yang dibelajarkan dalam kelas. Namun, ketika menghadapi soal penalaran, dia masih sulit untuk menyelesaikannya.

Upaya untuk meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa antara lain dengan menerapkan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik

berbantuan *index card* dan *worksheet*. Upaya ini selaras dengan pendapat Joyce (2011: 7), yaitu salah satu upaya yang dapat membantu siswa meningkatkan kapabilitas mereka agar lebih mudah dan lebih efektif dalam memperoleh pengetahuan dan *skill* adalah dengan menggunakan model-model pembelajaran. Dengan demikian, faktor yang mungkin dapat mempengaruhi peningkatan kapabilitas siswa dalam penalaran adaptif adalah penerapan model pembelajaran. Selain itu, menurut Sudjana sebagaimana dikutip oleh Supriadi (2008: 2), media pembelajaran dapat mempertinggi proses pembelajaran yang pada gilirannya diharapkan dapat mempertinggi hasil belajar yang dicapainya. Oleh karena itu, media pembelajaran juga dapat dijadikan faktor yang mungkin dapat mempengaruhi peningkatan kemampuan penalaran adaptif siswa.

Berdasarkan Permendikbud No 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah, *Discovery Learning* (DL) merupakan salah satu model pembelajaran yang dianjurkan dalam kurikulum 2013 selain *Problem Based Learning* (PBL) dan *Project Based Learning* (PJBL). Menurut Syah (2008: 244), model *discovery learning* lebih cocok bila digunakan dalam proses belajar mengajar yang bersifat kognitif. Pembelajaran menggunakan model *discovery learning* dapat mengkonstruksi pengetahuan siswa dengan sendirinya melalui aktivitas mencoba berdasarkan tahapan-tahapan pembelajaran yang telah ditetapkan (Joolingen, 1999: 386). Model *discovery learning* juga efektif untuk kesuksesan hasil belajar siswa (Balim, 2009:16). Siswa dapat menguraikan konsep, informasi, dan kejadian melalui aktivitas diskusi, yaitu menanya,

melakukan penemuan berdasarkan informasi yang telah dikumpulkan (menalar), dan menemukan solusi.

Worksheet merupakan media efektif yang dapat membantu siswa dalam pembelajaran di kelas (Tang *et al.*, 2003: 54). Menurut Bussemaker (2011), penggunaan *worksheet* dapat menghemat waktu. Artinya, penggunaan *worksheet* tidak terlalu memakan waktu yang banyak dari satu pertemuan, sehingga media ini efektif digunakan dalam pembelajaran di kelas. Adapun media lain yang diharapkan dapat menunjang proses pembelajaran matematika, yaitu media kartu yang disebut *index card*. Penggunaan media *index card match* dapat menunjang pembelajaran matematika yang baik (Riyadi, 2011). *Index card* merupakan media dalam pembelajaran yang bertujuan untuk pendalaman materi, penggalan materi, dan *edutainment* (Silberman, 2009: 240). Hal ini akan dapat memperkuat pemahaman konsep siswa, sehingga dapat dengan mudah memberikan solusi dari permasalahan matematika yang diberikan.

Berdasarkan uraian tersebut, menunjukkan perlu adanya penelitian mengenai komparasi kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X menggunakan model pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan *worksheet*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, maka rumusan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Apakah penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa?
2. Apakah penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa?
3. Apakah rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, maka tujuan yang dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dalam meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
2. Untuk mengetahui penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dalam meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
3. Untuk mengetahui rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan

pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

1.4 Manfaat Penelitian

1.4.1 Manfaat Teoritis

Manfaat teoritis dalam penelitian ini adalah untuk memberikan rekomendasi mengenai kelengkapan model *discovery learning* berbasis pendekatan saintifik, sebagaimana dianjurkan oleh kurikulum 2013 dengan menggunakan media pembelajaran sebagai sarana untuk meningkatkan kemampuan penalaran adaptif pada siswa.

1.4.2 Manfaat Praktis

1.4.2.1 Bagi Peneliti

- (1) Menambah wawasan tentang pelaksanaan pembelajaran dengan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.
- (2) Mengetahui peningkatan rata-rata kemampuan siswa yang diberi model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

- (3) Memperoleh pengalaman dalam memilih model yang tepat untuk proses pembelajaran.

1.4.2.2 Bagi Siswa

- (1) Menumbuhkan dan meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa.
- (2) Melatih siswa agar terbiasa untuk melakukan kegiatan saintifik, yaitu mengamati, menanya, mengolah, menalar, dan mengkomunikasikan dalam kegiatan pembelajaran.
- (3) Meningkatkan kemampuan bersosialisasi pada siswa melalui kerjasama dalam kelompok.

1.4.2.3 Bagi Guru

- (1) Sebagai sarana yang dapat dipertimbangkan oleh guru matematika untuk meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa melalui penggunaan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.
- (2) Sebagai motivasi untuk melakukan penelitian sederhana yang bermanfaat bagi perbaikan dalam proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan guru itu sendiri (*professionalism*).

1.4.2.4 Bagi Sekolah

- (1) Memberikan kontribusi yang baik dalam rangka perbaikan proses pembelajaran guna meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa.

- (2) Memperoleh hasil pengembangan ilmu dan mengetahui kemampuan penalaran adaptif siswa sehingga dapat menjadi acuan dalam menentukan kebijakan untuk kemajuan sekolah.

1.5 Penegasan Istilah

Penegasan istilah dilakukan untuk memperoleh pengertian yang sama tentang istilah sesuai dengan tujuan dalam penelitian ini.

1.5.1 Kemampuan Penalaran Adaptif

Kemampuan penalaran adaptif yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah kemampuan untuk menyelesaikan soal penalaran.

1.5.2 Model *Discovery Learning*

Model *discovery learning* yang diterapkan dalam penelitian ini meliputi, (1) pemberian stimulasi sejenis motivasi, (2) siswa bekerja dalam kelompok yang terdiri dari 4 orang untuk menyelesaikan masalah, (3) kegiatan kelompok meliputi pengumpulan informasi, penalaran, dan kesimpulan hasil penemuan, (4) guru bertugas sebagai fasilitator, yaitu memberikan bimbingan pada setiap kelompok mengenai masalah yang diberikan.

1.5.3 *Index Card*

Index card dalam penelitian ini merupakan media pembelajaran berupa sepasang kartu yang berisi soal penalaran yang harus diselesaikan siswa secara berkelompok, sehingga siswa dapat memiliki daya penalaran adaptif.

1.5.4 *Worksheet*

Worksheet dalam penelitian ini adalah lembaran-lembaran berisi langkah-langkah yang urut dan jelas dengan tujuan dikerjakan oleh siswa secara

berkelompok yang menyebabkan siswa memiliki daya penalaran adaptif secara sistematis.

1.5.5 Pendekatan Saintifik

Pendekatan saintifik yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah pendekatan yang berpusat pada siswa untuk melakukan kegiatan mengamati, menanya, mengolah, menalar, dan mengkomunikasikan yang menyebabkan siswa aktif melakukan penalaran adaptif dalam pembelajaran matematika.

1.5.6 Materi Limit Fungsi Aljabar

Materi limit fungsi aljabar yang digunakan dalam penelitian ini, sebagaimana tercantum dalam kompetensi dasar mata pelajaran matematika wajib siswa kelas X adalah sifat-sifat limit fungsi.

1.6 Sistematika Penulisan Skripsi

Penulisan skripsi ini terdiri dari tiga bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir, yang masing-masing akan diuraikan sebagai berikut.

1.6.1 Bagian Awal

Bagian awal terdiri dari halaman judul, halaman persetujuan, halaman pengesahan, motto dan persembahan, abstrak, prakata, daftar isi, daftar tabel, dan daftar lampiran.

1.6.2 Bagian Isi

Bagian isi merupakan bagian pokok skripsi yang terdiri dari lima bab.

BAB 1 : Pendahuluan

Meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, penegasan istilah, dan sistematika penulisan skripsi.

BAB 2 : Tinjauan Pustaka

Bagian ini membahas teori yang melandasi permasalahan skripsi serta penjelasan yang merupakan landasan teoritis yang diterapkan dalam skripsi, pokok bahasan yang terkait dengan pelaksanaan penelitian, kerangka berpikir, dan hipotesis penelitian.

BAB 3 : Metode Penelitian

Bab ini meliputi subjek penelitian, metode dan desain penelitian, prosedur penelitian, data dan metode pengumpulan data, teknik analisis instrumen penelitian, dan teknik analisis data.

BAB 4 : Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bab ini berisi pelaksanaan penelitian, hasil penelitian, dan pembahasan hasil penelitian.

BAB 5 : Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran yang diajukan dalam penelitian.

1.6.3 Bagian Akhir

Bagian akhir skripsi berisi daftar pustaka dan lampiran.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Landasan Teori

2.1.1 Pembelajaran Matematika

Sebagai landasan teori mengenai apa yang dimaksud dengan pembelajaran, terlebih dahulu akan dikemukakan beberapa definisi dari para ahli mengenai belajar. Belajar adalah modifikasi atau memperteguh kelakuan melalui pengalaman (*learning is defined as the modification or strengthening of behavior through experiencing*) (Hamalik, 2011: 27). Menurut Gagne sebagaimana dikutip oleh Purwanto (2007: 84), belajar terjadi apabila suatu situasi stimulus bersama dengan isi ingatan mempengaruhi siswa sedemikian rupa sehingga perbuatannya (performance-nya) berubah dari waktu sebelum ia mengalami situasi itu ke waktu sesudah ia mengalami situasi tadi.

Berdasarkan definisi yang telah dikemukakan tersebut, dapat dikatakan bahwa belajar merupakan suatu proses yang dapat menjadikan seseorang memperoleh perubahan tingkah laku. Proses yang dimaksud adalah pengalaman dari interaksi lingkungan.

Belajar erat kaitannya dengan pembelajaran. Menurut Briggs sebagaimana dikutip oleh Anni (2010: 191) menyatakan bahwa pembelajaran merupakan seperangkat peristiwa (*event*) yang mempengaruhi siswa sedemikian rupa siswa memperoleh kemudahan. Pendapat tersebut sejalan dengan Sugandi (2008: 9) yang menyatakan bahwa pembelajaran adalah suatu kumpulan proses

yang bersifat individual, yang merupakan stimuli dari lingkungan seseorang ke dalam sejumlah informasi, yang selanjutnya dapat menyebabkan adanya hasil belajar dalam bentuk ingatan jangka panjang.

Dari definisi pembelajaran tersebut, pembelajaran adalah upaya untuk mewujudkan proses belajar dalam kelas. Setelah mengikuti pembelajaran, siswa akan memperoleh hasil belajar yang sesuai dengan proses belajar yang dialaminya.

Pembelajaran matematika tidak sekadar *learning to know*, melainkan harus meliputi *learning to do*, *learning to be*, dan *learning to live together* (Suherman, 2003: 3). Menurut Kilpatrick (2001: 5), pembelajaran matematika pada siswa mempunyai 5 komponen yang saling terjalin yang disebut kemampuan matematik (*mathematical proficiency*), diantaranya adalah (1) pemahaman konsep (*conceptual understanding*), (2) kelancaran prosedural (*procedural fluency*), (3) kompetensi strategis (*strategic competence*), (4) penalaran adaptif (*adaptive reasoning*), dan (5) disposisi produktif (*productive disposition*).

Berdasarkan definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika merupakan upaya untuk mewujudkan proses perubahan tingkah laku matematik siswa yang diperoleh melalui pengalaman memahami konsep, menggunakan prosedur secara tepat, merumuskan, menyajikan, dan menyelesaikan masalah matematika, menalar, serta membiasakan diri untuk produktif. Pembelajaran matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah upaya terarah dan terencana untuk mewujudkan proses belajar matematika secara optimal.

2.1.2 Teori Belajar

2.1.2.1 Teori Belajar Jean Piaget

Teori ini disebut sebagai teori belajar sebab berkenaan dengan kesiapan anak untuk mampu belajar. Dalam teori ini, Piaget sebagaimana dikutip oleh Suherman (2003: 36) mengatakan bahwa seorang individu dapat mengikat, memahami, memberikan respon terhadap stimulus disebabkan bekerjanya *schemata* yang merupakan hasil interaksi antara individu dan lingkungan. Kemudian Piaget sebagaimana dikutip oleh Ruseffendi (2006: 132) mengatakan bahwa perkembangan kognitif manusia itu tumbuh secara kronologis (menurut urutan waktu) melalui empat tahap tertentu yang berurutan.

Berdasarkan uraian tersebut, teori belajar Piaget berkenaan dengan kesiapan anak untuk mampu belajar. Perkembangan kognitif anak dalam kesiapan untuk mampu belajar dipengaruhi oleh umur. Berikut merupakan empat tahap yang dimaksudkan oleh teori perkembangan kognitif dari Piaget.

Tabel 2.1 Tahap-tahap Perkembangan Kognitif Piaget

Tahap	Umur	Ciri-ciri
Sensori motor	0-2 tahun	Anak mulai melakukan perbuatan coba-coba berkenalan dengan benda-benda konkrit (disusunnya, diutak-atik, dan lain-lain).
Preoperasi	2-7 tahun	Anak pada tahap prekonseptual memungkinkan representasi sesuatu itu dengan bahasa, gambar, dan permainan khayalan.
Operasi kongkrit	7-11 tahun	Anak mampu melakukan operasi kompleks, tetapi mungkin tidak mampu membawakan (menyelesaikan) operasi-operasi dengan simbol verbal.
Operasi formal	11-dewasa	Anak dapat berpikir deduktif dan induktif; dapat memberikan alasan-alasan dari kombinasi pernyataan. Mereka juga mampu mengerti dan dapat menggunakan konteks kompleks.

Sumber: Ruseffendi (2006).

Berdasarkan pendapat dari Ruseffendi, tahapan perkembangan kognitif dalam teori Piaget mencakup empat tahapan, yaitu tahap sensori motor, tahap preoperasi, tahap operasi kongkrit, dan tahap operasi formal. Pada tahap sensori motor (0-2 tahun), anak akan memperoleh pengalaman melalui berbuat dan sensori. Anak berpikir melalui perbuatan (tindakan), gerak, dan reaksi spontan. Pada tahap preoperasi (2-7 tahun), anak sudah mulai dapat mengorganisasikan operasi kongkrit. Tahap ini dibagi kedalam tahap berpikir prekonseptual dan tahap berpikir intuitif. Tahap ketiga dari teori belajar Piaget adalah tahap operasi kongkrit (7-11 tahun). Pada tahap ini pada umumnya anak-anak sekolah dasar. Anak dapat memahami operasi (logis) dengan berbantuan benda-benda kongkrit. Pada tahap operasi formal (11-dewasa), perkembangan mental anak sudah tidak berhubungan dengan ada/tidaknya benda-benda kongkrit, tetapi berhubungan dengan tipe berpikir. Anak sudah mampu berpikir deduktif dan induktif, dapat memberikan alasan-alasan dari kombinasi pernyataan dengan menggunakan konjungsi, disjungsi, negasi, dan implikasi, serta mengerti induksi matematika.

Implementasi teori Piaget dalam penelitian ini adalah tahap perkembangan kognitif pada siswa SMA sudah sampai pada tahap operasi formal. Karena pada tahap perkembangan mental ini anak sudah mampu berpikir deduktif dan induktif, maka siswa SMA dapat diberi kesempatan untuk meningkatkan kemampuan penalaran adaptif.

2.1.2.2 Teori Belajar Jerome S. Bruner

Bruner membagi dunia anak ke dalam tiga mode, yaitu enaktif, ikonik, dan simbolik (Ruseffendi, 2006: 151). Teori belajar Bruner ini memiliki

karakteristik yang hampir sama dengan teori Piaget. Berikut merupakan penjelasan mengenai ketiga model Bruner.

Tabel 2.2 Model Bruner

Mode	Karakteristik	Serupa dengan tahap J. Piaget
Enaktif	Sajian dunia anak yang macamnya adalah gerak.	Sensori motor
Ikonik	Sajian dunia anak yang macamnya adalah persepsi statik.	Preoperasi
Simbolik	Sajian anak yang macamnya adalah bahasa dan simbol.	Operasi kongkrit dan formal

Sumber: Ruseffendi (2006: 151).

Menurut Bruner sebagaimana dikutip oleh Ruseffendi (2006: 151), pada mode enaktif anak mempunyai keterlibatan dengan benda-benda yang pertama kali anak kenal, seperti mengutak-atik, memanipulasikan. Pada mode ini, anak masih dalam gerak refleks dan coba-coba, belum harmonis. Pada mode ikonik, anak merepresentasikan benda-benda (yang dikenalnya pada tahap enaktif), gambarnya, atau bahasa lisan itu masih berupa persepsi statik, belum operasional, seperti belum dapat mengurutkan, memahami hukum kekekalan, mengelompokkan, membuat hipotesis, dan menarik kesimpulan, sedangkan pada mode simbolik, anak sudah bisa melakukan operasi mental.

Berdasarkan uraian tersebut, dunia siswa SMA sudah ada pada mode simbolik. Hal tersebut dikarenakan siswa SMA sudah mampu melakukan operasi kongkret dan formal (serupa dengan teori Piaget).

Adapun kaidah-kaidah atau dalil-dalil Bruner yang berkaitan dengan pengajaran matematika, di antaranya adalah dalil penyusunan, dalil notasi, dalil

pengkontrasan dan keanekaragaman, dan dalil pengaitan (Ruseffendi, 2006: 151). Dari kaidah-kaidah tersebut, Bruner terkenal dengan metode penemuannya.

Pada penelitian ini, teori Bruner adalah teori yang melandasi model *discovery learning*. Dengan demikian, hubungan teori Bruner dengan proses pembelajaran matematika yang menggunakan model *discovery learning* adalah siswa diarahkan untuk melakukan penemuan sendiri (*discovery*) terkait dengan materi yang akan diberikan. Penemuan yang dimaksud adalah penemuan lagi (*discovery*), bukan penemuan baru (*invention*).

2.1.2.3 Teori Belajar Vygotsky

Menurut Trianto (2010: 76), teori Vygotsky menekankan pada hakikat sosiokultural dari pembelajaran. Menurut Vygotsky sebagaimana dikutip dalam Trianto (2010: 76), pembelajaran terjadi apabila anak bekerja atau belajar menangani tugas-tugas yang belum dipelajari namun tugas-tugas itu masih berada dalam jangkauan kemampuan (*zone of proximal development*). Hal tersebut dipertegas oleh Slavin sebagaimana dikutip dalam Trianto (2010: 76) mengenai *zone of proximal development* adalah perkembangan sedikit di atas perkembangan seseorang saat ini. Vygotsky yakin bahwa fungsi mental yang lebih tinggi pada umumnya muncul dalam percakapan atau kerjasama antar individu, sebelum fungsi mental yang lebih tinggi itu terserap ke dalam individu tersebut.

Pada penelitian ini, hubungan teori Vygotsky dengan proses pembelajaran matematika adalah siswa dapat melakukan penemuan terbimbing melalui kerjasama dalam kelompok. Dengan demikian, siswa diharapkan dapat berinteraksi dengan siswa lain untuk menangani tugas-tugas yang diberikan.

2.1.3 Kemampuan Penalaran Adaptif

2.1.3.1 Pengertian Kemampuan Penalaran Adaptif

Menurut Kilpatrick (2001: 5), *adaptive reasoning are capacity for logical thought, reflection, explanation, and justification*. Dengan kata lain, penalaran adaptif merupakan kapasitas untuk berpikir secara logis tentang hubungan antar konsep dan situasi, kemampuan untuk berpikir reflektif, kemampuan untuk menjelaskan, dan kemampuan untuk memberikan pembenaran. Definisi tersebut sejalan dengan NRC (2001) sebagaimana dikutip dalam Ostler (2011), *adaption reasoning is loosely defined as the capacitiy for logical thinking and the ability to reason and justify why solutions are appropriate within the context of problems that are large in scope, while strategy competence refers to the ability to formulate suitable mathematical models and select efficient methods for solving problems*. Artinya, penalaran adaptif dapat didefinisikan sebagai kemampuan berpikir secara logis, kemampuan untuk menjelaskan, dan kemampuan untuk memberi solusi akan permasalahan matematika yang diberikan.

Berdasarkan uraian tersebut, penalaran adaptif merupakan kemampuan yang harus dimiliki siswa untuk menunjang belajar matematika. Serangkaian kegiatan penalaran adaptif dapat melatih siswa untuk berpikir logis dan sistematis dalam menyelesaikan masalah dengan benar. Pada penelitian ini kemampuan penalaran adaptif yang dimaksud adalah kemampuan siswa untuk menyelesaikan soal penalaran adaptif.

Siswa dapat menunjukkan kemampuan penalaran adaptif mereka ketika menemui tiga kondisi, yaitu (1) mempunyai pengetahuan dasar yang cukup,

artinya siswa mempunyai kemampuan prasyarat yang bagus sebelum memasuki pengetahuan yang baru untuk menunjang proses pembelajaran, (2) tugas dapat dipahami atau dimengerti serta dapat memotivasi siswa, (3) konteks yang disajikan telah dikenal dan menyenangkan bagi siswa (Kilpatrick, 2001: 130). Tiga kondisi tersebut dapat dipengaruhi oleh pengajaran guru, baik penggunaan model pembelajaran dan media pembelajaran. Kegiatan apersepsi, pemberian motivasi, dan tugas-tugas yang menantang siswa dalam kegiatan pembelajaran perlu adanya untuk menunjukkan kemampuan penalaran adaptif siswa. Pada penelitian ini, ketiga kondisi tersebut dipenuhi melalui model pembelajaran yang diterapkan pada kelompok eksperimen dan kelompok kontrol.

Penalaran adaptif mempunyai indikator, antara lain (1) menyusun dugaan, (2) memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, (3) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, (4) memeriksa kesahihan suatu argumen, dan (5) menemukan pola pada suatu gejala matematis (Widjajanti, 2011: 153). Pada penelitian ini, kelima indikator kemampuan penalaran adaptif tersebut diimplementasikan pada setiap soal kemampuan penalaran adaptif siswa.

Pada dasarnya, penalaran adaptif sama dengan penalaran yang lainnya. Yang membedakan penalaran adaptif dengan penalaran yang lainnya adalah (1) indikatornya, misalnya pada penalaran matematis terdapat indikator melakukan manipulasi matematika, sedangkan pada penalaran adaptif tidak terdapat indikator tersebut; (2) penalaran adaptif mencakup penalaran deduktif dan induktif, yaitu pada penalaran adaptif tidak hanya mengambil kesimpulan berdasarkan pembuktian formal secara deduktif, tetapi dapat juga mengambil kesimpulan

berdasarkan pola, analogi, dan metafora; (3) pembelajaran yang mengacu pada penalaran adaptif tidak hanya menekankan siswa untuk menyelesaikan permasalahan saja, melainkan siswa dituntut untuk menggunakan pemikirannya secara logis dan sistematis. Artinya, pemikiran logis dan sistematis siswa untuk menyelesaikan permasalahan oleh siswa harus sesuai dengan situasi dan konsep yang dipelajari serta alasan atau bukti dari suatu pernyataan yang jelas (Kilpatrick, 2001: 129-131).

2.1.3.2 Aspek-aspek Penalaran Adaptif untuk Mengembangkan Soal

Thompson *et al.* sebagaimana dikutip dalam Kaur (2012: 92) mengembangkan kerangka dengan enam komponen untuk penalaran dengan pembuktian. Enam komponen tersebut adalah sebagai berikut.

2.1.3.2.1 Menemukan melalui *Counterexample*

Epp (1998) sebagaimana dikutip dalam Kaur (2012: 92) telah membuktikan, bahwa dengan melakukan penemuan melalui *counterexample* adalah hal yang mudah dilakukan siswa daripada siswa harus menuliskan pembuktian secara formal. Dengan kata lain, siswa dapat menggunakan contoh dan bukan contoh dalam proses pembuktian untuk meningkatkan kemampuan penalaran mereka untuk meneliti dugaan.

Soal dapat dimodifikasi untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa. Modifikasi difokuskan pada aspek di mana siswa melakukan kesalahan (Kaur, 2012: 93). Berikut merupakan contoh soal yang telah dimodifikasi untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa.

Asli : jabarkan $(x + 4)^2$.

Modifikasi : temukan contoh untuk menunjukkan bahwa $(x + 4)^2 \neq x^2 + 16$.

Pada soal yang telah dimodifikasi memberikan keuntungan yang lebih ketika pada saat diskusi. Bilangan bulat, seperti $x = 0, \pm 1, \pm 2$ belum dapat membuktikan pernyataan pada soal. Dengan demikian, siswa dapat melakukan penalaran untuk menunjukkan pernyataan tersebut.

2.1.3.2.2 Meneliti Dugaan

Ketika siswa menyelesaikan soal dalam bentuk menemukan contoh, siswa akan tahu penyelesaian akhir sesuai dengan soal yang diberikan, sedangkan ketika siswa meneliti dugaan, siswa tidak akan tahu apakah dugaannya benar atau salah (Kaur, 2012: 93). Menurut Kaur, ketika siswa menduga pernyataan itu benar, namun pada saat pembuktian tidak sesuai dengan dugaan, itu artinya siswa menemukan contoh yang lainnya sehingga mereka mendapatkan pernyataan tersebut benar namun tidak selalu benar. Modifikasi soal yang menuntut siswa melakukan penalaran berdasarkan komponen meneliti dugaan adalah sebagai berikut.

Modifikasi 1 : apakah $(x + 4)^2 = x^2 + 16$ benar? Bagaimana kamu dapat meyakinkan temanmu mengenai jawabanmu?

Modifikasi 2 : apakah $(x + 4)^2 = x^2 + 16$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar? Jelaskan.

Berdasarkan modifikasi soal tersebut, siswa akan menjelaskan dugaan mereka. Dengan demikian, pemikiran mereka akan tampak. Berikut merupakan contoh respon untuk meneliti dugaan (Kaur, 2012: 95).

Asli : untuk semua bilangan x dan y apakah benar bahwa

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2? \text{ Jelaskan.}$$

Respon 1 : Tidak. Coba ambil contoh $x = 8$ dan $y = 6$. Diperoleh $8^2 + 6^2 = 100$ dan $(8 + 6)^2 = 196$. Jadi, salah jika mengatakan “semua bilangan”.

Respon 2 : Tidak. Hal tersebut dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$5^2 + 6^2 = (5 + 6)^2$$

$$25 + 36 = (25 + 36)^2$$

$$61 \neq 61^2.$$

$$4^2 + 8^2 = (4 + 8)^2$$

$$16 + 64 \neq 12^2.$$

2.1.3.2.3 Membuat Dugaan

Pada pembelajaran yang menggunakan pendekatan berpusat pada siswa, guru sering menggunakan pembelajaran dengan desain *guided-discovery*, sehingga siswa dapat mengeksplorasi konsep dan menemukan pola (Kaur, 2012; 95). Menurut Kaur, siswa membutuhkan keberanian untuk menggeneralisasikan pola dengan membuat dugaan dengan tepat.

Sebagai contoh, siswa diminta untuk menemukan rata-rata dan standar deviasi dari data dengan modifikasi soal sebagai berikut (Kaur, 2012: 96).

Soal asli : tentukan rata-rata dan standar deviasi dari himpunan data yang terdiri dari 16, 12, 15, 14, 8, 10, 30, 12, 18, 25.

Soal modifikasi : a. Tambahkan 5 untuk setiap nilai dari himpunan data yang asli. Temukan rata-rata dan standar deviasi dari himpunan data baru.

b. Ulangi (a) dengan menambahkan 7, 10, dan 12 pada setiap

nilai dari himpunan data yang asli. Temukan rata-rata dan standar deviasi dari himpunan data baru.

- c. Buatlah dugaan mengenai apa yang terjadi pada rata-rata dan standar deviasi ketika k ditambahkan pada setiap nilai pada himpunan data yang asli.

Ketika siswa sedang bereksplorasi dan membuat dugaan mengenai konsep, mereka akan membuat koneksi terhadap konsep-konsep yang telah mereka peroleh (Kaur, 2012: 96). Dengan demikian, kemampuan penemuan konsep siswa dapat dicapai dengan baik melalui aktivitas membuat dan mengembangkan dugaan mereka.

2.1.3.2.4 Mengembangkan Pendapat

Yang dimaksud mengembangkan pendapat di sini adalah menuliskan pendapat umum atau formal dalam pembuktian (Kaur, 2012: 97). Menurut Kaur, bagaimanapun hal ini penting untuk memastikan bahwa siswa siswa tidak melihat banyak contoh lagi dalam pembuktian.

Pada umumnya, banyak siswa yang merasa kebingungan ketika hendak memulai pembuktian formal (Kaur, 2012: 98). Thompson sebagaimana dikutip dalam Kaur (2012: 98) menyatakan bahwa perlu adanya *specific argument* atau *transparent pseudo-proofs*, yaitu pokok-pokok yang harus dibangun terlebih dahulu sebelum melakukan pembuktian secara umum. Hal ini dilakukan agar siswa mudah menuliskan pembuktian secara umum. Berikut contoh penggunaan pembuktian *specific* untuk menjebatani pemikiran siswa mengenai pembuktian secara umum.

Pokok 1 : Tulislah pendapatmu untuk menunjukkan bahwa $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$.

Pokok 2 : Untuk $x \neq 0$, tunjukkan bahwa $x^4 \cdot x^5 = x^9$.

Pokok 3 : Untuk $x \neq 0$ dan a dan b adalah bilangan bulat positif, tunjukkan bahwa $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$.

Dengan demikian, penggunaan pembuktian *specific* dapat memudahkan siswa mengembangkan pola penalaran mererka. Hal ini dikarenakan sudah disediakan pokok-pokok yang sistematis yang menghantarkan siswa menuliskan pembuktian secara umum.

2.1.3.2.5 Mengevaluasi Pendapat

Pada komponen ini, siswa bekerja untuk mengevaluasi pernyataan matematika yang telah diberikan (Kaur, 2012: 101). Menurut Kaur, siswa akan mempunyai keuntungan untuk menyebutkan cara yang berbeda dalam penyelesaian. Oleh karena itu, guru harus menfokuskan siswa pada aspek yang harus dievaluasi oleh siswa. Berikut merupakan contoh pendapat untuk di evaluasi oleh siswa.

Soal : Dalam sebuah tes, satu siswa menemukan sebuah persamaan parabola $-5 = 4(x + 3)^2$. Pada parabola yang sama, siswa yang kedua menemukan persamaan $y = 4x^2 + 24x + 31$. Apakah kedua persamaan parabola kedua siswa tersebut benar? Jelaskan jawabanmu.

Respon A : Ya, kedua jawaban benar. Hal ini mungkin karena kedua jawaban, pada dasarnya merupakan kebalikan satu sama lain. Ketika digambar, parabola hampir tepat sama.

Respon B : Digambarkan kedua persamaan tersebut. Kedua parabola tersebut tidak sama. Jadi, kedua persamaan tersebut tidak sama karena ketika digambar keduanya tidak sama.

Respon C : Tidak, kedua persamaan parabola tersebut tidak benar, karena persamaan siswa yang kedua adalah formulasi sebuah garis lurus. Jika kamu mengambil persamaan sehingga $y = \frac{4}{5}x^2 + 4.8x + 7.2$, maka kamu akan mendapatkan parabola ketika kamu menggambarinya.

Respon D : $y - 5 = 4(x + 3)^2$ menjadi $y = 4x^2 + 24x + 41$.

$$y = 4x^2 + 24x + 41 \neq y = 4x^2 + 24x + 31.$$

Tidak, jawaban kedua siswa tidak benar. Setelah saya jabarkan persamaan pertama, saya mendapatkan konstanta 41 dan untuk persamaan kedua konstantanya adalah 31. Saya yakin kedua parabola mempunyai bentuk yang sama, tetapi keduanya berbeda letak.

Mengevaluasi pendapat teman lain adalah tugas yang baik bagi siswa untuk mengeksplorasi dirinya dalam kelompok kecil, yaitu berdiskusi mengenai mengidentifikasi kelemahan dalam pendapat tersebut dan memberikan klarifikasi (Kaur, 2012: 100). Dengan demikian, siswa dapat melakukan penalaran melalui strategi yang mereka gunakan untuk mengevaluasi pendapat teman yang lain.

2.1.3.2.6 Mengoreksi Kesalahan dalam Penalaran

Pada komponen mengoreksi kesalahan dalam penalaran, yang membedakannya dengan mengevaluasi pendapat adalah jika siswa mengevaluasi

pendapat, siswa tidak tahu pendapat tersebut benar atau tidak, sedangkan pada saat mengoreksi kesalahan dalam penalaran, siswa dapat mengetahui terlebih dahulu bahwa pernyataan yang disajikan itu salah, sehingga siswa harus mengoreksinya (Kaur, 2012: 102). Menurut Kaur, berikut merupakan contoh soal yang telah dimodifikasi untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa melalui komponen mengoreksi kesalahan.

Soal A : Selesaikan, $4x - 7x < -24$.

Modifikasi : Koreksilah kesalahan dalam penyelesaian berikut.

$$4x - 7x < -24$$

$$\Leftrightarrow -3x < -24$$

$$\Leftrightarrow x < 8.$$

Soal B : Tentukan median dari himpunan data berikut: 14, 5, 16, 20, 7.

Modifikasi : Koreksilah kesalahan dari penyelesaian berikut.

Saya ingin menemukan median dari 14, 5, 16, 20, 7. Saya mencari nilai tengah, yaitu 16. Jadi, 16 adalah mediannya.

Berdasarkan modifikasi soal, siswa dituntut untuk mengoreksi kesalahan dari permasalahan yang disediakan. Dengan demikian, siswa akan menggunakan kemampuan penalarannya, yaitu dengan menghubungkan konsep yang telah mereka dapatkan untuk mengoreksi penyelesaian yang salah.

2.1.4 Pendekatan Saintifik

Pendekatan dalam pembelajaran adalah suatu jalan, cara atau kebijaksanaan yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dari sudut pandang bagaimana proses pembelajaran atau materi

pembelajaran itu, umum atau khusus (Suherman, 2003: 220). Killen sebagaimana dikutip oleh Sanjaya (2007: 125) menyatakan bahwa terdapat dua pendekatan dalam pembelajaran, yaitu pendekatan yang berpusat pada guru dan pendekatan yang berpusat pada siswa. Dengan demikian, pendekatan yang berpusat pada siswa dapat menjadikan siswa aktif dalam pembelajaran, sehingga semakin banyak pengalaman yang diperoleh dalam proses pembelajaran.

Pendekatan saintifik (*scientific approach*) merupakan ciri khas dari pelaksanaan kurikulum 2013. Menurut Permendikbud No 65 Tahun 2013 tentang Standar Pendidikan Dasar dan Menengah, menjelaskan bahwa proses pembelajaran dengan pendekatan saintifik terdiri atas enam pengalaman belajar pokok, yakni mengamati, menanya, mengolah (mengumpulkan informasi), menalar (mengasosiasi), menyaji (mengkomunikasikan), dan mencipta. Pendekatan saintifik tersebut sejalan dengan teori Dyers mengenai ranah psikomotorik, yaitu mengamati atau persepsi (*perception*), menanya atau kesiapan (*set*), mencoba atau respon terpimpin (*guided respon*), menalar atau respon tampak yang kompleks (*complex overt response*), menyaji atau penyesuaian (*adaptation*), dan pencipta (*origination*) (Kemendikbud, 2013b: 17). Proses pembelajaran dirancang sedemikian rupa agar siswa dapat berperan aktif dalam kegiatan pembelajaran, sehingga pendekatan ini dapat dikategorikan sebagai pendekatan yang berpusat pada siswa. Berikut merupakan enam uraian pengalaman belajar pokok pada proses pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik.

Mengamati. Kegiatan belajar yang dilakukan siswa adalah membaca, mendengar, menyimak, melihat (tanpa atau dengan alat). Kompetensi yang dikembangkan siswa adalah melatih kesungguhan, ketelitian dan mencari informasi (Kemendikbud, 2013d: 35)..

Menanya. Kegiatan belajar yang dilakukan siswa adalah mengajukan pertanyaan tentang informasi yang tidak dipahami dari apa yang diamati atau pertanyaan untuk mendapatkan informasi tambahan tentang apa yang diamati (dimulai dari pertanyaan faktual sampai ke pertanyaan yang bersifat hipotetik). Kegiatan menanya dapat mengembangkan kreativitas siswa, rasa ingin tahu dan kemampuan merumuskan masalah untuk membentuk pikiran kritis (Kemendikbud, 2013d: 36)..

Mengolah atau mengumpulkan informasi. Pada pengalaman belajar ini siswa dapat melakukan eksperimen, membaca sumber lain selain buku teks, mengamati objek atau kejadian dan melakukan kegiatan wawancara dengan narasumber (Kemendikbud, 2013d: 36)..

Menalar atau mengasosiasi. Kegiatan belajar yang dilakukan siswa adalah mengolah informasi yang sudah dikumpulkan baik terbatas dari hasil kegiatan mengumpulkan atau eksperimen maupun hasil dari kegiatan mengamati dan kegiatan mengumpulkan informasi dan pengolahan informasi yang dikumpulkan dari yang bersifat menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada pengolahan informasi yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber yang memiliki pendapat yang berbeda sampai kepada yang bertentangan (Kemendikbud, 2013d: 36).

Menyaji atau mengkomunikasikan. Kegiatan belajar yang mencakup pengalaman menyaji atau mengkomunikasikan adalah menyampaikan hasil pengamatan, kesimpulan berdasarkan hasil analisis secara lisan, tertulis, atau media lainnya (Kemendikbud, 2013d: 37).

Mencipta. Kegiatan belajar yang mencakup pengalaman menciptakan hasil karya sebagai perwujudan secara fisik dari pembelajaran (Kemendikbud, 2013c: 35-37). Namun, apabila tahap mencipta tidak memungkinkan dilakukan dalam pembelajaran, maka pendekatan saintifik dapat dilakukan hingga tahap menyaji atau mengkomunikasikan (Kemendikbud, 2013b: 274).

Berdasarkan uraian tersebut, pendekatan saintifik merupakan pendekatan yang berpusat pada siswa. Penerapan pendekatan saintifik dalam pembelajaran matematika dapat menjadikan siswa berkontribusi aktif dalam pembelajaran serta dapat mengasah daya nalar siswa untuk memperoleh suatu simpulan. Pada penelitian ini, berdasarkan materi pembelajaran yaitu limit, maka pendekatan saintifik yang dilakukan adalah tahap mengamati, menanya, mengolah, menalar, dan mengkomunikasikan.

2.1.5 Model *Discovery Learning* dengan Pendekatan Saintifik

Menurut Sund dalam Suryosubroto (2009: 179), *discovery learning* adalah proses mental di mana siswa mengasimilasikan sesuatu konsep atau sesuatu prinsip. Yang dimaksud proses mental tersebut adalah seperti, mengamati, menggolong-golongkan, membuat dugaan, menjelaskan, mengukur, membuat kesimpulan.

Berikut merupakan tahapan proses pembelajaran menggunakan model *discovery learning* (Syah, 2008: 244).

