



**MENENTUKAN ALIRAN MAKSIMUM DENGAN
ALGORITMA FORD-FULKERSON DAN *PREFLOW-PUSH***

skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Program Studi Matematika

oleh

Rif'ah Ulya

4111409008

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
2013**

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 01 Agustus 2013

Rif'ah Ulya

4111409008

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Menentukan Aliran Maksimum dengan Algoritma Ford-Fulkerson dan
Preflow-Push

disusun oleh

Rif'ah Ulya
4111409008

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi FMIPA UNNES pada
tanggal 01 Agustus 2013.

Panitia:

Ketua

Sekretaris

Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.
196310121988031001

Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196807221993031005

Ketua Penguji

Dr. Rochmad, M.Si.
195711161987011001

Anggota Penguji/
Pembimbing Utama

Anggota Penguji/
Pembimbing Pendamping

Dr. Mulyono, M.Si.
197009021997021001

Drs. Amin Suyitno, M.Pd.
195206041976121001

PERSEMBAHAN

Untuk keluargaku tersayang,

- ❖ *Ayahanda H. Sidqon, sebagai sumber kekuatan hati di setiap harapan dan cita-citaku,*
- ❖ *Ibunda Hj. Nur Hikmah, sebagai sumber kehangatan yang selalu mendukungku,*
- ❖ *Kakekku H.M. Syarif, sebagai sumber kekuatan doa di setiap langkahku,*
- ❖ *Nenekku Suwaibah dan Hj. Tarwiyah, sebagai sumber nasehat di setiap langkahku,*
- ❖ *Kakakku Lulu' Aina'ul Mardhiyyah, S.Pd, dengan semua kedewasaan yang selalu menginspirasi, dan*
- ❖ *Adikku Nurul Lathifah dan Fika Nur Aini yang mengisi keceriaan dalam hidupku.*

MOTTO

“... niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan.”

(Q.S. Al Mujaadalah: 11).

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Menentukan Aliran Maksimum dengan Algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push*” sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar kesarjanaan pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.

Penulisan skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bantuan, dan bimbingan berbagai pihak. Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Wiyanto, M.Si., Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
4. Dr. Rochmad, M.Si., Dosen Penguji Utama yang telah memberikan arahan dan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
5. Dr. Mulyono, M.Si., dan Drs. Amin Suyitno, M.Pd., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dosen Pembimbing Pendamping yang telah sabar memberikan bimbingan selama penyusunan skripsi ini.
6. Seluruh Dosen Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Unnes serta staf TU Jurusan Matematika dan FMIPA Universitas Negeri Semarang.

7. Bapak H. Sidqon dan Ibu Hj. Nur Hikmah, kedua orang tuaku yang telah dengan sabar dan ikhlas mencurahkan waktu untuk mendidik, memberi kasih sayang, menasihati, dan membimbing penulis.
8. Mbak Lulu', Dek Lathifah, dan Dek Fika, yang selalu mendukung dan membantu dalam penulisan skripsi ini.
9. Teman-temanku PP. Assabiila, Khoir, Imus, Zumi, Rina, Umi, Aini, Tami, dkk., yang telah menemaniku selama empat tahun dalam suka maupun duka.
10. Teman seperjuanganku dalam menyelesaikan skripsi, Meely dan Mas Akbar.
11. Teman-temanku Prodi Matematika angkatan 2009, Meely, Firdha, Neni, Zumi, Rista, Anggi, Sabrina, Indah, Julia, Noni, Tya, Bram, Putri, Arum, Fresti, Tyas, Putut, Karisa, Devi, Fera, Rosita, Dian, Hanif, Maya, Bagus, Ichsan, Chakim, Dinar, Aziz, St, Azizah dan Didik, yang telah memberikan dukungannya hingga terselesaikannya skripsi ini.
12. Semua pihak yang telah membantu yang tidak dapat disebutkan satu persatu sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi para pembaca dan dapat dipergunakan sebagai bahan referensi untuk penelitian-penelitian lain di kemudian hari.

Semarang, Agustus 2013

Penulis

ABSTRAK

Ulya, Rif'ah. 2013. *Menentukan Aliran Maksimum dengan Algoritma Ford-Fulkerson dan Preflow-Push*. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Pembimbing Utama Dr. Mulyono, M.Si dan Pembimbing Pendamping Drs. Amin Suyitno, M.Pd.

Kata Kunci: Algoritma Ford-Fulkerson, Algoritma *Preflow-Push*, dan Aliran Maksimum.

Pada sebuah jaringan dalam masalah aliran maksimum, selalu terdapat sebuah aliran yang nilainya sama dengan kapasitas pemutus minimum (*minimal cut*), yang dikenal dengan sebutan "Teorema *Maximal Flow–Minimal Cut*." Dalam pencarian aliran maksimum, terdapat beberapa algoritma, algoritma yang digunakan dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum secara umum menggunakan dua pendekatan dasar, yaitu pendekatan algoritma *Aughmenting Path* dan pendekatan algoritma *Preflow-Push*.

Permasalahan pada skripsi ini adalah bagaimana konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow–Minimal Cut*, bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson, dan bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push* dengan alat bantu *software* GIDEN. Metode penelitian yang digunakan adalah metode studi pustaka.

Pada skripsi ini dibahas tentang pembuktian teorema *Maximal Flow–Minimal Cut*, Algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push*. Konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow–Minimal Cut* menjelaskan bahwa nilai aliran $f^* = c(X, X_1)$ dengan $B(X, X_1)$ merupakan sebuah pemutus- (s, t) minimum di N , maka f^* adalah aliran maksimum di N yang nilainya sama dengan kapasitas pemutus- (s, t) minimum di N . Algoritma Ford-Fulkerson bekerja dengan mengkonstruksi aliran baru dengan nilai yang lebih besar dari aliran yang lama, dan menggunakan teknik pelabelan Routin, pencarian aliran baru akan berhenti ketika semua titik N yang terlabel telah teramati dan titik t tidak terlabel. Sedangkan algoritma *Preflow-Push* bekerja dengan operasi dasar *push* dan *relabel*, algoritma ini berhenti ketika tidak ada lagi titik yang aktif. Pada skripsi ini, Algoritma Ford-Fulkerson dihitung secara manual, sedangkan algoritma *Preflow-Push* menggunakan alat bantu yaitu *software* GIDEN. Dari contoh penggunaan aliran maksimum diperoleh aliran maksimum = pemutus- (s, t) minimum = 600. Hal ini menunjukkan bahwa hasil pencarian aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* adalah sama.

DAFTAR ISI

	Halaman
PRAKATA	vii
ABSTRAK	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB	
1. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Pembatasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Sistematika Penulisan Skripsi	5
2. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pengertian Graf	7
2.1.1 <i>Incident</i> dan <i>Adjacent</i>	8
2.1.2 <i>Loop</i>	9
2.2 Graf Bagian (Subgraf)	9
2.3 Jalan, Jejak, Lintasan, Sirkuit dan Siklus	10
2.4 Graf Terhubung dan Graf Berbobot	11
2.4.1 Graf Terhubung (<i>Connected</i>).....	11
2.4.2 Graf Berbobot	12
2.5 Graf Berarah dan Derajat Titik pada Graf Berarah	12
2.5.1 Graf Berarah (<i>Directed Graph</i>)	12
2.5.2 Derajat Titik pada Graf Berarah	14
2.6 Jaringan (<i>Network</i>)	14
2.7 Pemutus pada Jaringan	15

2.8 Busur Maju dan Busur Balik	17
2.9 Inkremen dan Lintasan Peningkatan	18
2.10 Aliran Maksimum	19
2.11 <i>Preflow</i>	20
2.12 <i>Excess</i> , Kapasitas Sisa, Jaringan Sisa, dan Titik Aktif.....	20
2.12.1 <i>Excess</i>	20
2.12.2 Kapasitas Sisa dan Jaringan Sisa	21
2.12.3 Titik Aktif	21
2.13 Pelabelan Jarak (<i>Distance Label</i>)	22
2.14 Aliran Jenuh dan Tak Jenuh	22
2.15 <i>Software</i> GIDEN	23
3. METODE PENELITIAN	
3.1 Menemukan Masalah	26
3.2 Merumuskan Masalah	26
3.3 Studi Pustaka	27
3.4 Analisis dan Pemecahan Masalah	27
3.5 Penarikan Kesimpulan.....	28
4. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Konsep Aliran pada Jaringan	29
4.2 Konsep Aliran Maksimum pada Jaringan	34
4.3 Algoritma Ford-Fulkerson.....	40
4.4 Algoritma <i>Preflow-Push</i>	42
4.5 Algoritma <i>Preflow-Push</i> dengan <i>Software</i> GIDEN	44
4.6 Contoh Penggunaan Aliran Maksimum	47
4.6.1 Penyelesaian dengan Algoritma Ford-Fulkerson	48
4.6.2 Penyelesaian dengan Algoritma <i>Preflow-Push</i> pada <i>Software</i> GIDEN	66
5 PENUTUP	
5.1 Simpulan.....	68
5.2 Saran.....	70
DAFTAR PUSTAKA	71

LAMPIRAN.....	72
---------------	----

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Graf G dengan lima titik dan enam sisi	8
2.2 Graf H graf bagian dari Graf G	10
2.3 Graf G	11
2.4 G graf terhubung	11
2.5 G graf berbobot	12
2.6 (a) Graf berarah D terhubung lemah	13
(b) Graf berarah H terhubung kuat.....	13
(b) Graf dasar G	13
2.7 Jaringan N dengan titik sumber v_s dan titik tujuan v_t	14
2.8 Jaringan N dengan dua titik antara v_1 dan v_2	16
2.9 Jaringan N dengan titik sumber v_s dan titik tujuan v_t	17
2.10 Lintasan peningkatan terhadap aliran f	18
2.11 <i>Software</i> GIDEN	23
2.12 Tampilan menu utama pada <i>software</i> GIDEN	23
2.13 Tampilan untuk menggambar titik	24
2.14 Tampilan untuk menggambar garis	24
2.15 Tampilan graf yang sudah diberi nama pada titik dan bobot pada sisi	25
2.16 Tampilan menu dalam <i>solvers</i>	25
4.1 Jaringan N dengan aliran f bernilai 5	30
4.2 Jaringan N dengan aliran f_1 bernilai 6.....	31
4.3 Jaringan N dengan aliran f bernilai 5	33
4.4 Ilustrasi aliran pada busur maju dan busur balik.....	36
4.5 Jaringan N dengan aliran f bernilai 9	39
4.6 Tampilan cara menggunakan algoritma <i>Preflow-Push</i>	45
4.7 Tampilan input data algoritma <i>Preflow-Push</i>	45
4.8 Tampilan untuk proses iterasi algoritma <i>Preflow-Push</i>	46
4.9 Tampilan untuk hasil aliran maksimum dengan algoritma <i>Preflow-Push</i> ...	46

4.10 Kapasitas aliran air (liter per menit)	47
4.11 Jaringan N dengan titik sumber s dan titik tujuan t	48
4.12 Jaringan N dengan $f_0 = 0$	48
4.13 Pelabelan titik pada jaringan N	50
4.14 Jaringan N dengan $f_1 = 150$	51
4.15 Pelabelan titik pada jaringan N	53
4.16 Jaringan N dengan $f_2 = 350$	54
4.17 Pelabelan titik pada jaringan N	56
4.18 Jaringan N dengan $f_3 = 450$	57
4.19 Pelabelan titik pada jaringan N	59
4.20 Jaringan N dengan $f_4 = 550$	60
4.21 Pelabelan titik pada jaringan N	62
4.22 Jaringan N dengan $f_5 = 600$	63
4.23 Jaringan N dengan aliran maksimum = pemutus- (s, t) minimum	65
4.24 Tampilan hasil aliran maksimum dengan algoritma <i>Preflow-Push</i> pada <i>software</i> GIDEN	66

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Pencarian himpunan pemutus- (s, t) pada contoh penggunaan aliran maksimum	73
2. Iterasi algoritma <i>Preflow-Push</i> pada <i>Software</i> GIDEN	97

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan topik yang banyak mendapat perhatian, karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, dan lain sebagainya. Secara umum, graf merupakan suatu diagram yang memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat. Dalam kehidupan sehari-hari, graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti. Beberapa contoh graf yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari antara lain: struktur organisasi, bagan alir pengambilan mata kuliah, peta, rangkaian listrik, dan lain-lain (Siang, 2004: 185).