- (1) *Stimulation* (stimulasi/pemberi rangsangan), yakni siswa dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungan, kemudian dilanjutkan untuk tidak memberi generalisasi, agar timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Di samping itu kegiatan PBM dimulai dengan mengajukan pertanyaan, anjuran membaca buku, dan aktivitas belajar lainnya yang mengarah pada persiapan pemecahan masalah.
- (2) *Problem statement* (pernyataan/identifikasi masalah), yakni memberi kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin agenda-agenda masalah yang relevan dengan bahan pelajaran, kemudian salah satunya dipilih dan dirumuskan dalam bentuk hipotesis (jawaban sementara atas pertanyaan masalah).
- (3) *Data collection* (pengumpulan data), yakni memberi kesempatan kepada para siswa untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis.
- (4) *Data processing* (pengolahan data), yakni mengolah data dan informasi yang telah diperoleh para siswa baik melalui wawancara, observasi, dan sebagainya, lalu ditafsirkan.
- (5) *Verification* (pemeriksaan), yakni melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang ditetapkan tadi, dihubungkan dengan hasil data processing.

- (6) *Generalization* (generalisasi), yakni menarik sebuah kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi.

Langkah-langkah dalam pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik pada dasarnya memuat tahapan model pembelajaran *discovery learning* yang dalam pembelajaran menyertakan kegiatan saintifik. Kegiatan saintifik tersebut meliputi kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi, dan mengkomunikasikan yang dilakukan oleh siswa. Langkah-langkah dalam pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik terlampir (lampiran 1).

Model *discovery learning* lebih cocok bila digunakan dalam PBM yang bersifat kognitif (Syah, 2008: 244). Model *discovery learning* memiliki kelebihan, yaitu (1) membangun komitmen di kalangan siswa untuk belajar, yang diwujudkan dengan keterlibatan, kesungguhan dan loyalitas terhadap mencari dan menemukan sesuatu dalam proses pembelajaran, (2) membangun sikap, kreatif, dan inovatif dalam proses pembelajaran dalam rangka mencapai tujuan pengajaran, (3) membangun sikap percaya diri (*self confident*) dan terbuka (*openness*) terhadap hasil temuannya.

Adapun kekurangan yang dimiliki model *discovery learning*, yaitu (1) relatif memakan waktu yang banyak dan sering memerlukan waktu lebih dari satu sesi (pertemuan/jam pelajaran), (2) membuat bahan pelajaran menjadi kabur dan kacau, terutama kalau PBM kurang dipimpin (Syah, 2008: 244). Namun, kekurangan tersebut dapat diatasi dengan cara menggunakan media dalam

pembelajaran, seperti *worksheet* dan *index card*. Hal ini dikarenakan penggunaan media pembelajaran dapat mengefisienkan waktu pembelajaran.

2.1.6 Pendekatan Saintifik dengan Pembelajaran Kooperatif

Pembelajaran kooperatif ditandai oleh struktur tugas, tujuan, dan *reward* yang kooperatif (Arends, 2008: 5). Pada pembelajaran kooperatif, siswa dituntut untuk mengerjakan tugas secara berkelompok sesuai dengan materi pembelajaran guna mencapai tujuan pembelajaran.

Menurut Arends (2008: 5), pembelajaran kooperatif dapat ditandai dengan fitur-fitur sebagai berikut.

- (1) Siswa bekerja dalam tim untuk mencapai tujuan belajar
- (2) Tim-tim itu terdiri atas siswa-siswa yang berprestasi rendah, sedang, dan tinggi.
- (3) Bilamana mungkin, tim-tim itu terdiri atas campuran ras, budaya, dan gender.
- (4) Sisten *reward*-nya berorientasi kelompok maupun individu.

Berdasarkan fitur-fitur yang telah diuraikan, pembelajaran kooperatif ditujukan agar siswa dapat memiliki interaksi sosial yang baik mealui pembelajaran kelompok, seperti siswa akan memiliki sikap toleransi saat mereka yang berprestasi tinggi mengajari teman-temannya yang memiliki prestasi lebih rendah.

Enam fase atau langkah utama yang terlibat dalam pembelajaran menggunakan pembelajaran kooperatif adalah (1) pelajaran dimulai dengan guru membahas tujuan-tujuan pelajaran dengan membangkitkan motivasi belajar siswa, (2) fase ini diikuti oleh presentasi informasi, seringkali dalam bentuk teks

daripada ceramah, (3) siswa kemudian diorganisasikan menjadi kelompok-kelompok belajar, (4) dalam langkah berikutnya, siswa dibantu oleh guru, bekerja bersama-sama untuk menyelesaikan tugas-tugas interdependen, (5) presentasi hasil akhir kelompok atau menguji segala yang sudah dipelajari siswa, dan (6) memberi pengakuan pada usaha kelompok maupun individu (Arends, 2008: 6). Dengan demikian, pembelajaran kooperatif melibatkan siswa untuk berperan aktif mengenai apa yang mereka pelajari.

Pembelajaran kooperatif yang dimaksudkan dalam penelitian ini divariasikan menggunakan pendekatan saintifik. Pada saat pembelajaran, siswa diminta untuk melakukan kegiatan saintifik, yaitu mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi, dan mengkomunikasikan mengenai tugas yang diberikan oleh guru pada saat pembelajaran. Pembelajaran ini memungkinkan anak untuk memiliki keterlibatan penuh dalam pembelajaran, sehingga diharapkan terbentuk kemandirian dalam belajar. Dengan demikian, pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif ini tetap berpusat pada siswa.

2.1.7 *Index Card*

Index card merupakan media dalam pembelajaran yang bertujuan untuk pendalaman materi, penggalan materi, dan edutainment (Silberman, 2009: 240).

Berikut sistematika penggunaan *index card* menurut Silberman (2009: 240).

- (1) Pada *index card* terpisah, guru menulis pertanyaan tentang apapun yang diajarkan di dalam kelas. Guru membuat kartu pertanyaan yang cukup untuk menyamai satu setengah jumlah siswa.

- (2) Pada kartu terpisah, guru menuliskan jawaban bagi setiap pertanyaan-pertanyaan tersebut.
- (3) Guru mencampurkan dua lembar kartu dan mengocok beberapa kali sampai benar-benar tercampur.
- (4) Guru memberikan satu kartu kepada siswa. Guru memberikan penjelasan sebagian siswa memegang pertanyaan dan sebagian memegang jawaban.
- (5) Siswa diminta untuk menemukan kartu permainannya.
- (6) Siswa yang telah menemukan pasangannya diminta untuk menginformasikan pertanyaan dan soal.

Melalui *index card*, siswa diharapkan dapat melakukan penemuan secara berkelompok tanpa terbebani tugas yang banyak, sehingga dapat pula mengoptimalkan waktu pembelajaran. Pada penelitian ini, kedua *index card* terpisah akan dibuat berupa soal berbeda dengan jawaban yang sama, sehingga setiap dua siswa yang memegang *index card* akan menyelesaikan soal yang diberikan, barulah siswa menemukan kartu dengan jawaban yang sama, kemudian membuat kesimpulan sesuai dengan materi pembelajaran.

2.1.8 Worksheet

Berdasarkan Arsyad (2011:78) *worksheet* yang dalam Bahasa Indonesia disebut Lembar Kerja Siswa (LKS) merupakan lembar kerja bagi siswa baik dalam kegiatan intrakurikuler maupun kokurikuler untuk mempermudah pemahaman siswa terhadap materi pelajaran yang didapat. Menurut Sugiarto (2013: 14) lembar kegiatan siswa (*student worksheet*) adalah lembaran-lembaran berisi tugas yang harus dikerjakan oleh peserta didik. Lembar kegiatan biasanya

berupa petunjuk, langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu tugas. Adapun tugas yang diperintahkan dalam *worksheet* harus jelas sesuai dengan kompetensi dasar yang akan dicapai. *worksheet* yang dimaksud adalah media penunjang yang terdiri dari sederetan pertanyaan dan informasi yang didesain untuk membimbing siswa memahami ide-ide kompleks yang dikerjakan secara sistematis serta melalui diskusi dengan anggotanya (Choo, *et al*, 2011: 519).

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa *worksheet* merupakan media penunjang yang efisien dalam pembelajaran, karena serangkaian tugas dikerjakan secara berkelompok. Selain itu, dengan menggunakan *worksheet*, siswa dapat menggunakan daya nalarnya untuk menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan. Daya nalar yang dimaksud adalah siswa akan terbangun berpikir logis dan sistematis melalui pengerjaan *worksheet* dan pertanyaan dalam diskusi.

2.1.9 Materi Ajar Limit Fungsi Aljabar

Sifat-sifat limit fungsi menurut Kemendikbud (2014) adalah sebagai berikut.

1. Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, a bilangan real. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.
2. Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi konstan dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} k = k$.
3. Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} x = c$.
4. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)]$.

5. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c . $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$.

6. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

7. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$, maka

$$\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$$

8. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif.

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)]^n.$$

9. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}.$$

Sifat-sifat limit fungsi menurut Purcell *et. al.* (2008) adalah sebagai berikut.

Misalkan n bilangan bulat positif, k konstanta, serta f dan g adalah fungsi-fungsi yang mempunyai limit di c , maka

1. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ dan $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$;

2. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$;

3. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$;
4. $\lim_{x \rightarrow a} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$;
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$;
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$;
7. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)] \cdot [\lim_{x \rightarrow a} g(x)]$;
8. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, asalkan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$;
9. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$;
10. $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$, asalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$ ketika n genap.

Berdasarkan uraian sifat-sifat limit fungsi menurut Kemendikbud (2014) dan Purcell *et. al.* (2008), dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat limit fungsi sebagai berikut.

Diasumsikan f dan g suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan $g: R \rightarrow R$. f dan g adalah fungsi-fungsi yang mempunyai limit di a . L dan a adalah sebarang bilangan real, n bilangan bulat positif, k konstanta. Maka

1. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ dan $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$;
2. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$;
3. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$;
4. $\lim_{x \rightarrow a} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$;
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$;
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)] \cdot [\lim_{x \rightarrow a} g(x)]$;
7. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, asalkan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$;

8. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$;
9. $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$, asalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$ ketika n genap.

2.2 Penelitian yang Terkait

Model *discovery learning* diterapkan dalam penelitian Balim (2009:16) yang menyatakan bahwa model *discovery learning* efektif untuk kesuksesan hasil belajar siswa. Siswa dapat menguraikan konsep, informasi, dan kejadian melalui aktivitas diskusi, yaitu menanya, melakukan penemuan berdasarkan informasi yang telah dikumpulkan (menalar), dan menemukan solusi. Tang *et al.* (2003: 54) meneliti penggunaan *worksheet*. Dalam penelitiannya, *worksheet* merupakan media efektif yang dapat membantu siswa dalam pembelajaran di kelas. Penelitian mengenai *index card* oleh Riyadi (2011: 90) menunjukkan bahwa media *index card match* merupakan sarana penunjang pembelajaran matematika yang baik.

2.3 Kerangka Berpikir

Siswa mempunyai penalaran adaptif yang kurang, khususnya pada materi limit fungsi aljabar. Siswa masih mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal non rutin, dikarenakan pola pikir siswa SMA N 1 Ungaran masih menunggu bimbingan dari guru. Oleh karena itu, diperlukan adanya variasi baru dalam pembelajaran yang diharapkan mampu meningkatkan kemampuan penalaran adaptif siswa. Variasi tersebut dapat berupa penerapan model pembelajaran dan media pembelajaran yang dapat menunjang penalaran adaptif.

Discovery learning tipe guided discovery learning merupakan salah satu pembelajaran yang disarankan untuk sekolah berbasis kurikulum 2013. Model

pembelajaran ini menuntut siswa menggunakan daya nalarnya untuk melakukan penemuan sesuai dengan kompetensi dasar. Kemampuan penalaran adaptif siswa akan terbangun ketika siswa melakukan serangkaian tahapan *discovery learning*. Proses pembelajaran dimulai dengan tahapan *stimulation*, siswa dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungan, kemudian dilanjutkan untuk tidak memberi generalisasi, agar timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Setelah itu, siswa diminta untuk berdiskusi melakukan penemuan sendiri terkait dengan materi.

Penerapan model *discovery learning* yang dilaksanakan pada sekolah berbasis kurikulum 2013 ini wajib menggunakan pendekatan saintifik. Pendekatan yang berpusat siswa ini akan menjadikan siswa aktif dan mudah dalam memahami materi pembelajaran. Hal ini dikarenakan siswa ikut serta aktif dalam kegiatan pembelajaran yang meliputi (1) mengamati, (2) menanya, (3) mengolah (mengumpulkan informasi), (4) menalar (mengasosiasi), (5) menyaji (mengkomunikasikan).

Pada dasarnya, siswa membutuhkan waktu yang lama untuk melakukan penemuan secara terbimbing. Oleh karena itu, diperlukan adanya media pembelajaran yang dapat mengefisiensikan waktu pembelajaran di kelas. *worksheet* merupakan media pembelajaran berupa petunjuk dan langkah yang jelas sesuai dengan kompetensi dasar. Petunjuk dan langkah yang jelas dari *worksheet* akan memudahkan siswa bernalar untuk melakukan penemuan.

Sama halnya dengan *worksheet*, *index card* juga merupakan media pembelajaran berupa kartu soal dan jawaban. Melalui *index card* siswa dituntut

melakukan penalaran melalui soal yang diberikan, kemudian siswa diminta untuk menemukan kartu jawaban dari soal tersebut, dan mendiskusikan kembali mengenai kesimpulan berdasarkan materi pembelajaran.

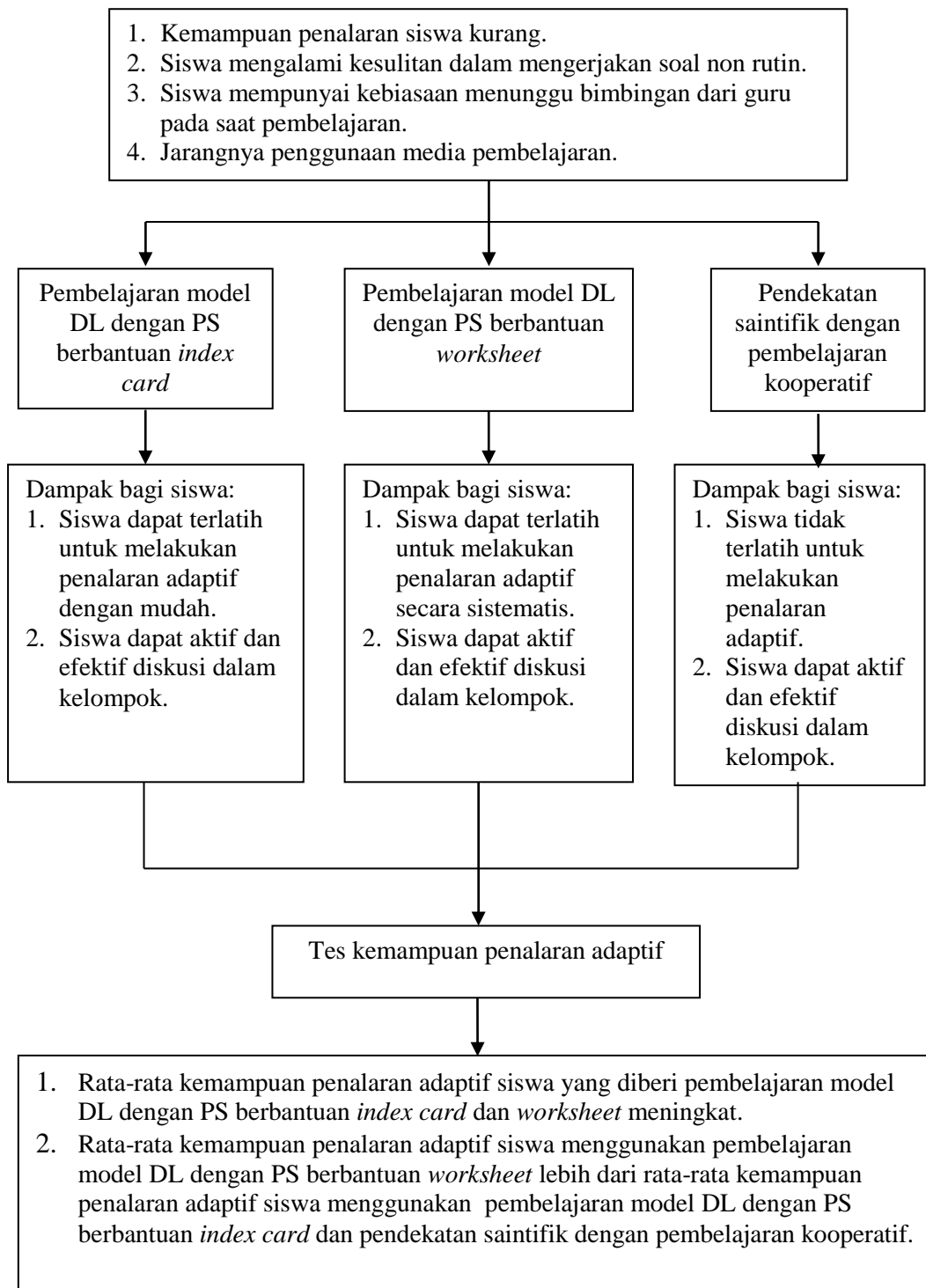
Dampak bagi kelompok siswa yang diberi *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* adalah siswa akan mudah melakukan penalaran berdasarkan soal yang tertulis dalam kartu tersebut. Siswa juga akan aktif dan efektif berdiskusi dalam kelompok. Karena media *index card* mempunyai *space* yang terbatas, maka setiap kelompok dapat menemukan hal yang berbeda, namun tetap dalam lingkup materi yang sama.

Begitu pula dengan kelompok siswa yang diberi *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*. Siswa juga akan aktif dan efektif berdiskusi dalam kelompok. Siswa akan mudah juga melakukan penalaran berdasarkan petunjuk dan langkah yang jelas mengenai apa yang akan ditemukan. Setiap kelompok dapat melakukan penemuan yang sama, karena semua aspek yang akan ditemukan siswa dapat dicantumkan semua melalui *worksheet*. Sehingga siswa lebih terlatih melakukan banyak penemuan. Dengan kata lain, siswa dapat lebih terlatih melakukan penalaran.

Dalam penelitian ini diduga bahwa penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan penerapan model pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa. Selain itu, kemampuan penalaran adaptif kelompok siswa yang diberi model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, model

discovery learning dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, dan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik. Berdasarkan uraian tersebut, diduga rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa yang diberi model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif. Skema kerangka berpikir dalam penelitian ini dapat dilihat pada gambar 2.1.

Gambar 2.1 Skema Kerangka Berpikir



2.4 Hipotesis Penelitian

- (1) Penerapan model pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
- (2) Penerapan model pembelajaran *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
- (3) Rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

BAB 3

METODE PENELITIAN

3.1 Subjek Penelitian

3.1.1 Populasi

Populasi adalah wilayah generalisasi yang terdiri atas obyek/subyek yang mempunyai kualitas dan karakteristik tertentu yang ditetapkan oleh peneliti untuk dipelajari dan kemudian ditarik kesimpulannya (Sugiyono, 2012: 61). Populasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah siswa kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran Kabupaten Semarang tahun ajaran 2014/2015 sebanyak 250 siswa yang terdiri dari 7 kelas, yaitu kelas X MIPA 1 sampai dengan kelas X MIPA 7.

3.1.2 Sampel dan Teknik Sampling

Sampel adalah bagian dari jumlah dan karakteristik yang dimiliki oleh populasi (Sugiyono, 2012: 62). Dalam penelitian ini ada tiga kelompok sampel. Satu kelompok siswa yang tergabung dalam kelompok eksperimen 1, yaitu menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, satu kelompok siswa yang tergabung dalam kelompok eksperimen 2, yaitu menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, dan satu kelompok siswa yang tergabung dalam kelompok kontrol, yaitu pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif. Model yang diterapkan pada kelompok kontrol merupakan model pembelajaran yang biasanya diterapkan guru kelas pada saat pembelajaran.

Teknik sampling merupakan teknik pengambilan sampel (Sugiyono, 2012: 62). Teknik sampling dilakukan untuk menentukan jumlah sampel dan pemilihan calon anggota sampel, sehingga setiap sampel yang terpilih dalam penelitian dapat mewakili populasinya. Pada penelitian ini menggunakan *random sampling*, yaitu pengambilan kelompok sampel dari populasi yang homogen akan dilakukan secara acak tanpa memperhatikan strata yang ada dalam populasi (Arikunto, 2010: 177-181). Hal ini dilakukan dengan pertimbangan bahwa siswa dalam kelas diterapkan secara acak tanpa melihat peringkat nilai, jenis kelamin siswa, dan golongan siswa, sehingga siswa sudah tersebar secara acak dalam kelas yang ditentukan. Selain itu, banyaknya siswa dalam kelas relatif sama, siswa mendapat materi berdasarkan kurikulum yang sama dan siswa mendapatkan waktu pelajaran yang sama. *Random sampling* (sampel acak) menyebabkan peneliti mempunyai cara obyektif untuk menilai presisi hasilnya (Sudjana, 2005: 169). Berikut merupakan langkah pengambilan kelompok sampel.

- (1) Menguji normalitas dan homogenitas data nilai ulangan akhir semester gasal kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran tahun pelajaran 2014/2015. Uji normalitas dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* sedangkan uji homogenitas dilakukan dengan uji *levene*. Perhitungan uji normalitas dan homogenitas dilakukan dengan bantuan program SPSS 16.0 yang dapat dilihat pada lampiran 3 dan 4.
- (2) Setelah data nilai ulangan akhir semester gasal kelas X MIPA SMA N 1 Ungaran tahun pelajaran 2014/2015 dinyatakan berasal dari populasi

berdistribusi normal dan mempunyai varian yang sama (homogen), dipilih tiga kelompok sampel menggunakan teknik *random sampling*.

- (3) Terpilihlah tiga kelompok sampel, yaitu kelompok eksperimen 1 yang diberikan pembelajaran dengan model *discovery Learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, yaitu kelas X MIPA 2, kelompok eksperimen 2 yang diberikan pembelajaran dengan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* yaitu kelas X MIPA 1, dan kelompok kontrol yang diberikan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif yaitu kelas X MIPA 3.

3.1.3 Variabel Penelitian

Variabel penelitian pada dasarnya adalah segala sesuatu yang berbentuk apa saja yang ditetapkan oleh peneliti untuk dipelajari sehingga diperoleh informasi tentang hal tersebut, kemudian ditarik kesimpulan (Sugiyono, 2012: 2). Variabel pada penelitian ini adalah kemampuan penalaran adaptif siswa setelah diberi perlakuan berupa pembelajaran dengan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* pada kelompok eksperimen serta pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif pada kelompok kontrol.

3.2 Metode dan Desain Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian eksperimen. Metode eksperimen dapat diartikan sebagai metode penelitian yang digunakan untuk mencari pengaruh perlakuan tertentu terhadap yang lain dalam

kondisi yang terkontrol (Sugiyono, 2009: 72). Metode eksperimen mempunyai ciri khas tersendiri, yaitu adanya kelas kontrol yang berfungsi untuk mengontrol variabel-variabel luar yang mempengaruhi pelaksanaan eksperimen (Sugiyono, 2009: 77). Desain yang digunakan dalam penelitian ini adalah *randomized control-group pretest-posttest design*. Pada penelitian ini dipilih tiga kelompok sampel secara acak, yaitu kelompok eksperimen yang mana dalam pembelajaran diberi perlakuan menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* serta satu kelompok kontrol yang diberi perlakuan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif. Pengukuran kemampuan penalaran adaptif siswa dilakukan setelah perlakuan diberikan (berupa tes kemampuan penalaran adaptif).

Tabel 3.1 Desain Penelitian

<i>Group</i>	<i>Pretest</i>	<i>Treatment</i>	<i>Posttest</i>
<i>First Experimental Group (R)</i>	T_1	X_a	T_2
<i>Second Experimental Group (R)</i>	T_1	X_b	T_2
<i>Control Group (R)</i>	T_1	-	T_2

Sumber: Isaac (1981: 66).

Keterangan:

T_1 : *pretest* kemampuan penalaran adaptif.

T_2 : *posttest* kemampuan penalaran adaptif.

X_a : *treatment* berupa pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*.

X_b : *treatment* berupa pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*.

- : tidak ada *treatment*, artinya pada kelas kontrol, pembelajaran berdasarkan model yang digunakan oleh guru kelas, yaitu menggunakan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

3.3 Prosedur Penelitian

Berikut merupakan prosedur yang sudah dan akan digunakan dalam penelitian.

3.3.1 Tahap Persiapan

Kegiatan pada tahap persiapan adalah sebagai berikut.

- (1) Mengidentifikasi masalah, merumuskan permasalahan beserta batasannya, mengkaji berbagai literatur sebagai dasar untuk menentukan hipotesis, metode, serta desain penelitian.
- (2) Membuat proposal.
- (3) Menentukan populasi.
- (4) Memperoleh nilai Ulangan Akhir Semester (UAS) Gasal mata pelajaran matematika siswa kelas X dari guru untuk diuji normalitas dan homogenitas.
- (5) Menentukan sampel-sampel dengan memilih tiga kelompok siswa secara *simple random sampling* dari populasi yang ada. Dalam penelitian ini, terpilih 34 siswa sebagai kelompok 1, 36 siswa sebagai kelompok eksperimen 2, dan 36 siswa sebagai kelompok kontrol.
- (6) Menetapkan materi bahan ajar yang akan digunakan dalam penelitian.
- (7) Membuat Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan bahan ajar penelitian, yang kemudian dikonsultasikan kepada dosen matematika.

- (8) Menyusun instrumen penelitian.
- (9) Mengkonsultasikan instrumen penelitian kepada dosen pembimbing.
- (10) Mengajukan surat ijin melaksanakan penelitian dari Universitas Negeri Semarang, kemudian surat ijin tersebut disampaikan kepada Kepala SMA N 1 Ungaran.
- (11) Memberi perlakuan pada kelompok eksperimen dengan menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, sedangkan kelompok kontrol menggunakan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.
- (12) Sebelum melakukan evaluasi terhadap siswa pada kelompok eksperimen dan siswa pada kelompok kontrol, dilakukan uji coba tes kemampuan penalaran adaptif pada kelompok uji coba untuk mengetahui validitas, reliabilitas, tingkat kesukaran, dan daya pembeda. Setelah dianalisis pada faktor-faktor tersebut, diambil beberapa soal yang sesuai kriteria untuk mengevaluasi siswa kelompok eksperimen dan kelompok kontrol.

3.3.2 Tahap Analisis Data

- (1) Mengumpulkan hasil data kuantitatif.
- (2) Mengolah dan menganalisis data kuantitatif berupa hasil tes kemampuan penalaran adaptif siswa dari ketiga kelompok sampel. Uji yang dilakukan adalah uji normalitas, uji homogenitas, uji gain, uji *one way ANOVA*, dan uji lanjut.

3.3.3 Tahap Pembuatan Kesimpulan

Kegiatan pada tahap ini adalah membuat kesimpulan berdasarkan hipotesis yang telah dirumuskan dan berdasarkan data-data yang telah diperoleh.

3.4 Data dan Metode Pengumpulan Data

Menurut Sugiyono (2012: 23), terdapat dua jenis data, yaitu data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif terdiri dari data diskrit dan data kontinu. Data kontinu adalah data yang diperoleh dari hasil pengukuran. Data kontinu terdiri data ordinal, data interval, dan data rasio. Data ordinal adalah data yang berjenjang atau berbentuk peringkat. Data interval merupakan data hasil pengukuran yang jaraknya sama, tetapi tidak mempunyai nilai nol absolut (mutlak) sedangkan data rasio adalah data yang jaraknya sama dan mempunyai nilai nol absolut.

Berdasarkan uraian tersebut, dalam penelitian ini data yang akan digunakan adalah data kuantitatif yang termasuk data kontinu interval. Data dalam penelitian ini adalah kemampuan penalaran adaptif materi limit fungsi aljabar.

Metode pengumpulan data adalah metode yang digunakan oleh peneliti dalam mengumpulkan data penelitiannya (Arikunto, 2010: 192). Pengumpulan data dalam penelitian ini akan menggunakan metode tes. Menurut Indrakusuma sebagaimana dikutip dalam Arikunto (2009: 32), tes adalah suatu alat atau prosedur yang sistematis dan objektif untuk memperoleh data-data atau keterangan-keterangan yang diinginkan tentang seseorang, dengan cara yang boleh dikatakan tepat dan cepat. Tes dilakukan dengan tujuan untuk memperoleh data kuantitatif, yaitu nilai kemampuan penalaran adaptif siswa yang selanjutnya

diuji untuk mengetahui peningkatan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa yang diberi model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif, sedangkan untuk penilaian sikap menggunakan metode observasi.

3.5 Teknik Analisis Instrumen Penelitian

Soal tes kemampuan penalaran adaptif yang digunakan sebagai instrumen penelitian sebelumnya diujicobakan untuk mengetahui tingkat kesukaran soal, daya pembeda soal, validitas, dan reliabilitas. Pengujian tersebut dilakukan untuk menentukan soal yang layak dijadikan sebagai alat ukur kemampuan penalaran adaptif siswa.

3.5.1 Validitas

Menurut Anderson dalam Arikunto (2009: 65), sebuah tes dikatakan valid apabila tes tersebut mengukur apa yang hendak diukur. Berikut merupakan rumus korelasi *product moment* untuk mengetahui validitas butir soal (Arikunto, 2009: 72).

$$r_{xy} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\{n \sum x^2 - (\sum x)^2\} \{n \sum y^2 - (\sum y)^2\}}}$$

Sumber: Arikunto (2009: 72).

keterangan :

r_{xy} = koefisien korelasi antara x dan y

n = jumlah siswa

$\sum x$ = skor total butir soal

$$\sum y = \text{skor total}$$

Kriteria pengujian validitas dikonsultasikan dengan harga product momen pada tabel dengan taraf signifikan 5 %, jika $r_{xy} > r_{tabel}$ maka item soal tersebut dikatakan valid dengan tingkatan sebagai berikut (Arikunto, 2009: 75).

$0,800 < r_{XY} \leq 1,000$; sangat tinggi

$0,600 < r_{XY} \leq 0,800$; tinggi

$0,400 < r_{XY} \leq 0,600$; cukup

$0,200 < r_{XY} \leq 0,400$; rendah

$0,000 < r_{XY} \leq 0,200$; sangat rendah.

Berdasarkan hasil uji coba yang telah dilakukan dengan $N = 32$ dan taraf signifikan 5% diperoleh $r_{tabel} = 0,349$ sehingga butir soal dikatakan valid apabila $r_{hitung} > 0,349$. Pada analisis tes uji coba dari 2 soal soal uraian diperoleh 2 soal yang valid, yaitu nomor 1 dan 2 karena mempunyai $r_{xy} > r_{tabel}$. Kriteria validitas butir soal nomor 1 dan 2 adalah sangat tinggi.

3.5.2 Taraf Kesukaran (TK)

Taraf kesukaran (*difficulty index*) merupakan bilangan yang menunjukkan sukar atau mudahnya suatu soal yang besarnya antara 0,00 sampai dengan 1,00. Menurut Arifin (2012: 135) rumus taraf kesukaran untuk soal uraian adalah sebagai berikut.

$$TK = \frac{\text{rata - rata skor tiap butir soal}}{\text{skor maksimum tiap butir soal}}$$

Sumber: Arifin (2012: 135).

Tingkat kesukaran diinterpretasikan berdasarkan kriteria pada tabel berikut.

Tabel 3.2 Interpretasi Taraf Kesukaran

<i>Range TK</i>	Taraf Kesukaran
0,00 – 0,30	Sukar
0,31 – 0,70	Sedang
0,71 – 1,00	Mudah

Sumber : Arifin (2012: 135).

Hasil analisis tingkat kesukaran pada uji coba dalam penelitian ini diperoleh $TK = 0,67$ pada butir soal nomor 1 dan $TK = 0,40$ pada butir soal nomor 2. Sesuai dengan kriteria tingkat kesukaran, maka tingkat kesukaran butir nomor soal 1 dan 2 dikategorikan sedang.

3.5.3 Daya Beda

Menurut Arikunto (2009: 211), daya pembeda soal, adalah kemampuan sesuatu soal untuk membedakan antara siswa yang pandai (berkemampuan tinggi) dengan siswa yang bodoh. Dalam peneltian ini tidaka ada siswa bodoh melainkan siswa berkemampuan rendah.

Arikunto menyatakan bahwa bagi suatu soal yang dapat dijawab dengan benar oleh peserta didik pandai maupun peserta didik kurang pandai, maka soal itu tidak baik karena tidak mempunyai daya beda. Soal yang baik adalah soal yang dapat dijawab dengan benar oleh peserta didik yang pandai saja.

Seluruh pengikut tes dikelompokkan menjadi dua kelompok yaitu kelompok pandai atau kelompok atas (*upper group*) dan kelompok kurang pandai atau kelompok bawah (*lower group*). Jika seluruh kelompok atas dapat menjawab soal tersebut dengan benar, sedang seluruh kelompok bawah menjawab salah, maka soal tersebut mempunyai daya beda paling besar yaitu 1,00. Sebaliknya jika

semua kelompok atas menjawab salah, tetapi semua kelompok bawah menjawab benar, maka daya bedanya -1,00. Tetapi jika peserta didik kelompok atas dan peserta didik kelompok bawah sama-sama menjawab benar atau sama-sama salah, maka soal tersebut mempunyai daya beda 0,00, atau dengan kata lain tidak mempunyai daya beda sama sekali.

Rumus untuk mencari daya beda menurut Arifin (2013: 133) adalah sebagai berikut.

$$DP = \frac{\bar{X}_{KA} - \bar{X}_{KB}}{\text{Skor Maksimum}}$$

Sumber: Arifin (2013: 133).

Keterangan:

\bar{X}_{KA} : rata-rata nilai kelompok atas.

\bar{X}_{KB} : rata-rata nilai kelompok bawah.

Daya beda dapat diinterpretasikan berdasarkan kriteria sebagai berikut.

Range <i>DP</i>	Daya Pembeda
$DP \geq 0,40$	sangat baik
$0,30 \leq DP \leq 0,39$	baik
$0,20 \leq DP \leq 0,29$	cukup, soal perlu diperbaiki
$DP \leq 0,19$	kurang baik

Sumber: Arifin (2013: 133).

Hasil perhitungan daya beda soal pada soal uji coba diperoleh $DP = 0,21$ untuk butir soal nomor 1 dan $DP = 0,28$. Sesuai engan kriteria daya pembeda, butir soal nomor 1 dan 2 dikategorikan cukup.

3.5.4 Reliabilitas

Pada penelitian ini akan digunakan tes bentuk uraian, maka untuk menghitung reliabilitasnya menggunakan rumus alpha sebagai berikut (Arikunto, 2009: 109).

$$r_{11} = \left[\frac{n}{(n-1)} \right] \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right]$$

Sumber: Arikunto (2009: 109).

keterangan :

r_{11} : reliabilitas yang dicari

$\sum \sigma_i^2$: jumlah varians skor tiap item

σ_t^2 : varians total

n : banyaknya butir soal.

Rumus varians

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n}$$

Sumber: Arikunto (2009: 109).

Keterangan :

x : skor pada belah awal dikurangi skor pada belah akhir

n : jumlah peserta tes.

Kriteria pengujian reliabilitas soal tes yaitu setelah didapatkan harga r_{11} , kemudian harga r_{11} tersebut dikonsultasikan dengan harga r produk monet pada tabel. Jika $r_{11} > r_{tabel}$ maka item soal yang diuji cobakan reliabel (Arikunto, 2007: 109). Harga r_{11} yang diperoleh kemudian dikonsultasikan dengan aturan penetapan reliabel sebagai berikut.

Tabel 3.4 Aturan Penetapan Reliabilitas

Reliabilitas	Keterangan
$0,80 < r \leq 1,00$	Sangat tinggi
$0,60 < r \leq 0,80$	Tinggi
$0,40 < r \leq 0,60$	Cukup
$0,20 < r \leq 0,40$	Rendah
$0,00 < r \leq 0,20$	Sangat rendah

Sumber: Arikunto (2009: 109).

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh $r_{11} = 0,41$ dengan taraf signifikan 5% dan $N = 32$ diperoleh $r_{tabel} = 0,349$. Karena $r_{11} > 0,349$, maka item soal yang diuji cobakan reliabel. Sesuai dengan kriteria reliabilitas, item soal yang diuji cobakan dikategorikan cukup.

3.5.5 Rangkuman Analisis Butir Soal Uji Coba

Berdasarkan hasil analisis uji coba instrumen tes yang meliputi validitas, reliabilitas, tingkat kesukaran dan daya beda soal diperoleh butir-butir soal yang layak digunakan sebagai soal tes evaluasi untuk mengukur kemampuan penalaran adaptif siswa. Pada instrumen tes, butir soal uji coba yang digunakan yaitu butir soal nomor 1 dan 2. Rangkuman hasil analisis soal uji coba terlihat pada tabel 3.2, selengkapnya pada lampiran 11.

Tabel 3.5 Rangkuman Hasil Analisis Uji Coba

Butir Soal Nomor	Validitas	Taraf Kesukaran	Daya Pembeda	Reliabilitas	Kesimpulan
1	Tinggi 0,724	Sedang 0,67	Cukup 0,21	Cukup 0,41	Digunakan, soal perlu perbaikan.
2	Sangat Tinggi 0,856	Sedang 0,40	Cukup 0,28		Digunakan, soal perlu perbaikan.

3.6 Teknik Analisis Data

3.6.1 Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah suatu data berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Pengujian normalitas data dalam penelitian ini akan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan alat bantu SPSS 16.0. Hal ini dikarenakan uji *Kolmogorov-Smirnov* memiliki keunggulan-keunggulan, antara lain adalah sebagai berikut (Siegel, 1994: 63).

- (1) Tidak memerlukan data yang terkelompokkan.
- (2) Dapat digunakan untuk sampel berukuran kecil.
- (3) Lebih fleksibel jika dibandingkan dengan uji yang lain.

Berikut merupakan hipotesis uji normalitas yang akan diujikan.

H_0 : sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 : sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

Menurut Siegel (1994), langkah-langkah pengujian *Kolmogorov-Smirnov* adalah sebagai berikut.

- (1) Menetapkan $F_0(X)$, yaitu distribusi kumulatif teoretis yang diharapkan di bawah H_0 .
- (2) Mengatur skor-skor yang diobservasi ke dalam suatu distribusi kumulatif dengan memasang setiap interval $S_N(X)$ dengan interval $F_0(X)$ yang sebanding. $S_N(X)$ adalah distribusi frekuensi kumulatif data yang diobservasi dari suatu sampel *random* dengan N observasi. Dimana X adalah sembarang skor yang mungkin. $S_N(X) = \frac{k}{n}$, dimana k = banyaknya observasi yang sama atau kurang dari X .

- (3) Untuk tiap-tiap jenjang, dihitung $F_0(X) - S_N(X)$. Di bawah H_0 , diharapkan bahwa untuk setiap harga X , $S_N(X)$ harus jelas mendekati $F_0(X)$. Artinya, dibawah H_0 diharapkan selisih antara $S_N(X)$ dan $F_0(X)$ kecil dan berada pada batas-batas kesalahan *random*.
- (4) Menghitung D (deviasi) dengan rumus $= |F_0(X) - S_N(X)|$.
- (5) Melihat tabel E untuk menemukan kemungkinan (dua sisi) yang dikaitkan dengan munculnya harga-harga sebesar harga D observasi di bawah H_0 . Jika $D_{hitung} \geq \frac{1,36}{\sqrt{N}}$ diamana N adalah peserta tes, maka H_0 ditolak (Siegel, 1994: 59-63).

Karena dalam penelitian ini akan menggunakan alat bantu SPSS 16.0, maka nilai D_{hitung} sama artinya dengan nilai *absolute most extreme differences* pada *output one sample kolmogorov smirnov test* (Sukestiyarno, 2012: 73).

3.6.2 Uji Homogenitas

Uji homogenitas dilakukan untuk mengetahui apakah kelompok sampel memiliki varians yang sama atau tidak. Berikut merupakan hipotesis yang akan diujikan.

$$H_0: \sigma_{T1}^2 = \sigma_{T2}^2 = \sigma_{T3}^2$$

H_1 : salah satu tanda sama dengan tidak berlaku.

Rumus yang digunakan dalam uji *levane test* adalah sebagai berikut (Reddy, 2010: 185).

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (\bar{Z}_1 - \bar{Z} \dots)^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2}$$

Sumber: Reddy (2010: 185).

Keterangan:

W : hasil Tes

K : jumlah grup berbeda yang masuk dalam sampel

N : total sampel

N_i : jumlah sampel grup i

Y_{ij} : nilai sampel j dari grup i.

$$Z_{ij} = \begin{cases} |Y_{ij} - \bar{Y}_i|, & \bar{Y}_i \text{ adalah mean dari grup i} \\ |Y_{ij} - \tilde{Y}_i|, & \tilde{Y}_i \text{ adalah median dari grup i} \end{cases}$$

$$Z_{..} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij} \text{ adalah mean dari semua } Z_{ij}$$

$$Z_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij}, \text{ adalah mean dari } Z_{ij} \text{ untuk grup i.}$$

Menurut Reddy (2011 : 186), kriteria uji tes Levene adalah tolak H_0 apabila $W > F_{tabel}$. Nilai F_{tabel} dengan banyak kelompok k dan banyak data per kelompok adalah n_1, n_2, \dots, n_k , dicari dengan menggunakan tabel F dengan $\alpha = 0,05, v_1 = k - 1$, dan Nilai dengan banyak kelompok k dan banyak data per kelompok adalah n_1, n_2, \dots, n_k , dicari dengan menggunakan tabel dengan $\alpha = 0,05, v_2 = n_1 + n_2 + n_3 - k$. Dalam penelitian ini uji homogenitas dilakukan dengan uji *levene test* menggunakan alat bantu program SPSS 16.0. Sehingga kriteria pengujian hipotesis adalah H_0 diterima jika signifikansi $> 0,05$, artinya varian kelompok data adalah sama (Sukestiyarno, 2012:118).

Uji normalitas dan uji homogenitas dilakukan sebagai persyaratan penggunaan teknik pengambilan sampel dan persyaratan penggunaan statistika pada pengujian hipotesis. Jika populasi berdistribusi normal dan bervarians

homogen maka teknik pengampilan sampel dapat dilakukan secara acak (*random sampling*) dan statistik yang digunakan adalah statistik parametris.

3.6.3 Uji Gain

Uji *gain* ternormalisasi digunakan untuk mengetahui besarnya peningkatan kemampuan penalaran adaptif siswa pada kelas eksperimen dengan menganalisis hasil *pretest* dan *posttest*. Data yang akan digunakan adalah nilai *pretest* dan *posttest* kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok eksperimen 1 dan eksperimen 2, yakni kelompok yang menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*. Pada penelitian ini dihitung peningkatan baik secara individual maupun klasikal.

Rumus *gain* ternormalisasi yang akan digunakan adalah sebagai berikut.

$$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle}$$

Sumber: Hake (1999).

Keterangan:

$\langle g \rangle$: gain ternormalisasi.

$\langle S_f \rangle$: nilai rata-rata post-tes.

$\langle S_i \rangle$: nilai rata-rata pre-test.

Gain ternormalisasi merupakan metode yang tepat untuk menganalisis peningkatan hasil *posttest* dan melalui uji *Gain* ini dapat ditentukan indikator yang lebih baik dalam menunjukkan tingkat efektivitas perlakuan dari perolehan *posttest* (Hake, 1999). Besarnya peningkatan ada tiga kategori, dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3.7 Kategori *Gain* Ternormalisasi

Interval $\langle g \rangle$	Gain
$\langle g \rangle \geq 0,7$	Tinggi
$0,3 \leq \langle g \rangle < 0,7$	Sedang
$\langle g \rangle < 0,3$	Rendah

Sumber: Hake (1999).

Uji beda rata-rata berpasangan juga perlu dilakukan. Uji tersebut dimaksudkan untuk mengetahui apakah rata-rata *posttest* siswa pada tiap kelompok eksperimen berbeda signifikan dibandingkan kemampuan rata-rata *pretest*.

$H_0: \mu_B \leq 0$, berarti rata-rata *posttest* pada kelompok eksperimen tidak lebih atau sama dengan jika dibandingkan rata-rata *pretest*;

$H_1: \mu_B > 0$, berarti rata-rata *posttest* pada kelompok eksperimen lebih tinggi dibandingkan rata-rata *pretest*.

Rumus yang akan digunakan untuk pengujian hipotesis adalah rumus uji t , yaitu sebagai berikut (Sudjana, 2005: 242).

$$t = \frac{\bar{B}}{\frac{S_B}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{dengan } \bar{B} = \frac{\sum B_i}{n} \text{ dan } S_B^2 = \frac{n \sum B_i^2 - (\sum B_i)^2}{n(n-1)}$$

Sumber: Sudjana (2005: 242).

Keterangan:

\bar{B} = rata-rata selisih *posttest* dan *pretest* tiap siswa di kelas.

S_B = simpangan baku.

n = banyaknya siswa.

Kriteria pengujiannya adalah H_0 ditolak jika $t_{hitung} \geq t_{1-\alpha}$ (Sudjana, 2005: 244).

3.6.4 Uji *One Way* ANOVA

Uji *one way* ANOVA digunakan dalam penelitian ini untuk menguji kesamaan rata-rata data nilai kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok kontrol dengan dua kelompok eksperimen. Hipotesis yang diajukan sebagai berikut.

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, (rata-rata ketiga kelompok adalah sama), dan

H_1 : paling sedikit satu tanda sama dengan tidak berlaku.

Menurut Sudjana (2005: 304), untuk menguji hipotesis digunakan rumus:

$$F = \frac{\text{varians antar kelompok}}{\text{varians dalam kelompok}} \text{ atau } F = \frac{A}{D}$$

Sumber: Sudjana (2005: 304).

Adapun tabel analisis varians adalah sebagai berikut.

Tabel 3.6 Ringkasan Analisis Varians

Sumber Variasi	Dk	JK	KT	F
Rata-rata	1	R_y	$R = \frac{R_y}{1}$	
Antar kelompok	k-1	A_y	$A = \frac{A_y}{(k-1)}$	$F = \frac{A}{D}$
Dalam Kelompok	$\sum (n_i - 1)$	D_y	$D = \frac{D_y}{\sum (n_i - 1)}$	
Total	$\sum n_i$	$\sum y^2$		

Sumber: Sudjana (2002, 305).

Keterangan :

$$R_y = \text{jumlah kuadrat} = \frac{\sum (x_i)^2}{\sum n_i};$$

$$A_y = \text{jumlah kuadrat antar kelompok} = \sum \left(\frac{\sum x_i^2}{n_i} \right) - R_y;$$

$$D_y = \text{jumlah kuadrat dalam kelompok} = \text{JK tot} - R_y - A_y;$$

R = kuadrat tengah rata-rata;

A = kuadrat tengah antar kelompok; dan

D = kuadrat tengah dalam kelompok.

Kriteria pengujiannya adalah H_0 ditolak apabila $F_{hitung} \geq F_{(1-\alpha)(v_1, v_2)}$ dengan $\alpha = 5\%$, di mana $F_{(1-\alpha)(v_1, v_2)}$ didapat dari daftar distribusi F dengan peluang $(1-\alpha)$ dan $dk = (v_1, v_2)$ (Sudjana, 2002: 307). Jika dilihat dari signifikansi dalam program SPSS, H_0 diterima apabila nilai signifikansi $> 5\%$.

3.6.5 Uji Lanjut

Uji lanjut bertujuan untuk mengetahui kelompok sampel manakah yang berbeda signifikan. Teknik yang dapat digunakan untuk uji lanjut apabila MSR(F) signifikan adalah uji LSD, uji *Tukey*, uji rentang *Newmans Keuls*, dan uji *Scheffe*. Dalam hal ini, uji ini dilakukan jika dalam pengujian anava H_0 ditolak. Uji *Tukey* dan uji rentang *Newmans Keuls* digunakan apabila n -nya sama atau banyaknya data tiap perlakuan sama, sedangkan uji LSD dan uji *Scheffe* dapat digunakan untuk n yang berbeda atau banyaknya data tiap perlakuan berbeda. Pada penelitian ini digunakan uji lanjut *Scheffe* dengan langkah-langkah sebagai berikut (Sudjana, 2000 : 38).

- (1) Menyusun kontras C_p yang diinginkan lalu menghitung harganya.
- (2) Dengan mengambil taraf signifikan $\alpha = 5\%$, derajat kebebasan pembilang $v_1 = (k - 1)$ dan penyebut $v_2 = (\sum n_i - k)$, untuk Anava untuk dihitung nilai kritis $F_{\alpha(v_1, v_2)}$.
- (3) Menghitung besaran $A = \sqrt{(k - 1)F}$

- (4) Menghitung kekeliruan baku tiap kontras yang akan diuji dengan rumus

$$s(C_p) = \sqrt{KT \times \sum x_i C_{ip}^2}$$

- (5) Jika harga kontras C_p lebih dari $A \times s(C_p)$, maka hasil pengujian dinyatakan signifikan. Atau, jika $|C_p| > A \times s(C_p)$ maka hipotesis nol ditolak yang berarti bahwa kontras antara rata-rata sama dengan nol.

Dalam penelitian ini akan dilakukan uji lanjut *Scheffe* dengan alat bantu SPSS 16.0, sehingga perhitungan kriteria pengujiannya adalah dengan melihat nilai pada kolom output uji lanjut *Scheffe*. Jika nilai signifikansi (sig.) kurang dari 0,05 maka antarkelompok tersebut memiliki rata-rata nilai yang berbeda secara signifikan (Sukestiyarno, 2012: 130).

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian tentang penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif pada pembelajaran matematika dapat disimpulkan sebagai berikut.

- (1) Penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
- (2) Penerapan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dapat meningkatkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa.
- (3) Rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA N 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih dari rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelas X SMA Negeri 1 Ungaran menggunakan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif.

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan tersebut, saran yang dapat direkomendasikan adalah bagi guru matematika kelas X di SMA N 1 Ungaran, untuk mengukur kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi sifat-sifat limit fungsi dapat menerapkan model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*.

DAFTAR PUSTAKA

- Arends, Richard I. 2008. *Learning to Teach Belajar untuk Mengajar*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Anni, Chatarina Tri & Achmad Rifa'i. 2011. *Psikologi Pendidikan*. Semarang: Universitas Negeri Semarang Press.
- Arifin, Z. 2012. *Evaluasi Pembelajaran*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Arikunto, S. 2007. *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Arikunto, S. 2009. *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan(Edisi Revisi)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Arikunto, S. 2010. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta:Asdi Mahasatya .
- Badan Penelitian dan Pengembangan Pendidikan Nasional. 2013. *Laporan Hasil dan Statistik Nilai Hasil Ujian Nasional*. Jakarta: Depdiknas.
- Balim, Ali Gunay. 2009. The Effect of Discovery Learning on Students' Success and Inquiry Learning Skills. *Eurasian Journal of Educational Research*, 35(16): 1-20. Tersedia di wiki.astrowish.net [diakses 14-1-2015].
- Bussemaker, M., Shannan M., & Duncan Wild. 2011. Using Worksheets and the Internet to Improve Student Learning Outcomes. *Teaching and Learning Forum 2011*. Australia: The University of Western Australia. Tersedia di www.researchgate.net/.../260925576_Using_worksheets_and_... [diakses 6-2-2015].
- Choo,Serene S. Y. *et al.* 2011. Effect of Worksheet Scaffolds on Student Learning in Problem. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 16(4). Tersedia di <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3167389/> [diakses 29-5-2015].
- Groves, Susie. 2012. Developing Mathematical Proficiency. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 35(2): 119-145. Tersedia di <http://search.ebscohost.com> [diakses 29-5-2015].
- Hake, Richard R. 1999. Analyzing Change/Gain Score. *American Educational Research Association (Division D)*. USA: Indian University. Tersedia di siba-ese.unisalento.it/index.php/ejasa/article/download/10985/10504 [diakses 6-2-2015].

- Hamalik, Oemar. 2011. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hanafiah, Nanang & Cucu Suhada. *Konsep Strategi Belajar*. Bandung: Refika Aditama.
- Hidayah, Isti. 2011. *Bahan Ajar Dasar-dasar dan Proses Pembelajaran Matematika 1*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Hudojo, H. 2005. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Malang.
- Isaac, Stephen & William B. Michael. 1981. *Handbook in Research and Evaluation*. California: EdITS publishers.
- Joolingen, Van Wouter. 1999. Cognitive Tools for Discovery Learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10(3): 385-397. Tersedia di citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download [diakses 14-1-2015].
- Joyce, B., Marsha W., & Emily Calhoun. 2011. *Models of Teaching Eight Edition*. Traslated by Fawaid, Ahmad & Ateilla Mirza. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Kemendikbud. 2013a. *Kompetensi Dasar Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA)*. Jakarta; Kemendikbud.
- _____. 2013 b. *Materi Pelatihan Guru Implementasi Kurikulum 2013 SMP Matematika*. Jakarta: Kemendikbud.
- _____. 2013c. *Pemendikbud RI No 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Kemendikbud.
- _____. 2013d. *Pemendikbud RI No 81 A Tahun 2013 tentang Implementasi Kurikulum*. Jakarta: Kemendikbud.
- Kemendikbud. 2014. *Matematika SMA/MA Kelas X Edisi Revisi*. Jakarta: Kemendikbud.
- Kilpatrick, Jeremy, & Jane Swafford. 2001. *Adding It Up Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kaur, Berinderjeet & Toh Tin Lam. 2012. *Reasoning, Communication and connection in Mathematics*. Singapore: World Scientific.

- Masruroh, Faridatul. 2013. Model Pembelajaran Pengajuan Pertanyaan Matematika (PPM) untuk Menstimulasi Penalaran Matematis Siswa. *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2013*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Masruroh, Faridatul. 2013. Model Pembelajaran Pengajuan Pertanyaan Matematika (PPM) untuk Menstimulasi Penalaran Matematis Siswa. *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2013*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Mullis, Ina V. S., et al. 2011. *TIMSS 2011 International Relust in Mathematics*. Amsterdam: IEA.
- Ostler, Elliott. 2011. Teaching Adaptive and Stategic Reasoning Through Formula Derivation: Beyond Formal Semiotic. *International Journal of Science Education*. 4(2): 16-26. Tersedia di www.tmrfindia.org/sutra/v4i22.pdf [diakses 29-12-2014].
- Purcell et. al. 2008. *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid I*. Jakarta: Erlangga.
- Purwanto, M. Ngalim. 2007. *Psikologi Pendidikan*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Reddy, M. K., Boiroju N. K., Yerukala R., & Rao M. V. 2011. Bootstrap GraphicalTest for Equality of Variances. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, 4(2): 184 - 188. Tersedia di <http://sibaese.unile.it/index/ejasa/index> [diakses 17-2-2015].
- Riyadi. 2011. *Pengaruh Model Pembelajaran Mastery Learning dan Index Card Match dengan menggunakan Modul dengan Strategi Pembelajaran Modelling The Way terhadap Hasil Belajar Siswa pada Faktorisasi Suku Aljabar Kelas VII SMP N 22 Semarang*. Skripsi. Semarang: Universitas PGRI Semarang.
- Ruseffendi, H. E. T. 2006. *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Sanjaya, W. 2007. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Media Prenada.
- Shadiq, F. 2004. *Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi*. Makalah disajikan pada Diklat Instruktur Pengembangan Matematika SMA Jenjang Dasar Tanggal 16 s.d 19 Agustus 2004. PPPG Matematika. Yogyakarta.

- Siegel, S. 1994. *Statistik Nonparametrik untuk Ilmu-ilmu Sosial*. Jakarta: Gramedia.
- Silberman, Mel. 2009. *Active Learning: 101 Strategi Pembelajaran Aktif*. Translated by Sarjuli, Adzfar Ammar, Sutrisno, Zainal Arifin Ahmad, & Muqowim. Yogyakarta: Pustaka Insan Madani.
- Sudjana. 2000. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Sudjana. 2002. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Sudjana. 2005. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Sugandi, A. 2008. *Teori Pembelajaran*. Semarang: Unnes Press.
- Sugiarto. 2010. *Bahan Ajar Workshop Pendidikan Matematika 1*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Sugiyono. 2012. *Statistika untuk Penelitian*. Bandung: Alfabeta.
- Suharti, Atiyah. 2013. Improvement of Power Mathematical in Learning Math through Learning Model Combined. *International Journal of Science and Technology*, 2(8): 576-582. Tersedia di <http://search.ebscohost.com> [diakses 29-5-2015].
- Suherman, H. Erman, *et al.* 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICA.
- Sukestiyarno. 2012. *Olah Data Penelitian Berbantuan SPSS*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Sunstrom, Ted. 2014. *Mathematical Reasoning Writing and Proof*. California: Department of Mathematics Grand Valley State University.
- Supriyadi. 2008. Penggunaan Kartun Matematika dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Pendidikan Dasar*, 10(2): 1-6. Tersedia di file.upi.edu/...2008/Penggunaan_Kartun_Matematika_dalam_Pembelajar.. [diakses 6-5-2015].
- Suryobroto, B. 2009. *Proses Belajar Mengajar di Sekolah*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Syah, Muhibbin. 2008. *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

- Tang, Guoqing & Aaron Titus. 2003. Promoting Active Learning in Calculus and General Physics through Interactive and Media -Enhanced Lectures. *Journal of Mathematics, Physics, and Chemistry Departments at North Carolina A&T State University*, 2(1): 49-56. Tersedia di [www.iiisci.org/journal/CV\\$/sci/pdfs/P977741.pdf](http://www.iiisci.org/journal/CV$/sci/pdfs/P977741.pdf) [diakses 14-1-2015].
- Trianto. 2010. *Model Pembelajaran Terpadu Konsep, Strategi, dan Implementasinya dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 2009 tentang Badan Hukum Pendidikan (BHP)*. 2009. Jakarta: CV Novindo Pustaka Mandiri.
- Usman, Moh. Uzer. 2009. *Menjadi Guru Profesional*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Widjajanti. 2011. Mengembangkan Kecakapan Matematis Mahasiswa Calon Guru Matematika melalui Strategi Perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah. *Prosiding Seminar Nasional Penelitian dan Penerapan MIPA*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta. Tersedia di digilib.its.ac.id/.../ITS-Article-25164-1971051319970 [diakses 13-1-2015].

LAMPIRAN

Lampiran 1

**LANGKAH-LANGKAH MODEL DISCOVERY LEARNING DENGAN
PENDEKATAN SAINTIFIK**

Fase	Peran Guru	Proses Belajar Pendekatan Saintifik
1. Identifikasi kebutuhan siswa.	Guru melakukan identifikasi masalah yang layak ditujukan kepada siswa, yaitu melalui penentuan KD.	
2. Seleksi pendahuluan terhadap prinsip-prinsip, pengertian konsep, dan generalisasi yang akan dipelajari.	Guru mengembangkan KD ke dalam tujuan pembelajaran beserta indikator-indikatornya.	
3. Seleksi bahan, dan problema/tugas-tugas.	Guru menyusun kegiatan pembelajaran yang harus dilakukan siswa terkait kegiatan penemuan beserta perangkat-perangkat pembelajaran yang dibutuhkan. a) Kegiatan pembelajaran, misalnya dengan perorangan, diskusi kelompok, pengamatan lapangan, atau kunjungan ke perpustakaan. b) Perangkat pembelajaran, misalnya buku-buku referensi, media pembelajaran, instrument-instrumen penulisan.	
4. Membantu memperjelas tugas/problema yang akan dipelajari dan peranan masing-masing siswa.	Guru menyampaikan suatu permasalahan untuk menggugah dan menimbulkan rasa ingin tahu tentang fenomena tertentu. Siswa diminta untuk melakukan suatu rangkaian pengamatan mendalam.	Mengamati

5. Mempersiapkan setting kelas dan alat-alat yang diperlukan.	Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat anggota, untuk diskusi terkait materi yang dipelajari.	
6. Mencek pemahaman siswa terhadap masalah yang akan dipecahkan dengan tugas-tugas siswa.	Siswa diminta mengajukan pertanyaan terkait masalah yang telah disampaikan oleh guru (<i>stimulation</i>).	Menanya
7. Memberi kesempatan pada siswa untuk melakukan penemuan.	Siswa diminta untuk melakukan identifikasi masalah yang kemudian diharapkan dapat bermuara pada perumusan jawaban sementara atau hipotesis (<i>problem statement</i>).	
8. Membantu siswa dengan informasi/data, jika diperlukan oleh siswa.	Siswa diminta untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis (<i>data collection</i>). Guru membimbing siswa dalam pengumpulan informasi.	Mengumpulkan informasi (Mengolah)
9. Memimpin analisis sendiri (<i>self analysis</i>) dengan pertanyaan yang mengarahkan dan mengidentifikasi proses.	Siswa diminta untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang ditetapkan tadi, dihubungkan dengan hasil data collection (<i>data processing</i>). Guru membimbing siswa dalam mengidentifikasi proses.	Mengasosiasi (menalar)
10. Merangsang terjadinya interaksi antarsiswa dengan siswa.	Siswa diminta untuk berinteraksi dengan siswa lain di kelompoknya dalam melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang ditetapkan tadi, dihubungkan dengan hasil data processing (<i>verification</i>).	

11. Memuji dan membesarkan siswa yang giat dalam proses penemuan.	Guru memberi pujian kepada siswa dalam proses penemuan.	
12. Membantu siswa merumuskan prinsip-prinsip dan generalisasi atas hasil penemuannya.	Siswa diminta untuk mempresentasikan kesimpulan hasil penemuan. Guru membantu siswa dalam merumuskan prinsip-prinsip dan generalisasi atas hasil penemuannya. (<i>generalization</i>).	Mengkomunikasikan

Lampiran 2

**DATA NILAI ULANGAN AKHIR SEMESTER GASAL
TAHUN AJARAN 2014/2015**

KELAS X MIPA 1			KELAS X MIPA 2			KELAS MIPA 3		
No	NIS	Nilai	No	NIS	Nilai	No	NIS	Nilai
1	12089	81	1	12125	89	1	12161	84
2	12090	93	2	12126	87	2	12162	75
3	12091	97	3	12128	80	3	12163	72
4	12092	93	4	12129	85	4	12164	77
5	12093	84	5	12130	97	5	12165	94
6	12094	100	6	12131	99	6	12166	70
7	12095	97	7	12132	97	7	12167	78
8	12096	86	8	12133	95	8	12168	70
9	12097	90	9	12134	79	9	12169	83
10	12098	89	10	12135	93	10	12170	94
11	12099	92	11	12136	100	11	12171	85
12	12100	89	12	12137	96	12	12172	84
13	12101	77	13	12138	96	13	12173	85
14	12102	80	14	12140	87	14	12174	100
15	12103	100	15	12141	94	15	12175	96
16	12104	96	16	12142	85	16	12176	87
17	12105	97	17	12143	96	17	12177	71
18	12106	94	18	12144	77	18	12178	89
19	12107	74	19	12145	73	19	12179	79
20	12108	89	20	12146	79	20	12180	94
21	12109	89	21	12147	74	21	12181	91
22	12110	74	22	12148	74	22	12182	86
23	12111	83	23	12149	91	23	12183	100
24	12112	100	24	12150	99	24	12184	76
25	12113	59	25	12151	77	25	12185	88
26	12114	77	26	12152	85	26	12186	97
27	12115	95	27	12153	76	27	12187	85
28	12116	96	28	12154	89	28	12188	76
29	12117	75	29	12155	86	29	12189	71
30	12118	62	30	12156	73	30	12190	73
31	12119	87	31	12157	96	31	12191	70
32	12120	87	32	12158	93	32	12192	70
33	12121	89	33	12159	78	33	12193	70
34	12122	96	34	12160	99	34	12194	92
35	12123	92		Rata-rata	87,47	35	12195	76
36	12124	94		Maks	100	36	12196	100
	Rata-rata	87, 58		Min	73		Rata-rata	83
	Maks	100					Maks	100
	Min	59					Min	70

**DATA NILAI ULANGAN AKHIR SEMESTER GASAL
TAHUN AJARAN 2014/2015**

KELAS X MIPA 4			KELAS X MIPA 5			KELAS MIPA 6		
No	NIS	Nilai	No	NIS	Nilai	No	NIS	Nilai
1	12197	81	1	12233	95	1	12269	75
2	12198	91	2	12234	79	2	12270	79
3	12199	91	3	12235	75	3	12271	70
4	12200	90	4	12236	100	4	12272	62
5	12201	94	5	12237	85	5	12273	72
6	12202	97	6	12238	94	6	12274	75
7	12203	100	7	12239	88	7	12275	62
8	12204	88	8	12240	91	8	12276	94
9	12205	100	9	12241	82	9	12277	74
10	12206	92	10	12242	84	10	12278	96
11	12207	88	11	12243	100	11	12279	73
12	12208	100	12	12244	92	12	12280	72
13	12209	88	13	12245	100	13	12281	75
14	12210	85	14	12246	77	14	12282	89
15	12211	97	15	12247	85	15	12283	88
16	12212	100	16	12248	85	16	12284	79
17	12213	95	17	12249	97	17	12285	85
18	12214	93	18	12250	84	18	12286	80
19	12215	93	19	12251	74	19	12287	72
20	12216	100	20	12252	91	20	12288	74
21	12217	97	21	12253	75	21	12289	80
22	12218	100	22	12254	81	22	12290	84
23	12219	85	23	12255	91	23	12291	85
24	12220	75	24	12256	87	24	12292	59
25	12221	95	25	12257	92	25	12293	62
26	12222	85	26	12258	96	26	12294	89
27	12223	65	27	12259	83	27	12295	75
28	12224	76	28	12260	91	28	12296	71
29	12225	82	29	12261	81	29	12297	85
30	12226	76	30	12262	90	30	12298	80
31	12227	89	31	12263	65	31	12299	82
32	12228	92	32	12264	93	32	12300	70
33	12229	90	33	12265	83	33	12301	89
34	12230	96	34	12266	86	34	12302	79
35	12231	95	35	12267	97	35	12303	70
36	12232	100	36	12268	97	36	12304	100
	Rata-rata	90,58		Rata-rata	87,39		Rata-rata	77,94
	Maks	100		Maks	100		Maks	100
	Min	65		Min	65		Min	59

**DATA NILAI ULANGAN AKHIR SEMESTER GASAL
TAHUN AJARAN 2014/2015**

KELAS X MIPA 7

No	NIS	Nilai
1	12305	88
2	12306	70
3	12307	73
4	12308	71
5	12309	62
6	12310	75
7	12311	75
8	12312	98
9	12313	89
10	12314	62
11	12315	62
12	12316	70
13	12317	72
14	12318	73
15	12319	75
16	12320	71
17	12321	71
18	12322	75
19	12323	75
20	12324	75
21	12325	62
22	12326	89
23	12327	80
24	12328	85
25	12329	77
26	12330	75
27	12331	70
28	12332	71
29	12333	83
30	12334	89
31	12335	88
32	12336	71
33	12337	75
34	12338	71
35	12339	71
36	12340	65
	Rata-rata	75,11
	Maks	98
	Min	62

Lampiran 3

**UJI NORMALITAS DATA NILAI
ULANGAN AKHIR SEMESTER GASAL
TAHUN AJARAN 2014/2015**

Uji normalitas data nilai ulangan akhir semester gasal diuji dengan uji *kolmogorov smirnov*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji normalitas pada SPSS 16.0.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test		Nilai
N		250
Normal Parameters ^a	Mean	84.13
	Std. Deviation	10.519
Most Extreme Differences	Absolute	.083
	Positive	.083
	Negative	-.082
Kolmogorov-Smirnov Z		1.316
Asymp. Sig. (2-tailed)		.063

a. Test distribution is Normal.

1. Hipotesis

H_0 : data berasal dari populasi berdistribusi normal;

H_1 : data berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

2. Kriteria Pengujian

H_0 ditolak jika $D_{hitung} \geq D_{tabel}$ (Siegel, 1994: 62).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai D_{hitung} (*absolute most extreme differences*), yaitu 0,083.

Berdasarkan tabel harga-harga kritis D , nilai D_{tabel} dengan $N = 250$ adalah 0,086. Karena $0,083 < 0,086$ artinya $D_{hitung} < D_{tabel}$, maka H_0 diterima.

Jadi, data nilai ulangan akhir semester gasal berasal dari populasi berdistribusi normal.

Lampiran 3

**UJI HOMOGENITAS DATA NILAI
ULANGAN AKHIR SEMESTER GASAL
TAHUN AJARAN 2014/2015**

Uji homogenitas data nilai ulangan akhir semester gasal diuji dengan uji *levene*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji homogenitas pada SPSS 16.0.

Test of Homogeneity of Variances

Nilai

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.872	6	243	.516

1. Hipotesis

$$H_0 : \sigma_{T1}^2 = \sigma_{T2}^2 = \sigma_{T3}^2.$$

H_1 : salah satu tanda sama dengan tidak berlaku.

2. Kriteria Pengujian

Terima H_0 apabila $W < F_{tabel}$ atau nilai sig $> 0,05$ (Reddy, 2011 : 186).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai signifikansi 0,516. Karena $0,516 > 0,05$, maka H_0 diterima. Artinya ketiga kelompok mempunyai varian yang sama (homogen).

Nilai signifikansi tersebut merupakan nilai W. Distribusi F dengan taraf signifikansi 5%, dk pembilang 6, dan dk penyebut 258, diperoleh $F_{tabel} = 2,12$. Karena $0,516 < 2,12$, maka $W < F_{tabel}$. Jadi, data nilai ulangan akhir semester gasal tersebut homogen.

Lampiran 5

KISI-KISI SOAL UJI COBA

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X / 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Kompetensi Dasar	: 3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh. 4. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.
Alokasi Waktu	: 60 menit

Indikator Soal	Aspek yang diukur	Nomor	Bentuk Soal
Diberikan masalah dalam ilmu fisika (kecepatan atau laju sesaat), siswa dapat menentukan nilai limit apabila diketahui fungsi aljabar.	Penalaran adaptif	1, 2	Uraian

Keterangan indikator kemampuan penalaran adaptif adalah sebagai berikut.

- (1) Menyusun dugaan.
- (2) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.
- (3) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.
- (4) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.

No Soal	Soal	Alasan Soal Mampu Mengukur Kemampuan Penalaran Adaptif	Respon yang Diharapkan dari Siswa
1	<p>Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ pada saat 5 detik?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.</p> <p>b. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?</p> <p>c. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	(1) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan pada nomor 1b.	(1) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.
		(2) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(2) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(3) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan serta melakukan penarikan kesimpulan.	(3) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan.
		(4) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(4) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

2	<p>Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.</p> <p>b. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?</p> <p>c. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	(1) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(1) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diberikan.
		(2) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(2) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(3) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan.	(3) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a dan 2b, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2c.
		(4) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(4) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

Lampiran 6

SOAL UJI COBA
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA
SMA NEGERI 1 UNGARAN
TAHUN PELAJARAN 2014 / 2015

Mata Pelajaran : Matematika	Hari/Tanggal : Selasa / 17-3-2015
Materi : Limit Fungsi Aljabar	Jumlah Soal : 2 butir soal uraian
Kelas/Semester : X / 2	Waktu : 60 menit

Petunjuk pengerjaan soal:

1. Tulislah identitasmu meliputi nama, kelas, dan nomor presensi di pojok kanan atas pada lembar jawaban.
2. Periksa kelengkapan butir soal.
3. Kerjakan tiap butir soal dengan urutan, rapi, dan benar.
4. Bekerjalah secara mandiri dan jujur.
5. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

1. Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda pada saat 5 detik, dengan $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$ dan $c = t$.
 - a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.
 - b. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?
 - c. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.
2. Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?
 - a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.
 - b. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?
 - c. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.

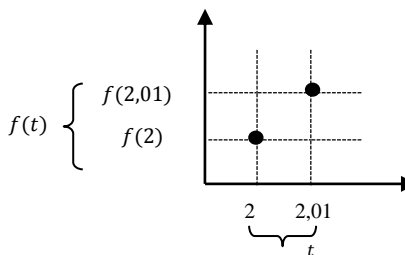
Lampiran 7

KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN SOAL UJI COBA KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA

No	Kriteria Penilaian	Indikator	Uraian Penyelesaian	Skor
1a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		Diketahui: $f(t) = 16t^2$. Untuk $t=1$ (dalam detik), $f(1) = 16$. $t=2$ (dalam detik), $f(2) = 64$.	1
			Ditanya: kecepatan sesaat benda pada saat 5 detik, dengan $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ dan $c = t$.	1
1b	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.	(1) Menyusun dugaan.	Unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2

1c	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.	(2) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Penyelesaian: Untuk $c = t = 5$. (i). $f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c) = 16(c)^2$ $\Leftrightarrow f(5) = 16(5)^2$ $\Leftrightarrow f(5) = 16(25)$ $\Leftrightarrow f(5) = 400$. (ii). $f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c + h)^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c^2 + 2ch + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16[5^2 + 2(5)h + h^2]$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16(25 + 10h + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 400 + 160h + 16h^2$.	4
	Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan	(3) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	(iii). $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(400+160h+16h^2)-400}{h}$	4

	permasalahan dan menarik kesimpulan.		$\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{160h + 16h^2}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(160 + 16h)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} 160 + 16h$ $\Leftrightarrow v = 160 + 16(0)$ $\Leftrightarrow v = 160.$	
	(4) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Jadi, kecepatan benda pada saat 5 detik adalah 160 m/s.		2
		Skor minimal = 0	Skor maksimal = 14	
2a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		Diketahui: $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$	1
			Ditanya: (1) banyak kultur berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ (2) aju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ (3) laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$.	1

2b	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diberikan.	(1) Menyusun dugaan.	Unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
2c	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.	(2) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	<p>Penyelesaian:</p> <p>(1) banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$.</p> <p>$[2; f(2)]$ $[2,01; f(2,01)]$ $[t; f(t)]$</p> <p>Sehingga $f(2) \leq f(t) \leq f(2,01)$.</p> <p>Ilustrasi gambar sebagai berikut.</p> 	4

			$f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}2^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}(4) + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = 2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = 3.$ $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(2,01)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(4,0401) + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = 2,02005 + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = 3,02005.$ $f(t) = f(2,01) - f(2)$ $\Leftrightarrow f(t) = 3,02005 - 3$ $\Leftrightarrow f(t) = 0,2005.$	
--	--	--	---	--

			Jadi, $f(t) = 0,2005$; $2 \leq t \leq 2,01$.	
	Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a dan 2b, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2c.	(3) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	<p>(2) Laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$.</p> $v(t) = \frac{f(t)}{t}$ $\Leftrightarrow v(2,01 - 2) = \frac{0,02005}{2,01 - 2}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = \frac{0,02005}{0,01}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = 2,005.$ <p>Jadi, $v(t) = 2,005$; $2 \leq t \leq 2,01$.</p> <p>(3) Laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$.</p> $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = 3.$ $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(t + h) = \frac{1}{2}(t + h)^2 + 1$	4

			$\Leftrightarrow f(2+h) = \frac{1}{2}(2+h)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2+h) = \frac{1}{2}(4+4h+h^2) + 1$ $\Leftrightarrow f(2+h) = 2+2h+\frac{1}{2}h^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2+h) = \frac{1}{2}h^2 + 2h + 3.$ $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{2}h^2 + 2h + 3\right) - 3}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}h^2 + 2h}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h\left(\frac{1}{2}h + 2\right)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2}h + 2$	
--	--	--	--	--

			$\Leftrightarrow v = \frac{1}{2}(0) + 2$ $\Leftrightarrow v = 2.$ <p>Jadi, $v_{rata-rata}(2) = 2.$</p>	
	(4) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	(1) Jadi, banyak kultur bakteri yang berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 0,02005 gram.		4
		(2) Jadi, laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 2,005 gram/detik.		
		(2) Jadi, laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$ adalah 2 gram/detik.		
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 16				
Total skor maksimal = 30				
Nilai = $\frac{\text{skor perolehan}}{\text{total skor maksimal}} \times 100$				

Lampiran 8

No	Indikator Kemampuan Penalaran Adaptif	Aspek yang dinilai dan rubrik penilaian	Skor
1a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
1b	Menyusun dugaan.	Unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
		Unsur 1a tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
1c	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 1a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 1a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan unsur 1a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan unsur 1a untuk menyelesaikan masalah	1

		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah dengan benar.	2
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah tidak benar.	1
		Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 14			
2a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
2b	Menyusun dugaan.	Unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2

		Unsur 2a tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
2c	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 2a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 2a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan unsur 2a untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan unsur 2a untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) serta menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) untuk menyelesaikan masalah.	1

		Tidak menjawab.	0
Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan (3) dengan benar.	4
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), atau (3) dengan benar.	3
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan (3) tidak benar.	2
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), atau (3) tidak benar.	1
		Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 16			
Total skor maksimal = 30			
$\text{Nilai} = \frac{\text{skor perolehan}}{\text{total skor maksimal}} \times 100$			

Lampiran 9

**HASIL ANALISIS BUTIR SOAL UJI COBA KEMAMPUAN
PENALARAN ADAPTIF SISWA**

NO	KODE	BUTIR SOAL (X)		SKOR	
		1	2	TOTAL (Y)	
		14	16	30	
1	UC-14	14	10	24	KELOMPOK ATAS
2	UC-10	11	11	22	
3	UC-19	10	10	20	
4	UC-21	10	10	20	
5	UC-13	12	7	19	
6	UC-29	10	9	19	
7	UC-30	10	9	19	
8	UC-15	10	8	18	
9	UC-20	11	7	18	
10	UC-32	9	9	18	
11	UC-1	10	7	17	
12	UC-2	9	8	17	
13	UC-4	9	8	17	
14	UC-12	10	7	17	
15	UC-27	10	6	16	
16	UC-11	10	5	15	
17	UC-18	10	5	15	
18	UC-22	9	6	15	
19	UC-23	10	4	15	
20	UC-33	7	7	15	
21	UC-3	11	4	14	
22	UC-5	9	7	14	
23	UC-6	10	3	14	
24	UC-8	8	5	14	
25	UC-16	10	4	14	
26	UC-25	8	6	14	KELOMPOK BAWAH
27	UC-26	10	4	14	
28	UC-14	10	4	14	
29	UC-31	6	7	13	
30	UC-7	9	3	12	
31	UC-24	8	4	12	

32	UC-28	9	3	12	
33	UC-17	5	6	11	
34	UC-9	6	4	10	
Validitas	$\sum X_i$	321	217	538	
	$(\sum X_i)^2$	103041	47089	289444	
	$\sum X_i^2$	3125	1553	8842	
	$\sum X_i Y$	5207	3635		
	r_{XY}	0,724	0,856		
	Kriteria	Tinggi	Sangat Tinggi		
Taraf Kesukaran	\bar{X}	9,441	6,382		
	Skor Maks	14	16		
	TK	0,67	0,40		
	Kriteria	Sedang	Sedang		
Daya Pembeda	\bar{X}_A	10,889	9,000		
	\bar{X}_B	7,889	4,556		
	Skor Maks	14	11		
	DP	0,21	0,28		
	Kriteria	Cukup	Cukup		
Reliabilitas	σ_i^2	2,860	5,092		
	$\sum(\sigma_i)^2$	7,952			
	σ_t^2	9,968			
	r_{11}	0,41			
	Kriteria	Cukup			
Kriteria Butir Soal		Digunakan	Digunakan		

Lampiran 10

PERHITUNGAN VALIDITAS BUTIR SOAL

Rumus:

$$r_{XY} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

(Arikunto, 2009: 72)

Kriteria:

$0,800 < r_{XY} \leq 1,000$; sangat tinggi

$0,600 < r_{XY} \leq 0,800$; tinggi

$0,400 < r_{XY} \leq 0,600$; cukup

$0,200 < r_{XY} \leq 0,400$; rendah

$0,000 < r_{XY} \leq 0,200$; sangat rendah

(Arikunto, 2009: 75).