Jaringan merupakan salah satu kajian dalam teori graf. Jaringan adalah kumpulan titik dan sisi yang saling terhubung dengan arah tertentu. Di dalam jaringan terdapat beberapa model yang bisa digunakan untuk membantu memecahkan masalah-masalah, diantaranya adalah model rentang jaringan minimum, model rute terpendek, dan model aliran maksimum.

Model aliran maksimum mempunyai tujuan untuk memaksimalkan jumlah aliran yang melewati jaringan dalam sebuah sistem jaringan. Pada model masalah rute terpendek, aliran yang membangkitkan biaya tidak dibatasi oleh kapasitas apa

pun. Sebaliknya, pada model masalah aliran maksimum, aliran tersebut tidak membangkitkan biaya tetapi mempunyai batas kapasitas tertentu.

Pada sebuah jaringan dalam masalah aliran maksimum, selalu terdapat sebuah aliran yang nilainya sama dengan kapasitas pemutus minimum (*minimal cut*), yang dikenal dengan sebutan “Teorema *Maximal Flow–Minimal Cut*” (Budayasa, 2007: 235). Teorema *Maximal Flow–Minimal Cut* menjamin bahwa aliran maksimum pada sebuah jaringan tidak akan melebihi kapasitas pemutus minimum dalam jaringan tersebut. Dalam pencarian aliran maksimum, terdapat beberapa algoritma, menurut Ahuja *et al.* (1993: 166-167), algoritma yang digunakan dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum secara umum menggunakan dua pendekatan dasar, yaitu pendekatan algoritma *Augmenting Path* dan pendekatan algoritma *Preflow-Push*.

Algoritma yang menggunakan pendekatan *Augmenting Path* diantaranya adalah algoritma Ford-Fulkerson. Algoritma Ford-Fulkerson ditemukan oleh Ford dan Fulkerson pada tahun 1956. Algoritma ini akan efektif bagi penggunaannya untuk melakukan suatu proses, tindakan atau pengambilan keputusan untuk tujuan tertentu dengan mengetahui aliran maksimum yang terdapat dalam suatu jaringan. Hal yang paling rapi dari algoritma Ford-Fulkerson adalah bahwa algoritma ini selalu memberikan hasil yang benar dalam menyelesaikan sub-masalah dalam mencari *Augmenting Path* dalam setiap iterasinya. Pada skripsi ini, algoritma *Preflow-Push* digunakan hanya sebatas untuk mencocokkan hasil perhitungan manual dari algoritma Ford-Fulkerson. Dalam hal ini, algoritma *Preflow-Push* akan dijalankan dengan alat bantu yaitu *software* GIDEN. Berdasarkan alasan di

atas penulis tertarik untuk membahas skripsi dengan judul “Menentukan Aliran Maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push*.”

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang di atas, diperoleh rumusan masalah yang timbul dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*?
2. Bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson?
3. Bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push* dengan bantuan *software* GIDEN?

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam penyusunan skripsi ini, pembatasan permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut.

1. Konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut* meliputi definisi-definisi teorema, serta bukti-bukti yang terkait dengan materi tersebut.
2. Algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* digunakan dalam skripsi ini hanya untuk menentukan aliran maksimum, tidak membahas kompleksitas kedua algoritma tersebut.
3. Algoritma Ford-Fulkerson akan dihitung secara manual dengan teknik pelabelan.

4. Algoritma *Preflow-Push* digunakan hanya sebatas untuk mencocokkan hasil perhitungan manual dari algoritma Ford-Fulkerson. Dalam hal ini, algoritma *Preflow-Push* akan dijalankan dengan alat bantu yaitu *software* GIDEN.
5. Contoh penggunaan aliran maksimum yang digunakan adalah simulasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

- (1) Mengetahui konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*.
- (2) Mengetahui cara menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson.
- (3) Mengetahui cara menentukan aliran maksimum dengan menggunakan algoritma *Preflow-Push* dengan alat bantu *software* GIDEN.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagi peneliti

Dapat mengetahui tentang konsep teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*, mengetahui cara menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan algoritma *Preflow-Push*.

2. Bagi mahasiswa

Membantu mahasiswa mempelajari konsep teorema *Maximal Flow-Minimal Cut* serta algoritma-algoritma dalam menentukan aliran maksimum, dan

memotivasi mahasiswa untuk melanjutkan penelitian lebih mendalam sehingga dapat menerapkannya dalam kehidupan nyata.

1.6 Sistematika Penulisan Skripsi

Dalam penulisan skripsi ini secara garis besar dibagi menjadi tiga bagian pokok, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir.

1.6.1 Bagian Awal

Bagian awal skripsi memuat halaman sampul, halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, halaman pengesahan, motto, prakata, abstrak, daftar isi, dan daftar gambar.

1.6.2 Bagian Isi

Bagian isi terdiri dari lima bab yaitu sebagai berikut.

(1) Bab I: Pendahuluan

Dikemukakan tentang latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

(2) Bab II: Tinjauan Pustaka

Berisi uraian teoritis atau teori-teori yang mendasari pemecahan tentang masalah-masalah yang berhubungan dengan judul skripsi.

(3) Bab III: Metode Penelitian

Berisi metode-metode yang digunakan dalam penelitian, meliputi studi pustaka, analisis dan pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan.

(4) Bab IV: Hasil dan Pembahasan

Berisi hasil dan pembahasan dari rumusan masalah yang dikaji.

(5) Bab V: Penutup

Berisi simpulan dan saran.

1.6.3 Bagian Akhir

Bagian akhir skripsi berisi tentang daftar pustaka dan lampiran-lampiran yang mendukung skripsi.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

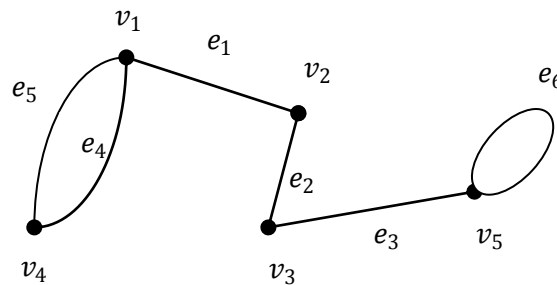
2.1 Pengertian Graf

Definisi 2.1

Sebuah graf $G = (V(G), E(G))$ berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari obyek-obyek yang disebut titik, dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. Himpunan $V(G)$ disebut himpunan titik-titik G , dan himpunan $E(G)$ disebut himpunan sisi-sisi G (Budayasa, 2007: 1-2).

Cara mempresentasikan sebuah graf yang paling umum adalah dengan diagram. Dalam diagram tersebut, titik-titik dinyatakan sebagai noktah dan tiap sisi dinyatakan sebagai kurva sederhana yang menghubungkan tiap dua titik. Misalnya, graf G dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ dimana $e_1 = (v_1, v_2)$, $e_2 = (v_2, v_3)$, $e_3 = (v_3, v_5)$, $e_4 = (v_1, v_4)$, $e_5 = (v_1, v_4)$, $e_6 = (v_5, v_5)$, dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram seperti pada Gambar 2.1.

Contoh 2.1:



Gambar 2.1. Graf G dengan lima titik dan enam sisi.

2.1.1 *Incident dan Adjacent*

Definisi 2.2

Jika sebuah titik v_i merupakan titik ujung dari suatu sisi e_j , maka v_i dan e_j disebut saling berinsidensi atau titik v_i terkait (*incident*) dengan sisi e_j . Sebagai contoh, pada Contoh 2.1 di atas, sisi e_1, e_4 , dan e_5 adalah sisi-sisi yang terkait dengan titik v_1 . Dua sisi yang tidak paralel disebut bertetangga (*adjacent*), bila kedua sisi tersebut terkait dengan titik yang sama. Sebagai contoh, e_1 dan e_2 dalam Contoh 2.1 merupakan dua sisi yang bertetangga. Selain itu, dua buah titik disebut bertetangga jika kedua titik tersebut merupakan titik-titik ujung dari sisi yang sama. Dalam Contoh 2.1 v_3 dan v_5 adalah dua titik yang saling bertetangga, sedangkan titik v_2 dan v_4 merupakan dua titik yang tidak saling bertetangga (Sutarno *et al.*, 2003: 60 – 61).

2.1.2 Loop

Definisi 2.3

Dalam sebuah graf, seperti terlihat pada Contoh 2.1, dimungkinkan adanya suatu sisi yang dikaitkan dengan pasangan (v_5, v_5) . Sisi yang dua titik ujungnya sama disebut *loop* (gelang). Pada Contoh 2.1, sisi e_6 merupakan sebuah loop. Dalam sebuah graf dimungkinkan adanya lebih dari satu sisi yang dikaitkan dengan sepasang titik. Pada contoh 2.1, sisi e_4 dan sisi e_5 dikaitkan dengan pasangan titik (v_1, v_4) . Pasangan sisi semacam ini disebut sisi-sisi paralel/sejajar atau sisi rangkap. Sebuah graf yang tidak memiliki *loop* dan tidak memiliki sisi rangkap disebut graf sederhana (Sutarno *et al.*, 2003: 59).

2.2 Graf Bagian (Subgraf)

Definisi 2.4

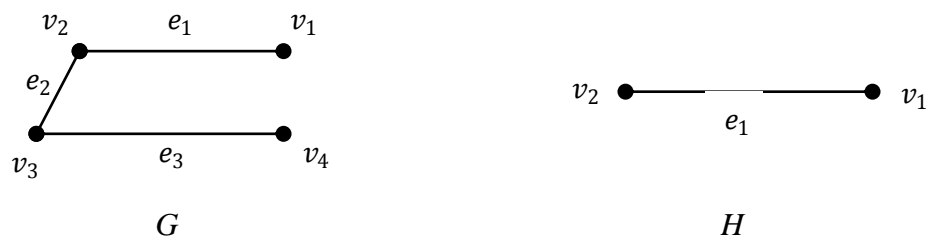
G graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Sebuah graf H dengan himpunan titik $V(H)$ dan himpunan sisi $E(H)$, disebut graf bagian (subgraf) dari graf G , dinotasikan $H \subseteq G$, jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Karena konsep graf bagian dapat dianalogikan dengan konsep himpunan bagian dalam teori himpunan, maka sebuah graf bagian dapat dipandang sebagai bagian dari graf yang lain.

Sifat-sifat dari graf bagian adalah sebagai berikut.

1. Setiap graf merupakan graf bagian dari dirinya sendiri.
2. Graf bagian dari suatu graf bagian G merupakan graf bagian dari G .
3. Sebuah titik dalam graf G merupakan graf bagian dari G .

Sebuah sisi dari G bersamaan dengan kedua titik ujungnya juga merupakan graf bagian dari G (Sutarno *et al.*, 2003: 87).

Contoh 2.2:



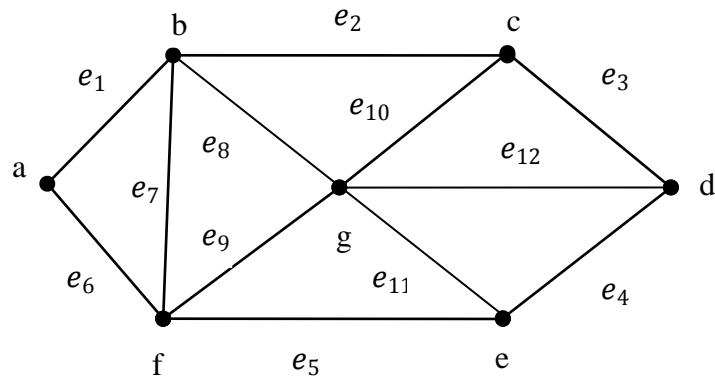
Gambar 2.2. Graf H graf bagian dari Graf G .

2.3 Jalan, Jejak, Lintasan, Sirkuit, dan Siklus

Definisi 2.4

Misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k$ yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi, sedemikian hingga v_{i-1} dan v_i adalah titik-titik akhir sisi e_i , untuk $1 \leq i \leq k$ (Budayasa, 2007: 6). Misalkan W adalah sebuah jalan dari v_0 ke v_k , atau jalan (v_0, v_k) . Titik v_0 dan v_k berturut-turut disebut titik awal dan titik akhir W . Sedangkan titik-titik v_1, v_2, \dots, v_{k-1} disebut titik-titik internal dari W , dan k disebut panjang dari W . Perhatikan bahwa panjang dari jalan W adalah banyaknya sisi dalam W . Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut jejak (*trail*). Jika semua titik $v_0, v_1, v_2, \dots, v_k$ dalam jalan W juga berbeda, maka W disebut sebuah lintasan (*path*). Sebuah jalan W disebut tertutup, jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama). Jejak tertutup disebut sirkuit. Sirkuit yang titik awal dan titik internalnya berlainan disebut siklus. Siklus dengan n titik dinotasikan dengan C_n (Sutarno *et al.*, 2003: 65).