Perhitungan:

(1) Butir soal nomor 1

NO	KODE	X_1	Y	X^2	Y^2	XY
1	UC-1	10	17	100	289	170
2	UC-2	9	17	81	289	153
3	UC-3	10	14	100	196	140
4	UC-4	9	17	81	289	153
5	UC-5	7	14	49	196	98
6	UC-6	11	14	121	196	154
7	UC-7	9	12	81	144	108
8	UC-8	9	14	81	196	126
9	UC-9	6	10	36	100	60
10	UC-10	11	22	121	484	242
11	UC-11	10	15	100	225	150
12	UC-12	10	17	100	289	170
13	UC-13	12	19	144	361	228
14	UC-14	14	24	196	576	336
15	UC-15	10	18	100	324	180
16	UC-16	10	14	100	196	140
17	UC-17	5	11	25	121	55
18	UC-18	10	15	100	225	150

19	UC-19	10	20	100	400	200
20	UC-20	11	18	121	324	198
21	UC-21	10	20	100	400	200
22	UC-22	9	15	81	225	135
23	UC-23	10	15	100	225	150
24	UC-24	8	12	64	144	96
25	UC-25	8	14	64	196	112
26	UC-26	10	14	100	196	140
27	UC-27	10	16	100	256	160
28	UC-28	9	12	81	144	108
29	UC-29	10	19	100	361	190
30	UC-30	10	19	100	361	190
31	UC-31	6	13	36	169	78
32	UC-32	9	18	81	324	162
33	UC-33	9	15	81	225	135
34	UC-34	10	14	100	196	140
Jumlah		321	538	3125	8842	5207

$$r_{XY} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

$$\Leftrightarrow r_{XY} = \frac{34(5270) - (321)(538)}{\sqrt{\{34(3125) - (321)^2\} \{34(8842) - (538)^2\}}}$$

$$\Leftrightarrow r_{XY} = 0,724.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi validitas butir soal nomor 1 adalah tinggi.

(2) Butir soal nomor 2

NO	KODE	X ₂	Y	X ²	Y ²	XY
1	UC-1	7	17	49	289	170
2	UC-2	8	17	64	289	153
3	UC-3	4	14	16	196	140
4	UC-4	8	17	64	289	153
5	UC-5	7	14	49	196	98
6	UC-6	3	14	9	196	154
7	UC-7	3	12	9	144	108
8	UC-8	5	14	25	196	126
9	UC-9	4	10	16	100	60
10	UC-10	11	22	121	484	242
11	UC-11	5	15	25	225	150
12	UC-12	7	17	49	289	170
13	UC-13	7	19	49	361	228

14	UC-14	10	24	100	576	336
15	UC-15	8	18	64	324	180
16	UC-16	4	14	16	196	140
17	UC-17	6	11	36	121	55
18	UC-18	5	15	25	225	150
19	UC-19	10	20	100	400	200
20	UC-20	7	18	49	324	198
21	UC-21	10	20	100	400	200
22	UC-22	6	15	36	225	135
23	UC-23	5	15	25	225	150
24	UC-24	4	12	16	144	96
25	UC-25	6	14	36	196	112
26	UC-26	4	14	16	196	140
27	UC-27	6	16	36	256	160
28	UC-28	3	12	9	144	108
29	UC-29	9	19	81	361	190
30	UC-30	9	19	81	361	190
31	UC-31	7	13	49	169	78
32	UC-32	9	18	81	324	162
33	UC-33	6	15	36	225	135
34	UC-34	4	14	16	196	140
Jumlah		217	538	1553	8842	5207

$$r_{XY} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

$$\Leftrightarrow r_{XY} = \frac{34(5207) - (217)(538)}{\sqrt{\{34(1553) - (217)^2\} \{34(8842) - (538)^2\}}}$$

$$\Leftrightarrow r_{XY} = 0,856.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi validitas butir soal nomor 2 adalah sangat tinggi.

Lampiran 11

PERHITUNGAN TARAF KESUKARAN BUTIR SOAL

Rumus:

$$TK = \frac{\text{rata-rata skor tiap butir soal}}{\text{skor maksimum tiap butir soal}}$$

(Arifin, 2013: 135)

Kriteria:

$0,00 \leq TK \leq 0,30$; soal termasuk kriteria sukar

$0,31 \leq TK \leq 0,70$; soal termasuk kriteria sedang

$0,71 \leq TK \leq 1,00$; soal termasuk kriteria mudah

(Arifin, 2013: 135).

Perhitungan:

Butir Soal Nomor	1	2
Rata-rata Skor	9,441	6,382
Skor Maksimum Tiap Butir Soal	14	16

(1) Butir soal nomor 1

$$TK = \frac{\text{rata-rata skor tiap butir soal}}{\text{skor maksimum tiap butir soal}}$$

$$\Leftrightarrow TK = \frac{9,441}{14}$$

$$\Leftrightarrow TK = 0,67.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi taraf kesukaran butir soal nomor 1 adalah sedang.

(2) Butir soal nomor 2

$$TK = \frac{\text{rata-rata skor tiap butir soal}}{\text{skor maksimum tiap butir soal}}$$

$$\Leftrightarrow TK = \frac{6,382}{16}$$

$$\Leftrightarrow TK = 0,40.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi taraf kesukaran butir soal nomor 2 adalah sedang.

Lampiran 12

PERHITUNGAN DAYA BEDA BUTIR SOAL**Rumus:**

$$DP = \frac{\bar{X}_{KA} - \bar{X}_{KB}}{\text{Skor Maksimum}}$$

(Arifin, 2013: 133).

Kriteria:

$DP \geq 0,40$; sangat baik

$0,30 \leq DP \leq 0,39$; baik

$0,20 \leq DP \leq 0,29$; cukup, soal perlu perbaikan

$DP \leq 0,19$; kurang baik

(Arifin, 2013: 133).

Perhitungan:

(1) Butir soal nomor 1

Kelompok Atas			Kelompok Bawah		
No	Kode Siswa	Skor	No	Kode Siswa	Skor
1	UC-14	14	26	UC-25	8
2	UC-10	11	27	UC-26	10
3	UC-19	10	28	UC-14	10
4	UC-21	10	29	UC-31	6
5	UC-13	12	30	UC-7	9
6	UC-29	10	31	UC-24	8
7	UC-30	10	32	UC-28	9
8	UC-15	10	33	UC-17	5
9	UC-20	11	34	UC-9	6
Rata-rata		10,889	Rata-rata		7,889

$$DP = \frac{\bar{X}_{KA} - \bar{X}_{KB}}{\text{Skor Maksimum}}$$

$$\Leftrightarrow DP = \frac{10,889 - 7,889}{14}$$

$$\Leftrightarrow DP = 0,21.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi daya pembeda butir soal nomor 1 adalah cukup, soal perlu perbaikan.

(2) Butir soal nomor 2

Kelompok Atas			Kelompok Bawah		
No	Kode Siswa	Skor	No	Kode Siswa	Skor
1	UC-14	10	26	UC-25	6
2	UC-10	11	27	UC-26	4
3	UC-19	10	28	UC-14	4
4	UC-21	10	29	UC-31	7
5	UC-13	7	30	UC-7	3
6	UC-29	9	31	UC-24	4
7	UC-30	9	32	UC-28	3
8	UC-15	8	33	UC-17	6
9	UC-20	7	34	UC-9	4
Rata-rata		9,000	Rata-rata		4,556

$$DP = \frac{\bar{X}_{KA} - \bar{X}_{KB}}{\text{Skor Maksimum}}$$

$$\Leftrightarrow DP = \frac{9,000 - 4,556}{16}$$

$$\Leftrightarrow DP = 0,28.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi daya pembeda butir soal nomor 2 adalah cukup, soal perlu perbaikan.

Lampiran 13

PERHITUNGAN RELIABILITAS SOAL

Rumus:

$$r_{11} = \left[\frac{n}{(n-1)} \right] \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right]$$

(Arikunto, 2009: 109).

Kriteria:

$0,00 \leq r_{11} \leq 0,20$; sangat rendah

$0,21 \leq r_{11} \leq 0,40$; rendah

$0,41 \leq r_{11} \leq 0,60$; cukup

$0,61 \leq r_{11} \leq 0,80$; tinggi

$0,81 \leq r_{11} \leq 1,00$; sangat tinggi

(Arikunto, 2003: 75).

Perhitungan:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}{N} \qquad \sigma_t^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}{N} .$$

Butir Soal Nomor	1	2	$\sum \sigma_i^2$
σ_i^2	2,776	4,942	7,718
σ_t^2	9,675		

$$r_{11} = \left[\frac{n}{(n-1)} \right] \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right]$$

$$\Leftrightarrow r_{11} = \left[\frac{2}{(2-1)} \right] \left[1 - \frac{7,718}{9,675} \right]$$

$$\Leftrightarrow r_{11} = 0,41.$$

Sesuai dengan kriteria, maka interpretasi reliabilitas soal adalah cukup.

Lampiran 14

RANGKUMAN ANALISIS BUTIR SOAL UJI COBA KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA

- Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang.
 Mata Pelajaran : Matematika.
 Kelas/Semester : X / 2.
 Topik : Limit Fungsi Aljabar.
 Sub Topik : Sifat-sifat Limit Fungsi.
 Kompetensi Dasar : 3.20 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh.
 5. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.
 Jumlah Soal : 2 butir soal uraian.
 Alokasi Waktu : 60 menit.

No	Indikator Soal	Butir Soal Nomor	Validitas	Taraf Kesukaran	Daya Pembeda	Reliabilitas	Kesimpulan
1	Diberikan masalah dalam ilmu fisika (kecepatan atau laju sesaat), siswa dapat menentukan nilai limit apabila diketahui fungsi aljabar.	1	Tinggi 0,724	Sedang 0,67	Cukup 0,21	Cukup 0,41	Digunakan, soal perlu perbaikan.
		2	Sangat Tinggi 0,856	Sedang 0,40	Cukup 0,28		Digunakan, soal perlu perbaikan.

Berdasarkan tabel tersebut, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

a. Validitas

a.1 Valid : 2 butir soal.

a.2 Tidak valid : 0 butir soal.

b. Taraf Kesukaran

b.1 Sukar : 0 butir soal.

b.2 Sedang : 2 butir soal.

b.3 Mudah : 0 butir soal.

c. Daya Pembeda

c.1 Sangat baik : 0 butir soal.

c.2 Baik : 0 butir soal.

c.3 Cukup : 2 butir soal.

c.4 Kurang baik : 0 butir soal.

d. Reliabilitas

d.1 Sangat rendah : 0 butir soal.

d.2 Rendah : 0 butir soal.

d.3 Cukup : 2 butir soal.

d.4 Tinggi : 0 butir soal.

d.5 Sangat tinggi : 0 butir soal.

Jumlah butir soal yang layak digunakan dalam penelitian ada 2 butir soal.

Jumlah butir soal yang digunakan dalam penelitian sebanyak 2 butir soal, yaitu butir soal nomor 1 dan 2.

Lampiran 15

PERBAIKAN SOAL UJI COBA
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA

No Soal	Soal Uji Coba	Perbaikan Soal Uji Coba
1	<p>Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ pada saat 5 detik?</p> <p>d. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan. e. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut? f. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	<p>Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ pada saat 5 detik?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan. b. Berapakah jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik? c. Apakah unsur 1a dan 1 b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut? d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>

2	<p>Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?</p> <p>d. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan. e. Apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut? f. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	<p>Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan. b. Seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik? c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut? d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>
---	--	---

No Soal	Perbaikan Soal	Alasan Soal Mampu Mengukur Kemampuan Penalaran Adaptif	Respon yang Diharapkan dari Siswa
1	Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ pada saat 5 detik? a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan. b. Berapakah jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik? c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut? d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.	(2) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan pada nomor 1a dan 1b.	(5) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.
		(6) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(5) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(6) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan serta melakukan penarikan kesimpulan.	(7) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan.
		(7) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(8) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

2	<p>Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.</p> <p>b. Seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik?</p> <p>c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?</p> <p>d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	(1) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan pada nomor 2a dan 2b.	(1) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.
		(3) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(4) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(5) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan.	(4) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a, 2b, dan 2c kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2d.
		(5) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(5) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

Lampiran 16

**KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN PERBAIKAN SOAL UJI COBA
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA**

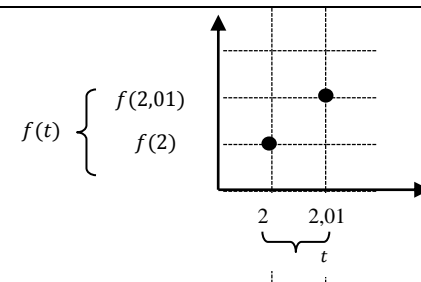
No	Kriteria Penilaian	Indikator	Uraian Penyelesaian	Skor
1a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		Diketahui: $f(t) = 16t^2$. Untuk $t=1$ (dalam detik), $f(1) = 16$. $t=2$ (dalam detik), $f(2) = 64$.	1
			Ditanya: kecepatan sesaat benda pada saat 5 detik, dengan $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ dan $c = t$.	1
1b	Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik		(iii). $f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c + h)^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c^2 + 2ch + h^2)$. (iv). $f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c) = 16c^2$.	3

1c	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.	(5) Menyusun dugaan.	Unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
1d	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.	(6) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Penyelesaian: Untuk $c = t = 5$. (i). $f(c) = 16c^2$ $\Leftrightarrow f(5) = 16(5)^2$ $\Leftrightarrow f(5) = 16(25)$ $\Leftrightarrow f(5) = 400$. (ii). $f(c + h) = 16(c^2 + 2ch + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16[5^2 + 2(5)h + h^2]$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16(25 + 10h + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 400 + 160h + 16h^2$.	4

Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan dan menarik kesimpulan.	(7) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	$(iv). v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(400+160h+16h^2)-400}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{160h+16h^2}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(160+16h)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} 160 + 16h$ $\Leftrightarrow v = 160 + 16(0)$ $\Leftrightarrow v = 160.$	4
	(8) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Jadi, kecepatan benda pada saat 5 detik adalah 160 m/s.	2
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17			

2a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		Diketahui: $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$	1
			Ditanya: (4) banyak kultur berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ (5) aju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ (6) laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$.	1
2b	Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(2 + h)$ detik dan pada saat 2 detik		(i). $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = 3.$ (ii). $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(t + h) = \frac{1}{2}(t + h)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = \frac{1}{2}(2 + h)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = \frac{1}{2}(4 + 4h + h^2) + 1$	3

			$\Leftrightarrow f(2+h) = 2 + 2h + \frac{1}{2}h^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2+h) = \frac{1}{2}h^2 + 2h + 3.$	
2b	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diberikan.	(3) Menyusun dugaan.	Unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
2c	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.	(4) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Penyelesaian: (5) banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01.$ $[2; f(2)]$ $[2,01; f(2,01)]$ $[t; f(t)]$ Sehingga $f(2) \leq f(t) \leq f(2,01).$ Ilustrasi gambar sebagai berikut.	4



$$f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}2^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}(4) + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = 2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = 3.$$

$$f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(2,01)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(4,0401) + 1$$

			$\Leftrightarrow f(2,01) = 2,02005 + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = 3,02005.$ $f(t) = f(2,01) - f(2)$ $\Leftrightarrow f(t) = 3,02005 - 3$ $\Leftrightarrow f(t) = 0,2005.$ <p>Jadi, $f(t) = 0,2005; 2 \leq t \leq 2,01.$</p>	
Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a dan 2b, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2c.	(4) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	(6) Laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01.$	$v(t) = \frac{f(t)}{t}.$ $\Leftrightarrow v(2,01 - 2) = \frac{0,02005}{2,01 - 2}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = \frac{0,02005}{0,01}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = 2,005.$ <p>Jadi, $v(t) = 2,005; 2 \leq t \leq 2,01.$</p>	

			<p>(7) Laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$.</p> $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{2}h^2 + 2h + 3\right) - 3}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}h^2 + 2h}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h\left(\frac{1}{2}h + 2\right)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2}h + 2$ $\Leftrightarrow v = \frac{1}{2}(0) + 2$ $\Leftrightarrow v = 2.$ <p>Jadi, $v_{rata-rata}(2) = 2$.</p>	
		(8) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	(3) Jadi, banyak kultur bakteri yang berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 0,02005 gram.	3

			(3) Jadi, laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 2,005 gram/detik.	
			(3) Jadi, laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$ adalah 2 gram/detik.	
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 18				
Total skor maksimal = 35				

Lampiran 17

Lampiran 17No	Indikator Kemampuan Penalaran Adaptif	Aspek yang dinilai dan rubrik penilaian	Skor
1a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
1b		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik dengan benar.	3
		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik tetapi terdapat sedikit kesalahan.	2
		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik tetapi terdapat banyak kesalahan.	1
		Tidak menjawab.	0
1c	Menyusun dugaan.	Unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
		Unsur 1a dan 1b tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
1d	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap	Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3

	kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah dengan benar.	2
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah tidak benar.	1
		Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
	Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17		
2a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
2b		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik dengan benar.	3
		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik	2

		dan selama 2 detik, tetapi terdapat sedikit kesalahan.	
		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik, tetapi terdapat banyak kesalahan.	1
		Tidak menjawab.	0
2c	Menyusun dugaan.	Unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
		Unsur 2a dan 2b tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
2d	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) serta menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3

		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) untuk menyelesaikan masalah.	1
		Tidak menjawab.	0
Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan (3) dengan benar.	3
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan atau (3) tidak benar.	2
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), atau (3) tidak benar.	1
		Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17			
Total skor maksimal = 35			
$\text{Nilai} = \frac{\text{skor perolehan}}{\text{total skor maksimal}} \times 100$			

Lampiran 18

KISI-KISI SOAL KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X / 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Kompetensi Dasar	: 3.21 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh. 6. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.
Alokasi Waktu	: 90 menit

Indikator Soal	Aspek yang diukur	Nomor	Bentuk Soal
Diberikan masalah dalam ilmu fisika (kecepatan atau laju sesaat), siswa dapat menentukan nilai limit apabila diketahui fungsi aljabar.	Penalaran adaptif	1, 2	Uraian

Keterangan indikator kemampuan penalaran adaptif adalah sebagai berikut.

- (1) Menyusun dugaan.
- (2) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.
- (3) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.
- (4) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.

No Soal	Soal Kemampuan Penalaran Adaptif	Alasan Soal Mampu Mengukur Kemampuan Penalaran Adaptif	Respon yang Diharapkan dari Siswa
1	<p>Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ pada saat 5 detik?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.</p> <p>b. Berapakah jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik?</p> <p>c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?</p> <p>d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	(1) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan pada nomor 1a dan 1b.	(1) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.
		(2) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(2) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(3) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan serta melakukan penarikan kesimpulan.	(3) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan.
		(4) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(4) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

2	<p>Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?</p> <p>a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.</p> <p>b. Seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik?</p> <p>c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?</p> <p>d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.</p>	(1) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa dalam menyusun dugaan jawaban dari soal yang diberikan pada nomor 2a dan 2b.	(1) Siswa dapat memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.
		(2) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan pemeriksaan suatu argumen yang telah ditetapkan siswa berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis mengenai pernyataan dugaan jawaban dari soal yang diberikan.	(2) Siswa dapat memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.
		(3) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa menemukan pola untuk digeneralisasikan serta menggunakan pola yang terbentuk dalam menyelesaikan permasalahan.	(3) Siswa dapat memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a, 2b, dan 2c kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2d.
		(4) Soal memiliki jawaban yang membutuhkan siswa melakukan penarikan kesimpulan mengenai soal yang diberikan.	(4) Siswa dapat memberikan jawaban dengan penarikan kesimpulan berdasarkan penyelesaian soal yang diberikan.

Lampiran 19

SOAL ULANGAN HARIAN

SMA NEGERI 1 UNGARAN

TAHUN PELAJARAN 2014 / 2015

Mata Pelajaran : Matematika	Hari/Tanggal : Kamis / 9-4-2015
Materi : Limit Fungsi Aljabar	Jumlah Soal : 4 butir soal uraian
Kelas/Semester : X / 2	Waktu : 80 menit

Petunjuk pengerjaan soal:

1. Tulislah identitasmu meliputi nama, kelas, dan nomor presensi di pojok kanan atas pada lembar jawaban.
2. Periksa kelengkapan butir soal.
3. Kerjakan tiap butir soal dengan urut, rapi, dan benar.
4. Bekerjalah secara mandiri dan jujur.
5. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

1. Suatu percobaan yang dilakukan dengan menjatuhkan benda di ruang hampa menunjukkan bahwa apabila dimulai dalam keadaan diam, maka benda tersebut jatuh sejauh $f(t) = 16t^2$. Dengan kata lain, benda jatuh 16 meter dalam detik pertama dan 64 meter selama 2 detik. Jadi, kecepatan benda tersebut makin lama makin cepat seiring waktu berlalu. Berapakah kecepatan sesaat benda $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$ pada saat 5 detik?
 - a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.
 - b. Berapakah jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik?
 - c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?
 - d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.

2. Suatu kultur bakteri berkembang sehingga mempunyai massa sebesar $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gram setelah t detik. Seberapa banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$? Berapa laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$?
 - a. Tulislah apa yang diketahui dan ditanyakan.
 - b. Seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik?
 - c. Apakah unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?
 - d. Carilah solusi dari permasalahan tersebut.

Lampiran 20

KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN PERBAIKAN SOAL UJI COBA
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA

No	Kriteria Penilaian	Indikator	Uraian Penyelesaian	Skor
1a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		<p>Diketahui:</p> $f(t) = 16t^2.$ <p>Untuk $t=1$ (dalam detik), $f(1) = 16.$</p> <p style="padding-left: 40px;">$t=2$ (dalam detik), $f(2) = 64.$</p>	1
			<p>Ditanya:</p> <p>kecepatan sesaat benda pada saat 5 detik, dengan</p> $v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h} \text{ dan } c = t.$	1

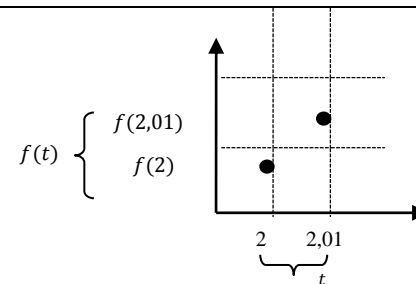
1b	Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik		$(v). f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c + h)^2$ $\Leftrightarrow f(c + h) = 16(c^2 + 2ch + h^2).$ $(vi). f(t) = 16t^2$ $\Leftrightarrow f(c) = 16c^2 .$	3
1c	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah apakah unsur 1a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menganalisis data yang diketahui.	(9) Menyusun dugaan.	Unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
1d	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap	(10) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan	Penyelesaian: Untuk $c = t = 5.$ $(iii). f(c) = 16c^2$	4

jawabannya.	alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	$\Leftrightarrow f(5) = 16(5)^2$ $\Leftrightarrow f(5) = 16(25)$ $\Leftrightarrow f(5) = 400.$ $(iv). f(c + h) = 16(c^2 + 2ch + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16[5^2 + 2(5)h + h^2]$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 16(25 + 10h + h^2)$ $\Leftrightarrow f(5 + h) = 400 + 160h + 16h^2.$	
Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan dan menarik kesimpulan.	(11) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	$(v). v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(400+160h+16h^2)-400}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{160h+16h^2}{h}$	4

			$\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(160 + 16h)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} 160 + 16h$ $\Leftrightarrow v = 160 + 16(0)$ $\Leftrightarrow v = 160.$	
		(12) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Jadi, kecepatan benda pada saat 5 detik adalah 160 m/s.	2
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17				
2a	Menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.		Diketahui: $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$	1
			Ditanya: (7) banyak kultur berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ (8) laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$	1

			(9) laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$.	
2b	Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(2 + h)$ detik dan pada saat 2 detik		<p>(iii). $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2) = 3.$</p> <p>(iv). $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(t + h) = \frac{1}{2}(t + h)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = \frac{1}{2}(2 + h)^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = \frac{1}{2}(4 + 4h + h^2) + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = 2 + 2h + \frac{1}{2}h^2 + 1$ $\Leftrightarrow f(2 + h) = \frac{1}{2}h^2 + 2h + 3.$</p>	3
2b	Memberikan dugaan jawaban mengenai apakah unsur 2a cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan	(5) Menyusun dugaan.	Unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2

	menganalisis data yang diberikan.			
2c	Memeriksa argumen dari soal yang diberikan, yakni, dengan disertai langkah yang sistematis dan dapat memberikan alasan yang logis terhadap jawabannya.	(6) Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Penyelesaian: (9) banyak kultur ini berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$. $[2; f(2)]$ $[2,01; f(2,01)]$ $[t; f(t)]$ Sehingga $f(2) \leq f(t) \leq f(2,01)$. Ilustrasi gambar sebagai berikut.	4



$$f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}2^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{2}(4) + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = 2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2) = 3.$$

$$f(t) = \frac{1}{2}t^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(2,01)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(2,01) = \frac{1}{2}(4,0401) + 1$$

			$\Leftrightarrow f(2,01) = 2,02005 + 1$ $\Leftrightarrow f(2,01) = 3,02005.$ $f(t) = f(2,01) - f(2)$ $\Leftrightarrow f(t) = 3,02005 - 3$ $\Leftrightarrow f(t) = 0,2005.$ <p>Jadi, $f(t) = 0,2005; 2 \leq t \leq 2,01.$</p>	
Memberikan jawaban dengan menemukan pola yang disajikan dari soal dan jawaban nomor 2a dan 2b, kemudian menggeneralisasikan pola tersebut untuk menyelesaikan permasalahan nomor 2c.	(5) Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	(10) Laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01.$	$v(t) = \frac{f(t)}{t}.$ $\Leftrightarrow v(2,01 - 2) = \frac{0,02005}{2,01 - 2}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = \frac{0,02005}{0,01}$ $\Leftrightarrow v(0,01) = 2,005.$ <p>Jadi, $v(t) = 2,005; 2 \leq t \leq 2,01.$</p>	
		(11) Laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2.$	$v = \lim_{h \rightarrow 0} v_{rata-rata}$	

		$\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{2}h^2 + 2h + 3\right) - 3}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}h^2 + 2h}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h\left(\frac{1}{2}h + 2\right)}{h}$ $\Leftrightarrow v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2}h + 2$ $\Leftrightarrow v = \frac{1}{2}(0) + 2$ $\Leftrightarrow v = 2.$ <p>Jadi, $v_{rata-rata}(2) = 2.$</p>	
	(12) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	(4) Jadi, banyak kultur bakteri yang berkembang selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 0,02005 gram.	3
		(4) Jadi, laju perkembangan rata-rata selama interval $2 \leq t \leq 2,01$ adalah 2,005 gram/detik.	

			(4) Jadi, laju perkembangan sesaatnya pada $t = 2$ adalah 2 gram/detik.	
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 18				
Total skor maksimal = 35				

Lampiran 21

No	Indikator Kemampuan Penalaran Adaptif	Aspek yang dinilai dan rubrik penilaian	Skor
1a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
1b		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik dengan benar.	3
		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik tetapi terdapat sedikit kesalahan.	2
		Menentukan jarak benda yang jatuh pada saat $(c + h)$ detik dan pada saat c detik tetapi terdapat banyak kesalahan.	1
		Tidak menjawab.	0
1c	Menyusun dugaan.	Unsur 1a dan 1b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
		Unsur 1a dan 1b tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
1d	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2

		Tidak menggunakan unsur 1a dan 1b untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola yang diketahui untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah dengan benar.	2
		Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah tidak benar.	1
		Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17			
2a		Menuliskan apa yang diketahui dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang diketahui dari soal.	0
		Menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	1
		Tidak menuliskan apa yang ditanyakan dari soal.	0
2b		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik dengan benar.	3
		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik, tetapi terdapat sedikit kesalahan.	2
		Menentukan seberapa banyak kultur bakteri berkembang selama $(2 + h)$ detik dan selama 2 detik, tetapi terdapat banyak kesalahan.	1

		Tidak menjawab.	0
2c	Menyusun dugaan.	Unsur 2a dan 2b cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	2
		Unsur 2a dan 2b tidak cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.	1
		Tidak menjawab.	0
2d	Memeriksa kesahihan suatu argumen dengan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan.	Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dan menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah yang diberikan tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan unsur 2a dan 2b untuk menyelesaikan masalah	1
		Tidak menjawab.	0
	Menemukan pola pada suatu gejala matematis.	Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) serta menghitung dengan benar.	4
		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat sedikit kesalahan dalam menghitung.	3
		Menggunakan pola pada penyelesaian masalah (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) tetapi terdapat banyak kesalahan dalam menghitung.	2
		Tidak menggunakan pola (1) untuk menyelesaikan masalah (2) dan (3) untuk menyelesaikan masalah.	1
		Tidak menjawab.	0
Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan (3) dengan benar.	3	
	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), dan atau (3) tidak benar.	2	
	Menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah (1), (2), atau (3) tidak benar.	1	

	Tidak menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah.	0
Skor minimal = 0 Skor maksimal = 17		
Total skor maksimal = 35		
Nilai = $\frac{\text{skor perolehan}}{\text{total skor maksimal}} \times 100$		

Lampiran 22

PENGGALAN SILABUS MATA PELAJARAN MATEMATIKA (WAJIB)

Satuan Pendidikan : SMA

Kelas : X

Kompetensi Inti :

KI 1	:	Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
KI 2	:	Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
KI 3	:	Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
KI 4	:	Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Pembelajaran	Penilaian	Alokasi Waktu	Sumber Belajar
1. Menghayati dan mengamalkan agama yang dianutnya. 2.1 Memiliki motivasi internal, kemampuan bekerjasama, konsisten, sikap disiplin, rasa percaya diri, dan sikap toleransi dalam perbedaan strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah. 2.3 Menunjukkan sikap bertanggung jawab, rasa ingin tahu, jujur dan perilaku peduli					

lingkungan.					
3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit ungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	<p>Mengamati Membaca mengenai pengertian limit fungsi aljabar melalui penerapan dalam konteks nyata, mengamati contoh penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar.</p> <p>Menanya Membuat pertanyaan mengenai pengertian limit fungsi aljabar, penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar.</p> <p>Mengeksplorasi Menentukan unsur-unsur yang terdapat pada pola-pola barisan dan deret aritmatika dan geometri.</p> <p>Mengasosiasi Menganalisis dan membuat kategori dari unsur-unsur yang</p>	<p>Tugas a. Membaca mengenai pengertian limit fungsi aljabar melalui penerapan dalam konteks nyata, mengamati contoh penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar. b. Mengerjakan latihan soal-soal aturan dan sifat limit fungsi aljabar dalam masalah nyata.</p> <p>Portofolio Menyusun dan membuat rangkuman dari tugas-tugas yang sudah diselesaikan, kemudian membuat refleksi diri.</p> <p>Tes</p>	3 x4 jam pelajaran	<p>a. uku Teks Pelajaran Matematika kelas X.</p> <p>b. Buku referensi dan artikel.</p> <p>c. Internet.</p>

		<p>terdapat pada limit fungsi aljabar, aturan, dan sifat limit fungsi aljabar, kemudian menghubungkan unsur-unsur yang sudah dikategorikan sehingga dapat dibuat kesimpulan mengenai pengertian limit fungsi aljabar, penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar dalam masalah nyata.</p> <p>Mengomunikasikan Menyampaikan pengertian limit fungsi aljabar, penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar dalam masalah nyata. dengan lisan, dan tulisan.</p>	<p>Tes tertulis bentuk uraian mengenai penggunaan aturan dan sifat limit fungsi aljabar dalam masalah nyata.</p>		
4. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.					

Lampiran 23

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-1 KELOMPOK EKSPERIMEN 1
(DL dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card*)

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X MIPA 2 / 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan	: 1. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh. 2. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti SMA Kelas X

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghayati dan mengamalkan perilaku disiplin, bekerjasama, dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.1 Memiliki sikap disiplin dan kemampuan bekerjasama menyusun strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.	2.3.1 Siswa dapat bersikap disiplin, yaitu menyelesaikan tes formatif dan <i>index card</i> yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan. 2.3.2 Siswa dapat memiliki kemampuan bekerjasama melakukan penemuan (<i>discovery</i>) terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantuan <i>index card</i> .
3.22 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.1 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
4.16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.1 Siswa mampu memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dan model pembelajaran *discovery learning* berbantuan *index card*, siswa diharapkan bersikap disiplin dan memiliki kemampuan bekerjasama serta mampu:

1. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh
2. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

D. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 24).

E. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah *discovery learning* berbantuan *index card*. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif mengajukan pertanyaan sendiri dan melakukan temuan lagi (*discovery*) terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

Media:

1. Papan tulis.
2. Spidol dan penghapus.
3. LCD.
4. Laptop.
5. Penggaris.
6. *Index Card*.
7. Lembar penilaian sikap.
8. Latihan Soal.
9. Soal tes formatif.

Sumber:

1. Buku guru kelas X hlm 466 s.d 472.
2. Buku siswa kelas X hlm 129 s.d 134.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 2. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 3. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 4. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi. 5. Guru menayangkan judul pembelajaran di layar LCD slide 1 (lampiran 31). 6. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 7. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN. 8. Guru menyampaikan apersepsi yaitu sebutkan bilangan real yang paling dekat dengan 1. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menayangkan contoh kegunaan limit fungsi yaitu dalam bidang kedokteran untuk menolong penderita rabun jauh (<i>stimulation</i>) (slide 2 dan 3) (lampiran 31). 2. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing. <ol style="list-style-type: none"> a. Tentukan nilai limit fungsi berikut. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$ b. Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$ Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. 	80 menit

Penyelesaian:

$$a. \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

Atau

jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut.

x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

b. Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 3 \\ x - 1, & x > 3. \end{cases}$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$$

(*problem statement*).

- Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.
- Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor 1a) dan 1b) (**mengamati**).
- Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati (**menanya**).

	<p>6. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati di buku catatan masing-masing (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>7. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>8. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis. (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>9. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu (hipotesis) yang telah ditulis di buku catatan masing-masing dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis (<i>verification</i>).</p> <p>10. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama di papan tulis sebagai berikut. Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>11. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang pertama di buku catatan masing-masing.</p> <p>12. Guru membagikan <i>index card</i> kepada masing-masing siswa secara berpasangan. Setiap kelompok mendapat 1 kartu (kartu pertanyaan atau kartu jawaban) (lampiran 2).</p> <p>13. Siswa secara berpasangan diminta membaca, mengamati, menanya, dan mencermati soal yang terdapat pada <i>index card</i> (mengamati).</p> <p>14. Siswa diminta untuk menuliskan contoh pertanyaan yang relevan dengan soal yang diberikan secara berpasangan di</p>	
--	---	--

	<p>lembar jawab (menanya).</p> <p>15. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan <i>index card</i> di lembar jawab (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>16. Siswa diminta untuk bekerjasama menyelesaikan <i>indexCard</i> yang diberikan dengan alokasi waktu 20 menit di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>17. Siswa diminta untuk menuliskan jawaban sementara atau hipotesis dari pertanyaan yang telah di tuliskan di lembar jawab.</p> <p>18. Siswa diminta untuk mencari kartu pasangan (yaitu teman yang duduk di belakangnya). Kemudian berdiskusi mengenai pasangan <i>index card</i> untuk menemukan sifat-sifat limit yang terkait (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>19. Siswa diminta untuk memeriksa secara berkelompok, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil penyelesaiannya terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>).</p> <p>20. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>21. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan <i>index card</i> menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>22. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan temuan.</p> <p>23. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>24. Siswa dipersilahkan mencatat 2 sifat limit di buku catatan masing-masing.</p> <p>25. Siswa diminta untuk mengumpulkan <i>index card</i> beserta lembar jawab yang diberikan.</p>	
--	--	--

	26. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru dan siswa melakukan refleksi. 2. Guru memberikan PR pada siswa, yaitu melanjutkan pengerjaan latihan soal yang telah diberikan. 3. Guru memberikan tes formatif secara tertulis, yaitu siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama (lampiran 30). 4. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi pada pertemuan selanjutnya, yaitu masih mengenai sifat-sifat limit. 5. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam. 	5 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.
2. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap disiplin	Pengamatan	Penyelesaian tes formatif dan <i>index card</i> yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan.
2	Perilaku bekerjasama	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian <i>index card</i> .
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif	Penyelesaian soal tes formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>index card</i>	Penyelesaian <i>index card</i> secara diskusi dalam kelompok.

3. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan *index card* (lampiran 30 dan 25).

4. Kerangka Penilaian

a. Aspek Pengetahuan

a.1 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang pertama.	5
Skor maksimal		5

a.2 *Index Card*

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-2 atau merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-3 atau merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-4 atau merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-5.	10
Skor maksimal		10

b. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP**Mata Pelajaran** : Matematika**Kelas/Semester** : X MIPA 2 / 2**Tahun Pelajaran** : 2014/2015**Waktu Pengamatan** :**Kompetensi Dasar** : Nomor 2.1, 3.19, 4.16

Indikator sikap DISIPLIN

- 1 = Kurang baik** *jika* sama sekali tidak berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Worksheet*.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Worksheet* tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Worksheet* tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan adanya usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Worksheet* dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku BEKERJASAMA (dalam kelompok)

- 1 = Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berinteraksi dalam kelompok.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok

Kriteria Penilaian

Skor maksimum = $4 \times 2 = 8$.

Skor minimum = $1 \times 2 = 2$.

Jika ditetapkan kategori penilaian : 2, maka rentangan nilai adalah sebagai berikut.

Rentangan nilai = $\frac{8-2}{2} = 3$.

34	DL-IC 34										
35	DL-IC 35										
36	DL-IC 36										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Praktikan

Putri Astian Pratiwi
NIM. 4101411103

Nisa'ul Lathifatul Khoir
NIM. 4101411102

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran Matematika

Lilie Hanifah, S.Pd
NIP. 195711021979032003

Lampiran 24

MATERI PEMBELAJARAN (1)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

1. Sifat 1**Contoh 1**

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

Atau

jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut.

x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920

Jadi, $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4$.

Contoh 2

Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$$

Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Penyelesaian:

Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x)$ $= \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 3 \\ x - 1, & x > 3. \end{cases}$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2.$$

Berdasarkan contoh 1 dan contoh 2, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.
 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika
 $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$

(Kemendikbud, 2014: 466).

2. Sifat 2

Contoh 3

Jika $f(x) = 2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 2$	2	2	2	...	2	2	2	2

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 4

Jika $f(x) = 4$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 4$	4	4	4	...	4	4	4	4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4 = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 3 dan contoh 4, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi konstan dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} k = k$.

(Kemendikbud, 2014: 467).