Contoh 2.3:



Gambar 2.3 Graf G

Jalan : $a e_6 f e_7 b e_2 c e_3 d e_3 c$

Jalan tertutup : $a e_1 b e_2 c e_{10} g e_{12} d e_{12} g e_9 f e_6 a$

Jejak : $a e_1 b e_2 c e_{10} g e_{11} e e_4 d e_3 c$

Jejak tertutup (sirkuit) : $a e_6 f e_5 e e_4 d e_{12} g e_8 b e_1 a$

Lintasan : $a e_1 b e_2 c e_{10} g e_9 f e_5 e e_4 d$

Siklus : $a e_6 f e_5 e e_4 d e_{12} g e_8 b e_1 a$.

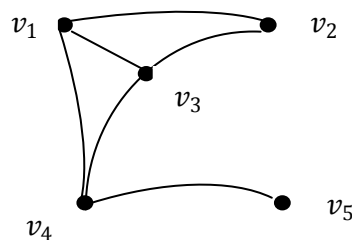
2.4 Graf Terhubung dan Graf Berbobot

2.4.1 Graf Terhubung (*Connected*)

Definisi 2.5

Sebuah graf G dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap dua titik G yang berbeda terdapat sebuah lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut (Budayasa, 2007: 8).

Contoh 2.4:



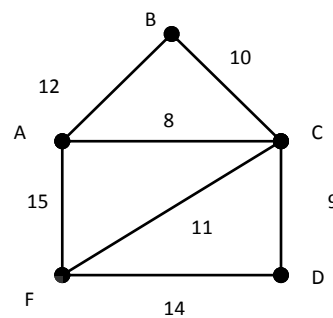
Gambar 2.4. G graf terhubung.

2.4.2 Graf Berbobot

Definisi 2.6

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot). Bobot pada tiap sisi dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, waktu tempuh antara dua buah kota, biaya perjalanan yang ditempuh, dan sebagainya (Sutarno *et al.*, 2003: 107).

Contoh 2.5:



Gambar 2.5. G graf berbobot.

2.5 Graf Berarah dan Derajat Titik pada Graf Berarah

2.5.1 Graf Berarah (*Directed Graph*)

Definisi 2.7

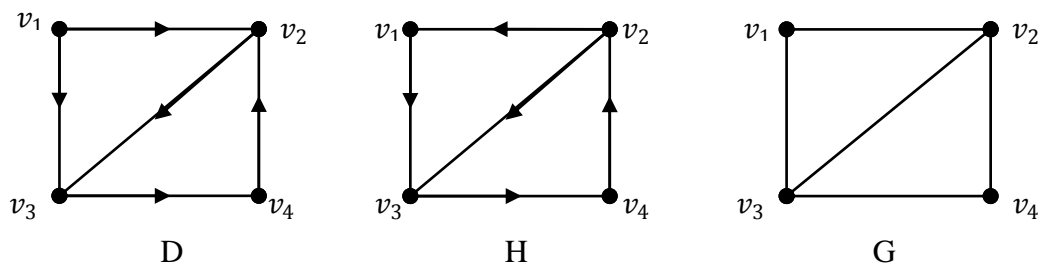
Sebuah graf berarah $D = (V(D), \Gamma(D))$ adalah suatu pasangan berurutan dari dua himpunan $V(D)$ yaitu himpunan berhingga tak kosong yang anggotanya disebut titik, dan $\Gamma(D)$ yaitu himpunan berhingga (boleh kosong) yang anggotanya disebut busur sedemikian hingga setiap busur merupakan pasangan berurutan dari dua titik di $V(D)$. Jika v_1 dan v_2 adalah dua titik pada graf berarah D dan $e = (v_1, v_2)$ sebuah busur D , maka e disebut busur keluar dari titik v_1 dan e busur menuju v_2 (Budayasa, 2007: 214). D dikatakan graf berarah sederhana jika semua busur dari D berbeda dan tidak terdapat *loop* (Setiawati, 1993).

Definisi 2.8

Misalkan D sebuah graf berarah. Graf dasar dari graf D adalah graf tak berarah G , sedemikian hingga $V(G) = V(D)$ dan setiap busur (v_i, v_j) di D menjadi sisi (v_i, v_j) pada G (Budayasa, 2007: 215). Konsep jalan, jejak, lintasan, sirkuit, dan siklus pada graf berarah serupa dengan konsep jalan, jejak, lintasan, sirkuit, dan siklus pada graf tak berarah, hanya saja istilah sisi pada graf tak berarah diganti dengan istilah busur pada graf berarah.

Ada dua macam keterhubungan pada graf berarah D , yaitu terhubung lemah dan terhubung kuat. Graf berarah D dikatakan terhubung lemah jika graf dasarnya terhubung, sedangkan dikatakan terhubung kuat jika untuk setiap dua titik v_i dan v_j di D terdapat lintasan berarah dari v_i ke v_j dan sebaliknya (Budayasa, 2007: 216).

Contoh 2.6:



Gambar 2.6 (a)

Gambar 2.6 (b)

Gambar 2.6 (c)

Pada Gambar 2.6 (a) adalah graf berarah D terhubung lemah. Sebaliknya, pada Gambar 2.6 (b) adalah graf berarah H terhubung kuat. Pada Gambar 2.6 (c) adalah graf dasar G dari graf berarah D maupun H .

2.5.2 Derajat Titik pada Graf Berarah

Definisi 2.9

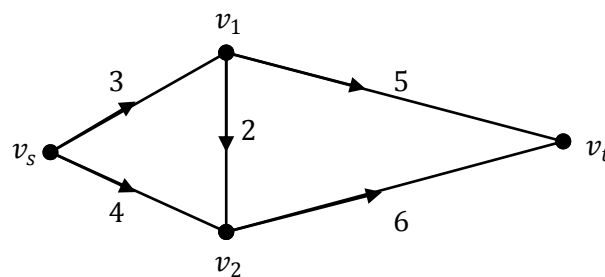
Misalkan D sebuah graf berarah, dan $v \in V(D)$. Derajat keluar titik v (*out degree* v) dilambangkan $od(v)$ adalah banyaknya busur pada graf berarah D yang keluar dari titik v . Sedangkan derajat masuk titik v (*in degree* v) dilambangkan $id(v)$ adalah banyaknya busur D yang menuju ke titik v (Budayasa, 2007: 216).

2.6 Jaringan (*Network*)

Definisi 2.10

Sebuah jaringan $N = (V(N), \Gamma(N))$ adalah sebuah graf berarah sederhana terhubung lemah yang setiap busurnya dikaitkan dengan bilangan real non negatif. Selanjutnya bilangan real non negatif yang dikaitkan pada busur (v_i, v_j) , atau disingkat (i, j) , pada jaringan N disebut kapasitas busur (v_i, v_j) , dan dilambangkan dengan $c(v_i, v_j)$ atau disingkat $c(i, j)$. Sebuah titik s di jaringan N disebut titik sumber jika $id(s) = 0$ dan sebuah titik t di jaringan N disebut titik tujuan jika $od(t) = 0$, sedangkan titik yang lain di jaringan N disebut titik-titik antara (Budayasa, 2007: 227-228).

Contoh 2.7:



Gambar 2.7. Jaringan N dengan titik sumber v_s dan titik tujuan v_t .

Definisi 2.11

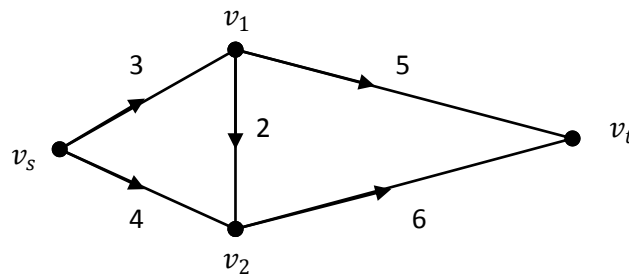
Misalkan N sebuah jaringan dengan titik sumber s dan titik tujuan t . Jika v adalah sebuah titik di N , maka himpunan semua busur N yang keluar dari titik v (meninggalkan titik v) dilambangkan dengan $O(v)$ dan himpunan semua busur N yang menuju ke titik v , dilambangkan $I(v)$ (Budayasa, 2007: 229-230). Perhatikan Gambar 2.7, terdapat dua busur di N yang keluar dari titik v_s , diperoleh $O(v_s) = \{(v_s, v_1), (v_s, v_2)\}$ dan $I(v_s) = \{\}$. Perhatikan titik v_1 , diperoleh $O(v_1) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_t)\}$ dan $I(v_1) = \{(v_s, v_1)\}$ dan seterusnya.

2.7 Pemutus pada Jaringan

Definisi 2.12

Misalkan N sebuah jaringan dengan titik sumber s dan titik tujuan t . Misalkan X adalah himpunan bagian tak kosong dari $V(N)$ dan $X_1 = V(N) - X$. Jika $s \in X$ dan $t \in X_1$, maka himpunan busur $B(X, X_1)$ disebut sebuah pemutus- (s, t) dari jaringan N . Disebut demikian, karena penghapusan semua busur $B(X, X_1)$ dari N , memutus semua lintasan berarah dari titik s ke titik t pada jaringan N . Misalkan A adalah himpunan titik antara pada jaringan N , dan A' adalah sebuah himpunan bagian A . Jika $X = \{t\} \cup A'$, maka $B(X, X_1)$ sebuah pemutus- (s, t) pada N . Jadi banyaknya pemutus- (s, t) pada jaringan N sama dengan banyaknya himpunan bagian dari himpunan A , yaitu 2^n dengan $n = |A|$ (Budayasa, 2007: 229).

Contoh 2.8:



Gambar 2.8. Jaringan N dengan dua titik antara v_1 dan v_2 .

Pada Gambar 2.8 di atas, mempunyai dua titik antara v_1 dan v_2 , sehingga terdapat $2^2 = 4$ pemutus- (s, t) pada N , yaitu:

$$B(\{v_s\}, \{v_1, v_2, v_t\}) = \{(v_s, v_1), (v_s, v_2)\}$$

$$B(\{v_s, v_2\}, \{v_1, v_t\}) = \{(v_s, v_1), (v_2, v_t)\}$$

$$B(\{v_s, v_1\}, \{v_2, v_t\}) = \{(v_s, v_2), (v_1, v_2), (v_1, v_t)\}$$

$$B(\{v_s, v_1, v_2\}, \{v_t\}) = \{(v_1, v_t), (v_2, v_t)\}.$$

Setiap pemutus- (s, t) pada jaringan N mempunyai kapasitas. Pemutus- (s, t) yang mempunyai kapasitas terkecil disebut pemutus- (s, t) minimum.

Masing-masing kapasitas dari keempat pemutus tersebut adalah:

$$c(\{v_s\}, \{v_1, v_2, v_t\}) = c((v_s, v_1)) + c((v_s, v_2)) = 3 + 4 = 7$$

$$c(\{v_s, v_2\}, \{v_1, v_t\}) = c((v_s, v_1)) + c((v_2, v_t)) = 3 + 6 = 9$$

$$c(\{v_s, v_1\}, \{v_2, v_t\}) = c((v_s, v_2)) + c((v_1, v_2)) + c((v_1, v_t)) = 4 + 2 + 5 = 11$$

$$c(\{v_s, v_1, v_2\}, \{v_t\}) = c((v_1, v_t)) + c((v_2, v_t)) = 5 + 6 = 11$$

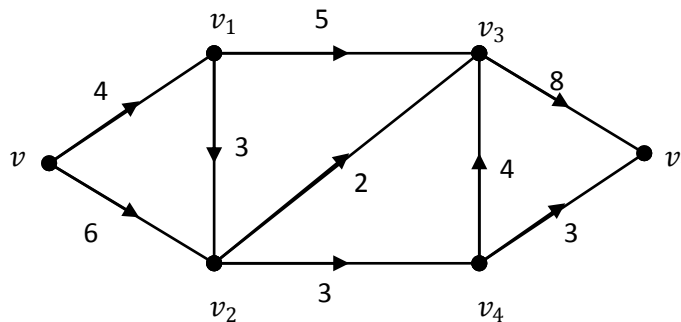
Tampak bahwa $B(\{v_s\}, \{v_1, v_2, v_t\}) = \{(v_s, v_1), (v_s, v_2)\}$ dengan kapasitas 7 merupakan sebuah pemutus minimum pada jaringan N .