3. Sifat 3

Contoh 5

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = x$	0,9	0,9 9	0,999	...	1,001	1,01	1,1	1,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x = \lim_{x \rightarrow 1^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 6

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = x$	1,9	1,99	1,999	...	2,001	2,01	2,1	2,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x = \lim_{x \rightarrow 2^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 5 dan contoh 6, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} x = c$.

(Kemendikbud, 2014: 469).

4. Sifat 4

Contoh 7

Jika $f(x) = 2x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x$	1,8	1,9 8	1,988	...	2,002	2,02	2,2	2,4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \lim_{x \rightarrow 1} x$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 (1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2.$$

Contoh 8

Jika $f(x) = 4(x + 1)$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 4(x + 1)$	7,6	7,96	7,996	...	8,004	8,04	8,4	8,8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4(x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4(x + 1) \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(1 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(2)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8.$$

Berdasarkan contoh 7 dan contoh 8, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 470).

5. Sifat 5

Contoh 9

Jika $f(x) = x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = x^2$	0,81	0,98	0,998	...	1,002	1,02	1,2	1,4
							1	4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right) \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = (1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1.$$

Contoh 10

Jika $f(x) = 2x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x^2$	1,62	1,96	1,996	...	2,004	2,04	2,42	2,88

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2)(x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2) \lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = (2)(1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2.$$

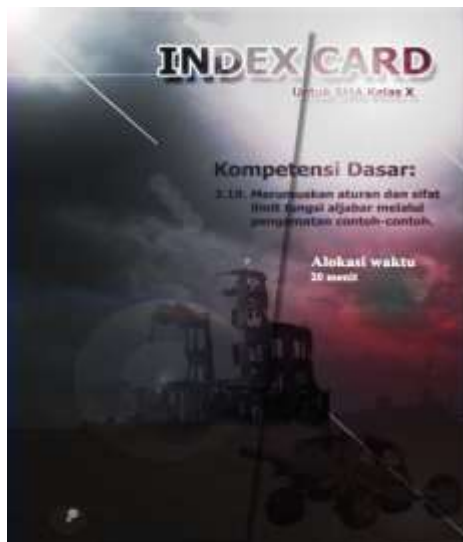
Berdasarkan contoh 9 dan contoh 10, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c .

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 472).

Lampiran 25



- 2 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} 5 \neq 2$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 3 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 3} b \neq 3$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 4 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} x \neq x$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 5 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 3} x \neq x$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 1 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} 3 \neq 1$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

6 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow n} x \neq x$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

7 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) \neq 4(x + 1)$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

8 Tunjukkan bahwa $4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \neq 4(x + 1)$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

9 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} 5(x - 1) \neq 5(x - 1)$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

10 Tunjukkan bahwa $5 \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) \neq 5(x - 1)$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

11 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 \neq 2$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

12

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x) \neq 2$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

13

Tunjukkan bahwa

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x + 1) \neq 2$$

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

14

Tunjukkan bahwa

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \neq 2$$

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

Lampiran 26

KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN**INDEX CARD (1)**

No	Kunci Jawaban	Skor																
1	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0,9</td> <td>0,99</td> <td>0,999</td> <td>1</td> <td>1,0001</td> <td>1,001</td> <td>1,01</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} 3 = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow 1^+} 3 = 3$. $\lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$.</p> <p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} 3 \neq 1$.</p>	x	0,9	0,99	0,999	1	1,0001	1,001	1,01	3	3	3	3	...	3	3	3	3
	x	0,9	0,99	0,999	1	1,0001	1,001	1,01										
	3	3	3	3	...	3	3	3										
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} 3 \neq 1$.	2																
Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																	
Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																	
2	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>1,9</td> <td>1,99</td> <td>1,999</td> <td>2</td> <td>2,0001</td> <td>2,001</td> <td>2,01</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>...</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} 5 = 5$ dan $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5 = 5$. $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$.</p> <p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} 5 \neq 2$.</p>	x	1,9	1,99	1,999	2	2,0001	2,001	2,01	5	5	5	5	...	5	5	5	3
	x	1,9	1,99	1,999	2	2,0001	2,001	2,01										
	5	5	5	5	...	5	5	5										
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} 5 \neq 2$.	2																
Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																	
Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																	
3	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>2,9</td> <td>2,99</td> <td>2,999</td> <td>3</td> <td>2,0001</td> <td>2,001</td> <td>2,01</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>b</td> <td>b</td> <td>b</td> <td>...</td> <td>b</td> <td>b</td> <td>b</td> </tr> </table> <p>$\lim_{x \rightarrow 3^-} b = b$ dan $\lim_{x \rightarrow 3^+} b = b$. $\lim_{x \rightarrow 3} b = b$.</p> <p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} b \neq 3$.</p>	x	2,9	2,99	2,999	3	2,0001	2,001	2,01	b	b	b	b	...	b	b	b	3
	x	2,9	2,99	2,999	3	2,0001	2,001	2,01										
	b	b	b	b	...	b	b	b										
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} b \neq 3$.	2																
Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																	
Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																	
4	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0,9</td> <td>0,99</td> <td>0,999</td> <td>1</td> <td>1,0001</td> <td>1,001</td> <td>1,01</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0,9</td> <td>0,99</td> <td>0,999</td> <td>...</td> <td>1,0001</td> <td>1,001</td> <td>1,01</td> </tr> </table> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} x = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$. $\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$.</p> <p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} x \neq x$.</p>	x	0,9	0,99	0,999	1	1,0001	1,001	1,01	x	0,9	0,99	0,999	...	1,0001	1,001	1,01	3
	x	0,9	0,99	0,999	1	1,0001	1,001	1,01										
	x	0,9	0,99	0,999	...	1,0001	1,001	1,01										
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} x \neq x$.	2																
Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																	

	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
6	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$n-0,1$</td> <td>$n-0,01$</td> <td>$n-0,001$</td> <td>n</td> <td>$n+0,001$</td> <td>$n+0,01$</td> <td>$n+0,1$</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>$n-0,1$</td> <td>$n-0,01$</td> <td>$n-0,001$</td> <td>\dots</td> <td>$n+0,001$</td> <td>$n+0,01$</td> <td>$n+0,1$</td> </tr> </tbody> </table> <p>$\lim_{x \rightarrow n^-} x = n$ dan $\lim_{x \rightarrow n^+} x = n$. $\lim_{x \rightarrow n} x = n$.</p>	x	$n-0,1$	$n-0,01$	$n-0,001$	n	$n+0,001$	$n+0,01$	$n+0,1$	n	$n-0,1$	$n-0,01$	$n-0,001$	\dots	$n+0,001$	$n+0,01$	$n+0,1$	3
	x	$n-0,1$	$n-0,01$	$n-0,001$	n	$n+0,001$	$n+0,01$	$n+0,1$										
	n	$n-0,1$	$n-0,01$	$n-0,001$	\dots	$n+0,001$	$n+0,01$	$n+0,1$										
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow n} x \neq x$.	2																
Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																	
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
7	$\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(1 + 1) = 8$.	3																
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) \neq 4(x + 1)$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
8	$4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 4(1 + 1) = 8$.	3																
	Jadi, $4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \neq 4(x + 1)$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
9	$\lim_{x \rightarrow 2} 5(x - 1) = 5(2 - 1) = 5$.	3																
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} 5(x - 1) \neq 5(x - 1)$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
10	$5 \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 5(2 - 1) = 5$.	3																
	Jadi, $5 \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) \neq 5(x - 1)$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
11	$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1^2 = 1$.	3																
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 \neq 2$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
12	$\lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x) = 1.1 = 1$.	3																
	$\lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x) \neq 2$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3																
13	$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x + 1) = 2.2 = 4$.	3																
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x + 1) \neq 2$.	2																
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2																

	jawaban siswa)	
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
14	$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \cdot 2 = 4.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
Skor minimal tiap soal = 0 Skor maksimal tiap soal = 10		
Total skor maksimal tiap soal = 10		
Nilai = $\frac{\text{skor perolehan}}{\text{total skor maksimal tiap soal}} \times 100$		

Lampiran 27

LATIHAN SOAL (1)

Kerjakan tiap butir pertanyaan latihan soal berikut dengan urut, rapi, dan benar di buku catatan masing-masing.

1. Jika limit kiri $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ ada, nilainya L_1 dan limit kanan $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ada, nilainya L_2 . $L_1 \neq L_2$. Apakah $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ada? Jika ada, berapakah nilainya? Berikan alasanmu.

2. Fungsi $f(x)$ ditentukan dengan aturan

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } x > 0 \\ x, & \text{untuk } x \leq 0. \end{cases}$$

Apakah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada? Berikan alasanmu. Jika ada, tentukan nilainya.

3. Pemerintah menerapkan sistem pajak pendapatan progresif dengan ketentuan sebagai berikut.

10% untuk pendapatan di bawah Rp. 2.000.000 per tahun.

15% untuk pendapatan antara Rp. 2.000.000 - Rp. 5.000.000 per tahun.

25% untuk pendapatan di atas Rp. 5.000.000 per tahun.

Jika pendapatan dilambangkan dengan Y dan jumlah pajak yang harus dibayar dilambangkan dengan T , maka tentukan jumlah pajak yang harus dibayar jika pendapatan Rp. 2.0000.000 per tahun.

Lampiran 28

KUNCI JAWABAN DAN RUBRIK PENSKORAN LATIHAN SOAL (1)

No	Kunci Jawaban	Skor
1	Diketahui: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ $L_1 \neq L_2$.	1
	Ditanya: Apakah $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ada? Jika ada, berapakah nilainya? Berikan alasanmu.	1
	Penyelesaian: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tidak ada.	2
	Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$. Hal ini berdasarkan sifat limit yang pertama, yaitu misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$.	4
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tidak ada, karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.	2
2	Diketahui: $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } x > 0 \\ x, & \text{untuk } x \leq 0. \end{cases}$	1
	Ditanya: Apakah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada? Berikan alasanmu. Jika ada, tentukan nilainya.	1
	Penyelesaian: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada.	2
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3 = 3$. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 3 = 3$. Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, maka $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada. Hal ini berdasarkan sifat limit yang pertama, yaitu misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$.	4

	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada. Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.	2																																
3	<p>Diketahui:</p> <p>Y = pendapatan.</p> <p>T = jumlah pajak yang harus dibayar.</p> <p>$T(Y) = Y - 0,1Y$, jika $Y < 2$.</p> <p>$T(Y) = Y - 0,15Y$, jika $2 \leq Y \leq 5$.</p> <p>$T(Y) = Y - 0,25Y$, jika $Y > 5$.</p>	1																																
	<p>Ditanya:</p> <p>jumlah pajak yang harus dibayar jika pendapatan Rp. 2.000.000 per tahun = $\lim_{Y \rightarrow 2} T(Y)$.</p>	1																																
	<p>Penyelesaian:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Y</th> <th>1,98</th> <th>1,99</th> <th>1,999</th> <th>2</th> <th>2,001</th> <th>2,01</th> <th>2,02</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$T(Y) = Y - 0,1Y, Y < 2$.</td> <td>1,782</td> <td>1,791</td> <td>1,799</td> <td>...</td> <td>1,701</td> <td>1,709</td> <td>1,717</td> </tr> <tr> <td>$T(Y) = Y - 0,15Y, 2 \leq Y \leq 5$.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$T(Y) = Y - 0,25Y, Y > 5$.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Berdasarkan tabel tersebut diperoleh $\lim_{Y \rightarrow 2} T(Y) = 1,7$.</p>	Y	1,98	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,02	$T(Y) = Y - 0,1Y, Y < 2$.	1,782	1,791	1,799	...	1,701	1,709	1,717	$T(Y) = Y - 0,15Y, 2 \leq Y \leq 5$.								$T(Y) = Y - 0,25Y, Y > 5$.								6
Y	1,98	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,02																											
$T(Y) = Y - 0,1Y, Y < 2$.	1,782	1,791	1,799	...	1,701	1,709	1,717																											
$T(Y) = Y - 0,15Y, 2 \leq Y \leq 5$.																																		
$T(Y) = Y - 0,25Y, Y > 5$.																																		
	Jadi, jumlah pajak yang harus dibayar jika pendapatan Rp. 2.000.000 per tahun adalah Rp. 1.700.000.	2																																

Lampiran 29

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	1. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang pertama dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 30

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

1. Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
2. Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
3. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

Soal:

1. Tuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Jawab:

1. Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
3	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 31

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Kelas X MIPA
SMA Negeri 1 Ungaran

3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.



JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG



Gb 1. Ruang dokter mata.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Seseorang yang menderita penyakit rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan dokter mata. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelah itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung dapat diperoleh dengan rumus.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lensa, s = jarak mata ke benda, dan s' = titik jauh mata penderita.
Jadi, dengan menggunakan limit, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga jarak penlihatannya menjadi normal kembali.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Lampiran 32

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-2 KELOMPOK EKSPERIMEN 1
(DL dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card*)

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X MIA 2/ 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan	: 1. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh. 2. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti SMA Kelas X

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghayati dan mengamalkan perilaku tanggungjawab, pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.3 Menunjukkan sikap bertanggung jawab dan pro-aktif.	<p>2.3.3 Siswa dapat bersikap tanggung jawab, yaitu menyelesaikan PR yang diberikan sebelumnya.</p> <p>2.3.4 Siswa dapat memiliki kemampuan pro-aktif dalam pembelajaran dan dalam kegiatan kelompok melakukan penemuan (<i>discovery</i>) terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantu <i>Worksheet</i>.</p>
3.23 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.2 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan.
5. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.2 Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dan model *Discovery Learning* (DL) berbantuan *index card*, siswa diharapkan bersikap tanggung jawab dan pro-aktif dalam pembelajaran serta mampu:

1. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh
2. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

D. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 33).

E. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah *Discovery* (DL) berbantuan *index card*. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif mengajukan pertanyaan sendiri dan melakukan temuan lagi (*discovery*) terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

1. Papan tulis.
2. Spidol dan penghapus.
3. Penggaris.
4. *Index Card*.
5. Lembar penilaian sikap.
6. Latihan soal.

Sumber:

1. Buku guru kelas X hlm 475 s.d 480.
2. Buku siswa kelas X hlm 136 s.d 140.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 2. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 	5 menit

	<p>3. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika.</p> <p>4. Guru memeriksa PR siswa, apakah siswa <i>bertanggung jawab</i> mengerjakan PR nya.</p> <p>5. Guru mempersilahkan siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait PR.</p> <p>6. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi.</p> <p>7. Guru menulis judul pembelajaran di papan tulis.</p> <p>8. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa.</p> <p>9. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN.</p> <p>10. Guru menyampaikan apersepsi yaitu menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut. Buatlah contoh soal yang menunjukkan sifat limit fungsi yang ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5.</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>a. $\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2.$</p> <p>b. $\lim_{x \rightarrow 2} x = 2.$</p> <p>c. $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1).$</p> <p>d. $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x).$</p>	
Inti	<p>1. Guru menayangkan contoh aplikasi limit fungsi dalam bidang perpajakan (<i>stimulation</i>) (slide 2 dan 3) (lampiran 40).</p> <p>2. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing.</p>	80 menit

	<p>a. Tentukan nilai limit fungsi berikut.</p> <p>a1. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x)$.</p> <p>a2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.</p> <p>a3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x)$.</p> <p>a4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 1}(4x)$.</p> <p>b. Tentukan nilai limit fungsi berikut.</p> <p>b1. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x)$.</p> <p>b2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.</p> <p>b3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x)$.</p> <p>b4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(4x)$.</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>a.1 $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x) = 2(2^2) - 1 = 7$.</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] - (1) = 7$.</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4$.</p> <p>4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4$.</p> <p>b.1 $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x) = 2(2^2) + 1 = 9$.</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] + (1) = 9$.</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12$.</p> <p>4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12$.</p> <p><i>(Problem statement)</i>.</p>	
	<p>3. Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.</p> <p>4. Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor a dan b (mengamati).</p> <p>5. Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat-sifat limit fungsi</p>	

	<p>berdasarkan penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati (menanya).</p> <p>6. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat-sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati di buku catatan masing-masing (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>7. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>8. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>9. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis (<i>verification</i>).</p> <p>10. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang keenam di papan tulis sebagai berikut.</p> <p>Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c, dengan c adalah bilangan real,</p> $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$ <p>(<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>11. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang keenam di buku catatan masing-masing.</p> <p>12. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa.</p> <p>13. Siswa secara berpasangan diminta membaca, mengamati, menanya, dan mencermati soal yang</p>	
--	--	--

	<p>terdapat pada <i>Index Card</i> (mengamati).</p> <p>14. Siswa diminta untuk menuliskan contoh pertanyaan yang sesuai dengan soal yang diberikan secara berpasangan di lembar jawab (menanya).</p> <p>15. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan <i>index Card</i> di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>16. Siswa diminta untuk bekerja dalam kelompok untuk menyelesaikan <i>index Card</i> yang diberikan dengan alokasi waktu 20 menit di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>17. Siswa diminta untuk menuliskan jawaban sementara atau hipotesis dari pertanyaan yang telah dituliskan di lembar jawab.</p> <p>18. Siswa diminta untuk mencari kartu pasangan (yaitu teman yang duduk di belakangnya). Kemudian berdiskusi mengenai pasangan <i>index card</i> untuk menemukan sifat-sifat limit yang terkait (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>19. Siswa diminta untuk memeriksa secara berkelompok, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil penyelesaiannya terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>).</p> <p>20. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>21. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan <i>index card</i> menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>22. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil</p>	
--	--	--

	<p>temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan temuan.</p> <p>23. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>24. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit yang ke-5 di buku catatan masing-masing.</p> <p>25. Siswa diminta untuk mengumpulkan <i>index card</i> beserta lembar penyelesaian yang diberikan.</p> <p>26. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p>	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru dan siswa melakukan refleksi. 2. Guru memberikan PR pada siswa, yaitu melanjutkan pengerjaan latihan soal yang telah diberikan. 3. Guru memberikan tes formatif kepada siswa, yaitu menuliskan sifat limit fungsi yang ke-6 dan ke-9. 4. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi limit, untuk persiapan UH Limit pada Kamis, 9-4-2015 pukul 07.00 s.d 08.30. 5. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam. 	5 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.
2. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap tanggung jawab.	Pengamatan	Penyelesaian PR dan <i>index card</i> yang diberikan dengan baik dan benar.

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
2	Perilaku pro-aktif.	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian <i>index card</i> .
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif.	Penyelesaian tes formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>index card</i> .	Penyelesaian <i>index card</i> secara diskusi dalam kelompok.

4. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan *index card* (terlampir).

5. Kerangka Penilaian

a. Aspek Pengetahuan

a.3 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang ke-6.	5
	Menuliskan sifat limit yang ke-9.	5
Skor maksimal		10

a.4 *Index Card*

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-7 atau merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-8 atau merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-9.	10
Skor maksimal		10

b. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X MIPA 2 / 2
Tahun Pelajaran : 2014/2015
Waktu Pengamatan :
Kompetensi Dasar : Nomor 2.3, 3.19, 4.16

Indikator sikap TANGGUNG JAWAB

- 1 = Kurang baik** *jika* sama sekali tidak berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *index card*.
2 = Cukup baik *jika* sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *index card* tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
3 = Baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *index card* tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
4 = Sangat baik *jika* menunjukkan adanya usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *index card* dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku PRO-AKTIF (dalam kelompok)

- 1 = Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak aktif bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas kelompok.
2 = Cukup baik *jika* sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berusaha menyelesaikan *index card*.
3 = Baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten menyelesaikan *index card*.

14	DL-IC 14										
15	DL-IC 15										
16	DL-IC 16										
17	DL-IC 17										
18	DL-IC 18										
19	DL-IC 19										
20	DL-IC 20										
21	DL-IC 21										
22	DL-IC 22										
23	DL-IC 23										
24	DL-IC 24										
25	DL-IC 25										
26	DL-IC 26										
27	DL-IC 27										
28	DL-IC 28										
29	DL-IC 29										
30	DL-IC 30										
31	DL-IC 31										
32	DL-IC 32										
33	DL-IC 33										
34	DL-IC 34										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Observer

Putri Astian Pratiwi
NIM. 4101411103

Ungaran, 6 April 2015

Praktikan

Nisa'ul Lathifatul Khoir
NIM. 4101411102

Mengetahui,

Guru Mata Pelajaran Matematika

Lilie Hanifah, S.Pd

NIP. 195711021979032003

Lampiran 33

MATERI PEMBELAJARAN (2)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

1. Sifat 6**Contoh 11**

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x)$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x) = 2(2^2) - 2 = 6$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] - (2) = 6$.

Contoh 12

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x)$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 1}(4x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4$.

Contoh 13

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x)$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x) = 2(2^2) + 2 = 10$.
 b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] + (2) = 10$.

Contoh 14

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x)$.

$$b. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x).$$

Penyelesaian:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12.$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12.$$

Berdasarkan contoh 11, 12, 13, dan 14, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 475).

2. Sifat 7

Contoh 15

Jika $f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$	2,78	2,06	2,01	...	1,99	1,94	1,52	0,67

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{2x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2x^2 - x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{[2(1^2)] - 1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2.$$

Contoh 16

Jika $f(x) = \frac{x^2+4x}{2x^2+x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x}$	1,75	1,67	1,67	...	1,67	1,66	1,59	1,38

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = 1,67 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{[(1^2 + 4(1))]}{[2(1^2) + 1]}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = 1,67.$$

Berdasarkan contoh 15 dan 16, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$, maka $\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$

(Kemendikbud, 2014: 477).

3. Sifat 8**Contoh 17**

Jika $f(x) = 8x^3$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 8x^3$	5,83	7,76	7,98	...	8,02	8,24	10,65	27

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 8x^3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 8x^3 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)(2x)(2x) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= (\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= [2(1)]^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= 8. \end{aligned}$$

Contoh 18

Jika $f(x) = \frac{4}{x^2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{4}{x^2}$	4,94	4,08	4,01	...	3,99	3,92	3,31	1,78

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 4. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x^2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right)^2 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \left(\frac{2}{x}\right) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \left(\frac{2}{1} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = 4.$$

Berdasarkan contoh 17 dan 18, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif.

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

4. Sifat 9

Contoh 19

Jika $f(x) = \sqrt{3x - 2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = \sqrt{3x - 2}$	1,92	1,99	1,999	...	2,001	2,01	2,07	2,35

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{3x - 2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \left(\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{3(2) - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2.$$

Contoh 20

Jika $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 3 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,5
$f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$...				

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 3 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 3. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt[4]{x^2 + 7} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \left(\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7 \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{(3)^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2.$$

Berdasarkan contoh 19 dan 20, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

Lampiran 34



2

Tunjukkan bahwa $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)} \neq 1$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

4

Tunjukkan bahwa $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)} \neq 2$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} \neq 1$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

3

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} \neq 2$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

5

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \neq 2$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

- 6 Tunjukkan bahwa $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} \neq 2$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 7 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 \neq 2$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 8 Tunjukkan bahwa $(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2 \neq 2$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 9 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 \neq 24$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 1 Tunjukkan bahwa $(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \neq 24$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 1 Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} \neq 2$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 1 Tunjukkan bahwa $(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \neq 24$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 1 Tunjukkan bahwa $(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x})^2 \neq 2$.
Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.
(a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
(b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{9} \neq 2$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 9} \neq 2$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} \neq 4$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2} \neq 4$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} \neq 4$. Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

1

Tunjukkan bahwa $\sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7} \neq 4$.

Berikan alasanmu. Jika sudah, temukan kartu pasanganmu dan berdiskusilah kembali untuk menentukan jawaban sementara terhadap formula sifat limit tersebut.

- (a) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 (b) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

Lampiran 35

**KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PENSKORAN
INDEX CARD (2)**

No	Kunci Jawaban	Skor
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{2(1)^2 - 1} = 2.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} \neq 1.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
2	$\frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)} = \frac{2}{2(1)^2 - 1} = 2.$	3
	Jadi, $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)} \neq 1.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
3	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{1^2 + 4(1)}{2(1)^2 + 1} = \frac{5}{3}.$	3
	Jadi $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
4	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{1^2 + 4(1)}{2(1)^2 + 1} = \frac{5}{3}.$	3
	Jadi, $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
5	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 2 + 2$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2

	jawaban siswa)	
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
6	$\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x + 2)(x - 2)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)}$ $\Leftrightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} = \frac{(2 + 2)(2 - 2)}{(2 - 2)}$ $\Leftrightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} = 2 + 2$ $\Leftrightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} = 4.$	3
	Jadi, $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} \neq 2..$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
7	$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1^2 = 1.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
8	$(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2 = (1)^2 = 1.$	3
	Jadi, $(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2 \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
9	$\lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 = 8(1)^3 = 8.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 \neq 24.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
10	$(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 = [2(1)]^3 = 8.$	3
	Jadi, $(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \neq 24.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
11	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \frac{4}{1^2} = 4.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2

	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
12	$(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 = [2(1)]^3 = 8.$	3
	Jadi, $(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \neq 24.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
13	$(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x})^2 = (\frac{2}{1})^2 = 4.$	3
	Jadi, $(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x})^2 \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
14	$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{9} = \sqrt{9} = 3.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{9} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
15	$\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 9} = \sqrt{9} = 3.$	3
	Jadi, $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 9} \neq 2.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
16	$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{3(2) - 2} = 2.$	3
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} \neq 4.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
17	$\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2} = \sqrt{3(2) - 2} = 2.$	3
	Jadi, $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2} \neq 4.$	2
	Pertanyaan yang relevan terkait dengan soal sesuai (sesuai dengan jawaban siswa)	2
	Penyelesaian dari pertanyaan dari siswa (sesuai dengan jawaban siswa)	3
Skor minimal tiap soal = 0 Skor maksimal tiap soal = 10		
Total skor maksimal tiap soal = 10		
skor perolehan		
Nilai = $\frac{\text{total skor maksimal tiap soal}}{\text{total skor maksimal tiap soal}} \times 100$		

Lampiran 36

LATIHAN SOAL (2)

1. Sebuah program pelatihan dalam sebuah perusahaan roti menemukan bahwa, secara rata-rata, setiap buruh baru dapat membuat R roti per hari pelatihan *on-the-job* sesuai persamaan berikut.

$$R(h) = \frac{200h}{h+10}$$

Tentukan jumlah rata-rata roti yang dihasilkan oleh setiap buruh baru pada minggu pertama mereka bekerja.

2. Sebuah benda dijatuhkan sejauh $f(t) = 2t^2 + t$ dengan t (dalam detik). Artinya, benda jatuh 3 meter dalam detik pertama dan 9 meter dalam detik kedua.
- Berapa jarak benda yang dijatuhkan dalam detik ke- m ?
 - Berapa jarak benda yang dijatuhkan dalam detik ke- $(m+n)$?
3. Jarak tempuh sebuah mobil (dalam km) setelah berjalan selama t jam dapat dinyatakan dengan fungsi sebagai berikut.

$$f(t) = \begin{cases} 5t^2 + 8, & \text{jika } 0 \leq t < 2 \\ t^3 + 10t, & \text{jika } t \geq 2. \end{cases}$$

- Berapa jarak yang ditempuh sebuah mobil (dalam km) selama 2 jam?
- Berapa kecepatan sebuah mobil pada saat 2 jam?

Lampiran 37

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	1. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang ke-9 dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 38

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

1. Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
2. Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
3. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

Soal:

1. Tuliskan sifat limit fungsi yang ke-9.

Jawab:

1. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
4	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 39

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Kelas X MIPA
SMA Negeri 1 Ungaran

3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.



JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG



Gb 1. Ruang dokter mata.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Seseorang yang menderita penyakit rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan dokter mata. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelah itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung dapat diperoleh dengan rumus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lensa, s = jarak mata ke benda, dan s' = titik jauh mata penderita.

Jadi, dengan menggunakan limit, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga jarak penglihatannya menjadi normal kembali.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Lampiran 40

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-1 KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(DL dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Worksheet*)

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
 Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas/Semester : X MIA 1 / 2
 Topik : Limit Fungsi Aljabar
 Sub Topik : Sifat-sifat Limit Fungsi
 Tujuan : 1. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
 2. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
 Alokasi Waktu : 1 x 45 menit

A. Kompetensi Inti SMA Kelas X

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghayati dan mengamalkan perilaku disiplin, bekerjasama, dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.2 Memiliki sikap disiplin dan kemampuan bekerjasama menyusun strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.	2.3.5 Siswa dapat bersikap disiplin, yaitu menyelesaikan tes formatif dan <i>worksheet</i> yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan. 2.3.6 Siswa dapat memiliki kemampuan bekerjasama melakukan penemuan (<i>discovery</i>) terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantuan <i>worksheet</i> .
3.24 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.3 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan.
6. 16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.3 Siswa menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dan model pembelajaran *Discovery Learning* (DL) berbantuan *worksheet*, siswa diharapkan bersikap disiplin dan memiliki kemampuan bekerjasama serta mampu:

1. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh
2. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

D. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 42).

E. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah *Discovery Learning* (DL) berbantuan *worksheet*. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif mengajukan pertanyaan sendiri dan melakukan temuan lagi (*discovery*) terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

1. Papan tulis.
2. Spidol dan penghapus.
3. LCD.
4. Laptop.
5. Penggaris.
6. *Index Card*.
7. Lembar penilaian sikap.
8. Latihan Soal.
9. Soal tes formatif.

Sumber:

1. Buku guru kelas X hlm 466 s.d 469.
2. Buku siswa kelas X hlm 129 s.d 131.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 2. Guru menanyakan kabar siswa. 3. Guru memeriksa kehadiran siswa dan menanyakan adakah siswa yang tidak hadir pada hari ini. 4. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 5. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 6. Guru meminta salah satu siswa untuk memimpin doa. 7. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran yaitu sifat-sifat limit fungsi. 8. Guru menayangkan judul pembelajaran di layar LCD slide 1 (lampiran 49). 9. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 10. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN. 11. Guru menyampaikan apersepsi yaitu sebutkan bilangan real yang paling dekat dengan 1. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menayangkan contoh kegunaan limit fungsi yaitu dalam bidang kedokteran untuk menolong penderita rabun jauh (<i>stimulation</i>) (slide 2 dan 3) (lampiran 49). 2. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing. <ol style="list-style-type: none"> 1a). Tentukan nilai limit fungsi berikut. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$ 1b) Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$ Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. 	35 menit

Penyelesaian:

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

Atau

jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut.

x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

b. Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 3 \\ x - 1, & x > 3. \end{cases}$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$$

(*problem statement*).

- Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.
- Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor 1a) dan 1b) (**mengamati**).
- Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati (**menanya**).
- Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati di buku catatan masing-masing (*data collection*) (**mengumpulkan informasi**).

	<p>7. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>8. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis. (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>9. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu (hipotesis) yang telah ditulis di buku catatan masing-masing dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis (<i>verification</i>).</p> <p>10. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama di papan tulis sebagai berikut. Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>11. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang pertama di buku catatan masing-masing.</p> <p>12. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa.</p> <p>13. Guru membagikan <i>worksheet</i> kepada masing-masing kelompok (lampiran 43).</p> <p>14. Siswa secara berkelompok diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati soal yang terdapat pada <i>worksheet</i> (mengamati).</p> <p>15. Siswa diminta untuk menuliskan contoh pertanyaan yang relevan dengan soal yang diberikan secara berkelompok di lembar jawab (menanya).</p> <p>16. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan <i>worksheet</i> dilembar jawab (<i>data collection</i>)(mengumpulkan informasi).</p>	
--	--	--

	<p>17. Siswa diminta untuk bekerjasama menyelesaikan <i>worksheet</i> yang diberikan dengan alokasi waktu 40 menit di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>18. Siswa diminta untuk menuliskan jawaban sementara atau hipotesis dari pertanyaan yang telah di tuliskan di lembar jawab.</p> <p>19. Siswa diminta untuk memeriksa secara berkelompok, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil penyelesaiannya terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>).</p> <p>20. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>21. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan <i>worksheet</i> menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>22. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan temuan.</p> <p>23. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>24. Siswa dipersilahkan mencatat 3 sifat limit di buku catatan masing-masing.</p> <p>25. Siswa diminta untuk mengumpulkan <i>worksheet</i> beserta lembar jawab yang diberikan.</p> <p>26. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p>	
--	---	--

	<p>27. Guru membagikan lembaran latihan soal pada siswa (lampiran 45).</p> <p>28. Siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal (mengasosiasi).</p> <p>12. Beberapa siswa diminta untuk menuliskan jawabannya di papan tulis dan mempresentasikannya (mengkomunikasikan).</p>	
Penutup	<p>1. Guru dan siswa melakukan refleksi.</p> <p>2. Guru membagikan lembar latihan soal untuk dijadikan PR oleh siswa (lampiran 45).</p> <p>3. Guru memberikan tes formatif secara tertulis, yaitu siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama (lampiran 48).</p> <p>4. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi pada pertemuan selanjutnya, yaitu masih mengenai sifat-sifat limit.</p> <p>5. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam.</p>	5 menit

I. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.
2. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap disiplin	Pengamatan	Penyelesaian tes formatif dan <i>worksheet</i> yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan.
2	Perilaku bekerjasama	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian <i>worksheet</i> .
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif	Penyelesaian soal formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>worksheet</i>	Penyelesaian <i>worksheet</i> secara diskusi dalam kelompok.

5. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan *worksheet* (lampiran 48 dan lampiran 43).

6. Kerangka Penilaian

a. Aspek Pengetahuan

a.1 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang pertama.	5
Skor maksimal		5

a.2 *Worksheet*

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-2	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-3	10
Skor maksimal		20

b. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : X MIPA 1 / 2

Tahun Pelajaran : 2014/2015

Waktu Pengamatan :

Kompetensi Dasar : Nomor 2.1, 3.19, 4.16

Indikator sikap DISIPLIN

- 1 = Kurang baik** *jika* sama sekali tidak berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Index Card*.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Index Card* tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Index Card* tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan adanya usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan *Index Card* dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku BEKERJASAMA (dalam kelompok)

- 1 = Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berinteraksi dalam kelompok.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok

Kriteria Penilaian

Skor maksimum = $4 \times 2 = 8$.

Skor minimum = $1 \times 2 = 2$.

Jika ditetapkan kategori penilaian : 2, maka rentangan nilai adalah sebagai berikut.

Rentangan nilai = $\frac{8-2}{2} = 3$.

34	DL-W 34										
35	DL-W 35										
36	DL-W 36										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Praktikan

Putri Astian Pratiwi
NIM. 4101411103

Nisa'ul Lathifatul Khoir
NIM. 4101411102

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran Matematika

Lilie Hanifah, S.Pd
NIP. 195711021979032003

Lampiran 41

MATERI PEMBELAJARAN (1)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

1. Sifat 1**Contoh 1**

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

Atau

jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut.

x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920

Jadi, $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4$.

Contoh 2

Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$$

Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Penyelesaian:

Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 3 \\ x - 1, & x > 3. \end{cases}$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2.$$

Berdasarkan contoh 1 dan contoh 2, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$

(Kemendikbud, 2014: 466).

2. Sifat 2

Contoh 3

Jika $f(x) = 2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 2$	2	2	2	...	2	2	2	2

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 4

Jika $f(x) = 4$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 4$	4	4	4	...	4	4	4	4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 4. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4 = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 3 dan contoh 4, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi konstan dan c bilangan real, maka
 $\lim_{x \rightarrow c} k = k$.

(Kemendikbud, 2014: 467).

3. Sifat 3

Contoh 5

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = x$	0,9	0,99	0,999	...	1,001	1,01	1,1	1,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x = \lim_{x \rightarrow 1^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 6

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	1,9	1,9 9	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = x$	1,9	1,9 9	1,999	...	2,001	2,01	2,1	2,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x = \lim_{x \rightarrow 2^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 5 dan contoh 6, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi dan c bilangan real, maka
 $\lim_{x \rightarrow c} x = c$.

(Kemendikbud, 2014: 469).

Lampiran 43



Petunjuk pengerjaan *worksheet*:

1. Tulislah identitas anggota kelompokmu meliputi nama, nomor presensi, dan kelas di pojok kanan atas pada lembar penyelesaian.
 2. Kerjakan tiap butir pertanyaan dalam *worksheet* denganurut, rapi, dan benar.
 3. Bekerjalah secara berkelompok.
-

A. Kegiatan Awal

Mari kita ingat kembali tentang konsep limit fungsi.

1. Misalkan fungsi $f(x) = x + 1$ untuk $x \in R$.
 - (a) Tentukan nilai x mendekati 2, kemudian tentukan nilai y oleh fungsi $y = f(x)$ dengan menggunakan tabel.
 - (b) Apakah nilai fungsi $f(x)$ menuju ke suatu nilai tertentu? Jika ya, berapakah nilai tersebut?
 - (c) Tulislah kesimpulan uraian tersebut secara matematika.
2. Misalkan fungsi $f(x) = x^2$ untuk $x \in R$.
 - (a) Tentukan nilai x mendekati 0, kemudian tentukan nilai y oleh fungsi $y = f(x)$ dengan menggunakan tabel.
 - (b) Apakah nilai fungsi $f(x)$ menuju ke suatu nilai tertentu? Jika ya, berapakah nilai tersebut?
 - (c) Tulislah kesimpulan uraian tersebut secara matematika.

B. Kegiatan Inti

Sekarang, mari kita mengamati, menanya, dan mengumpulkan informasi untuk mendapatkan penalaran.

- 1) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
 - (a) Tentukan jawabanmu.
 - (b) Berikan alasanmu.
 - (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.

- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 2) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 3) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 3} b = b$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 4) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 5) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} x = 2$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 6) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow n} x = n$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

C. Kesimpulan

1. Berdasarkan soal 1, 2, dan 3 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.
2. Berdasarkan soal 4, 5, dan 6 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.

Lampiran 43

LATIHAN SOAL (1)

Kerjakan tiap butir pertanyaan latihan soal berikut dengan urut, rapi, dan benar di buku catatan masing-masing.

4. Jika limit kiri $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ ada, nilainya L_1 dan limit kanan $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ada, nilainya L_2 . $L_1 \neq L_2$. Apakah $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ada? Jika ada, berapakah nilainya? Berikan alasanmu.
5. Fungsi $f(x)$ ditentukan dengan aturan

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } x > 0 \\ x, & \text{untuk } x \leq 0. \end{cases}$$

Apakah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada? Berikan alasanmu. Jika ada, tentukan nilainya.

Lampiran 44

KUNCI JAWABAN DAN RUBRIK PENSKORAN LATIHAN SOAL (1)

No	Kunci Jawaban	Skor
1	Diketahui: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$. $L_1 \neq L_2$.	1
	Ditanya: Apakah $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ada? Jika ada, berapakah nilainya? Berikan alasanmu.	1
	Penyelesaian: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tidak ada.	2
	Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$. Hal ini berdasarkan sifat limit yang pertama, yaitu misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$.	4
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tidak ada, karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.	2
2	Diketahui: $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } x > 0 \\ x, & \text{untuk } x \leq 0. \end{cases}$	1
	Ditanya: Apakah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada? Berikan alasanmu. Jika ada, tentukan nilainya.	1
	Penyelesaian: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada.	2
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3 = 3$. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 3 = 3$. Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, maka $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada. Hal ini berdasarkan sifat limit yang pertama, yaitu misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$.	4
	Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ada. Karena $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.	2

Lampiran 45

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	2. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang pertama dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 46

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

- Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
 - Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
 - Berdoalah sebelum mengerjakan soal.
-
-

Soal:

- Tuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Jawab:

- Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
3	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 47

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Kelas X MIPA
SMA Negeri 1 Ungaran

3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.



JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG



Gb 1. Ruang dokter mata.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Seseorang yang menderita penyakit rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan dokter mata. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelah itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung dapat diperoleh dengan rumus.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lensa, s = jarak mata ke benda, dan s' = titik jauh mata penderita.
Jadi, dengan menggunakan limit, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga jarak penlihatannya menjadi normal kembali.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Lampiran 48

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-2 KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(DL dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Worksheet*)

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X MIA 1 / 2
Topik : Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik : Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan : 1. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
2. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu : 1 x 45 menit

A. Kompetensi Inti SMA Kelas X

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghayati dan mengamalkan perilaku percaya diri dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.3 Memiliki sikap percaya diri dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.	2.3.7 Siswa dapat memiliki sikap percaya diri untuk bertanya dan mengkomunikasikan terkait dengan penemuan (<i>discovery</i>) sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantuan <i>worksheet</i> .
3.25 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.4 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan.
7.16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.4 Siswa menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dan model pembelajaran *Discovery Learning* (DL) berbantuan *worksheet*, siswa diharapkan bersikap percaya diri mampu:

1. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh
2. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

D. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 51).

E. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah *Discovery Learning* (DL) berbantuan worksheet. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif mengajukan pertanyaan sendiri dan melakukan temuan lagi (*discovery*) terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

1. Papan tulis.
2. Spidol dan penghapus.
3. Penggaris.
4. *Worksheet*.
5. Lembar penilaian sikap.
6. Latihan soal.

Sumber:

1. Buku guru kelas X hlm 469 s.d 472.
2. Buku siswa kelas X hlm 131 s.d 134.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 2. Guru menanyakan kabar siswa. 3. Guru memeriksa kehadiran siswa dan menanyakan adakah siswa yang tidak hadir pada hari ini. 	5 menit

	<ol style="list-style-type: none"> 4. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 5. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 6. Guru meminta salah satu siswa untuk memimpin doa. 7. Guru memeriksa PR siswa. 8. Guru mempersilahkan siswa untuk bertanya terkait dengan PR. 9. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi. 10. Guru menulis judul pembelajaran di papan tulis. 11. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 12. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN. 13. Guru menyampaikan apersepsi yaitu menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut. Buatlah contoh soal yang menunjukkan sifat limit fungsi yang ke-2 dan ke-3. Penyelesaian: a. $\lim_{x \rightarrow 1} 2$. b. $\lim_{x \rightarrow 2} x = 2$. 	
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menayangkan contoh aplikasi limit fungsi dalam bidang perpajakan (<i>stimulation</i>) (slide 2 dan 3) (lampiran 58). 2. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing. Tentukan nilai limit fungsi berikut. a. $\lim_{x \rightarrow 1} 2x$ b. $2\lim_{x \rightarrow 1} x$ 	35 menit

	<p>c. $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1)$</p> <p>d. $4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>a. $\lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2(1) = 2.$</p> <p>b. $2 \lim_{x \rightarrow 1} x = 2(1) = 2.$</p> <p>c. $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(1 + 1) = 8.$</p> <p>$4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 4(1 + 1) = 8$ (<i>problem statement</i>).</p> <p>3. Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.</p> <p>4. Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor a, b, c, dan d (mengamati).</p> <p>5. Siswa diminta untuk percaya diri mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati (menanya).</p> <p>6. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati di buku catatan masing-masing (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>7. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>8. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>9. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>).</p> <p>10. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang</p>	
--	---	--

	<p>keempat di papan tulis sebagai berikut.</p> <p>Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c, dengan c adalah bilangan real.</p> $\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)].$ <p>(<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <ol style="list-style-type: none"> 11. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang keempat di buku catatan masing-masing. 12. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa. 13. Guru membagikan <i>Worksheet</i> kepada masing-masing kelompok. 14. Siswa diminta membaca, mengamati, dan mencermati soal yang terdapat pada <i>Worksheet</i> (mengamati). 15. Siswa diminta untuk menuliskan contoh pertanyaan yang sesuai dengan soal yang diberikan secara berkelompok di lembar jawab (menanya). 16. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan <i>Worksheet</i> di lembar jawab (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi). 17. Siswa diminta untuk <i>pro-aktif</i> dalam menyelesaikan <i>Worksheet</i> yang diberikan dengan alokasi waktu 40 menit di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi). 18. Siswa diminta untuk menuliskan jawaban sementara atau hipotesis dari pertanyaan yang telah dituliskan di lembar jawab. 19. Siswa diminta untuk memeriksa secara berkelompok, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil penyelesaiannya terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>). 20. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit di lembar jawab (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan). 21. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling 	
--	---	--

	<p>ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan <i>Worksheet</i> menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>22. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan temuan.</p> <p>23. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>24. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang ke-7, ke-8, dan ke-9 di buku catatan masing-masing.</p> <p>25. Siswa diminta untuk mengumpulkan lembar jawaban <i>Worksheet</i> yang diberikan.</p> <p>26. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p> <p>27. Guru membagikan lembaran latihan soal pada siswa.</p> <p>28. Siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal di buku catatan masing-masing (mengasosiasi).</p> <p>29. Beberapa siswa diminta untuk menuliskan jawabannya di papan tulis dan mempresentasikannya (mengkomunikasikan).</p>	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru dan siswa melakukan refleksi. 2. Guru membagikan lembar latihan soal untuk dijadikan PR oleh siswa. 3. Guru memberikan tes formatif secara tertulis, yaitu siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang ke-5 (lampiran 57). 4. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi pada pertemuan selanjutnya, yaitu masih mengenai sifat-sifat limit. 5. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam. 	5 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik penilaian : pengamatan, tugas tertulis.
2. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap percaya diri	Pengamatan	Pengajuan pertanyaan dan mengkomunikasikan hasil temuan sifat limit saat pembelajaran.
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif	Penyelesaian soal tes formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>worksheet</i>	Penyelesaian <i>worksheet</i> secara diskusi dalam kelompok.

3. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan *worksheet* (lampiran 57 dan 52).

4. Kerangka Penilaian

a. Aspek Pengetahuan

a.1 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang kelima.	5
Skor maksimal		5

a.2 *Worksheet*

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-5.	10
Skor maksimal		10

b. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X MIPA 1 / 2
Tahun Pelajaran : 2014/2015
Waktu Pengamatan :
Kompetensi Dasar : Nomor 2.1, 3.19, 4.16

Indikator sikap PERCAYA DIRI

- 1 = Kurang baik** jika sama sekali tidak berusaha percaya diri dalam bertanya dan mengkomunikasikan penemuan (*discovery*) sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantu *Index Card*.
- 2 = Cukup baik** jika sudah ada usaha untuk berusaha percaya diri dalam bertanya dan mengkomunikasikan penemuan (*discovery*) sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantu *Index Card* tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = Baik** jika menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha percaya diri dalam bertanya dan mengkomunikasikan penemuan (*discovery*) sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantu *Index Card* tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = Sangat baik** jika menunjukkan adanya usaha untuk berusaha percaya diri dalam bertanya dan mengkomunikasikan penemuan (*discovery*) sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantu *Index Card* serta sempurna dalam penyelesaian.

Kolom Ketetapan diisi dengan nilai huruf A, B, C, D.

A jika jumlah skor 4.

B jika jumlah skor 3.

C jika jumlah skor 2.

D jika jumlah skor 1.

Kolom aspek perilaku diisi dengan angka yang sesuai dengan indikator yang telah diuraikan.

ASPEK PENILAIAN SIKAP							
No	KODE SISWA	Percaya Diri				Jmlh Skor	Ket
		SB	B	CB	KB		
		4	3	2	1		
1	DL-W 1						
2	DL-W 2						
3	DL-W 3						
4	DL-W 4						
5	DL-W 5						
6	DL-W 6						
7	DL-W 7						
8	DL-W 8						
9	DL-W 9						
10	DL-W 10						
11	DL-W 11						
12	DL-W 12						
13	DL-W 13						
14	DL-W 14						
15	DL-W 15						
16	DL-W 16						
17	DL-W 17						
18	DL-W 18						
19	DL-W 19						
20	DL-W 20						
21	DL-W 21						
22	DL-W 22						
23	DL-W 23						
24	DL-W 24						
25	DL-W 25						
26	DL-W 26						
27	DL-W 27						
28	DL-W 28						
29	DL-W 29						
30	DL-W 30						
31	DL-W 31						

32	DL-W 32						
33	DL-W 33						
34	DL-W 34						
35	DL-W 35						
36	DL-W 36						

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Observer

Putri Astian Pratiwi
NIM. 4101411103

Ungaran, 6 April 2015

Praktikan

Nisa'ul Lathifatul Khoir
NIM. 4101411102

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran Matematika

Lilie Hanifah, S.Pd
NIP. 195711021979032003

Lampiran 49

MATERI PEMBELAJARAN (1)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

1. Sifat 4**Contoh 7**

Jika $f(x) = 2x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x$	1,8	1,9 8	1,988	...	2,002	2,02	2,2	2,4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \lim_{x \rightarrow 1} x$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 (1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2.$$

Contoh 8

Jika $f(x) = 4(x + 1)$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 4(x + 1)$	7,6	7,9 6	7,996	...	8,004	8,04	8,4	8,8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4(x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4(x + 1) \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(1 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(2)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8.$$

Berdasarkan contoh 7 dan contoh 8, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 470).

2. Sifat 5

Contoh 9

Jika $f(x) = x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = x^2$	0,81	0,98	0,998	...	1,002	1,02	1,21	1,44

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right) \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = (1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1.$$

Contoh 10

Jika $f(x) = 2x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x^2$	1,62	1,96	1,996	...	2,004	2,04	2,42	2,88

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2)(x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2) \lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = (2)(1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2.$$

Berdasarkan contoh 9 dan contoh 10, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c .

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 472).

Lampiran 50



Petunjuk pengerjaan *Worksheet*:

1. Tulislah identitas anggota kelompokmu meliputi nama, nomor presensi, dan kelas di pojok kanan atas pada lembar penyelesaian.
2. Kerjakan tiap butir pertanyaan dalam *Worksheet* denganurut, rapi, dan benar.
3. Bekerjalah secara berkelompok.

A. Kegiatan Awal

Mari kita ingat kembali sifat limit fungsi yang telah dipelajari.

- 1) Salah satu temanmu menyatakan bahwa, $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$. Berikan alasan untuk memperkuat pernyataan temanmu.
- 2) Diketahui $\lim_{x \rightarrow 3} 4 = 4$, $\lim_{x \rightarrow 3} 5 = 5$, $\lim_{x \rightarrow 3} 6 = 6$. Berapakah nilai dari $\lim_{x \rightarrow 3} m$? (m adalah bilangan real). Berikan alasanmu.
- 3) Diketahui $\lim_{x \rightarrow 3} x = 3$, $\lim_{x \rightarrow 4} x = 4$, $\lim_{x \rightarrow 5} x = 5$. Berapakah nilai dari $\lim_{x \rightarrow n} x$? (n adalah bilangan real). Berikan alasanmu.

B. Kegiatan Inti

- 1) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x)$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
 - (a) Tentukan jawabanmu.
 - (b) Berikan alasanmu.
 - (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
- 2) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 2} (2) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2)$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
 - (a) Tentukan jawabanmu.
 - (b) Berikan alasanmu.
 - (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

- 3) Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
 - (b) Berikan alasanmu.
 - (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

C. Kesimpulan

- 1) Berdasarkan soal 1, 2, dan 3 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.

Lampiran 51

LATIHAN SOAL (2)

1. Pemerintah menerapkan sistem pajak pendapatan progresif dengan ketentuan sebagai berikut.
 - 10% untuk pendapatan di bawah Rp. 2.000.000 per tahun.
 - 15% untuk pendapatan antara Rp. 2.000.000 - Rp. 5.000.000 per tahun.
 - 25% untuk pendapatan di atas Rp. 5.000.000 per tahun.Jika pendapatan dilambangkan dengan Y dan jumlah pajak yang harus dibayar dilambangkan dengan T , maka tentukan jumlah pajak yang harus dibayar jika pendapatan Rp. 2.0000.000 per tahun.
2. Sebuah benda dijatuhkan sejauh $f(t) = 2t^2 + t$ dengan t (dalam detik). Artinya, benda jatuh 3 meter dalam detik pertama dan 9 meter dalam detik kedua.
 - a. Berapa jarak benda yang dijatuhkan dalam detik ke- m ?
 - b. Berapa jarak benda yang dijatuhkan dalam detik ke- $(m + n)$?

Lampiran 52

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	1. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang kelima dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 53

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

1. Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
2. Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
3. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

Soal:

1. Tuliskan sifat limit fungsi yang ke-5.

Jawab:

1. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c .

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
4	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 54

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI
Kelas X MIPA
SMA Negeri 1 Ungaran

3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.



JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG



Gb 1. Ruang dokter mata.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Seseorang yang menderita penyakit rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan dokter mata. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelah itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung dapat diperoleh dengan rumus.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lensa, s = jarak mata ke benda, dan s' = titik jauh mata penderita.
Jadi, dengan menggunakan limit, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga jarak penglihatannya menjadi normal kembali.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Lampiran 55

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-3 KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(DL dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Worksheet*)

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X MIA 1/ 2
Topik : Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik : Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan : 1. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
2. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti SMA Kelas X

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghayati dan mengamalkan perilaku tanggungjawab, pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.3 Menunjukkan sikap bertanggung jawab dan pro-aktif.	<p>2.3.1 Siswa dapat bersikap tanggung jawab, yaitu menyelesaikan PR yang diberikan sebelumnya.</p> <p>2.3.2 Siswa dapat memiliki kemampuan pro-aktif dalam pembelajaran dan dalam kegiatan kelompok melakukan penemuan (<i>discovery</i>) terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh berbantuan <i>worksheet</i>.</p>
3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.1 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan.
4.16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.1 Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dan model pembelajaran *Discovery Learning* (DL) berbantuan *worksheet*, siswa diharapkan bersikap tanggung jawab dan pro-aktif dalam pembelajaran serta mampu:

1. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh
2. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

D. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 40).

E. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah *Discovery Learning* (DL) berbantuan *worksheet*. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif mengajukan pertanyaan sendiri dan melakukan temuan lagi (*discovery*) terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

1. Papan tulis.
2. Spidol dan penghapus.
3. Penggaris.
4. *Worksheet*.
5. Lembar penilaian sikap.
6. Latihan soal.

Sumber:

1. Buku guru kelas X hlm 475 s.d 480.
2. Buku siswa kelas X hlm 136 s.d 140.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	1. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 2. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor.	5 menit

	<ol style="list-style-type: none"> 3. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 4. Guru memeriksa PR siswa, apakah siswa <i>bertanggung jawab</i> mengerjakan PR nya. 5. Guru mempersilahkan siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait PR. 6. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi. 7. Guru menulis judul pembelajaran di papan tulis. 8. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 9. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN. 10. Guru menyampaikan apersepsi yaitu menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut. Buatlah contoh soal yang menunjukkan sifat limit fungsi yang ke-4, dan ke-5. Penyelesaian: a. $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$. b. $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x)$. 	
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menayangkan contoh aplikasi limit fungsi dalam bidang perpajakan (<i>stimulation</i>) (slide 2 dan 3) (lampiran 67). 2. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing. <ol style="list-style-type: none"> a. Tentukan nilai limit fungsi berikut. <ol style="list-style-type: none"> a1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - x)$. a2. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2} (x)$. a3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x)$. 	80 menit

	<p>a4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 1}(4x)$.</p> <p>b. Tentukan nilai limit fungsi berikut.</p> <p>b1. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x)$.</p> <p>b2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.</p> <p>b3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x)$.</p> <p>b4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(4x)$.</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>a.1 $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x) = 2(2^2) - 1 = 7$.</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] - (1) = 7$.</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4$.</p> <p>4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4$.</p> <p>b.1 $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x) = 2(2^2) + 1 = 9$.</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] + (1) = 9$.</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12$.</p> <p>4. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12$.</p> <p><i>(Problem statement)</i>.</p> <p>3. Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.</p> <p>4. Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor a dan b (mengamati).</p> <p>5. Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat-sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati (menanya).</p> <p>6. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat-sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati di buku catatan masing-masing (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>7. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari</p>	
--	---	--

	<p>pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>8. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>9. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis (<i>verification</i>).</p> <p>10. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang keenam di papan tulis sebagai berikut. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c, dengan c adalah bilangan real, $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$ (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>11. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang keenam di buku catatan masing-masing.</p> <p>12. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa.</p> <p>13. Guru membagikan <i>worksheet</i> kepada masing-masing kelompok.</p> <p>14. Siswa diminta membaca, mengamati, dan mencermati soal yang terdapat pada <i>worksheet</i> (mengamati).</p> <p>15. Siswa diminta untuk menuliskan contoh pertanyaan yang sesuai dengan soal yang diberikan secara berkelompok di lembar jawab (menanya).</p> <p>16. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan <i>worksheet</i> di lembar jawab (<i>data collection</i>) (mengumpulkan informasi).</p> <p>17. Siswa diminta untuk <i>pro-aktif</i> dalam menyelesaikan <i>Worksheet</i> yang diberikan dengan alokasi waktu 40</p>	
--	--	--

	<p>menit di lembar jawab (<i>data processing</i>) (mengasosiasi).</p> <p>18. Siswa diminta untuk menuliskan jawaban sementara atau hipotesis dari pertanyaan yang telah dituliskan di lembar jawab.</p> <p>19. Siswa diminta untuk memeriksa secara berkelompok, yaitu hipotesis yang telah ditetapkan tadi dengan hasil penyelesaiannya terkait dengan sifat limit (<i>verification</i>).</p> <p>20. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit di lembar jawab (<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>21. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan <i>Worksheet</i> menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>22. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan temuan.</p> <p>23. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>24. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang ke-7, ke-8, dan ke-9 di buku catatan masing-masing.</p> <p>25. Siswa diminta untuk mengumpulkan lembar jawaban <i>worksheet</i> yang diberikan.</p> <p>26. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p> <p>27. Guru membagikan lembaran latihan soal pada siswa.</p> <p>28. Siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal di buku catatan masing-masing (mengasosiasi).</p>	
--	---	--

	29. Beberapa siswa diminta untuk menuliskan jawabannya di papan tulis dan mempresentasikannya (mengkomunikasikan).	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru dan siswa melakukan refleksi. 2. Guru memberikan PR pada siswa, yaitu melanjutkan pengerjaan latihan soal yang telah diberikan. 3. Guru memberikan tes formatif kepada siswa, yaitu menuliskan sifat limit fungsi yang ke-6 dan ke-9. 4. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi limit, untuk persiapan UH Limit pada Kamis, 9-4-2015 pukul 07.00 s.d 08.30. 5. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam. 	5 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.
2. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap tanggung jawab.	Pengamatan	Penyelesaian PR dan <i>worksheet</i> yang diberikan dengan baik dan benar.
2	Perilaku pro-aktif.	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian <i>worksheet</i> .
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif.	Penyelesaian tes formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>worksheet</i> .	Penyelesaian <i>worksheet</i> secara diskusi dalam kelompok.

6. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan *worksheet* (lampiran 66 dan 61).

7. Kerangka Penilaian

a. Aspek Pengetahuan

a.1 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang ke-6.	5
	Menuliskan sifat limit yang ke-9.	5
Skor maksimal		10

a.2 *Worksheet*

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-7.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-8.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-9.	10
Skor maksimal		30

b. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : X MIPA 2 / 2

Tahun Pelajaran : 2014/2015

Waktu Pengamatan :

Kompetensi Dasar : Nomor 2.3, 3.19, 4.16

Indikator sikap TANGGUNG JAWAB

- 1 = Kurang baik** *jika* sama sekali tidak berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *worksheet*.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *worksheet* tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *worksheet* tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan adanya usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal PR dan *worksheet* dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku PRO-AKTIF (dalam kelompok)

- 1 = Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak aktif bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas kelompok.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berusaha menyelesaikan *worksheet*.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten menyelesaikan *worksheet*.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan sudah bertanya kepada teman dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten menyelesaikan *worksheet*.

Kriteria Penilaian

Skor maksimum = $4 \times 2 = 8$.

Skor minimum = $1 \times 2 = 2$.

Jika ditetapkan kategori penilaian : 2, maka rentangan nilai adalah sebagai berikut.

Rentangan nilai = $\frac{8-2}{2} = 3$.

29	DL-W 29										
30	DL-W 30										
31	DL-W 31										
32	DL-W 32										
33	DL-W 33										
34	DL-W 34										
35	DL-W 35										
36	DL-W 36										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Observer

Putri Astian Pratiwi
NIM. 4101411103

Ungaran, 6 April 2015

Praktikan

Nisa'ul Lathifatul Khoir
NIM. 4101411102

Mengetahui,

Guru Mata Pelajaran Matematika

Lilie Hanifah, S.Pd

NIP. 195711021979032003

Lampiran 56

MATERI PEMBELAJARAN (2)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

1. Sifat 6

Contoh 11

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x)$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x) = 2(2^2) - 2 = 6$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] - (2) = 6$.

Contoh 12

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x)$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 1}(4x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4$.

Contoh 13

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x)$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x) = 2(2^2) + 2 = 10$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] + (2) = 10$.

Contoh 14

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x)$.

$$b. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x).$$

Penyelesaian:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12.$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12.$$

Berdasarkan contoh 11, 12, 13, dan 14, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 475).

3. Sifat 7

Contoh 15

Jika $f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$	2,78	2,06	2,01	...	1,99	1,94	1,52	0,67

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{2x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2x^2 - x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{[2(1^2)] - 1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2.$$

Contoh 16

Jika $f(x) = \frac{x^2+4x}{2x^2+x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{x^2+4x}{2x^2+x}$	1,75	1,67	1,67	...	1,67	1,66	1,59	1,38

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = 1,67 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = \frac{[(1^2+4(1))]}{[2(1^2)+1]}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x}{2x^2+x} = 1,67.$$

Berdasarkan contoh 15 dan 16, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$, maka $\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$

(Kemendikbud, 2014: 477).

4. Sifat 8**Contoh 17**

Jika $f(x) = 8x^3$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 8x^3$	5,83	7,76	7,98	...	8,02	8,24	10,65	27

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 8x^3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 8x^3 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)(2x)(2x) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= (\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= [2(1)]^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= 8. \end{aligned}$$

Contoh 18

Jika $f(x) = \frac{4}{x^2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{4}{x^2}$	4,94	4,08	4,01	...	3,99	3,92	3,31	1,78

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 4. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x^2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right)^2 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \left(\frac{2}{x}\right) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \left(\frac{2}{1} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = 4.$$

Berdasarkan contoh 17 dan 18, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif.

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

5. Sifat 9

Contoh 19

Jika $f(x) = \sqrt{3x - 2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = \sqrt{3x - 2}$	1,92	1,99	1,999	...	2,001	2,01	2,07	2,35

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{3x - 2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \left(\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{3(2) - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2.$$

Contoh 20

Jika $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 3 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,5
$f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$...				

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 3 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 3. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt[4]{x^2 + 7} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \left(\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7 \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{(3)^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2.$$

Berdasarkan contoh 19 dan 20, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

Lampiran 57



Petunjuk pengerjaan *worksheet*:

1. Tulislah identitas anggota kelompokmu meliputi nama, nomor presensi, dan kelas di pojok kanan atas pada lembar penyelesaian.
2. Kerjakan tiap butir pertanyaan dalam *Worksheet* denganurut, rapi, dan benar di lembar jawab.
3. Bekerjalah secara berkelompok.

A. Kegiatan Awal

Mari kita ingat kembali sifat limit fungsi yang telah dipelajari.

- 1) Buatlah contoh soal yang menunjukkan sifat limit berikut.
 - a. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)].$$
 - b. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c .

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

B. Kegiatan Inti

Sekarang, mari kita mengamati, menanya, dan mengumpulkan informasi untuk mendapatkan penalaran.

1. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)}$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?
 - (a) Tentukan jawabanmu.
 - (b) Berikan alasanmu.
 - (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
2. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)}$ selalu benar, kadang benar, atau tidak pernah benar?

- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
3. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)}$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
4. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = (\lim_{x \rightarrow 1} x)^2$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
5. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 = (\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
6. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x}\right)^2$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- (a) Tentukan jawabanmu.
- (b) Berikan alasanmu.
- (c) Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
- (d) Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

7. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{9} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 9}$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- Tentukan jawabanmu.
 - Berikan alasanmu.
 - Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
8. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2}$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- Tentukan jawabanmu.
 - Berikan alasanmu.
 - Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.
9. Apakah pernyataan $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7}$ selalu benar, kadang benar atau tidak pernah benar?
- Tentukan jawabanmu.
 - Berikan alasanmu.
 - Buatlah pertanyaan yang relevan terkait dengan soal tersebut.
 - Tentukan penyelesaian dari pertanyaan yang telah kamu buat.

C. Kesimpulan

- Berdasarkan soal 1, 2, dan 3 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.
- Berdasarkan soal 4, 5, dan 6 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.
- Berdasarkan soal 7, 8, dan 9 pada kegiatan inti, tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.

Lampiran 58

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	1. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang kesembilan dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 59

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

- Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
 - Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
 - Berdoalah sebelum mengerjakan soal.
-
-

Soal:

- Tuliskan sifat limit fungsi yang ke-9.

Jawab:

- Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
4	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 60

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Kelas X MIPA
SMA Negeri 1 Ungaran

3.19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.



JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG



Gb 1. Ruang dokter mata.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Seseorang yang menderita penyakit rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan dokter mata. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelah itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung dapat diperoleh dengan rumus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lensa, s = jarak mata ke benda, dan s' = titik jauh mata penderita.

Jadi, dengan menggunakan limit, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga jarak penglihatannya menjadi normal kembali.

JURUSAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

Lampiran 61

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-1 KELOMPOK KONTROL

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X MIA 3 / 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan	: 3. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh. 4. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

J. Kompetensi Inti SMA Kelas X

5. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
6. Menghayati dan mengamalkan perilaku disiplin, bekerjasama, dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
7. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

8. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

K. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
2.4 Memiliki sikap disiplin dan kemampuan bekerjasama menyusun strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.	2.3.8 Siswa dapat bersikap disiplin, yaitu menyelesaikan tes formatif dan latihan soal yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan. 2.3.9 Siswa dapat memiliki kemampuan bekerjasama menyelesaikan latihan soal terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh.
3.26 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.5 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
8.16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.5 Siswa menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

L. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif, siswa diharapkan bersikap disiplin dan memiliki kemampuan bekerjasama serta mampu:

3. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh
4. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

M. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 1).

N. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah kooperatif. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk aktif berdiskusi terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

O. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

10. Papan tulis.
11. Spidol dan penghapus.
12. Penggaris.
13. LCD.
14. Laptop.
15. Lembar penilaian sikap.
16. Latihan Soal.
17. Soal tes formatif.

Sumber:

5. Buku guru kelas X hlm 466 s.d 472.
6. Buku siswa kelas X hlm 129 s.d 134.

P. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu																
Pendahuluan	9. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 10. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 11. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 12. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi. 13. Guru menuliskan judul pembelajaran di papan tulis. 14. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 15. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-sifat limit akan muncul pada UAS dan UN. 16. Guru menyampaikan apersepsi yaitu sebutkan bilangan real yang paling dekat dengan 1.	5 menit																
Inti	27. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing. c. Tentukan nilai limit fungsi berikut. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$ d. Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$ Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. Penyelesaian: b. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$ Atau jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut. <table border="1" data-bbox="564 1921 1307 1986"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1,01</td> <td>-1,011</td> <td>-1,001</td> <td>-1</td> <td>-0,999</td> <td>-0,99</td> <td>-0,98</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 2x + 1$</td> <td>4,04</td> <td>4,04</td> <td>4,004</td> <td>...</td> <td>3,996</td> <td>3,960</td> <td>3,920</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98	$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920	80 menit
x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98											
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920											

Jadi, $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4$.

c. Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, x \leq 3 \\ x - 1, x > 3. \end{cases}$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2.$$

28. Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.
29. Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor 1a) dan 1b) (**mengamati**).
30. Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati (**menanya**).
31. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati di buku catatan masing-masing (**mengumpulkan informasi**).
32. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.
33. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis (**mengasosiasi**).
34. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu (hipotesis) yang telah ditulis di buku catatan masing-masing dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis.

	<p>35. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama di papan tulis sebagai berikut.</p> <p>Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$</p> <p>(<i>generalization</i>) (mengkomunikasikan).</p> <p>36. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang pertama di buku catatan masing-masing.</p> <p>37. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa.</p> <p>38. Guru membagikan lembar latihan soal untuk menentukan sifat-sifat limit yang ke-2, 3, 4, dan 5 kepada masing-masing kelompok (lampiran 2).</p> <p>39. Siswa secara berkelompok diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati soal yang terdapat pada latihan soal (mengamati).</p> <p>40. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam latihan soal dilembar jawab (mengumpulkan informasi).</p> <p>41. Siswa diminta untuk bekerjasama menyelesaikan latihan soal yang diberikan dengan alokasi waktu 40 menit di lembar jawab (mengasosiasi).</p> <p>42. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit (mengkomunikasikan).</p> <p>43. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan latihan soal menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>44. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan jawaban.</p>	
--	---	--

	<p>45. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>46. Siswa dipersilahkan mencatat 5 sifat limit di buku catatan masing-masing.</p> <p>47. Siswa diminta untuk mengumpulkan lembar jawab latihan soal.</p> <p>48. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p> <p>49. Guru memberikan latihan soal pada siswa, yaitu uji kompetensi 10.1 buku siswa hlm 150 nomor 1 dan 2.</p> <p>50. Siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal di buku catatan masing-masing (mengasosiasi).</p> <p>51. Beberapa siswa diminta untuk menuliskan jawabannya di papan tulis dan mempresentasikannya (mengkomunikasikan).</p>	
Penutup	<p>6. Guru dan siswa melakukan refleksi.</p> <p>7. Guru memberikan PR pada siswa, yaitu melanjutkan pengerjaan latihan soal yang telah diberikan.</p> <p>8. Guru memberikan tes formatif secara tertulis, yaitu siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.</p> <p>9. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi pada pertemuan selanjutnya, yaitu masih mengenai sifat-sifat limit.</p> <p>10. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam.</p>	5 menit

Q. Penilaian Hasil Belajar

3. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.

4. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap disiplin	Pengamatan	Penyelesaian tes formatif dan latihan soal yang diberikan berdasarkan alokasi waktu yang ditetapkan.

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
2	Perilaku bekerjasama	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian .latihan soal.
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif	Penyelesaian soal tes formatif secara individu.
		Penyelesaian latihan soal	Penyelesaian latihan soal secara diskusi dalam kelompok.

7. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi (terlampir).

8. Kerangka Penilaian

c. Aspek Pengetahuan

a.5 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang pertama.	5
Skor maksimal		5

a.6 Latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi.

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-2.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-3.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-4.	10

	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-5.	10
Skor maksimal		40

d. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : X MIPA 2 / 2

Tahun Pelajaran : 2014/2015

Waktu Pengamatan :

Kompetensi Dasar : Nomor 2.1, 3.19, 4.16

Indikator sikap DISIPLIN

- 1 = Kurang baik** jika sama sekali tidak berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi.
- 2 = Cukup baik** jika sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = Baik** jika menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = Sangat baik** jika menunjukkan adanya usaha untuk berusaha disiplin dalam proses penyelesaian soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku BEKERJASAMA (dalam kelompok)

- 1 = Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- 2 = Cukup baik** *jika* sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berinteraksi dalam kelompok.
- 3 = Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok.
- 4 = Sangat baik** *jika* menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten berinteraksi dalam kelompok

Kriteria Penilaian

Skor maksimum = $4 \times 2 = 8$.

Skor minimum = $1 \times 2 = 2$.

Jika ditetapkan kategori penilaian : 2, maka rentangan nilai adalah sebagai berikut.

Rentangan nilai = $\frac{8-2}{2} = 3$.

Kolom Ketetapan diisi dengan nilai huruf A, B, C.

A jika jumlah skor 8-6

B jika jumlah skor 5-3

C jika jumlah skor 2.

26	DL-K 26										
27	DL-K 27										
28	DL-K 28										
29	DL-K 29										
30	DL-K 30										
31	DL-K 31										
32	DL-K 32										
33	DL-K 33										
34	DL-K 34										
35	DL-K 35										
36	DL-K 36										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Praktikan

Niken Ramandha Wulan Sari

Nisa'ul Lathifatul Khoir

NIM. 4101411082

NIM. 4101411102

Mengetahui,

Guru Mata Pelajaran Matematika

Purwanto, S.Pd

NIP. 195711021979032003

Lampiran 62

MATERI PEMBELAJARAN (1)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

6. Sifat 1**Contoh 1**

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1).$$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4.$$

Atau

jika $x^2 - 2x + 1$ disajikan dalam tabel adalah sebagai berikut.

x	-1,01	-1,011	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,98
$x^2 - 2x + 1$	4,04	4,04	4,004	...	3,996	3,960	3,920

Jadi, $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = 4$.

Contoh 2

Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan dengan

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1, & \text{untuk } x > 3. \end{cases}$$

Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Penyelesaian:

Nilai-nilai fungsi $f(x)$ disajikan dalam tabel sebagai berikut.

x	2,7	2,8	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,2
$f(x)$	2,4	2,6	2,998	...	2,001	2,01	2,1	2,2
$= \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 3 \\ x - 1, & x > 3. \end{cases}$								

Berdasarkan tabel tersebut, terlihat bahwa ketika x mendekati 3, nilai fungsi $f(x)$ tidak akan pernah menuju ke suatu nilai tertentu. Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada.

Perlu diperhatikan bahwa fungsi $f(x)$ mempunyai limit kiri dan limit kanan, akan tetapi nilainya berbeda.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2.$$

Berdasarkan contoh 1 dan contoh 2, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$

(Kemendikbud, 2014: 466).

7. Sifat 2

Contoh 3

Jika $f(x) = 2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 2$	2	2	2	...	2	2	2	2

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 4

Jika $f(x) = 4$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 4$	4	4	4	...	4	4	4	4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4 = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 3 dan contoh 4, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi konstan dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} k = k$.

(Kemendikbud, 2014: 467).

8. Sifat 3

Contoh 5

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = x$	0,9	0,99	0,999	...	1,001	1,01	1,1	1,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x = \lim_{x \rightarrow 1^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Contoh 6

Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = x$	1,9	1,99	1,999	...	2,001	2,01	2,1	2,5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x = \lim_{x \rightarrow 2^+} x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Berdasarkan contoh 5 dan contoh 6, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi dan c bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} x = c$.

(Kemendikbud, 2014: 469).

9. Sifat 4

Contoh 7

Jika $f(x) = 2x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x$	1,8	1,9 8	1,988	...	2,002	2,02	2,2	2,4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \lim_{x \rightarrow 1} x$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2.$$

Contoh 8

Jika $f(x) = 4(x + 1)$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 4(x + 1)$	7,6	7,96	7,996	...	8,004	8,04	8,4	8,8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4(x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4(x + 1) \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(1 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4(2)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 8.$$

Berdasarkan contoh 7 dan contoh 8, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 470).

10. Sifat 5

Contoh 9

Jika $f(x) = x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = x^2$	0,8 1	0,9 8	0,998	...	1,002	1,02	1,2 1	1,4 4

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right) \left(\lim_{x \rightarrow 1} x \right)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = (1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1.$$

Contoh 10

Jika $f(x) = 2x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x^2$	1,6 2	1,9 6	1,996	...	2,004	2,04	2,4 2	2,8 8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2)(x)(x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (2) \lim_{x \rightarrow 1} (x) \lim_{x \rightarrow 1} (x)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = (2)(1)(1)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2.$$

Berdasarkan contoh 9 dan contoh 10, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c .

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 472).

Lampiran 63

LATIHAN SOAL

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Petunjuk pengerjaan:

4. Tulislah identitas anggota kelompokmu meliputi nama, nomor presensi, dan kelas di pojok kanan atas pada lembar penyelesaian.
5. Kerjakan tiap butir pertanyaan latihan soal dengan urut, rapi, dan benar.
6. Bekerjalah secara berkelompok dengan alokasi waktu 40 menit.

- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Tentukan nilai limit fungsi berikut. <ol style="list-style-type: none"> (a) $\lim_{x \rightarrow 1} 3$. (b) $\lim_{x \rightarrow 2} 5$. (c) $\lim_{x \rightarrow 3} b$. (d) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut. 2. Tentukan nilai limit fungsi berikut. <ol style="list-style-type: none"> (a) $\lim_{x \rightarrow 1} x$. (b) $\lim_{x \rightarrow 2} x$. (c) $\lim_{x \rightarrow n} x$. (d) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut. | <ol style="list-style-type: none"> 3. Tentukan nilai limit fungsi berikut. <ol style="list-style-type: none"> (a) $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$. (b) $(3)\lim_{x \rightarrow 1} x$. (c) $\lim_{x \rightarrow 2} 4x$. (d) $(4)\lim_{x \rightarrow 2} x$. (e) $\lim_{x \rightarrow 3} 4(x + 1)$. (f) $(4)\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$. (g) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut. 4. Tentukan nilai limit fungsi berikut. <ol style="list-style-type: none"> (a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2$. (b) $\lim_{x \rightarrow 1} (x)\lim_{x \rightarrow 1} (x)$. (c) $\lim_{x \rightarrow 2} 2x^2$. (d) $\lim_{x \rightarrow 2} (2)\lim_{x \rightarrow 2} (x^2)$. (e) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x + 1)$. (f) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$. (g) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut |
|--|---|

Lampiran 64

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	3. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang pertama dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 65

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

7. Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
8. Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
9. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

Soal:

3. Tuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Jawab:

3. Misalkan f suatu fungsi dengan $f: R \rightarrow R$ dan L, c bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
3	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 66

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
PERTEMUAN KE-2 KELOMPOK KONTROL

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Ungaran, Kabupaten Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X MIA 3/ 2
Topik	: Limit Fungsi Aljabar
Sub Topik	: Sifat-sifat Limit Fungsi
Tujuan	: 5. Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh. 6. Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

R. Kompetensi Inti SMA Kelas X

9. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
10. Menghayati dan mengamalkan perilaku tanggungjawab, pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
11. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
12. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

S. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menunjukkan sikap bertanggung jawab dan pro-aktif.	2.3.10 Siswa dapat bersikap tanggung jawab, yaitu menyelesaikan latihan soal yang diberikan. 2.3.11 Siswa dapat memiliki kemampuan pro-aktif dalam pembelajaran dan dalam kegiatan diskusi dalam kelompok terkait dengan sifat-sifat limit fungsi melalui contoh-contoh.
3.27 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	3.19.6 Siswa mampu merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan.
9.16 Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar.	4.16.6 Siswa mampu menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar.

T. Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif, siswa diharapkan bersikap tanggung jawab dan pro-aktif serta mampu:

5. merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui melalui pengamatan contoh-contoh.
6. menyelesaikan soal yang berhubungan dengan sifat-sifat limit fungsi.

U. Materi Pembelajaran

Topik : Limit Fungsi Aljabar.

Sub topik: Sifat-sifat limit fungsi.

(Lampiran 1).

V. Model Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran materi limit fungsi ini adalah pendekatan saintifik (*scientific*). Model pembelajaran yang digunakan adalah kooperatif. Pada model pembelajaran ini, siswa diminta untuk melakukan diskusi terkait dengan materi sifat-sifat limit fungsi.

W. Media dan Sumber Pembelajaran

Media:

18. Papan tulis.
19. Spidol dan penghapus.
20. Penggaris.
21. Lembar penilaian sikap.
22. Latihan Soal.
23. Soal tes formatif.