2.8 Busur Maju dan Busur Balik

Definisi 2.13

Misalkan N sebuah jaringan dan G adalah graf dasar N . Misalkan pada graf G terdapat lintasan $P = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_i, v_{i+1}, \dots, v_n)$. Jika (v_i, v_{i+1}) sebuah busur pada N , maka busur tersebut dinamakan busur maju terhadap P , sebaliknya jika (v_{i+1}, v_i) sebuah busur pada N , maka busur tersebut dinamakan busur balik terhadap P . Jadi, suatu busur pada N termasuk busur maju atau busur balik, sangat tergantung pada lintasan P pada graf dasarnya.

Contoh 2.9:



Gambar 2.9. Jaringan N dengan titik sumber v_s dan titik tujuan v_t .

Misalkan G graf dasar dari jaringan N pada Gambar 2.9, maka $P = (v_s, v_2, v_1, v_3, v_4, v_t)$ adalah sebuah lintasan (v_s, v_t) pada G dan P bukan lintasan berarah pada N . Sehingga, terhadap P , busur-busur (v_s, v_2) , (v_1, v_3) , dan (v_4, v_t) merupakan busur-busur maju, sedangkan busur-busur (v_1, v_2) dan (v_4, v_3) adalah busur-busur balik. Jika diperhatikan lintasan $P_1 = (v_s, v_1, v_2, v_4, v_t)$ pada G , maka semua busur N yang berkorespondensi dengan sisi lintasan P_1 merupakan busur maju terhadap P_1 . Perhatikan bahwa busur (v_1, v_2) pada N merupakan busur balik terhadap lintasan P , tetapi busur tersebut merupakan busur maju terhadap lintasan P_1 .

2.9 Inkremen dan Lintasan Peningkatan

Definisi 2.14

Misalkan f adalah sebuah aliran dari titik sumber s ke titik tujuan t pada jaringan N , dan misalkan G adalah graf dasar N , maka terdapat lintasan P pada G . $i(P)$ adalah inkremen lintasan P , didefinisikan sebagai berikut. $i(P) = \min \{i(a) | a \text{ adalah busur } N \text{ yang bersesuaian dengan sisi } P\}$.

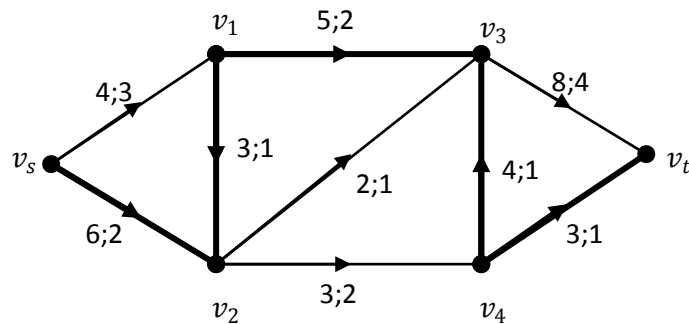
Dengan $i(a)$ adalah inkremen pada busur a , didefinisikan sebagai berikut:

$$i(a) = \begin{cases} c(a) - f(a), & \text{jika } a \text{ busur maju} \\ f(a), & \text{jika } a \text{ busur balik} \end{cases}$$

Sebuah lintasan P dengan $i(P) > 0$ disebut lintasan augmentasi.

Selanjutnya, lintasan augmentasi P dari titik sumber s ke titik tujuan t dinamakan sebuah lintasan peningkatan (Budayasa, 2007: 235-236).

Contoh 2.10:



Gambar 2.10. Lintasan peningkatan terhadap aliran f .

Pada Gambar 2.10 di atas, dipunyai lintasan $P = (v_s, v_2, v_1, v_3, v_4, v_t)$.

Karena $(v_s, v_2), (v_1, v_3), (v_4, v_t)$ busur-busur maju dan $(v_1, v_2), (v_4, v_3)$ busur-busur balik, maka:

$$i(v_s, v_2) = c(v_s, v_2) - f(v_s, v_2) = 6 - 2 = 4,$$

$$i(v_1, v_3) = c(v_1, v_3) - f(v_1, v_3) = 5 - 2 = 3,$$

$$i(v_4, v_t) = c(v_4, v_t) - f(v_4, v_t) = 3 - 1 = 2,$$

$$i(v_1, v_2) = f(v_1, v_2) = 1, \text{ dan } i(v_4, v_3) = f(v_4, v_3) = 1.$$

Sehingga $i(P) = \min\{4,3,2,1,1\} = 1$. Karena $i(P) > 0$, maka $P = (v_s, v_2, v_1, v_3, v_4, v_t)$ adalah sebuah lintasan peningkatan.

2.10 Aliran Maksimum

Definisi 2.15

Sebuah aliran di jaringan N dari titik sumber s ke titik tujuan t adalah suatu fungsi f yang memetakan setiap busur (i, j) di N dengan sebuah bilangan bulat non negatif yang memenuhi syarat-syarat sebagai berikut.

A flow in a network N from the source s to sink t is a function f which assigns a non-negative integer to each of the arcs a in N such that

- (1) *(capacity constraint) $f(a) \leq c(a)$ for each arc a ,*
- (2) *the total flow into the sink t equals the total flow out of the source s , and*
- (3) *(flow conservation) for any intermediate vertex x , the total flow into x equals the total flow out of x (Clark & Holton, 1995: 262).*

Misalkan $c(i, j)$ adalah kapasitas busur (i, j) . Aliran dalam jaringan pada setiap busur (i, j) adalah bilangan bulat non negatif $f(i, j)$ sedemikian sehingga

$$(1) \quad 0 \leq f(i, j) \leq c(i, j), \forall (i, j) \in \Gamma(N), \text{ disebut kapasitas pembatas,}$$

$$(2) \quad \sum_{(i,j) \in O(s)} f(i, j) = \sum_{(i,j) \in I(t)} f(i, j), \text{ disebut nilai aliran } f,$$

$$(3) \quad \sum_{(i,j) \in O(x)} f(i, j) = \sum_{(i,j) \in I(x)} f(i, j), \forall x \in V(N) - \{s, t\}, \text{ disebut}$$

konservasi aliran.

Definisi 2.16

Jika terdapat sebuah aliran f di N yang nilainya sama dengan kapasitas suatu pemutus- (s, t) , maka aliran f tersebut adalah aliran maksimum dan pemutus- (s, t) tersebut adalah sebuah pemutus- (s, t) minimum. Jadi aliran f

bernilai $f_{s,t}$ dari titik sumber s ke titik tujuan t pada jaringan N dikatakan aliran maksimum jika,

$$f_{s,t} = \min\{c(X, X_1) \mid B(X, X_1) \text{ suatu pemutus } - (s, t) \text{ pada jaringan } N\}$$

(Budayasa, 2007: 234).

2.11 Preflow

Definisi 2.17

Given a transport network $N = (V, E)$ with n vertices and m edges, a pseudo-flow f is an assignment of nonnegative real numbers to the edges of N such that $f(i, j) \leq c(i, j)$ for $(i, j) \in E$. A pseudo-flow f is a preflow if $\sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u) \geq 0$ for every $v \neq s, t$ (Thulasiraman & Swamy, 1992: 411).

Definisi di atas mengatakan bahwa jaringan transportasi $N = (V, E)$ dengan n titik dan m busur, sebuah aliran-semu (*pseudo-flow*) f merupakan sebuah pengaitan bilangan real non negatif pada busur-busur di N yang memenuhi $f(i, j) \leq c(i, j)$ dengan $(i, j) \in E$. Sebuah aliran-semu f dikatakan *preflow* jika memenuhi $\sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u) \geq 0$ untuk setiap $v \neq s, t$, dengan $\sum_u f(u, v)$ adalah $\sum_{(i,j) \in I(x)} f(i, j)$, dan $\sum_u f(v, u)$ adalah $\sum_{(i,j) \in O(x)} f(i, j)$, untuk setiap $x \in V(N) - \{s, t\}$.

2.12 Excess, Kapasitas Sisa, Jaringan Sisa, dan Titik Aktif

2.12.1 Excess

Definisi 2.18

Let $e(v) = \sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u)$ for every $v \neq s, t$. $e(v)$ is refined to as excess at vertex v (Thulasiraman & Swamy, 1992: 411).

Dari definisi di atas, misalkan f aliran pada jaringan $N = (V, E)$ dan $v \in V$. *Excess* pada titik v didefinisikan sebagai $e(v) = \sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u)$, $\forall v \neq s, t$.

2.12.2 Kapasitas Sisa dan Jaringan Sisa

Definisi 2.19

Given a preflow f , let $N_f = (V, E_f)$ denote the residual network with respect to f . Recall that each edge $(u, v) \in E$ induces an edge $(u, v) \in E_f$, if $f(u, v) < c(u, v)$, and edge $(v, u) \in E_f$ if $f(u, v) > 0$. Edges of N_f are all called residual edges. In the former case $(u, v) \in E_f$ is called a forward edge and in the latter case $(v, u) \in E_f$ is a backward edge. $c_f(e)$ will denote the capacity of the residual edge e :

$$c_f(e) = \begin{cases} c(e) - f(e), & \text{if } e \text{ is a forward edge} \\ f(e), & \text{if } e \text{ is a backward edge} \end{cases}$$

(Thulasiraman & Swamy, 1992: 411-412).

Dari definisi di atas, diberikan suatu preflow f , maka jaringan $N_f = (V, E_f)$ merupakan jaringan sisa terhadap preflow f . Setiap busur $(u, v) \in E$ membangun sebuah busur $(u, v) \in E_f$ jika $f(u, v) < c(u, v)$, dan membangun sebuah busur $(v, u) \in E_f$ jika $f(u, v) > 0$. Busur-busur pada jaringan N_f disebut busur sisa. Pada kasus ini $(u, v) \in E_f$ dinamakan busur maju, dan sebaliknya $(v, u) \in E_f$ dinamakan busur balik. $c_f(e)$ dikatakan kapasitas busur sisa e dengan

$$\text{nilai } c_f(e) = \begin{cases} c(e) - f(e), & \text{jika } e \text{ busur maju} \\ f(e), & \text{jika } e \text{ busur balik.} \end{cases}$$

Untuk selanjutnya dalam tulisan ini, kapasitas dari busur sisa e disebut kapasitas sisa busur e .

2.12.3 Titik Aktif

Definisi 2.20

A vertex v is active if $v \neq s, t$, and $e(v) > 0$ (Thulasiraman & Swamy, 1992: 412).

Dari definisi di atas, misalkan f aliran pada jaringan $N = (V, E)$ dan $v \in V$. Suatu titik v dikatakan titik aktif jika $e(v) > 0$ dimana $v \neq s, t$.

2.13 Pelabelan Jarak (*Distance Label*)

Definisi 2.21

A valid labeling d of N is an assignment of nonnegative integers to the vertices of N such that $d(s) = n$, $d(t) = 0$ and for every residual edge (v, w) , $d(v) \leq d(w) + 1$. It can be shown that if $d(v) < n$, then $d(v)$ is a lower bound on the distance from v to t in N_f , and if $d(v) \geq n$, then $d(v) - n$ is a lower bound on the distance from v to s in N_f (Thulasiraman & Swamy, 1992: 412).

Definisi di atas mengatakan bahwa suatu pelabelan *valid* pada titik v (dilambangkan $d(v)$) pada jaringan $N = (V, E)$, dengan n titik dan m busur, adalah pemetaan bilangan bulat non negatif ke suatu titik di N sedemikian sehingga label pada titik sumber s adalah $d(s) = n$, label pada titik tujuan t adalah $d(t) = 0$, dan $d(v) \leq d(w) + 1$ untuk setiap busur sisa (v, w) . Dapat ditunjukkan bahwa jika $d(v) < n$, maka $d(v)$ batas bawah pada jarak dari titik v ke titik tujuan t pada jaringan sisa N_f . Sebaliknya jika $d(v) \geq n$, maka $d(v) - n$ batas bawah jarak dari titik v ke titik sumber s pada jaringan sisa N_f .