Sumber:

7. Buku guru kelas X hlm 475 s.d 480.
8. Buku siswa kelas X hlm 136 s.d 140.

X. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	17. Guru memasuki kelas dengan menyampaikan salam. 18. Siswa diminta untuk membersihkan papan tulis apabila papan tulis masih kotor. 19. Siswa diminta untuk menyiapkan alat tulis dan buku matematika serta menyimpan buku-buku yang tidak berhubungan dengan pelajaran matematika. 20. Guru menyampaikan cakupan materi pembelajaran, yaitu sifat-sifat limit fungsi. 21. Guru menuliskan judul pembelajaran di papan tulis. 22. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran kepada siswa. 23. Guru memberikan motivasi untuk membangkitkan semangat belajar siswa dengan mengemukakan bahwa materi sifat-	5 menit

	<p>sifat limit akan muncul pada UAS dan UN.</p> <p>24. Guru menyampaikan apersepsi yaitu menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut. Buatlah contoh soal yang menunjukkan sifat limit fungsi yang ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5.</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>e. $\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2.$</p> <p>f. $\lim_{x \rightarrow 2} x = 2.$</p> <p>g. $\lim_{x \rightarrow 1} 4(x + 1) = 4 \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1).$</p> <p>h. $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \lim_{x \rightarrow 1} (x)(x).$</p>	
Inti	<p>52. Siswa diminta untuk menentukan nilai limit fungsi sebagai berikut di buku catatan masing-masing.</p> <p>c. Tentukan nilai limit fungsi berikut.</p> <p>b1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - x).$</p> <p>b2. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2} (x).$</p> <p>b3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x).$</p> <p>b4. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2) - \lim_{x \rightarrow 1} (4x).$</p> <p>d. Tentukan nilai limit fungsi berikut.</p> <p>c1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + x).$</p> <p>c2. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (x).$</p> <p>c3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x).$</p> <p>c4. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x).$</p> <p>Penyelesaian:</p> <p>a.2 $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - x) = 2(2^2) - 1 = 7.$</p> <p>5. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2} (x) = [2(2^2)] - (1) = 7.$</p> <p>6. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4.$</p> <p>7. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2) - \lim_{x \rightarrow 2} (4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4.$</p> <p>b.2 $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + x) = 2(2^2) + 1 = 9.$</p> <p>5. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (x) = [2(2^2)] + (1) = 9.$</p> <p>6. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12.$</p>	80 menit

	<p>7. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12.$</p> <p>53. Setelah selesai menyelesaikan soal tersebut, siswa yang bisa menuliskan di papan tulis.</p> <p>54. Siswa diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati penyelesaian nilai limit fungsi nomor 1 dan 2 (mengamati).</p> <p>55. Siswa diminta untuk mengemukakan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati (menanya).</p> <p>56. Siswa diminta untuk menuliskan pertanyaan yang relevan dengan sifat limit fungsi berdasarkan penyelesaian soal yang telah diamati di buku catatan masing-masing (mengumpulkan informasi).</p> <p>57. Siswa diminta untuk menentukan hipotesis dari pertanyaan yang mereka tulis di buku catatan.</p> <p>58. Guru membimbing siswa untuk menentukan sifat limit fungsi yang pertama melalui penyelesaian nilai limit fungsi yang telah diamati dan menuliskan di papan tulis (mengasosiasi).</p> <p>59. Siswa diminta untuk memeriksa secara cermat dengan teman sebangkunya, yaitu (hipotesis) yang telah ditulis di buku catatan masing-masing dengan hasil bimbingan guru terkait dengan sifat limit yang dituliskan di papan tulis.</p> <p>60. Siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang keenam di papan tulis sebagai berikut. Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c, dengan c adalah bilangan real, $\lim_{x \rightarrow c}[f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$(mengkomunikasikan).</p> <p>61. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit fungsi yang keenam di buku catatan masing-masing.</p> <p>62. Siswa dikoordinasikan ke dalam kelompok yang beranggotakan empat siswa.</p> <p>63. Guru membagikan lembar latihan soal untuk menentukan</p>	
--	--	--

	<p>sifat-sifat limit yang ke-7, 8, dan 9 kepada masing-masing kelompok (lampiran 2).</p> <p>64. Siswa secara berkelompok diminta untuk membaca, mengamati, dan mencermati soal yang terdapat pada latihan soal (mengamati).</p> <p>65. Siswa diminta untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam latihan soal dilembar jawab (mengumpulkan informasi).</p> <p>66. Siswa diminta untuk bekerja dan kelompok menyelesaikan latihan soal yang diberikan dengan alokasi waktu 40 menit di lembar jawab (mengasosiasi).</p> <p>67. Siswa diminta menuliskan kesimpulan hasil penemuan mengenai sifat-sifat limit di lembar jawab (mengkomunikasikan).</p> <p>68. Guru membimbing jalannya diskusi dengan berkeliling ke setiap kelompok dan menanyakan perkembangan siswa dalam mengerjakan latihan soal menemukan sifat-sifat limit.</p> <p>69. Beberapa siswa sebagai perwakilan setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil temuannya terkait dengan sifat-sifat limit (mengkomunikasikan). Sedangkan siswa yang lain diminta untuk bertanya atau menanggapi jika terdapat perbedaan jawaban.</p> <p>70. Guru mengkonfirmasi terkait dengan temuan sifat-sifat limit.</p> <p>71. Siswa dipersilahkan mencatat sifat limit yang ke-7, ke-8, dan ke-9 di buku catatan masing-masing.</p> <p>72. Siswa diminta untuk mengumpulkan lembar jawab latihan soal.</p> <p>73. Guru mengkondisikan siswa untuk duduk seperti semula.</p> <p>74. Guru memberikan latihan soal pada siswa, yaitu uji kompetensi 10.1 buku siswa hlm 150 nomor 3 dan 4.</p> <p>75. Siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal di buku catatan masing-masing (mengasosiasi).</p> <p>76. Beberapa siswa diminta untuk menuliskan jawabannya di</p>	
--	---	--

	papan tulis dan mempresentasikannya (mengkomunikasikan).	
Penutup	<p>11. Guru dan siswa melakukan refleksi.</p> <p>12. Guru memberikan PR pada siswa, yaitu melanjutkan pengerjaan latihan uji kompetensi 10.1 buku siswa hlm 150 nomor 3 dan 4 yang telah diberikan.</p> <p>13. Guru memberikan tes formatif secara tertulis, yaitu siswa diminta untuk menuliskan sifat limit fungsi yang ke-9.</p> <p>14. Guru memberikan pesan kepada siswa untuk mempelajari materi pada pertemuan selanjutnya, yaitu masih mengenai sifat-sifat limit.</p> <p>15. Guru mengakhiri pertemuan dengan mengucapkan salam.</p>	5 menit

Y. Penilaian Hasil Belajar

5. Teknik penilaian : pengamatan, tes tertulis.
6. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Sikap tanggung jawab.	Pengamatan	Penyelesaian latihan soal yang diberikan dengan baik dan benar.
2	Perilaku pro-aktif.	Pengamatan	Diskusi kelompok penyelesaian latihan soal.
4	Pengetahuan dan keterampilan matematika	Penyelesaian tes formatif.	Penyelesaian tes formatif secara individu.
		Penyelesaian <i>Worksheet</i> .	Penyelesaian <i>Worksheet</i> secara diskusi dalam kelompok.

8. Instrumen Penilaian

Soal tes formatif dan latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi (terlampir).

9. Kerangka Penilaian

e. Aspek Pengetahuan

a.7 Soal tes formatif

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Menuliskan sifat limit yang ke-9.	5
Skor maksimal		5

a.8 Latihan soal untuk menemukan sifat-sifat limit fungsi.

Aspek yang dinilai	Rubrik Penilaian	Skor
Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-7.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-8.	10
	Merumuskan sifat limit fungsi aljabar yang ke-9.	10
Skor maksimal		30

f. Aspek sikap

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP**Mata Pelajaran** : Matematika**Kelas/Semester** : X MIPA 2 / 2**Tahun Pelajaran** : 2014/2015**Waktu Pengamatan** :**Kompetensi Dasar** : Nomor 2.3, 3.19, 4.16

Indikator sikap TANGGUNG JAWAB

- 1 = **Kurang baik** *jika* sama sekali tidak berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian latihan soal.
- 2 = **Cukup baik** *jika* sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian soal latihan soal tetapi terdapat banyak kesalahan dalam penyelesaian.
- 3 = **Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian latihan soal tetapi sedikit kesalahan dalam penyelesaian.
- 4 = **Sangat baik** *jika* menunjukkan adanya usaha untuk berusaha tanggung jawab dalam proses penyelesaian latihan soal dan sempurna dalam penyelesaian.

Indikator perilaku PRO-AKTIF (dalam kelompok)

- 1 = **Kurang baik** *jika* menunjukkan sama sekali tidak aktif bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas kelompok.
- 2 = **Cukup baik** *jika* sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi tidak berusaha menyelesaikan *worksheet*.
- 3 = **Baik** *jika* menunjukkan sudah ada usaha bertanya kepada teman dalam melaksanakan tugas-tugas kelompok tetapi belum ajeg/konsisten menyelesaikan *worksheet*.
- 4 = **Sangat baik** *jika* menunjukkan sudah bertanya kepada teman dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten menyelesaikan *worksheet*.

Kriteria Penilaian

Skor maksimum = $4 \times 2 = 8$.

Skor minimum = $1 \times 2 = 2$.

Jika ditetapkan kategori penilaian : 2, maka rentangan nilai adalah sebagai berikut.

24	DL-K 24										
25	DL-K 25										
26	DL-K 26										
27	DL-K 27										
28	DL-K 28										
29	DL-K 29										
30	DL-K 30										
31	DL-K 31										
32	DL-K 32										
33	DL-K 33										
34	DL-K 34										
35	DL-K 35										
36	DL-K 36										

SB = sangat baik **B** = baik **CB** = cukup baik **KB** = kurang baik

Ungaran, 6 April 2015

Observer

Praktikan

Niken Ramandha Wulan Sari

Nisa'ul Lathifatul Khoir

NIM. 4101411082

NIM. 4101411102

Mengetahui,

Guru Mata Pelajaran Matematika

Purwanto, S.Pd

NIP. 195711021979032003

Lampiran 67

MATERI PEMBELAJARAN (1)
SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

11. Sifat 6

Contoh 11

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x)$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 - x) = 2(2^2) - 2 = 6$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] - (2) = 6$.

Contoh 12

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x)$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 1}(4x)$.

Penyelesaian:

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 4x) = (2)^2 - 4(2) = -4$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2) - \lim_{x \rightarrow 2}(4x) = [(2)^2] - [4(2)] = -4$.

Contoh 13

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x)$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x)$.

Penyelesaian:

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2 + x) = 2(2^2) + 2 = 10$.
d. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x^2) + \lim_{x \rightarrow 2}(x) = [2(2^2)] + (2) = 10$.

Contoh 14

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

- c. $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 + 4x)$.

$$d. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x).$$

Penyelesaian:

$$c. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x) = (2)^2 + 4(2) = 12.$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} (4x) = [(2)^2] + [4(2)] = 12.$$

Berdasarkan contoh 11, 12, 13, dan 14, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)].$$

(Kemendikbud, 2014: 475).

e. Sifat 7

Contoh 15

Jika $f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{2}{2x^2 - x}$	2,7 8	2,0 6	2,01	...	1,99	1,94	1,5 2	0,6 7

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{2x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2x^2 - x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{[2(1^2)] - 1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = \frac{2}{1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x} = 2.$$

Contoh 16

Jika $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
		9						
$f(x) = \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x}$	1,7	1,6	1,67	...	1,67	1,66	1,5	1,3
	5	7					9	8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 1. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = 1,67 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{[(1^2 + 4(1))]}{[2(1^2) + 1]}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x} = 1,67.$$

Berdasarkan contoh 15 dan 16, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f, g adalah dua fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$, maka $\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$

(Kemendikbud, 2014: 477).

f. Sifat 8

Contoh 17

Jika $f(x) = 8x^3$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = 8x^3$	5,8 3	7,7 6	7,98	...	8,02	8,24	10,65	27

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 8. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 8x^3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 8x^3 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 = 8 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x)(2x)(2x) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= (\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= [2(1)]^3 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 8x^3 &= 8. \end{aligned}$$

Contoh 18

Jika $f(x) = \frac{4}{x^2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	0,9	0,9 9	0,999	1	1,001	1,01	1,1	1,5
$f(x) = \frac{4}{x^2}$	4,9 4	4,0 8	4,01	...	3,99	3,92	3,31	1,7 8

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 4. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x^2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} = 4 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right)^2 \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \left(\frac{2}{x}\right) \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x}\right) \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x}\right)^2 \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= \left(\frac{2}{1}\right)^2 \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2} &= 4.
\end{aligned}$$

Berdasarkan contoh 17 dan 18, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif.

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

g. Sifat 9

Contoh 19

Jika $f(x) = \sqrt{3x - 2}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,5
$f(x) = \sqrt{3x - 2}$	1,92	1,99	1,999	...	2,001	2,01	2,07	2,3
								5

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 2 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 2. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{3x - 2} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)^{\frac{1}{2}} \\
\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} &= \left(\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2 \right)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{3(2) - 2}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2} = 2.$$

Contoh 20

Jika $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 3 dapat ditunjukkan pada tabel sebagai berikut.

x	2,9	2,9 9	2,999	3	3,001	3,01	3,1	3,5
$f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 7}$...				

Berdasarkan tabel tersebut, x mendekati 3 dari kiri dan kanan maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati 3. Secara matematika dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt[4]{x^2 + 7} \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2 \quad (\text{sifat 1}).$$

Jika diuraikan maka,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 7)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \left(\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 7 \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = \sqrt[4]{(3)^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7} = 2.$$

Berdasarkan contoh 19 dan 20, secara induktif diperoleh sifat sebagai berikut.

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

(Kemendikbud, 2014: 480).

Lampiran 68

LATIHAN SOAL

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI

Petunjuk pengerjaan:

7. Tulislah identitas anggota kelompokmu meliputi nama, nomor presensi, dan kelas di pojok kanan atas pada lembar penyelesaian.
8. Kerjakan tiap butir pertanyaan latihan soal dengan urut, rapi, dan benar.
9. Bekerjalah secara berkelompok dengan alokasi waktu 40 menit.

5. Tentukan nilai limit fungsi berikut.
 - (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{2x^2 - x}$.
 - (f) $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - x)}$.
 - (g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x}{2x^2 + x}$.
 - (h) $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x)}$.
 - (i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.
 - (j) $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)}$.
 - (k) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.
6. Tentukan nilai limit fungsi berikut.
 - (e) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2$.
 - (f) $(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2$.
 - (g) $\lim_{x \rightarrow 1} 8x^3$.
 - (h) $(\lim_{x \rightarrow 1} 2x)^3$.
 - (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2}$.
 - (j) $(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x})^2$.
 - (k) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.
7. Tentukan nilai limit fungsi berikut.
 - (h) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{9}$.
 - (i) $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 9}$.
 - (j) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x - 2}$.
 - (k) $\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2}$.
 - (l) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[4]{x^2 + 7}$.
 - (m) $\sqrt[4]{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7}$.
 - (n) Tentukan jawaban sementara untuk formula sifat limit tersebut.

Lampiran 69

KISI-KISI TES FORMATIF**Satuan Pendidikan : SMA****Alokasi waktu : 1 x 3 menit****Mata Pelajaran : Matematika****Banyak soal : 1****Kelas / semester : X / 2****Kurikulum : 2013**

No	Kompetensi yang diujikan	Materi Pokok	Indikator	Bentuk Soal	No Soal
1	3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.	Limit Fungsi Aljabar	4. Siswa dapat menuliskan sifat limit yang ke-9 dengan benar.	Uraian	1

Lampiran 70

TES FORMATIF

Topik	: limit fungsi aljabar.
Sub Topik	: sifat-sifat limit fungsi aljabar.
Kompetensi Dasar	: 3. 19 Merumuskan aturan dan sifat limit fungsi aljabar melalui pengamatan contoh-contoh.
Kelas/Semester	: X / 2.
Alokasi Waktu	: 3 menit.

10. Lengkapi identitas kalian terlebih dahulu pada lembar jawab kalian masing-masing..
11. Bekerjalah dengan jujur dan tanggung jawab.
12. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.

Soal:

4. Tuliskan sifat limit fungsi yang ke-9.

awab:

3. Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai limit bila x mendekati c , dengan c adalah bilangan real dan n adalah bilangan positif dan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

Rubrik Penskoran:

Skor	Kriteria
5	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama dengan benar.
4	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat sedikit kesalahan.
1	Menuliskan sifat limit fungsi yang pertama, namun terdapat banyak kesalahan.
0	Tidak menuliskan sifat limit fungsi yang pertama.

Lampiran 71

**LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK EKPERIMEN 1**

(Discovery Learning dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card*)

Pertemuan Ke- : 1.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Sabtu/4 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	DL 1: memberikan stimulasi kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
6	DL 2: memberikan problem statement kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
7	DL 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.				v
8	DL 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian <i>index card</i> untuk melakukan penemuan.				v
9	DL 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian <i>index card</i> .				v
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan penemuannya.				v
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien				v

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
13.	Menghasilkan pesan yang menarik			v	
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		78			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 78.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100\% = \frac{78}{80} \times 100\% = 97,5\%$$

Kriteria persentase :

1. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$
2. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$
3. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Niken Ramandha W. S.

NIM. 4101411082

Lampiran 72

LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU

KELOMPOK EKPERIMEN 2**(Discovery Learning dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Worksheet*)**

Pertemuan Ke- : 1.

Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.

Hari/ Tanggal : Sabtu/4 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	DL 1: memberikan stimulasi kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
6	DL 2: memberikan problem statement kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.			v	
7	DL 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.				v
8	DL 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian <i>worksheet</i> untuk melakukan penemuan.				v
9	DL 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian <i>worksheet</i> .			v	
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan penemuannya.				v
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien			v	

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		76			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 76.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100\% = \frac{76}{80} \times 100\% = 95\%$$

Kriteria persentase :

4. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$
5. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$
6. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Benedectus Emanuel A.

NIM. 4101411101

Lampiran 73

LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK KONTROL
(Pendekatan Saintifik dengan Pembelajaran Kooperatif)

Pertemuan Ke- : 1.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Sabtu/4 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	K 1: menyampaikan tujuan pembelajaran untuk memotivasi belajar siswa.				v
6	K 2: presentasi informasi dalam bentuk teks.			v	
7	K 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.				v
8	K 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian latihan soal untuk melakukan penemuan.				v
9	K 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian.				v
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan hasil diskusi.				v
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien			v	
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		77			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 77.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100 \% = \frac{77}{80} \times 100\% = 96,3 \%$$

Kriteria persentase :

7. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$
8. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$
9. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Niken Ramandha W. S.

NIM. 41014111082

Lampiran 74

**LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK EKPERIMEN 1**

(Discovery Learning dengan Pendekatan Saintifik Berbantuan *Index Card*)

Pertemuan Ke- : 2.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Senin/6 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi			v	
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan				v
B.	Model Pembelajaran				
5	DL 1: memberikan stimulasi kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
6	DL 2: memberikan problem statement kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
7	DL 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.				v
8	DL 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian <i>index card</i> untuk melakukan penemuan.				v
9	DL 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian <i>index card</i> .				v
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan penemuannya.				v
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien				v

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa		v		
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		78			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 78.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100\% = \frac{78}{80} \times 100\% = 97,5\%$$

Kriteria persentase :

10. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$

11. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$

12. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 6 April 2015

Observer

Mayang Siwi Dewayanti.

NIM. 4401411114

Lampiran 75

**LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK EKPERIMEN 2**

(Discovery Learning dengan Pendekatan Sainifik Berbantuan *Worksheet*)

Pertemuan Ke- : 2.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Senin/6 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	DL 1: memberikan stimulasi kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
6	DL 2: memberikan problem statement kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
7	DL 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.			v	
8	DL 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian <i>worksheet</i> untuk melakukan penemuan.				v
9	DL 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian <i>worksheet</i> .			v	
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan penemuannya.			v	
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien			v	

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		75			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 75.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100\% = \frac{75}{80} \times 100\% = 93,8\%$$

Kriteria persentase :

13. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$

14. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$

15. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 6 April 2015

Observer

Mayang Siwi Dewayanti.

NIM. 4401411114

Lampiran 76

LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK KONTROL
(Pendekatan Saintifik dengan Pembelajaran Kooperatif)

Pertemuan Ke- : 2.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Senin/6 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	K 1: menyampaikan tujuan pembelajaran untuk memotivasi belajar siswa.			v	
6	K 2: presentasi informasi dalam bentuk teks.				v
7	K 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.				v
8	K 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian latihan soal untuk melakukan penemuan.				v
9	K 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian.				v
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan hasil diskusi.			v	
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien			v	
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran				v
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa				v
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai				v
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		76			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 76.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100 \% = \frac{76}{80} \times 100\% = 95 \%$$

Kriteria persentase :

16. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$
 17. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$
 18. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 4 April 2015

Observer

Niken Ramandha W. S.

NIM. 41014111082

Lampiran 77

**LEMBAR PENGAMATAN KINERJA GURU
KELOMPOK EKPERIMEN 2**

(Discovery Learning dengan Pendekatan Sainifik Berbantuan *Worksheet*)

Pertemuan Ke- : 3.
 Nama Guru : Nisa'ul Lathifatul Khoir.
 Hari/ Tanggal : Rabu/8 April 2015.

Petunjuk :

Berilah skor pada butir-butir pelaksanaan pembelajaran dengan cara memberikan tanda cek (√) pada kolom skor yang sesuai dengan pengamatan dengan kriteria sebagai berikut.

Skor 1 : tidak terpenuhi

Skor 2 : cukup

Skor 3 : baik

Skor 4 : sangat baik

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I	Kegiatan Pendahuluan				
1.	Mempersiapkan siswa untuk belajar				v
2.	Melakukan kegiatan apersepsi				v
II	Kegiatan Inti				
A.	Penguasaan materi pelajaran				
3.	Menunjukkan penguasaan materi pembelajaran				v
4.	Mengaitkan materi dengan pengetahuan lain yang relevan			v	
B.	Model Pembelajaran				
5	DL 1: memberikan stimulasi kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
6	DL 2: memberikan problem statement kepada siswa yang terkait dengan materi yang disampaikan.				v
7	DL 3: membimbing siswa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, serta memberikan contoh pertanyaan yang relevan dengan materi.			v	
8	DL 4: membimbing siswa dalam kelompok kecil dalam penyelesaian <i>worksheet</i> untuk melakukan penemuan.				v
9	DL 5: membimbing siswa untuk memeriksa kembali uraian penyelesaian <i>worksheet</i> .			v	
10.	DL 6: membimbing siswa untuk mengkomunikasikan penemuannya.				v
C.	Pemanfaatan sumber belajar/media pembelajaran				
12.	Menggunakan media secara efektif dan efisien				v

No.	Kegiatan Guru	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
13.	Menghasilkan pesan yang menarik				v
D.	Pembelajaran yang memicu dan memelihara keterlibatan siswa				
14.	Menumbuhkan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran			v	
15.	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respon siswa			v	
E.	Penilaian proses dan hasil belajar				
16.	Memantau kemajuan belajar selama proses				v
17.	Melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)				v
F.	Penggunaan bahasa				
18.	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik, dan benar				v
19.	Menyampaikan pesan dengan gaya yang sesuai			v	
III	Penutup				
20.	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa				v
21.	Melaksanakan tindak lanjut dengan memberikan PR atau kuis.				v
Total skor		74			

Perhitungan :

Skor total hasil observasi = 74.

Skor maksimum = 80.

Persentase keterampilan guru =

$$P = \frac{\text{skor total observasi}}{\text{skor maksimum}} \times 100\% = \frac{74}{80} \times 100\% = 92,5\%$$

Kriteria persentase :

19. C (Cukup baik) : $25\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 50\%$
 20. B (Baik) : $50\% \leq$ persentase keterampilan guru $< 75\%$
 21. A (Sangat baik) : persentase keterampilan guru $\geq 75\%$

Ungaran, 8 April 2015

Observer

Putri Astian Pratiwi

NIM. 4101411103

Lampiran 78

**DAFTAR NILAI PRETEST
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF**

KELOMPOK EKSPERIMEN 1			KELOMPOK EKSPERIMEN 2			KELOMPOK KONTROL		
No	Kode Siswa	Nilai	No	Kode Siswa	Nilai	No	Kode Siswa	Nilai
1	E1-1	40	1	E2-1	51	1	K-1	40
2	E1-2	34	2	E2-2	57	2	K-2	40
3	E1-3	37	3	E2-3	68	3	K-3	31
4	E1-4	60	4	E2-4	54	4	K-4	60
5	E1-5	69	5	E2-5	69	5	K-5	31
6	E1-6	40	6	E2-6	83	6	K-6	23
7	E1-7	31	7	E2-7	69	7	K-7	43
8	E1-8	66	8	E2-8	57	8	K-8	49
9	E1-9	43	9	E2-9	49	9	K-9	40
10	E1-10	54	10	E2-10	77	10	K-10	71
11	E1-11	37	11	E2-11	69	11	K-11	29
12	E1-12	60	12	E2-12	80	12	K-12	34
13	E1-13	63	13	E2-13	40	13	K-13	49
14	E1-14	60	14	E2-14	66	14	K-14	63
15	E1-15	63	15	E2-15	66	15	K-15	51
16	E1-16	31	16	E2-16	49	16	K-16	40
17	E1-17	40	17	E2-17	83	17	K-17	63
18	E1-18	31	18	E2-18	46	18	K-18	46
19	E1-19	40	19	E2-19	74	19	K-19	29
20	E1-20	37	20	E2-20	60	20	K-20	69
21	E1-21	31	21	E2-21	37	21	K-21	63
22	E1-22	37	22	E2-22	66	22	K-22	34
23	E1-23	46	23	E2-23	49	23	K-23	24
24	E1-24	86	24	E2-24	74	24	K-24	34
25	E1-25	46	25	E2-25	54	25	K-25	57
26	E1-26	31	26	E2-26	69	26	K-26	49
27	E1-27	31	27	E2-27	77	27	K-27	63
28	E1-28	40	28	E2-28	60	28	K-28	34
29	E1-29	20	29	E2-29	34	29	K-29	37
30	E1-30	34	30	E2-30	31	30	K-30	57
31	E1-31	40	31	E2-31	71	31	K-31	43
32	E1-32	46	32	E2-32	80	32	K-32	37
33	E1-33	31	33	E2-33	71	33	K-33	23
34	E1-34	43	34	E2-34	60	34	K-34	63
	Rata-rata	44,06	35	E2-35	71	35	K-35	23
	Maks	86	36	E2-36	51	36	K-36	74
	Min	20		Rata-rata	61,72		Rata-rata	44,89
				Maks	83		Maks	74
				Min	31		Min	23

Lampiran 79

**DAFTAR NILAI POSTTEST
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF**

KELOMPOK EKSPERIMEN 1			KELOMPOK EKSPERIMEN 2			KELOMPOK KONTROL		
No	Kode Siswa	Nilai	No	Kode Siswa	Nilai	No	Kode Siswa	Nilai
1	E1-1	63	1	E2-1	69	1	K-1	57
2	E1-2	69	2	E2-2	68	2	K-2	57
3	E1-3	51	3	E2-3	74	3	K-3	51
4	E1-4	69	4	E2-4	71	4	K-4	63
5	E1-5	74	5	E2-5	74	5	K-5	49
6	E1-6	60	6	E2-6	86	6	K-6	51
7	E1-7	49	7	E2-7	71	7	K-7	51
8	E1-8	71	8	E2-8	62	8	K-8	63
9	E1-9	69	9	E2-9	80	9	K-9	63
10	E1-10	69	10	E2-10	80	10	K-10	77
11	E1-11	60	11	E2-11	83	11	K-11	69
12	E1-12	69	12	E2-12	86	12	K-12	57
13	E1-13	69	13	E2-13	63	13	K-13	66
14	E1-14	69	14	E2-14	69	14	K-14	69
15	E1-15	69	15	E2-15	80	15	K-15	71
16	E1-16	69	16	E2-16	74	16	K-16	57
17	E1-17	66	17	E2-17	94	17	K-17	63
18	E1-18	69	18	E2-18	77	18	K-18	57
19	E1-19	60	19	E2-19	80	19	K-19	46
20	E1-20	49	20	E2-20	63	20	K-20	77
21	E1-21	51	21	E2-21	66	21	K-21	66
22	E1-22	69	22	E2-22	80	22	K-22	63
23	E1-23	57	23	E2-23	74	23	K-23	63
24	E1-24	91	24	E2-24	80	24	K-24	57
25	E1-25	66	25	E2-25	62	25	K-25	57
26	E1-26	69	26	E2-26	74	26	K-26	63
27	E1-27	69	27	E2-27	80	27	K-27	63
28	E1-28	60	28	E2-28	62	28	K-28	57
29	E1-29	63	29	E2-29	63	29	K-29	49
30	E1-30	69	30	E2-30	74	30	K-30	69
31	E1-31	69	31	E2-31	77	31	K-31	51
32	E1-32	69	32	E2-32	83	32	K-32	51
33	E1-33	49	33	E2-33	74	33	K-33	51
34	E1-34	69	34	E2-34	80	34	K-34	63
	Rata-rata	65,089	35	E2-35	83	35	K-35	63
	Maks	91	36	E2-36	77	36	K-36	74
	Min	49		Rata-rata	74,81		Rata-rata	60,39
				Maks	94		Maks	77
				Min	62		Min	46

Lampiran 80

**UJI NORMALITAS PRETEST KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF
SISWA PADA MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR**

Uji normalitas data nilai pretest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar diuji dengan uji *kolmogorov smirnov*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji normalitas pada SPSS 16.0.

		Nilai_Pretest
N		106
Normal Parameters ^a	Mean	50.3396
	Std. Deviation	16.46577
Most Extreme Differences	Absolute	.131
	Positive	.131
	Negative	-.089
Kolmogorov-Smirnov Z		1.351
Asymp. Sig. (2-tailed)		.052

a. Test distribution is Normal.

1. Hipotesis

H_0 : data berasal dari populasi berdistribusi normal;

H_1 : data berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

2. Kriteria Pengujian

H_0 ditolak jika $D_{hitung} \geq D_{tabel}$ (Siegel, 1994: 62).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai D_{hitung} (*absolute most extreme differences*), yaitu 0,131.

Berdasarkan tabel harga-harga kritis D , nilai D_{tabel} dengan $N = 106$ adalah 0,132.

Karena $0,131 < 0,132$ artinya $D_{hitung} < D_{tabel}$, maka H_0 diterima. Sehingga, data nilai pretest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar berasal dari populasi berdistribusi normal.

Lampiran 81

UJI HOMOGENITAS PRETEST KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA PADA MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR

Uji homogenitas data nilai pretest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar diuji dengan uji *levene*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji homogenitas pada SPSS 16.0.

Test of Homogeneity of Variances

Nilai Pretest

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.317	2	103	.729

1. Hipotesis

$$H_0 : \sigma_{T1}^2 = \sigma_{T2}^2 = \sigma_{T3}^2;$$

H_1 : salah satu tanda sama dengan tidak berlaku.

2. Kriteria Pengujian

Terima H_0 apabila $W < F_{tabel}$ atau nilai sig $> 0,05$ (Reddy, 2011 : 186).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai signifikansi 0,729.

Karena $0,729 > 0,05$, maka H_0 diterima. Artinya ketiga kelompok mempunyai varian yang sama (homogen).

Nilai signifikansi tersebut merupakan nilai W. Distribusi F dengan taraf signifikansi 5%, dk pembilang 2, dan dk penyebut 103, diperoleh $F_{tabel} = 3,07$. Karena $0,729 < 3,07$ maka $W < F_{tabel}$. Sehingga data nilai pretest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar tersebut homogen.

Lampiran 82

**UJI NORMALITAS POSTTEST KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF
SISWA PADA MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR**

Uji normalitas data nilai post test kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar diuji dengan uji *kolmogorov smirnov*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji normalitas pada SPSS 16.0.

		Nilai_Posttest
N		106
Normal Parameters ^a	Mean	66.7925
	Std. Deviation	10.12373
Most Extreme Differences	Absolute	.105
	Positive	.102
	Negative	-.105
Kolmogorov-Smirnov Z		1.083
Asymp. Sig. (2-tailed)		.192

a. Test distribution is Normal.

1. Hipotesis

H_0 : data berasal dari populasi berdistribusi normal;

H_1 : data berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

2. Kriteria Pengujian

H_0 ditolak jika $D_{hitung} \geq D_{tabel}$ (Siegel, 1994: 62).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai D_{hitung} (*absolute most extreme differences*), yaitu 0,105.

Berdasarkan tabel harga-harga kritis D , nilai D_{tabel} dengan $N = 106$ adalah 0,132. Karena $0,105 < 0,132$ artinya $D_{hitung} < D_{tabel}$, maka H_0 diterima.

Sehingga, data nilai posttest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar berasal dari populasi berdistribusi normal.

Lampiran 83

**UJI HOMOGENITAS POST TEST KEMAMPUAN PENALARAN
ADAPTIF SISWA PADA MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR**

Uji homogenitas data nilai post test kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar diuji dengan uji *levene*, perhitungan menggunakan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji homogenitas pada SPSS 16.0.

Test of Homogeneity of Variances
Nilai Post Test

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.053	2	103	.948

1. Hipotesis

$$H_0 : \sigma_{T1}^2 = \sigma_{T2}^2 = \sigma_{T3}^2;$$

H_1 : salah satu tanda sama dengan tidak berlaku.

2. Kriteria Pengujian

Terima H_0 apabila $W < F_{tabel}$ atau nilai sig $> 0,05$ (Reddy, 2011 : 186).

3. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai signifikansi 0,948.

Karena $0,948 > 0,05$, maka H_0 diterima. Artinya ketiga kelompok mempunyai varian yang sama (homogen).

Nilai signifikansi tersebut merupakan nilai W. Distribusi F dengan taraf signifikansi 5%, dk pembilang 2, dan dk penyebut 103, diperoleh $F_{tabel} = 3,07$. Karena $0,948 < 3,07$ maka $W < F_{tabel}$. Sehingga data nilai posttest kemampuan penalaran adaptif siswa pada materi limit fungsi aljabar tersebut homogen.

Lampiran 84

UJI GAIN KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA KELOMPOK EKSPERIMEN 1

A. UJI GAIN TERNORMALISASI

1. Pengujian Hipotesis

Rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle} \text{ (Hake, 1999).}$$

Keterangan:

$\langle g \rangle$: gain ternormalisasi;

$\langle S_f \rangle$: nilai rata-rata posttest;

$\langle S_i \rangle$: nilai rata-rata pretest.

2. Kategori Gain Ternormalisasi

Interval $\langle g \rangle$	Gain
$\langle g \rangle \geq 0,7$	Tinggi
$0,3 \leq \langle g \rangle < 0,7$	Sedang
$\langle g \rangle < 0,3$	Rendah

3. Peningkatan Secara Klasikal

Perhitungan gain ternormalisasi adalah sebagai berikut.

$\langle S_i \rangle$	$\langle S_f \rangle$	$\langle g \rangle$	Kategori
44,059	65,089	$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle} = \frac{65,09 - 44,06}{100 - 44,06} = 0,38$	Sedang

Berdasarkan perhitungan diperoleh $\langle g \rangle = 0,38$. Karena $0,3 \leq \langle g \rangle < 0,7$, maka kategori gain ternormalisasi adalah sedang. Artinya kemampuan penalaran adaptif kelompok eksperimen 1 meningkat dengan kategori sedang.

4. Peningkatan Secara Individual

No	Kode Siswa	$\langle S_i \rangle$	$\langle S_f \rangle$	$\langle g \rangle$	Kategori
1	E1-1	40	63	0,38	Sedang
2	E1-2	34	69	0,53	Sedang
3	E1-3	37	51	0,22	Rendah
4	E1-4	60	69	0,23	Rendah
5	E1-5	69	74	0,16	Rendah
6	E1-6	40	60	0,33	Sedang
7	E1-7	31	49	0,26	Rendah
8	E1-8	66	71	0,15	Rendah
9	E1-9	43	69	0,46	Sedang
10	E1-10	54	69	0,33	Sedang
11	E1-11	37	60	0,37	Sedang
12	E1-12	60	69	0,23	Rendah
13	E1-13	63	69	0,16	Rendah
14	E1-14	60	69	0,23	Rendah
15	E1-15	63	69	0,16	Rendah
16	E1-16	31	69	0,55	Sedang
17	E1-17	40	66	0,43	Sedang
18	E1-18	31	69	0,55	Sedang
19	E1-19	40	60	0,33	Sedang
20	E1-20	37	49	0,19	Rendah
21	E1-21	31	51	0,29	Sedang
22	E1-22	37	69	0,51	Sedang
23	E1-23	46	57	0,20	Rendah
24	E1-24	86	91	0,36	Sedang
25	E1-25	46	66	0,37	Sedang
26	E1-26	31	69	0,55	Sedang
27	E1-27	31	69	0,55	Sedang
28	E1-28	40	60	0,33	Sedang
29	E1-29	20	63	0,54	Sedang
30	E1-30	34	69	0,53	Sedang
31	E1-31	40	69	0,48	Sedang
32	E1-32	46	69	0,43	Sedang
33	E1-33	31	49	0,26	Rendah
34	E1-34	43	69	0,46	Sedang

Kriteria	Banyak Siswa	Persentase
Tinggi	0	0%
Sedang	22	61,11%
Rendah	14	38,89%

Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil bahwa 38,89 % siswa kelompok eksperimen 1 mengalami peningkatan kemampuan penalaran adaptif dalam

kategori rendah, 61,11% siswa dalam kategori sedang, dan 0% siswa dalam kategori tinggi.

B. UJI BEDA RATA-RATA BERPASANGAN

Perhitungan uji beda rata-rata berpasangan menggunakan SPSS 17.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji beda rata-rata berpasangan pada SPSS 17.0.

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Pretest_E1 - Posttest_E1	-2.10294E1	11.33909	1.94464	-24.98581	-17.07302	-10.814	33	.000

1. Hipotesis

$H_0: \mu_B \leq 0$, berarti kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 1 dalam penalaran adaptif tidak lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal;

$H_1: \mu_B > 0$, berarti kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 1 dalam penalaran adaptif lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal.

2. Pengujian Hipotesis

Rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{B}}{\frac{S_B}{\sqrt{n}}} \quad \text{dengan } \bar{B} = \frac{\sum B_i}{n} \text{ dan } S_B^2 = \frac{n \sum B_i^2 - (\sum B_i)^2}{n(n-1)} \quad (\text{Sudjana, 2002:242})$$

Keterangan:

\bar{B} = rata-rata selisih postes dan pretes tiap siswa di kelas;

S_B = simpangan baku;

n = banyaknya siswa.

3. Kriteria Pengujian

Terima H_0 jika $t_{hitung} \leq t_{1-\alpha}$ dengan $dk = (n - 1)$ dan peluang $1 - \alpha$ atau $sig > 0,05$.

4. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai signifikansi 0,00.

Karena $0,00 < 0,05$, maka H_0 ditolak.

Berdasarkan tabel keluaran uji beda rata-rata berpasangan diperoleh nilai $t_{hitung} = 10,814$. Diperoleh $t_{1-\alpha}$ dengan $\alpha = 0,05$ dan $dk = 33$ adalah 1,68.

Karena $10,814 > 1,68$ maka $t_{hitung} > t_{1-\alpha}$.