2.14 Aliran Jenuh dan Tak Jenuh

Definisi 2.22

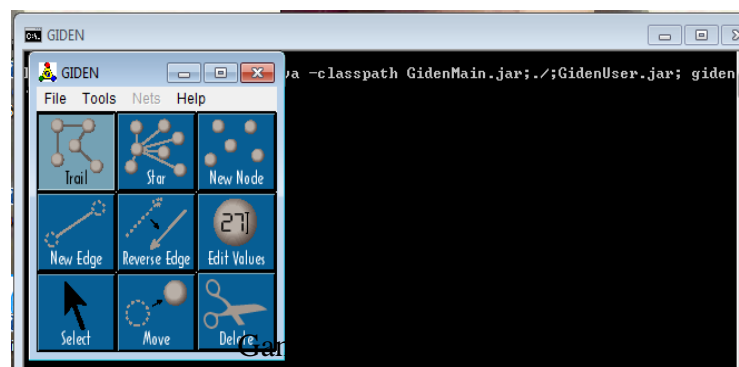
A push from v to w is a saturating push if $c_f(v, w) = 0$ after the push, otherwise it is a nonsaturating push (Thulasiraman & Swamy, 1992: 412).

Dari definisi di atas, misalkan f adalah aliran pada jaringan N . Sebuah busur (v, w) dikatakan jenuh (*f saturated*) jika $c_f(v, w) = 0$, dan tak jenuh jika

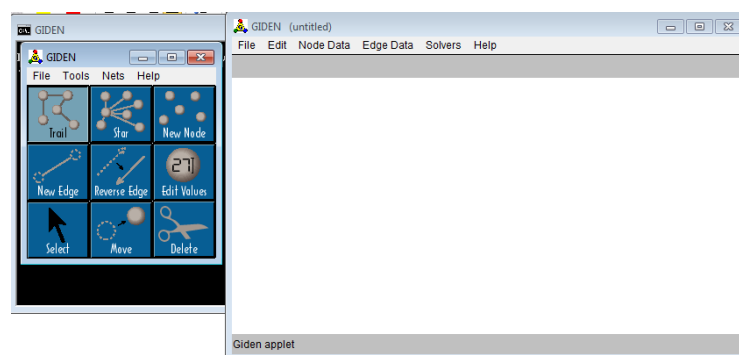
selainnya. Artinya, dikatakan jenuh jika $f(v, w) = c(v, w)$, dan tak jenuh jika $f(v, w) < c(v, w)$.

2.15 Software GIDEN

Software GIDEN merupakan suatu *software* yang terorientasi untuk menyelesaikan masalah-masalah optimasi jaringan. *Software* GIDEN digunakan untuk memudahkan menemukan solusi yang tepat dalam menyelesaikan masalah-masalah dalam jaringan yang melibatkan titik dan sisi dengan jumlah yang sangat banyak. Masalah-masalah yang dapat diselesaikan dengan *software* GIDEN antara lain: *minimum spanning tree*, *shortest path*, *maximum flow*, dan *minimum-cost flow*. Langkah-langkah penggunaan *software* GIDEN adalah sebagai berikut.

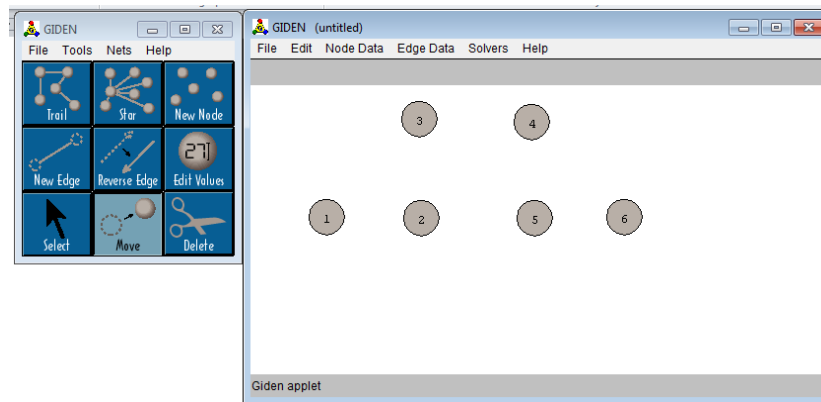


Klik *file*, kemudian pilih *new*, diperoleh gambar sebagai berikut.



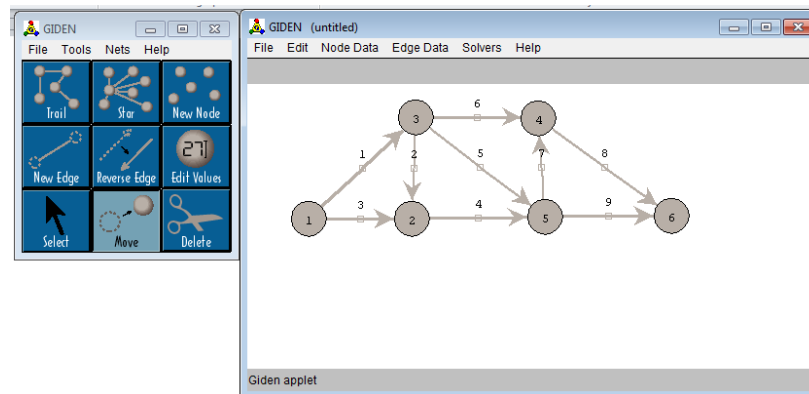
Gambar 2.12. Tampilan menu utama pada *software* GIDEN.

Pilih *new node* untuk menggambar titik.



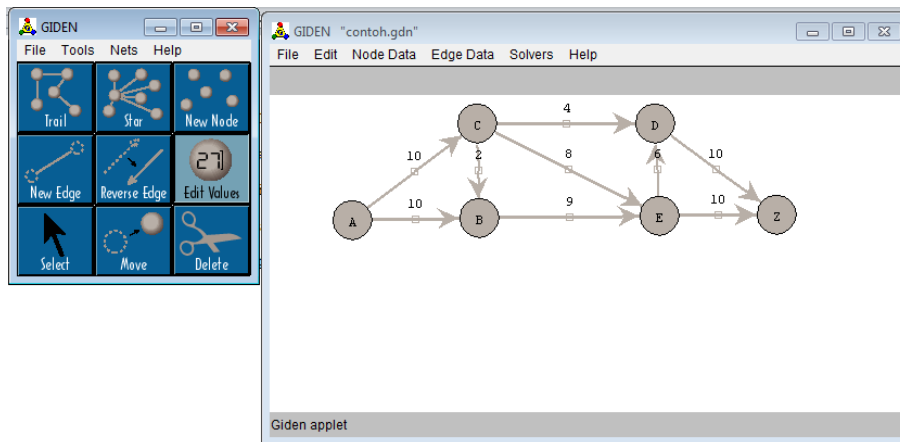
Gambar 2.13. Tampilan untuk menggambar titik.

Pilih *new edge* untuk menggambar sisi.



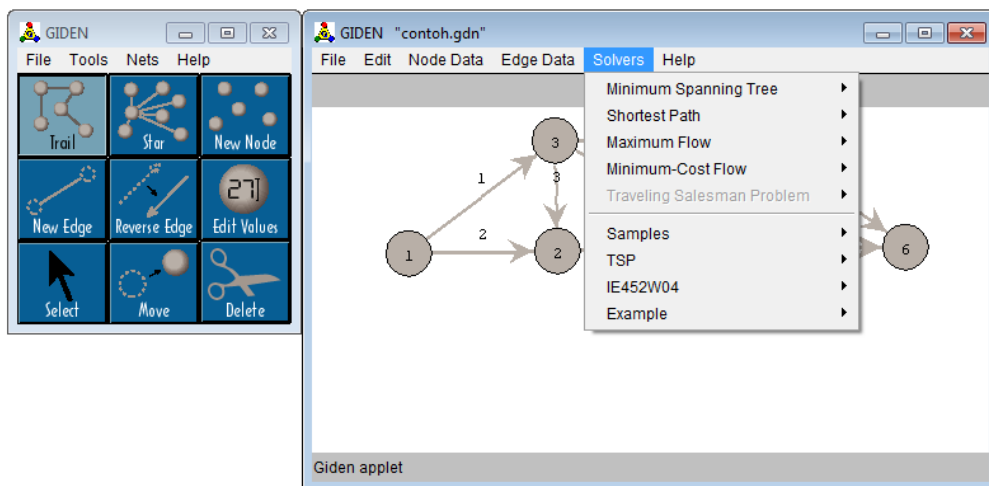
Gambar 2.14. Tampilan untuk menggambar garis.

Untuk memberi nama pada titik, klik *node data*, pilih *add data field*. Misalkan beri nama “titik”, beri nilai awal “0”, kemudian ganti tipe *data field* dengan *text*, kemudian klik OK. Sedangkan untuk memberi nilai pada sisi (bobot), klik *edge data*, pilih *add data field*. Beri nama *field* “bobot”, beri nilai awal “0”, ganti tipe *data field* dengan *integer*, kemudian klik OK. Pilih *edit value* dan beri nama pada masing-masing titik, kemudian beri nilai pada masing-masing sisi, seperti pada gambar berikut.



Gambar 2.15. Tampilan graf yang sudah diberi nama pada titik dan bobot pada sisi.

Klik *solvers*. Terlihat ada beberapa masalah yang dapat diselesaikan dengan software GIDEN, diantaranya *minimum spanning tree*, *shortest path*, *maximum flow*, dan *minimum cost flow*.



Gambar 2.16. Tampilan menu dalam *solvers*.

Pilih menu dalam *solvers* sesuai dengan permasalahan yang diinginkan. Dalam waktu yang singkat *software* ini akan menghasilkan solusi yang tepat untuk menyelesaikan masalah-masalah tersebut.

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini metode atau langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut.

3.1 Menemukan Masalah

Dalam tahap ini dicari sumber pustaka dan dipilih bagian dari sumber pustaka sebagai suatu masalah. Penulis mencari berbagai macam sumber pustaka yang berhubungan dengan aliran maksimum serta algoritma-algoritma untuk menyelesaikan masalah aliran maksimum, kemudian menyeleksi untuk ditetapkan sebagai suatu masalah yang harus diselesaikan.

3.2 Merumuskan Masalah

Masalah yang ditemukan kemudian dirumuskan kedalam pertanyaan yang harus diselesaikan yaitu:

- (1) Bagaimana konsep aliran maksimum berdasarkan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*?
- (2) Bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson?
- (3) Bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma Preflow-Push dengan bantuan *software* GIDEN?

3.3 Studi Pustaka

Mengenai studi pustaka dilakukan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian ini terutama yang mengkaji jaringan, aliran maksimum, algoritma Ford-Fulkerson, algoritma *Preflow-Push*, dan *software* GIDEN. Mengumpulkan konsep pendukung yang diperlukan dalam menyelesaikan masalah sehingga didapatkan suatu ide mengenai bahan dasar pengembangan upaya pemecahan masalah. Studi pustaka diawali dengan mengumpulkan sumber pustaka yang berupa buku-buku referensi yang mengkaji teori graf dan *software* GIDEN. Selain itu sumber pustaka juga dapat diperoleh secara online misalnya dengan cara mencarinya di situs *www.google.com* dengan menggunakan kata kunci jaringan, aliran maksimum, algoritma Ford-Fulkerson, algoritma *Preflow-Push*, dan *software* GIDEN.

3.4 Analisis dan Pemecahan Masalah

Dari berbagai sumber pustaka yang sudah menjadi bahan kajian, diperoleh suatu pemecahan masalah di atas. Selanjutnya dilakukan langkah-langkah pemecahan masalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan konsep aliran pada jaringan.
2. Mendeskripsikan konsep aliran maksimum pada jaringan berdasarkan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*.
3. Mendeskripsikan cara menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson yang didasari dengan pembuktian lemma dan teorema *Maximal Flow-Minimal Cut*.

4. Mendeskripsikan cara menentukan aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push* yang didasari operasi dasar *push* dan *relabel*.
5. Mendeskripsikan langkah-langkah menentukan aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push* menggunakan *software* GIDEN.
6. Menerapkan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* dalam menentukan aliran maksimum pada contoh simulasi tentang aliran air dalam suatu motel dengan asumsi-asumsi tertentu.
7. Mencocokkan hasil perhitungan aliran maksimum dari algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* dengan bantuan *software* GIDEN.

3.5 Penarikan Kesimpulan

Tahap ini merupakan tahap terakhir dalam metode penelitian. Penarikan kesimpulan dari permasalahan diperoleh dari hasil langkah pemecahan masalah yang dirumuskan berdasarkan studi pustaka dan pembahasannya.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Konsep Aliran pada Jaringan

Sebuah aliran di jaringan $N = (V(N), \Gamma(N))$ dari titik sumber s ke titik tujuan t adalah suatu fungsi f yang memetakan setiap busur (i, j) di N dengan sebuah bilangan bulat non negatif yang memenuhi syarat-syarat sebagai berikut.

- (1) $0 \leq f(i, j) \leq c(i, j) \forall (i, j) \in \Gamma(N)$ (disebut “kapasitas pembatas”).

Menyatakan bahwa nilai aliran pada setiap busur N tidak pernah melebihi kapasitas busur tersebut.

- (2) $\sum_{(i,j) \in O(s)} f(i, j) = \sum_{(i,j) \in I(t)} f(i, j)$ (disebut “nilai aliran f ”).

Menyatakan bahwa total nilai aliran yang keluar dari titik sumber s sama dengan total nilai aliran yang sampai di titik tujuan. Nilai ini yang selanjutnya disebut “nilai aliran f ” dari s ke t pada jaringan N .

- (3) $\sum_{(i,j) \in O(x)} f(i, j) = \sum_{(i,j) \in I(x)} f(i, j), \forall x \in V(N) - \{s, t\}$ (disebut “konservasi aliran”).

Menyatakan bahwa untuk setiap titik antara pada N berlaku total aliran yang meninggalkan titik x sama dengan total aliran yang menuju titik x .

Jika nilai aliran f dari titik sumber s ke titik tujuan t pada jaringan N dimisalkan $f_{s,t}$, maka syarat (2) dan (3) di atas dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(i, V) - f(V, i) = \begin{cases} f_{s,t}, & \text{jika } i = s & \dots\dots\dots(4) \\ 0, & \text{jika } i \neq s, t & \dots\dots\dots(5) \\ -f_{s,t}, & \text{jika } i = t & \dots\dots\dots(6) \end{cases}$$

Keterangan persamaan di atas adalah sebagai berikut.

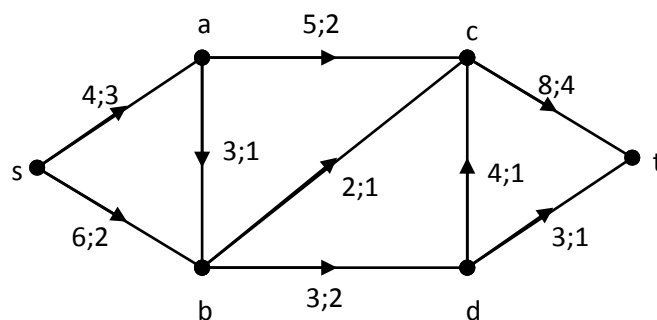
Persamaan (4): aliran yang keluar dari s adalah $f_{s,t}$, aliran yang masuk ke titik tujuan t adalah $f_{s,t}$.

Persamaan (5): aliran yang keluar dari titik antara (selain s dan t) adalah nol.

Persamaan (6): aliran yang keluar dari titik t adalah $-f_{s,t}$.

Contoh 4.1:

Diberikan aliran dengan f dari s ke t dengan nilai 5 pada graf di bawah ini.



Gambar 4.1. Jaringan N dengan aliran f bernilai 5.

Keterangan:

$$\begin{array}{ll} c(s, a) = 4; & f(s, a) = 3 \\ c(s, b) = 6; & f(s, b) = 2 \\ c(a, b) = 3; & f(a, b) = 1 \\ c(a, c) = 5; & f(a, c) = 2 \\ c(b, c) = 2; & f(b, c) = 1 \\ c(b, d) = 3; & f(b, d) = 2 \\ c(d, c) = 4; & f(d, c) = 1 \\ c(c, t) = 8; & f(c, t) = 4 \\ c(d, t) = 3; & f(d, t) = 1 \end{array}$$

Perhatikan Gambar 4.1 dengan aliran f bernilai 5.

Jika $X = \{s, a\}$ dan $X_1 = \{b, c, d, t\}$,

$B(X, X_1) = (\{s, a\}, \{b, c, d, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, c)\}$ adalah pemutus- (s, t) pada

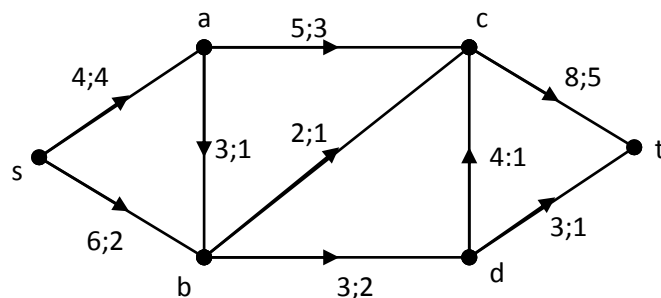
N dengan kapasitas $c(X, X_1) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, c) = 6 + 3 + 5 = 14$,

maka $f(X, X_1) = f(s, b) + f(a, b) + f(a, c) = 2 + 1 + 2 = 5$.

Terlihat bahwa $f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$.

Contoh 4.2:

Tingkatkan aliran f menjadi f_1 dari s ke t dengan nilai 6, sehingga:



Gambar 4.2. Jaringan N dengan aliran f_1 bernilai 6.

Keterangan:

$$c(s, a) = 4; \quad f(s, a) = 4 \qquad c(b, d) = 3; \quad f(b, d) = 2$$

$$c(s, b) = 6; \quad f(s, b) = 2 \qquad c(d, c) = 4; \quad f(d, c) = 1$$

$$c(a, b) = 3; \quad f(a, b) = 1 \qquad c(c, t) = 8; \quad f(c, t) = 5$$

$$c(a, c) = 5; \quad f(a, c) = 3 \qquad c(d, t) = 3; \quad f(d, t) = 1$$

$$c(b, c) = 2; \quad f(b, c) = 1$$

Perhatikan Gambar 4.1 dengan aliran f_1 bernilai 6.

Jika $X = \{s, a\}$ dan $X_1 = \{b, c, d, t\}$,

$B(X, X_1) = (\{s, a\}, \{b, c, d, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, c)\}$ adalah pemutus- (s, t) pada

N dengan kapasitas $c(X, X_1) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, c) = 6 + 3 + 5 = 14$,

maka $f(X, X_1) = f(s, b) + f(a, b) + f(a, c) = 2 + 1 + 3 = 6$.

Terlihat bahwa $f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$.

Dari Contoh 4.1 dan 4.2 terlihat bahwa nilai aliran tidak melebihi kapasitas pemutus- (s, t) , yaitu $B(X, X_1)$. Ternyata ini berlaku untuk sebarang aliran dan sebarang pemutus di N .

Teorema 4.1

Misalkan N sebuah jaringan dengan titik sumber s dan titik tujuan t . Jika f adalah sebuah aliran dari s ke t pada N dengan nilai $f_{s,t}$ dan $B(X, X_1)$ sebuah pemutus- (s, t) pada N , maka $f_{s,t} = f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq c(X, X_1)$ (Budayasa, 2007: 233).

Bukti:

Dari definisi aliran, untuk titik sumber s diperoleh $f(\{s\}, V) - f(V, \{s\}) = f_{s,t}$,

dan untuk setiap titik $x \in V - \{s, t\}$ diperoleh

$$f(\{x\}, V) = \sum_{(i,j) \in O(x)} f(i, j) = \sum_{(i,j) \in I(x)} f(i, j) = f(V, \{x\})$$

atau $f(\{x\}, V) - f(V, \{x\}) = 0$.

Sehingga untuk suatu pemutus- (s, t) , $B(X, X_1)$ diperoleh

$$\begin{aligned} f(X, V) - f(V, X) &= \sum_{B \in X} [f(\{x\}, V) - [f(V, \{x\})] \\ &= [f(\{s\}, V) - f(V, \{s\})] + 0 = f_{s,t} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

sementara itu, $f(X, V) - f(V, X) = f(X, X \cup X_1) - f(X \cup X_1, X)$

$$\begin{aligned} &= f(X, X) + f(X, X_1) - \{f(X, X) + f(X_1, X)\} \\ &= f(X, X_1) - f(X_1, X) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

karena nilai aliran pada setiap busur tidak negatif, maka $f(X_1, X) \geq 0$, sehingga

$$f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq f(X, X_1) \dots \dots \dots (3)$$

Selanjutnya, karena nilai aliran pada setiap busur N tidak melebihi kapasitas

busur, maka $f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$(4)

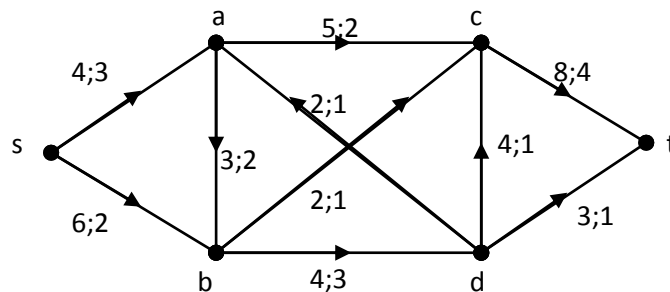
dari (1), (2), (3), (4) disimpulkan,

$$f_{s,t} = f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$$

Dengan demikian bukti teorema lengkap.

Contoh 4.3:

Diberikan graf N sebagai berikut



Gambar 4.3. Jaringan N dengan aliran f bernilai 5.

(a) Jika $X = \{s, a\}$ dan $X_1 = \{b, c, d, t\}$, $B(X, X_1)$ adalah pemutus (s, t) sehingga

$$f(X, X_1) = f(s, b) + f(a, b) + f(a, c) = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$f(X_1, X) = f(d, a) = 1$$

$$f_{s,t} = f(X, X_1) - f(X_1, X) = 6 - 1 = 5$$

$$\text{dengan kapasitas } c(X, X_1) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, c) = 6 + 3 + 5 = 14$$

terlihat bahwa $f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$.

(b) Jika $X = \{s, a, b\}$ dan $X_1 = \{c, d, t\}$, $B(X, X_1)$ adalah pemutus (s, t) sehingga

$$f(X, X_1) = f(a, c) + f(b, c) + f(b, d) = 2 + 1 + 3 = 6$$

$$f(X_1, X) = f(d, a) = 1$$

$$f_{s,t} = f(X, X_1) - f(X_1, X) = 6 - 1 = 5$$

$$\text{dengan kapasitas } c(X, X_1) = c(a, c) + c(b, c) + c(b, d) = 5 + 2 + 4 = 11$$

terlihat bahwa $f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$.

Dari Contoh 4.3, menunjukkan bahwa aliran $f_{s,t}$ dari s ke t akan sama meskipun melalui pemutus- (s, t) yang berbeda. Dalam hal ini, nilai aliran $f_{s,t}$ dari s ke t sama dengan 5 melalui dua pemutus- (s, t) , yaitu $B(\{s, a\}, \{b, c, d, t\})$ dan $B(\{s, a, b\}, \{c, d, t\})$. Terlihat bahwa $f_{s,t} = f(X, X_1) - f(X_1, X) \leq f(X, X_1) \leq c(X, X_1)$.

4.2 Konsep Aliran Maksimum pada Jaringan

Definisi 4.1

Misalkan f adalah sebuah aliran dari titik sumber s ke titik tujuan t pada jaringan N , dan misalkan G adalah graf dasar N , maka terdapat lintasan P pada G . $i(P)$ adalah inkremen lintasan peningkatan P , menurut Clark & Holton (1995: 268), didefinisikan sebagai berikut,

$$i(P) = \min\{i(a) \mid a \text{ adalah busur } N \text{ yang bersesuaian dengan sisi } P\}$$

di mana $i(a)$ adalah inkremen pada busur a , didefinisikan sebagai berikut,

$$i(a) = \begin{cases} c(a) - f(a), & \text{jika } a \text{ busur maju} \\ f(a), & \text{jika } a \text{ busur balik} \end{cases}$$

sebuah lintasan P dengan $i(P) = 0$ dikatakan jenuh (f saturated), sedangkan lintasan P dengan $i(P) > 0$ dikatakan tak jenuh (f unsaturated) disebut lintasan augmentasi. Selanjutnya, lintasan augmentasi P dari titik sumber s ke titik tujuan t dinamakan sebuah lintasan peningkatan.