5. Hasil

Karena $t_{hitung} > t_{1-\alpha}$ maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 1 dalam penalaran adaptif lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal.

Lampiran 85

UJI GAIN KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA KELOMPOK EKSPERIMEN 2

A. UJI GAIN TERNORMALISASI

1. Pengujian Hipotesis

Rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle} \text{ (Hake, 1999).}$$

Keterangan:

$\langle g \rangle$: gain ternormalisasi;

$\langle S_f \rangle$: nilai rata-rata posttest;

$\langle S_i \rangle$: nilai rata-rata pretest.

2. Kategori Gain Ternormalisasi

Interval $\langle g \rangle$	Gain
$\langle g \rangle \geq 0,7$	Tinggi
$0,3 \leq \langle g \rangle < 0,7$	Sedang
$\langle g \rangle < 0,3$	Rendah

3. Peningkatan Secara Klasikal

Perhitungan gain ternormalisasi adalah sebagai berikut.

$\langle S_i \rangle$	$\langle S_f \rangle$	$\langle g \rangle$	Kategori
44,059	65,089	$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle} = \frac{74,81 - 61,72}{100 - 61,72} = 0,34$	Sedang

Berdasarkan perhitungan diperoleh $\langle g \rangle = 0,34$. Karena $0,3 \leq \langle g \rangle < 0,7$, maka kategori gain ternormalisasi adalah sedang. Artinya kemampuan penalaran adaptif kelompok eksperimen 2 meningkat dengan kategori sedang.

4. Peningkatan Secara Individual

No	Kode Siswa	$\langle S_i \rangle$	$\langle S_f \rangle$	$\langle g \rangle$	Kategori
1	E2-1	51	69	0,37	Sedang
2	E2-2	57	68	0,26	Rendah
3	E2-3	68	74	0,19	Rendah
4	E2-4	54	71	0,37	Sedang
5	E2-5	69	74	0,16	Rendah
6	E2-6	83	86	0,18	Rendah
7	E2-7	69	71	0,06	Rendah
8	E2-8	57	62	0,11	Rendah
9	E2-9	49	80	0,61	Sedang
10	E2-10	77	80	0,13	Rendah
11	E2-11	69	83	0,45	Sedang
12	E2-12	80	86	0,30	Sedang
13	E2-13	40	63	0,38	Sedang
14	E2-14	66	69	0,09	Rendah
15	E2-15	66	80	0,41	Sedang
16	E2-16	49	74	0,49	Sedang
17	E2-17	83	94	0,65	Sedang
18	E2-18	46	77	0,57	Sedang
19	E2-19	74	80	0,23	Rendah
20	E2-20	60	63	0,08	Rendah
21	E2-21	37	66	0,46	Sedang
22	E2-22	66	80	0,41	Sedang
23	E2-23	49	74	0,49	Sedang
24	E2-24	74	80	0,23	Rendah
25	E2-25	54	62	0,17	Rendah
26	E2-26	69	74	0,16	Rendah
27	E2-27	77	80	0,13	Rendah
28	E2-28	60	62	0,05	Rendah
29	E2-29	34	63	0,44	Sedang
30	E2-30	31	74	0,62	Sedang
31	E2-31	71	77	0,21	Rendah
32	E2-32	80	83	0,15	Rendah
33	E2-33	71	74	0,10	Rendah
34	E2-34	60	80	0,50	Sedang
35	E2-35	71	83	0,41	Sedang
36	E2-36	51	77	0,53	Sedang

Kriteria	Banyak Siswa	Persentase
Tinggi	0	0%
Sedang	18	50%
Rendah	18	50%

Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil bahwa 50% siswa kelompok eksperimen 1 mengalami peningkatan kemampuan penalaran adaptif dalam

kategori rendah, 50% siswa dalam kategori sedang, dan 0% siswa dalam kategori tinggi.

B. UJI BEDA RATA-RATA BERPASANGAN

Perhitungan uji beda rata-rata berpasangan menggunakan SPSS 17.0. Berikut merupakan keluaran yang diperoleh dari uji beda rata-rata berpasangan pada SPSS 17.0.

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Pretes_E2 - Posttest_E2	-1.30833E1	10.85324	1.80887	-16.75554	-9.41112	-7.233	35	.000

1. Hipotesis

$H_0: \mu_B \leq 0$, berarti kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 1 dalam penalaran adaptif tidak lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal;

$H_1: \mu_B > 0$, berarti kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 1 dalam penalaran adaptif lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal.

2. Pengujian Hipotesis

Rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{B}}{\frac{S_B}{\sqrt{n}}}, \text{ dengan } \bar{B} = \frac{\sum B_i}{n} \text{ dan } S_B^2 = \frac{n \sum B_i^2 - (\sum B_i)^2}{n(n-1)} \quad (\text{Sudjana, 2002:242}).$$

Keterangan:

\bar{B} = rata-rata selisih postes dan pretes tiap siswa di kelas;

S_B = simpangan baku;

n = banyaknya siswa.

3. Kriteria Pengujian

Terima H_0 jika $t_{hitung} \leq t_{1-\alpha}$ dengan $dk = (n - 1)$ dan peluang $1 - \alpha$ atau $sig > 0,05$.

4. Pengujian Hipotesis

Diperoleh nilai signifikansi 0,00.

Karena $0,00 < 0,05$, maka H_0 ditolak.

Berdasarkan tabel keluaran uji beda rata-rata berpasangan diperoleh nilai $t_{hitung} = 7,233$. Diperoleh $t_{1-\alpha}$ dengan $\alpha = 0,05$ dan $dk = 33$ adalah 1,68.

Karena $7,233 > 1,68$ maka $t_{hitung} > t_{1-\alpha}$.

5. Hasil

Karena $t_{hitung} > t_{1-\alpha}$ maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan akhir siswa kelompok eksperimen 2 dalam penalaran adaptif lebih tinggi dibandingkan kemampuan awal.

Lampiran 86

UJI ONE WAY ANOVA
KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA

Pengujian hipotesis 3 menggunakan uji analisis variansi satu jalur (*one way anova*) dengan bantuan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran dari SPSS 17.0.

ANOVA

Nilai Post Test

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	3886.504	2	1943.252	29.114	.000
Within Groups	6874.930	103	66.747		
Total	10761.434	105			

1. Hipotesis

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, (tidak ada perbedaan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa yang diberi model pembelajaran DL-PP berbantu *Index Card*, model pembelajaran DL-PP berbantu *Worksheet*, dan model pembelajaran DL); dan

H_1 : paling sedikit satu tanda sama dengan tidak berlaku, (ada perbedaan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa yang diberi model pembelajaran DL-PP berbantu *Index Card*, model pembelajaran DL-PP berbantu *Worksheet*, dan model pembelajaran DL).

2. Kriteria Pengujian

Terima H_0 apabila $F_{hitung} < F_{(1-\alpha)(v_1, v_2)}$ dengan $\alpha = 5\%$ atau $sig > 0,05$ (Sudjana, 2005: 304).

3. Pengujian Hipotesis

Berdasarkan keluaran dari SPSS 17.0 (tabel *anova*), diperoleh F_{hitung} dengan derajat kebebasan $\alpha = 5\%$, dk pembilang 2 dan dk penyebut 103, yaitu 29,114. Diperoleh F_{tabel} dengan $F_{(1-\alpha)(v_1, v_2)}$, yaitu 3,07. Karena $F_{hitung} \geq F_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

Selain itu pada keluaran SPSS 16.0 (tabel *anova*) diperoleh nilai sig = 0,00. Berdasarkan kriteria, karena $0,00 < 0,05$ maka H_0 ditolak. Artinya ada perbedaan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa yang diberi model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, model *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, dan pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif. Oleh karena itulah diperlukan uji lanjut untuk mengetahui keberlakuan tanda “sama dengan” pada hipotesis. Uji lanjut yang digunakan adalah uji *scheffe*. Uji lanjut ini dipilih karena banyaknya anggota pada tiap kelompok sampel berbeda dan kelompok data mempunyai varian yang homogen.

Pengujian uji lanjut menggunakan uji *scheffe* dengan bantuan SPSS 16.0. Berikut merupakan keluaran dari SPSS 16.0.

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Nilai Post Test

	(I) Kel_E	(J) Kel_E	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Scheffe	DL PS <i>Index Card</i>	DL PS <i>Worksheet</i>	-9.71732*	1.95377	.000	-14.5701	-4.8646
		PS Kooperatif	4.69935	1.95377	.060	-.1534	9.5521
	DL PS <i>Worksheet</i>	DL PS <i>Index Card</i>	9.71732*	1.95377	.000	4.8646	14.5701
		PS Kooperatif	14.41667*	1.92566	.000	9.6338	19.1996
PS Kooperatif	DL PS <i>Index Card</i>	-4.69935	1.95377	.060	-9.5521	.1534	
	DL PS <i>Worksheet</i>	-14.41667*	1.92566	.000	-19.1996	-9.6338	

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Descriptives

Nilai Post Test

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Min	Max
					Lower Bound	Upper Bound		
DL PS <i>Index Card</i>	34	65.0882	8.52578	1.46216	62.1134	68.0630	49.00	91.00
DL PS <i>Worksheet</i>	36	74.8056	7.90233	1.31706	72.1318	77.4793	62.00	94.00
PS Kooperatif	36	60.3889	8.08977	1.34830	57.6517	63.1261	46.00	77.00
Total	106	66.7925	10.12373	.98330	64.8427	68.7422	46.00	94.00

Berdasarkan tabel keluaran uji *scheffe* dengan bantuan SPSS 16.0 dapat diuraikan sebagai berikut.

4. Nilai sig antara kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* adalah $0,00 < 0,05$. Artinya, secara statistik rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* berbeda. Pada tabel *Descriptive* diperoleh rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*, yaitu 65,09. Sedangkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, yaitu 74,81. Sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih baik daripada rata-rata rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card*.
5. Nilai sig antara kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif adalah $0,060 > 0,05$. Artinya, secara statistik rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan

pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif sama.

6. Nilai sig antara kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif adalah $0,00 < 0,05$. Artinya secara statistik rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* dan kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif berbeda. Pada tabel *Descriptive* diperoleh rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet*, yaitu 74,81. Sedangkan rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif, yaitu 60,39.

Kesimpulan

Berdasarkan uraian nomor 1, 2, dan 3 dapat disimpulkan bahwa rata-rata kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *worksheet* lebih baik daripada kemampuan penalaran adaptif siswa kelompok *discovery learning* dengan pendekatan saintifik berbantuan *index card* dan kelompok pendekatan saintifik dengan pembelajaran kooperatif (hipotesis 3 terbukti).

Lampiran 87

REKAPITULASI PENILAIAN SIKAP KELOMPOK EKSPERIMEN 1
(MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK BERBANTUAN *INDEX CARD*)

Persentase nilai sikap siswa

$$N = \frac{\text{skor total tiap sikap}}{\text{skor maksimum}} \times 100\%.$$

Kriteria Penilaian

C (Cukup) : 25% - 50%

B (Baik) : 51% - 75%

A (Sangat Baik) : 76% - 100%

No	Kode Siswa	Penilaian Sikap									
		Pertemuan 1					Pertemuan 2				
		Disiplin	Bekerja Sama	Skor Total	Persentase	Ket	Tanggung Jawab	Pro - Aktif	Skor Total	Persentase	Ket
1	E1-01	2	2	4	50%	C	2	2	4	50%	C
2	E1-02	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
3	E1-03	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
4	E1-04	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
5	E1-05	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
6	E1-06	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
7	E1-07	2	4	6	75%	B	4	4	8	100%	A
8	E1-08	4	4	8	100%	A	4	4	8	100%	A
9	E1-09	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
10	E1-10	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A

11	E1-11	4	4	8	100%	A	4	4	8	100%	A
12	E1-12	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
13	E1-13	2	4	6	75%	B	4	4	8	100%	A
14	E1-14	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
15	E1-15	2	2	4	50%	C	4	3	7	87,5%	A
16	E1-16	3	3	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
17	E1-17	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
18	E1-18	2	3	5	62,5%	B	4	4	8	100%	A
19	E1-19	3	4	7	87,5%	A	4	3	7	87,5%	A
20	E1-20	2	4	6	75%	B	4	4	8	100%	A
21	E1-21	2	4	6	75%	B	4	4	8	100%	A
22	E1-22	2	3	5	62,5%	B	4	4	8	100%	A
23	E1-23	3	3	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
24	E1-24	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
25	E1-25	3	3	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
26	E1-26	2	2	4	50%	C	4	4	8	100%	A
27	E1-27	2	2	4	50%	C	4	4	8	100%	A
28	E1-28	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
29	E1-29	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
30	E1-30	2	4	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
31	E1-31	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
32	E1-32	2	2	4	50%	C	4	4	8	100%	A
33	E1-33	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
34	E1-34	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
Rata-rata					71%	B				98%	A

Lampiran 88

REKAPITULASI PENILAIAN SIKAP KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(MODEL DISCOVERY LEARNING DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK BERBANTUAN WORKSHEET)

Persentase nilai sikap siswa

$$N = \frac{\text{skor total tiap sikap}}{\text{skor maksimum}} \times 100\%.$$

Kriteria Penilaian

C (Cukup) : 25% - 50%

B (Baik) : 51% - 75%

A (Sangat Baik) : 76% - 100%

No	Kode Siswa	Penilaian Sikap													
		Pertemuan 1					Pertemuan 2					Pertemuan 3			
		Disiplin	Bekerja Sama	Skor Total	Persentase	Ket	Percaya Diri	Skor Total	Persentase	Ket	Tanggung Jawab	Pro - Aktif	Skor Total	Persentase	Ket
1	E2-01	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
2	E2-02	4	3	7	87,5%	A	3	3	75%	B	2	4	6	75%	B
3	E2-03	4	3	7	87,5%	A	3	3	75%	B	2	4	6	75%	B
4	E2-04	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
5	E2-05	3	3	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
6	E2-06	4	4	8	100%	A	4	4	100%	A	3	4	7	87,5%	A
7	E2-07	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	4	4	8	100%	A
8	E2-08	3	2	5	62,5%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
9	E2-09	2	4	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A

10	E2-10	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
11	E2-11	3	3	6	75%	B	4	4	100%	A	3	4	7	87,5%	A
12	E2-12	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	3	3	6	75%	B
13	E2-13	4	4	8	100%	A	3	3	75%	B	4	4	8	100%	A
14	E2-14	2	4	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
15	E2-15	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	3	6	75%	B
16	E2-16	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
17	E2-17	2	4	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
18	E2-18	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
19	E2-19	4	4	8	100%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
20	E2-20	3	4	7	87,5%	A	4	4	100%	A	3	4	7	87,5%	A
21	E2-21	3	2	5	62,5%	B	4	4	100%	A	3	3	6	75%	B
22	E2-22	2	4	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
23	E2-23	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
24	E2-24	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
25	E2-25	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
26	E2-26	4	3	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
27	E2-27	3	3	6	75%	B	3	3	75%	B	2	4	6	75%	B
28	E2-28	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	3	3	6	75%	B
29	E2-29	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
30	E2-30	3	2	5	62,5%	B	3	3	75%	B	3	3	6	75%	B
31	E2-31	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
32	E2-32	3	3	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
33	E2-33	3	3	6	75%	B	3	3	75%	B	2	4	6	75%	B
34	E2-34	3	4	7	87,5%	A	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
35	E2-35	3	3	6	75%	B	3	3	75%	B	3	4	7	87,5%	A
36	E2-36	2	3	5	62,5%	B	3	3	75%	B	2	3	5	62,5%	B
Rata-rata					80,77%	A			78%	A				80,9%	A

Lampiran 89

REKAPITULASI PENILAIAN SIKAP KELOMPOK KONTROL
(PENDEKATAN SAINTIFIK DENGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF)

Persentase nilai sikap siswa

$$N = \frac{\text{skor total tiap sikap}}{\text{skor maksimum}} \times 100\%.$$

Kriteria Penilaian

C (Cukup) : 25% - 50%

B (Baik) : 51% - 75%

A (Sangat Baik) : 76% - 100%

No	Kode Siswa	Penilaian Sikap									
		Pertemuan 1					Pertemuan 2				
		Disiplin	Bekerja Sama	Skor Total	Persentase	Ket	Tanggung Jawab	Pro - Aktif	Skor Total	Persentase	Ket
1	K-01	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
2	K-02	3	3	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
3	K-03	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
4	K-04	4	4	8	100%	A	4	4	8	100%	A
5	K-05	3	2	5	62,5%	B	3	4	7	87,5%	A
6	K-06	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
7	K-07	3	4	7	87,5%	A	4	3	7	87,5%	A
8	K-08	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
9	K-09	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
10	K-10	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A

11	K-11	3	4	7	87,5%	A	3	3	6	75%	B
12	K-12	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
13	K-13	3	4	7	87,5%	A	4	3	7	87,5%	A
14	K-14	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
15	K-15	2	4	6	75%	B	4	3	7	87,5%	A
16	K-16	3	3	6	75%	B	3	3	6	75%	B
17	K-17	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
18	K-18	3	2	5	62,5%	B	3	4	7	87,5%	A
19	K-19	2	2	4	50%	C	4	4	8	100%	A
20	K-20	3	2	5	62,5%	B	4	3	7	87,5%	A
21	K-21	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
22	K-22	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
23	K-23	4	4	8	100%	A	2	4	6	75%	B
24	K-24	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
25	K-25	2	2	4	50%	C	4	4	8	100%	A
26	K-26	4	4	8	100%	A	4	4	8	100%	A
27	K-27	4	3	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
28	K-28	3	2	5	62,5%	B	3	3	6	75%	B
29	K-29	2	2	4	50%	C	3	4	7	87,5%	A
30	K-30	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
31	K-31	3	3	6	75%	B	3	4	7	87,5%	A
32	K-32	3	3	6	75%	B	4	4	8	100%	A
33	K-33	3	4	7	87,5%	A	3	2	5	62,5%	B
34	K-34	3	4	7	87,5%	A	4	2	6	75%	B
35	K-35	3	2	5	62,5%	B	4	3	7	87,5%	A
36	K-36	3	4	7	87,5%	A	4	4	8	100%	A
Rata-rata					75%	B				95%	A

Lampiran 90

REKAPITULASI PENILAIAN PENGETAHUAN
KELOMPOK EKSPERIMEN 1
(MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK
BERBANTUAN *INDEX CARD*)

No	Kode Siswa	Nilai				
		Ulangan Harian	Tugas		RNH	P
			KD 3.19	KD 3.19		
1	E1-01	2,52	2,40	2,48	2,47	C ⁺
2	E1-02	2,76	3,20	2,72	2,89	B
3	E1-03	2,04	3,20	2,88	2,71	B ⁻
4	E1-04	2,76	3,60	2,88	3,08	B
5	E1-05	2,96	3,60	3,32	3,29	B ⁺
6	E1-06	2,40	3,60	2,88	2,96	B
7	E1-07	1,96	2,80	2,88	2,55	B ⁻
8	E1-08	2,84	4,00	2,72	3,19	B ⁺
9	E1-09	2,76	3,60	4,00	3,45	B ⁺
10	E1-10	2,76	3,60	2,48	2,95	B
11	E1-11	2,40	4,00	2,96	3,12	B
12	E1-12	2,76	3,20	4,00	3,32	B ⁺
13	E1-13	2,76	2,80	2,88	2,81	B ⁻
14	E1-14	2,76	3,60	2,96	3,11	B
15	E1-15	2,76	2,40	3,16	2,77	B ⁻
16	E1-16	2,76	3,20	2,72	2,89	B
17	E1-17	2,64	3,60	2,88	3,04	B
18	E1-18	2,76	2,40	2,36	2,51	B ⁻
19	E1-19	2,40	3,20	2,28	2,63	B ⁻
20	E1-20	1,96	2,80	2,08	2,28	C ⁺
21	E1-21	2,04	2,80	2,96	2,60	B ⁻
22	E1-22	2,76	2,60	2,64	2,67	B ⁻
23	E1-23	2,28	3,20	3,08	2,85	B
24	E1-24	3,64	2,80	2,96	3,13	B
25	E1-25	2,64	3,60	2,08	2,77	B ⁻
26	E1-26	2,76	2,40	2,16	2,44	C ⁺
27	E1-27	2,76	2,40	3,68	2,95	B
28	E1-28	2,40	3,60	2,88	2,96	B
29	E1-29	2,52	3,60	2,88	3,00	B
30	E1-30	2,76	2,60	2,40	2,59	B ⁻
31	E1-31	2,76	3,20	2,88	2,95	B
32	E1-32	2,76	2,40	3,16	2,77	B ⁻
33	E1-33	1,96	3,60	2,88	2,81	B ⁻
34	E1-34	2,76	3,20	2,96	2,97	B
Rata-rata		2,60	3,14	2,86	2,87	B

Lampiran 91

REKAPITULASI PENILAIAN PENGETAHUAN
KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK
BERBANTUAN *WORKSHEET*)

No	Kode Siswa	Nilai				
		Ulangan Harian	Tugas		RNH	P
		KD 3.19	KD 3.19	KD 3.19		
1	E2-01	2,76	3,60	4,00	3,45	B ⁺
2	E2-02	2,72	4,00	3,84	3,52	A ⁻
3	E2-03	2,96	4,00	2,36	3,11	B
4	E2-04	2,84	2,40	2,4	2,55	B ⁻
5	E2-05	2,96	3,20	2,72	2,96	B
6	E2-06	3,44	4,00	4,00	3,81	A ⁻
7	E2-07	2,84	3,60	2,96	3,13	B
8	E2-08	2,48	2,40	2,96	2,61	B ⁻
9	E2-09	3,20	2,80	2,76	2,92	B
10	E2-10	3,20	2,40	2,76	2,78	B ⁻
11	E2-11	3,32	2,80	2,96	3,03	B
12	E2-12	3,44	2,80	3,08	3,11	B
13	E2-13	2,52	3,60	2,76	2,96	B
14	E2-14	2,76	2,80	2,76	2,77	B ⁻
15	E2-15	3,20	3,60	2,96	3,25	B ⁺
16	E2-16	2,96	3,60	2,96	3,17	B
17	E2-17	3,76	2,40	2,96	3,04	B
18	E2-18	3,08	3,60	2,76	3,15	B
19	E2-19	3,20	4,00	2,72	3,31	B ⁺
20	E2-20	2,52	2,80	2,36	2,80	B ⁻
21	E2-21	2,64	2,40	2,96	2,67	B ⁻
22	E2-22	3,20	2,80	2,28	2,76	B ⁻
23	E2-23	2,96	3,60	2,96	3,17	B
24	E2-24	3,20	2,40	2,36	2,65	B ⁻
25	E2-25	2,48	2,40	3,40	2,76	B ⁻
26	E2-26	2,96	3,60	2,72	3,09	B
27	E2-27	3,2	2,80	4,00	3,33	B
28	E2-28	2,48	2,40	2,84	2,57	B ⁻
29	E2-29	2,52	3,20	3,40	3,04	B
30	E2-30	2,96	2,40	3,52	2,96	B
31	E2-31	3,08	2,40	2,36	2,61	B ⁻
32	E2-32	3,32	3,60	2,96	3,29	B ⁺
33	E2-33	2,96	3,60	2,72	3,09	B
34	E2-34	3,20	3,60	2,96	3,25	B ⁺
35	E2-35	3,32	3,20	2,76	3,09	B
36	E2-36	3,08	2,40	2,04	2,51	B ⁻
Rata-rata		2,99	3,08	2,90	3,00	B

Lampiran 92

**REKAPITULASI PENILAIAN PENGETAHUAN
KELOMPOK KONTROL
(PENDEKATAN SAINTIFIK DENGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF)**

No	Kode Siswa	Nilai				
		Ulangan Harian KD 3.19	Tugas		RNH	P
			KD 3.19	KD 3.19		
1	K-01	2,28	3,20	1,96	2,48	C ⁺
2	K-02	2,28	3,60	3,44	3,11	B
3	K-03	2,04	3,60	2,96	2,87	B
4	K-04	2,52	4,00	4,00	3,51	A ⁻
5	K-05	1,96	3,60	1,56	2,37	C ⁺
6	K-06	2,04	3,60	4,00	3,21	B ⁺
7	K-07	2,04	3,60	2,72	2,79	B ⁻
8	K-08	2,52	3,60	4,00	3,37	B ⁺
9	K-09	2,52	3,60	2,72	2,95	B
10	K-10	3,08	3,60	4,00	3,56	A ⁻
11	K-11	2,76	3,60	3,44	3,27	B ⁺
12	K-12	2,28	3,60	3,52	3,13	B
13	K-13	2,64	3,60	3,80	3,35	B ⁺
14	K-14	2,76	3,60	4,00	3,45	B ⁺
15	K-15	2,84	2,80	4,00	3,21	B ⁺
16	K-16	2,28	3,60	1,12	2,33	C ⁺
17	K-17	2,52	3,60	2,84	2,99	B
18	K-18	2,28	3,60	1,84	2,57	B ⁻
19	K-19	1,84	2,80	2,96	2,53	B ⁻
20	K-20	3,08	3,60	3,28	3,32	B ⁺
21	K-21	2,64	3,60	4,00	3,41	B ⁺
22	K-22	2,52	3,60	3,00	3,04	B
23	K-23	2,52	4,00	4,00	3,51	A ⁻
24	K-24	2,28	2,80	3,88	2,99	B
25	K-25	2,28	2,80	4,00	3,03	B
26	K-26	2,52	4,00	3,64	3,39	B ⁺
27	K-27	2,52	4,00	3,40	3,31	B ⁺
28	K-28	2,28	3,60	3,64	3,17	B
29	K-29	1,96	2,80	1,84	2,20	C ⁺
30	K-30	2,76	3,60	4,00	3,45	B ⁺
31	K-31	2,04	3,60	4,00	3,21	B ⁺
32	K-32	2,04	3,60	3,68	3,11	B
33	K-33	2,04	3,60	2,04	2,56	B ⁻
34	K-34	2,52	3,60	4,00	3,37	B ⁺
35	K-35	2,52	3,60	2,52	2,88	B
36	K-36	2,96	3,60	4,00	3,52	A ⁻
Rata-rata		2,42	3,52	3,27	3,07	B

Lampiran 93

**REKAPITULASI PENILAIAN KETERAMPILAN
KELOMPOK EKSPERIMEN 1
(MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK
BERBANTUAN *INDEX CARD*)**

No	Kode Siswa	Nilai			
		<i>Index Card</i>		RNH	P
		KD 3.19	KD 3.19		
1	E1-01	2,80	2,80	2,80	B ⁻
2	E1-02	3,84	3,76	3,80	A ⁻
3	E1-03	3,84	3,80	3,82	A ⁻
4	E1-04	3,24	3,00	3,12	B
5	E1-05	3,84	3,80	3,82	A ⁻
6	E1-06	3,84	3,80	3,82	A ⁻
7	E1-07	3,24	3,00	3,12	B
8	E1-08	3,68	3,24	3,46	B ⁺
9	E1-09	3,68	3,76	3,72	A ⁻
10	E1-10	3,68	3,80	3,74	A ⁻
11	E1-11	3,80	3,24	3,52	A ⁻
12	E1-12	3,68	3,80	3,74	A ⁻
13	E1-13	3,80	3,76	3,78	A ⁻
14	E1-14	3,84	3,76	3,80	A ⁻
15	E1-15	2,80	3,00	2,90	B
16	E1-16	3,84	3,76	3,80	A ⁻
17	E1-17	3,32	3,32	3,32	B ⁺
18	E1-18	3,84	3,76	3,80	A ⁻
19	E1-19	3,68	3,20	3,44	B ⁺
20	E1-20	3,68	3,80	3,74	A ⁻
21	E1-21	3,84	3,80	3,82	A ⁻
22	E1-22	3,32	3,20	3,26	B ⁺
23	E1-23	3,32	3,20	3,26	B ⁺
24	E1-24	3,24	3,76	3,50	B ⁺
25	E1-25	3,68	3,24	3,46	B ⁺
26	E1-26	2,80	3,32	3,06	B
27	E1-27	2,80	3,32	3,06	B
28	E1-28	3,24	3,00	3,12	B
29	E1-29	3,80	3,24	3,52	A ⁻
30	E1-30	3,32	3,20	3,26	B ⁺
31	E1-31	3,32	3,32	3,32	B ⁺
32	E1-32	2,80	3,32	3,06	B
33	E1-33	3,68	3,80	3,74	A ⁻
34	E1-34	3,80	3,76	3,78	A ⁻
Rata-rata		3,50	3,46	3,48	B⁺

Lampiran 94

**REKAPITULASI PENILAIAN KETERAMPILAN
KELOMPOK EKSPERIMEN 2
(MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK
BERBANTUAN *WORKSHEET*)**

No	Kode Siswa	Nilai				
		Worksheet			RNH	P
		KD 3.19	KD 3.19	KD 3.19		
1	E2-01	3,80	3,60	3,60	3,67	A ⁻
2	E2-02	2,80	3,60	2,80	3,07	B
3	E2-03	2,80	3,60	2,80	3,07	B
4	E2-04	2,80	3,20	3,60	3,20	B ⁺
5	E2-05	3,80	2,80	3,60	3,40	B ⁺
6	E2-06	3,80	3,60	2,800	3,40	B ⁺
7	E2-07	4,00	3,60	2,80	3,47	B ⁺
8	E2-08	2,80	2,80	3,20	2,93	B
9	E2-09	3,60	3,20	3,20	3,33	B ⁺
10	E2-10	2,80	2,80	3,60	3,07	B
11	E2-11	3,80	3,20	3,60	3,53	A ⁻
12	E2-12	3,80	3,20	3,60	3,53	A ⁻
13	E2-13	4,00	3,60	2,80	3,47	B ⁺
14	E2-14	4,00	3,60	2,80	3,47	B ⁺
15	E2-15	3,60	2,80	3,60	3,33	B ⁺
16	E2-16	3,60	3,60	4,00	3,73	A ⁻
17	E2-17	3,80	2,80	3,60	3,40	B ⁺
18	E2-18	3,60	2,80	2,80	3,07	B
19	E2-19	3,60	3,20	3,60	3,47	B ⁺
20	E2-20	3,20	3,20	3,20	3,20	B ⁺
21	E2-21	3,80	2,80	3,20	3,27	B ⁺
22	E2-22	3,60	2,80	3,60	3,33	B ⁺
23	E2-23	3,20	2,80	3,20	3,07	B
24	E2-24	2,80	2,80	2,80	2,80	B ⁻
25	E2-25	2,80	2,80	3,60	3,07	B
26	E2-26	4,00	3,20	3,60	3,60	A ⁻
27	E2-27	2,80	3,20	3,60	3,20	B ⁺
28	E2-28	2,80	2,80	3,20	2,93	B
29	E2-29	3,60	3,60	4,00	3,73	A ⁻
30	E2-30	3,80	2,80	2,80	3,13	B
31	E2-31	2,80	3,20	2,80	2,93	B
32	E2-32	3,20	2,80	3,20	3,07	B
33	E2-33	2,80	3,60	4,00	3,47	B ⁺
34	E2-34	3,60	3,60	4,00	3,73	A ⁻
35	E2-35	3,20	3,20	3,20	3,20	B ⁺
36	E2-36	2,80	3,20	3,20	3,07	B
Rata-rata		3,38	3,17	3,32	3,29	B⁺

Lampiran 95

**REKAPITULASI PENILAIAN KETERAMPILAN
KELOMPOK KONTROL
(PENDEKATAN SAINTIFIK DENGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF)**

No	Kode Siswa	Nilai			
		<i>Latihan Soal</i>		RNH	P
		KD 3.19	KD 3.19		
1	K-01	3,20	3,92	3,56	A ⁻
2	K-02	3,88	3,88	3,88	A
3	K-03	3,32	3,92	3,62	A ⁻
4	K-04	3,48	3,88	3,68	A ⁻
5	K-05	3,20	3,20	3,20	B ⁺
6	K-06	3,32	3,92	3,62	A ⁻
7	K-07	3,32	3,84	3,58	A ⁻
8	K-08	3,08	3,92	3,50	B ⁺
9	K-09	3,32	3,36	3,34	B ⁺
10	K-10	3,48	3,88	3,68	A ⁻
11	K-11	3,88	3,84	3,86	A
12	K-12	3,88	3,88	3,88	A
13	K-13	3,48	3,12	3,30	B ⁺
14	K-14	3,48	3,92	3,70	A ⁻
15	K-15	3,08	3,88	3,48	B ⁺
16	K-16	3,20	3,36	3,28	B ⁺
17	K-17	3,32	3,12	3,22	B ⁺
18	K-18	3,08	3,20	3,14	B
19	K-19	3,08	3,20	3,14	B
20	K-20	3,32	2,80	3,06	B
21	K-21	3,48	3,88	3,68	A ⁻
22	K-22	3,32	3,36	3,34	B ⁺
23	K-23	3,32	3,92	3,62	A ⁻
24	K-24	3,32	3,12	3,22	B ⁺
25	K-25	3,08	3,20	3,14	B
26	K-26	3,32	3,92	3,62	A ⁻
27	K-27	3,48	3,88	3,68	A ⁻
28	K-28	3,32	2,80	3,06	B
29	K-29	2,80	2,80	2,80	B ⁻
30	K-30	3,48	3,84	3,66	A ⁻
31	K-31	3,88	3,92	3,90	A
32	K-32	3,08	3,84	3,46	B ⁺
33	K-33	3,20	3,36	3,28	B ⁺
34	K-34	3,32	3,88	3,60	A ⁻
35	K-35	3,08	2,80	2,94	B
36	K-36	3,48	3,12	3,30	B ⁺
Rata-rata		3,34	3,55	3,45	B⁺

Lampiran 96


UNNES

**KEPUTUSAN
DEKAN FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**
Nomor: 699/P/2014
Tentang
**PENETAPAN DOSEN PEMBIMBING SKRIPSI/TUGAS AKHIR SEMESTER
GASAL/GENAP
TAHUN AKADEMIK 2014/2015**

Menimbang : Bahwa untuk mempedancar mahasiswa Jurusan/Prodi Matematika/Pend. Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam membuat Skripsi/Tugas Akhir, maka perlu menetapkan Dosen-dosen Jurusan/Prodi Matematika/Pend. Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNNES untuk menjadi pembimbing.

Mengingat : 1. Undang-undang No.20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional (Tambahan Lembaran Negara RI No.4301, penjelasan atas Lembaran Negara RI Tahun 2003, Nomor 78)
2. Peraturan Rektor No. 21 Tahun 2011 tentang Sistem Informasi Skripsi UNNES
3. SK. Rektor UNNES No. 184/O/2004 tentang Pedoman penyusunan Skripsi/Tugas Akhir Mahasiswa Strata Satu (S1) UNNES.
4. SK Rektor UNNES No.162/O/2004 tentang penyelenggaraan Pendidikan UNNES;

Menimbang : Usulan Ketua Jurusan/Prodi Matematika/Pend. Matematika Tanggal 29 Oktober 2014

Menetapkan :
MEMUTUSKAN

PERTAMA : Menunjuk dan menugaskan kepada:

1. Nama : Dra. ENDANG RETNO WINARTI, M.Pd.
NIP : 195909191981032003
Pangkat/Golongan : IV/B
Jabatan Akademik : Lektor Kepala
Sebagai Pembimbing I

2. Nama : Drs Arief Agoestanto, M.Si
NIP : 196807221993031005
Pangkat/Golongan : III/D
Jabatan Akademik : Lektor Kepala
Sebagai Pembimbing II

Untuk membimbing mahasiswa penyusun skripsi/Tugas Akhir :

Nama : NISA'UL LATHIFATUL KHOIR
NIM : 4101411102
Jurusan/Prodi : Matematika/Pend. Matematika
Topik : KOMPARASI KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA KELAS X MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN PBL DAN CA PENDEKATAN SAINTIFIK

KEDUA : Keputusan ini mulai berlaku sejak tanggal ditetapkan.

DITETAPKAN DI : SEMARANG
PADANGGAL : 3 November 2014

Tembusan
1. Pembantu Dekan Bidang Akademik
2. Ketua Jurusan
3. Petinggi


UNNES
DEKAN
UNNES
Arief Agoestanto, M.Si
NIP: 196807221993031005

PM-03-AKD-34Rev. 00

Lampiran 97

	KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM Telp. +62248508112/+62248508005 Fax. +62248508005 Gedung D5 Kampus Sekaran Gunungpati Semarang – 50229 Website : http://mipa.unnes.ac.id , email: mipa@unnes.ac.id	
	<hr/>	
	Nomor : <i>1126</i> /UN 37.1.4/LT/2015 Lampiran : - Hal : Ijin Penelitian	
	Yth. Kepala SMA Negeri 1 Ungaran Di Kab. Semarang	
<p>Bersama ini, kami mohon ijin pelaksanaan penelitian untuk menyusun skripsi/ tugas akhir oleh mahasiswa sebagai berikut:</p>		
Nama NIM Jur/Prodi Judul Tempat Waktu	: Nisa'ul Lathifatul Khoir : 4101411102 : Matematika / Pend. Matematika : KOMPARASI KEMAMPUAN PENALARAN ADAPTIF SISWA KELAS X MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN DL-PP BERBANTU INDEX CARD DAN WORKSHEET DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK : SMA Negeri 1 Ungaran : 2 Maret s.d. 30 April 2015	
Atas Perhatian dan kerjasamanya kami sampaikan terima kasih.		
Semarang, 28 Januari 2015  Prof. Dr. Wiyanto, M.Si. NIP. 19631012 198803 1001		
FM-05-AKD-24		

Lampiran 98

	<p>PEMERINTAH KABUPATEN SEMARANG DINAS PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN SMA NEGERI 1 UNGARAN</p> <p>Jln. Diponegoro No. 42 Ungaran ☎ 50514, Telp. (024) 6921101, Fax. (024) 6922791 email : sman1ung@yahoo.com, website : www.sman1-ungaran.sch.id NIS : 301032219001, NPSN : 20320242, NIS : 300080</p>	
---	--	---

SURAT KETERANGAN
Nomor : 421 / 478 / 2015

Berdasarkan surat dari Universitas Negeri Semarang No: 1126/UN37.1.4/LT/2015, tentang Permohonan Penelitian, Plt Kepala SMA Negeri 1 Ungaran menerangkan bahwa :

Nama	: NISA'UL LATHIFATUL KHOIR
NIM	: 4101411102
Semester	: VII (Delapan)
Jurusan	: Matematika
Prodi	: Pendidikan Matematika

Yang bersangkutan benar – benar telah melaksanakan penelitian dalam rangka penyusunan skripsi dengan judul 'Komparasi Kemampuan Penalaran Adaptif Siswa Kelas X Menggunakan Model Pembelajaran DL-PP Berbantu Index Card dan Worksheet dengan Pendekatan Saintifik' pada bulan Maret s/d April 2015 di SMA N 1 Ungaran.

Demikian surat keterangan ini, agar dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Ungaran, 22 April 2015

Kepala Sekolah,



Drs. MAJAL SOEDJARTO
 NIP. 30121 198803 1 008



Lampiran 99

DOKUMENTASI PELAKSANAAN PEMBELAJARAN



Guru menyiapkan kondisi fisik siswa sebelum memulai pembelajaran.



Guru memberikan apersepsi kepada siswa.



Guru memberikan bimbingan kepada siswa pada saat diskusi mengerjakan *worksheet*



Guru memberikan instruksi kepada siswa pada saat mengerjakan *worksheet*.



Siswa mengumpulkan informasi dan berdiskusi menyelesaikan soal.



Siswa mengkomunikasikan hasil diskusi kelompoknya di papan tulis.