Lemma 4.2

Misalkan f sebuah aliran bernilai $f_{s,t}$ dari titik sumber s ke titik tujuan t pada jaringan N . Jika terdapat lintasan P dari titik s ke titik t dengan $i(P) = \delta > 0$, definisikan fungsi f_1 pada himpunan $\Gamma(N)$ sebagai berikut:

$$f_1(a) = f(a) + \delta, \text{ jika } a \text{ busur maju terhadap } P,$$

$$f_1(a) = f(a) - \delta \text{ jika } a \text{ busur balik terhadap } P,$$

$f_1(a) = f(a)$, jika busur a yang lainnya. Maka f_1 adalah aliran dari titik s ke titik t pada N dengan nilai $f_{s,t} + \delta$ (Budayasa, 2007: 236).

Bukti:

Berdasarkan definisi $i(P) = \delta > 0$, dan $i(P) = \min\{i(a)\}$, maka $i(a)$ positif.

Oleh sebab $i(a) = c(a) - f(a)$ jika a busur maju, dan $i(a) = f(a)$ jika a busur balik terhadap P , berakibat:

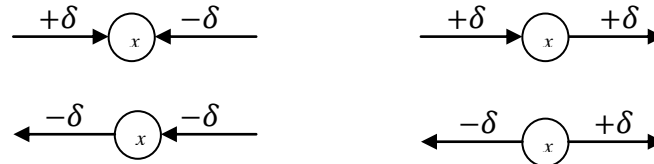
$$f_1(a) = \begin{cases} f(a) + i(a) = c(a) \\ f(a) - i(a) = 0 \end{cases}$$

Jelas $0 \leq f_1(a) \leq c(a)$.

Karena $i(P)$ positif, maka P adalah lintasan augmentasi. Selanjutnya, lintasan augmentasi P dari titik sumber s ke titik tujuan t dinamakan sebuah lintasan peningkatan dimana aliran pada busur yang melewati titik-titik pada lintasan peningkatan P boleh berubah. Untuk memeriksa bahwa aliran f_1 memenuhi sifat

konservasi aliran, maka aliran pada busur yang terkait dengan titik-titik antara (titik selain s dan t) perlu dicek.

Misalkan, dipunyai titik x (titik antara) pada lintasan peningkatan P , maka dua busur yang terkait dengan titik x diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 4.4. Ilustrasi aliran pada busur maju dan busur balik.

Dari ilustrasi di atas, aliran yang masuk ataupun keluar dari titik x tidak berubah, dengan demikian memenuhi sifat konservasi aliran sebagai berikut:

$$\sum_{(a) \in O(x)} f(a) = \sum_{(a) \in I(x)} f(a), \forall x \in V(N) - \{s, t\}.$$

Akan ditunjukkan lintasan peningkatan P yang alirannya ditingkatkan oleh δ . Lintasan peningkatan ini dimulai dari titik sumber s , misalkan busur a_1 adalah busur yang terkait dengan titik sumber s pada lintasan peningkatan P . Sehingga,

$$f_1(a_1) = f(a_1) + \delta, \text{ jika } a_1 \text{ busur maju terhadap } P,$$

$$f_1(a_1) = f(a_1) - \delta, \text{ jika } a_1 \text{ busur balik terhadap } P,$$

$$f_1(a_1) = f(a_1), \text{ jika busur } a_1 \text{ bukan busur yang terdapat pada lintasan } P.$$

Dari definisi aliran untuk titik sumber s , pada persamaan (4) sebagai berikut

$$f(s, V) - f(V, s) = f_{s,t}, \text{ diperoleh } f(a_1) - 0 = f_{s,t} \text{ artinya } f(a_1) = f_{s,t}.$$

$$\text{Sehingga diperoleh nilai } f_1 = \sum_{a \in O(s)} f_1(a) - \sum_{a \in I(s)} f_1(a)$$

$$= f_1(a_1) - 0$$

$$= f(a_1) + \delta \quad (\text{syarat } \delta \text{ positif})$$

$$= f_{s,t} + \delta.$$

Teorema 4.3 (*Teorema Maximal Flow-Minimal Cut*)

Misalkan N sebuah jaringan dengan titik sumber s dan titik tujuan t . Maka terdapat sebuah aliran maksimum pada N (Budayasa, 2007: 238-239).

Bukti:

Misalkan f sebuah aliran dengan nilai d dari s ke t pada jaringan N .

Definisikan himpunan X sebagai berikut:

$w \in X$ sedemikian hingga $w = s$ atau ada lintasan (s, w) pada graf dasar N yang inkremennya positif. Maka ada dua kemungkinan letak titik t , yaitu $t \in X$ atau $t \in X_1 = V(N) - X$.

Jika $t \in X$, berdasarkan definisi X , terdapat lintasan P dari titik s ke titik t dengan $i(P) = \delta > 0$. Sehingga berdasarkan lemma 4.2, aliran f dapat direvisi menjadi aliran f_1 , sedemikian hingga $f_1(a) = f(a) + \delta$ jika a busur maju pada P , $f_1(a) = f(a) - \delta$ jika a busur balik pada P , $f_1(a) = f(a)$ jika a busur N yang tidak terletak pada P . Aliran f_1 bernilai $d + \delta > d$ (karena $\delta > 0$). Jadi f_1 adalah aliran dari s ke t di N yang nilainya lebih besar dari nilai aliran f . Dikatakan, aliran f_1 adalah revisi aliran f . Selanjutnya menggunakan aliran f_1 pada N , cari himpunan X seperti sebelumnya. Jika titik tujuan t menjadi anggota X , maka berdasarkan definisi X , terdapat lintasan P_1 dari s ke t dengan $i(P_1) = \delta_1 > 0$. Berdasarkan lemma 4.2, bentuk aliran f_2 dari f_1 sedemikian hingga: $f_2(a) = f_1(a) + \delta_1$ jika a busur maju pada P_1 , $f_2(a) = f_1(a) - \delta_1$ jika a busur balik pada P_1 , dan $f_2(a) = f_1(a)$ untuk busur a yang lainnya. Aliran f_2 bernilai $d + \delta + \delta_1$, lebih besar dari nilai aliran f_1 karena $\delta_1 > 0$. Jadi aliran f_2 merupakan revisi dari

aliran f_1 didasarkan atas lintasan peningkatan P_1 . Proses merevisi aliran seperti itu dapat dilanjutkan sampai diperoleh suatu aliran, katakan aliran f^* , sedemikian hingga terhadap aliran f^* pada N , himpunan X tidak memuat titik t , atau $t \notin X$. Ini berarti, tidak ada lagi lintasan pada graf N dari s ke t yang inkremennya positif. Selanjutnya, akan ditunjukkan f^* adalah aliran maksimum pada N . Untuk itu cukup ditunjukkan bahwa nilai aliran f^* sama dengan kapasitas sebuah pemutus- (s, t) pada N .

Klaim 1. Jika $v \in X, u \in X_1 = V(N) - X$, dan $(v, u) \in \Gamma(N)$, maka $f^*(v, u) = c(v, u)$. Andaikan $f^*(v, u) < c(v, u)$. Karena (v, u) busur maju, maka $i(v, u) > 0$. Selanjutnya, karena $v \in X$, maka ada lintasan P' dari s ke v dengan $i(P') > 0$ dan karena $i(v, u) > 0$, maka ada lintasan dari s ke u lewat v yang inkremennya positif. Berdasarkan definisi X , maka $u \in X$ kontradiksi dengan $u \notin X$.

Klaim 2. Jika $v \in X, u \in X_1 = V(N) - X$, dan $(v, u) \in \Gamma(N)$, maka $f^*(u, v) = 0$. Andaikan $f^*(u, v) > 0$. Karena (u, v) busur balik maka $i(u, v) = f^*(u, v) > 0$. Seperti sebelumnya, karena $v \in X$, maka ada lintasan P' dari s ke v dengan $i(P') > 0$ dan karena $i(u, v) > 0$, maka pada graf dasar N ada lintasan dari s ke u lewat v yang inkremennya positif. Berdasarkan definisi X , maka $u \in X$ kontradiksi bahwa titik u terletak di dalam $X_1 = V(N) - X$.

Berdasarkan klaim 1 dan klaim 2, secara berturut-turut diperoleh

$$f^*(X, X_1) = c(X, X_1) \text{ dan } f^*(X_1, X) = 0.$$

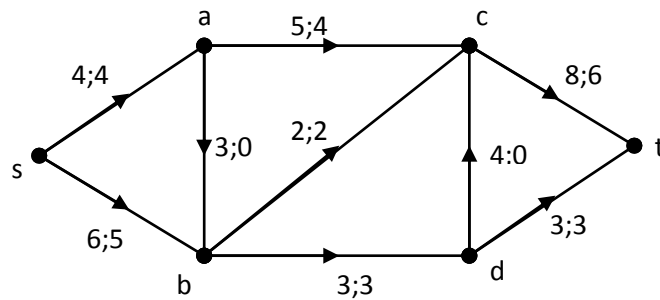
Berdasarkan teorema 4.1

$$\begin{aligned} \text{Nilai aliran } f^* &= f^*(X, X_1) - f^*(X_1, X) \\ &= c(X, X_1) - 0 = c(X, X_1). \end{aligned}$$

Karena $B(X, X_1)$ sebuah pemutus- (s, t) pada N dan nilai $f^* = c(X, X_1)$, maka f^* adalah aliran maksimum di N dan $B(X, X_1)$ adalah sebuah pemutus- (s, t) minimum pada jaringan N .

Contoh 4.4:

Diberikan graf N sebagai berikut.



Gambar 4.5. Jaringan N dengan aliran f bernilai 9.

Graf N adalah jaringan dengan aliran f bernilai 9 dengan pemutus- (s, t) minimum, yaitu $B(X, X_1) = (\{s, b\}, \{a, c, d, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, d)\}$

$$c(X, X_1) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, d)$$

$$= 4 + 2 + 3 = 9$$

$$f(X, X_1) = f(s, a) + f(b, c) + f(b, d) = 4 + 2 + 3 = 9.$$

Menurut teorema *Maximal Flow-Minimal Cut* aliran maksimum dari s ke t dalam N sama dengan kapasitas pemutus- (s, t) minimum. Dari contoh 4.4, diperoleh $c(X, X_1) = f(X, X_1)$ atau $f_{max} = c(X, X_1) = 9$, terlihat bahwa semua busur dalam himpunan $B(X, X_1)$ adalah jenuh karena $c(X, X_1) = f(X, X_1)$.

4.3 Algoritma Ford-Fulkerson

Secara garis besar, prosedur algoritma Ford-Fulkerson sudah tersirat dalam bukti teorema 4.3 dan prosedur untuk mengkonstruksi aliran f baru yang nilainya lebih besar dari nilai aliran f lama sudah tersirat dalam lemma 4.2. Namun prosedur untuk mendapatkan lintasan peningkatan P tidak tersirat dalam lemma maupun bukti teorema sebelumnya. Untuk mendapatkan lintasan P yang demikian, akan digunakan teknik pelabelan titik, yang pada prinsipnya melabel titik-titik N dengan teknik tertentu dimulai dari titik s , kemudian dilanjutkan melabel titik yang lain. Jika dengan teknik tersebut bisa melabel titik t , maka dengan teknik “prosedur balik” lintasan P ditemukan. Tetapi sebaliknya, jika titik t tidak bisa dilabel, maka tidak ada lintasan P seperti itu pada N . Secara sistematis algoritmanya adalah sebagai berikut.

Langkah 1: misalkan f sebuah aliran dari s ke t pada N . (Boleh dimulai dengan aliran bernilai nol, yaitu $f(i, j) = 0, \forall (i, j) \in \Gamma(N)$). Dilanjutkan ke Routin-Pelabelan.

Langkah 2: Routin-Pelabelan

- 2.1 Label $v_s = (s, +, \varepsilon(s) = \sim)$. Titik v_s telah terlabel dan belum teramati. Sebuah titik v dikatakan telah teramati jika semua titik yang dapat dilabel dari titik v sudah terlabel.
- 2.2 Pilih sebarang titik yang terlabel tetapi belum teramati, misalkan titik tersebut v_x . Untuk $\forall v_y \exists (y, x) \in \Gamma(N)$, v_y belum berlabel dan $f(y, x) > 0$, maka label $v_y = (x, -, \varepsilon(y))$ dengan $\varepsilon(y) = \min\{\varepsilon(x), f(y, x)\}$. Sekarang titik v_y telah terlabel, tetapi belum

teramati. Untuk $\forall v_y \exists (x, y) \in \Gamma(N)$, v_y belum berlabel dan $c(x, y) > f(x, y)$, maka label $v_y = (x, +, \varepsilon(y))$ dengan $\varepsilon(y) = \min \{\varepsilon(x), c(x, y) - f(x, y)\}$. Sekarang titik v_y terlabel tetapi belum teramati, sedangkan titik v_x telah terlabel dan teramati.

2.3 Ulangi langkah 2.2 sampai:

- (1) titik v_t terlabel, atau;
- (2) semua titik terlabel telah teramati tetapi titik v_t tak terlabel;
- (3) jika titik v_t terlabel, lanjut ke langkah 3;
- (4) jika semua titik terlabel telah teramati tetapi titik v_t tak terlabel, maka BERHENTI. Aliran f adalah aliran maksimum pada jaringan N .

Langkah 3: dengan prosedur “balik”, temukan lintasan peningkatan P dengan $i(P)$ adalah label v_t .

Langkah 4: tingkatkan nilai aliran f sebesar label v_t , berdasarkan lintasan peningkatan P dengan menggunakan “Routine-Peningkatan”:

- 4.1 Misal: $z = t$ lanjutkan ke langkah 4.2.
- 4.2 Jika label $v_z = (q, +, \varepsilon(t))$ tingkatkan nilai $f(q, z)$ dengan $\varepsilon(t) = i(P)$. Jika label $v_z = (q, -, \varepsilon(t))$ turunkan nilai $f(z, q)$ dengan $\varepsilon(t) = i(P)$.
- 4.3 Jika $q = s$, hapus semua label. Pada tahap ini diperoleh aliran f baru dengan nilai $= i(P) +$ nilai aliran f lama. Ganti aliran f dengan aliran f yang baru, dan kembali ke langkah 1 (Budayasa, 2007: 240-242).

4.4 Algoritma *Preflow-Push*

Algoritma *Preflow-Push* dapat mencari nilai aliran maksimum dengan aliran-semu (*pseudo-flow*) f pada jaringan. Misalkan, jaringan $N = (V, E)$ dengan n titik dan m busur, sebuah aliran-semu (*pseudo-flow*) f merupakan sebuah pengaitan bilangan real non negatif pada busur-busur di N yang memenuhi $f(i, j) \leq c(i, j) \quad \forall (i, j) \in E$.

Sebuah aliran-semu (*pseudo-flow*) f dikatakan sebuah *preflow*, jika memenuhi $\sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u) \geq 0 \quad \forall v \neq s, t$, dengan $\sum_u f(u, v)$ adalah $\sum_{(i,j) \in I(x)} f(i, j)$, dan $\sum_u f(v, u)$ adalah $\sum_{(i,j) \in O(x)} f(i, j)$. Dengan $e(v) = \sum_u f(u, v) - \sum_u f(v, u)$ merupakan *excess* pada titik v . Jelas sebuah *preflow* f adalah aliran jika $e(v) = 0$ untuk setiap $v \neq s, t$ (Thulasiraman & Swamy, 1992: 411).

Misalkan $N = (V, E)$ dengan *preflow* f . Maka $N_f = (V, E_f)$ dikatakan jaringan sisa terhadap *preflow* f jika setiap busur $(u, v) \in E$ membangun sebuah busur $(u, v) \in E_f$ jika $f(u, v) < c(u, v)$, dan membangun sebuah busur $(v, u) \in E_f$ jika $f(u, v) > 0$. Busur-busur pada jaringan sisa N_f disebut busur sisa. Pada kasus ini $(u, v) \in E_f$ dinamakan busur maju, dan sebaliknya $(v, u) \in E_f$ dinamakan busur balik. $c_f(e)$ dikatakan kapasitas busur sisa e jika,

$$c_f(e) = \begin{cases} c(e) - f(e), & \text{jika } e \text{ busur maju} \\ f(e), & \text{jika } e \text{ busur balik.} \end{cases}$$

Suatu pelabelan *valid* d pada $N = (V, E)$ adalah pemetaan bilangan bulat non negatif ke suatu titik di N sedemikian sehingga $d(s) = n$, $d(t) = 0$ dan

$d(v) \leq d(w) + 1$ untuk setiap busur sisa (v, w) . Sebuah titik v disebut titik aktif jika $v \neq s, t$, dan $e(v) > 0$ (Thulasiraman, 1992: 412).

Algoritma *Preflow-Push* dimulai dengan *preflow* f yang nilainya sama dengan kapasitas busur untuk setiap busur yang meninggalkan titik sumber s dan bernilai nol untuk yang lainnya. Selanjutnya inisialisasi label dengan pelabelan *valid* $d(s) = n$, $d(t) = 0$, dan $d(v) \leq d(w) + 1$ untuk setiap busur sisa (v, w) . Algoritma *Preflow-Push* secara berulang-ulang menggunakan dua operasi dasar, yaitu *Push* dan *Relabel* yang bekerja sebagai berikut.

***Push* (v, w)**

Applicability. v is active, $(v, w) \in E_f$ and $d(v) = d(w) + 1$.

Action. Set $\delta = \min\{e(v), c_f(v, w)\}$ and do the following.

1. Increase $f(v, w)$ by δ if (v, w) is a forward edge, otherwise decrease $f(w, v)$ by δ .
2. Decrease $e(v)$ by δ and increase $e(w)$ by δ .

(Note: $\delta > 0$ because both $e(v)$ and $c_f(v, w)$ are positive).

***Relabel* (v)**

Applicability. v is active, and for every $(v, w) \in E_f$, $d(v) \leq d(w)$.

Action. Set $d(v) = \min_{(v, w) \in E_f} \{d(w) + 1\}$ (Thulasiraman, 1992: 412).

Misalkan titik v (bukan titik sumber maupun titik tujuan) yang aktif ($e(v) > 0$), maka pilih titik tersebut dan lakukan *push* dan *relabel* secara berulang sebagai berikut.

Langkah 1: jika ada busur (v, w) yang *admissible* $d(v) = d(w) + 1$, maka

lakukan *push* $\delta = \min\{e(v), c_f(v, w)\}$

- (1) tingkatkan aliran $f(v, w)$ sebesar δ jika (v, w) busur maju, dan penurunan aliran $f(w, v)$ sebesar δ jika (w, v) busur balik,

- (2) turunkan $e(v)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(w)$ sebesar δ , dengan $\delta > 0$.

Langkah 2: jika tidak ada busur (v, w) yang *admissible* $d(v) \leq d(w)$, maka lakukan *relabel*, dengan mengganti $d(v)$ dengan label jarak sebesar $d(v) = \min\{d(w) + 1\}$.

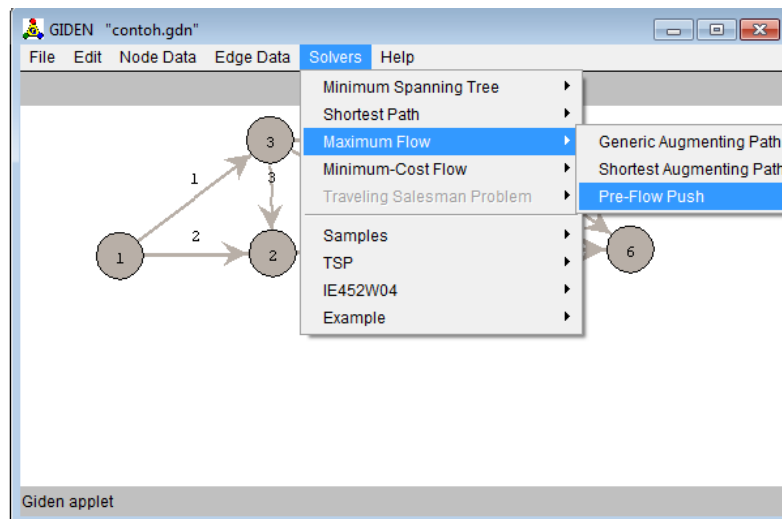
Lakukan *push* dan *relabel* secara berulang sehingga tidak ada lagi titik yang aktif.

Pendorongan *preflow* f dari v ke w meningkatkan aliran $f(v, w)$ dan $e(w)$ dengan peningkatan sebesar $\delta = \min\{e(v), c_f(v, w)\}$, dan penurunan $f(w, v)$ dan $e(v)$ dengan nilai δ yang sama. Setelah dilakukan pendorongan *preflow* f dari v ke w , jika $c_f(v, w) = 0$ dikatakan f jenuh (*f saturated*), selainnya dikatakan f tak jenuh (*f unsaturated*). Algoritma *Preflow-Push* akan berhenti ketika tidak ada lagi titik aktif.

4.5 Algoritma *Preflow-Push* dengan Software GIDEN

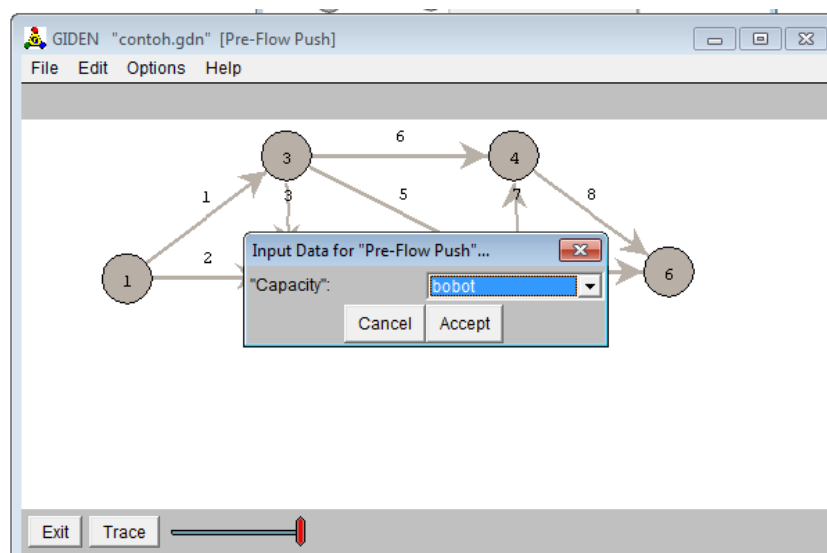
Untuk mempermudah menyelesaikan masalah aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push*, maka akan digunakan alat bantu yaitu *software* GIDEN. Menurut Coullard *et al.* (2003: 48-49), pelabelan busur pada *software* GIDEN yaitu $(x_e, u_e - x_e)$, di mana x_e adalah *preflow* f dengan nilai awal nol ($x = 0$) dan $(u_e - x_e)$ merupakan kapasitas sisa busur e yang biasa dilambangkan c_f . *Software* GIDEN ini mengimplementasikan aturan “*highest label*” pada pemilihan titik aktif. Menurut Ahuja *et al.* (1993: 230), cara bekerja algoritma *Preflow-Push* dengan aturan “*highest label*” yaitu “*this algorithm always pushes from an active node with the highest value of the distance label*”, menjelaskan bahwa algoritma ini bekerja dengan mendorong *preflow* dengan nilai label tertinggi dalam mengoperasikan algoritma *Preflow-Push*.

Langkah-langkah penggunaan *software* GIDEN seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya. Untuk menyelesaikan masalah aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push*, klik *solvers*, pilih *maximum flow*, kemudian pilih *Preflow-Push*. Seperti pada gambar berikut.



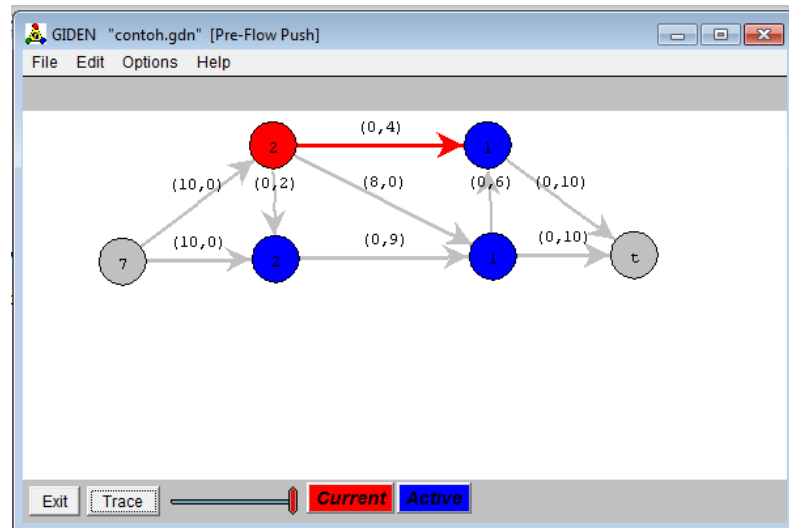
Gambar 4.6. Tampilan cara menggunakan algoritma *Preflow-Push*.

Kemudian akan muncul kotak pertanyaan, pilih "bobot", klik *accept*.



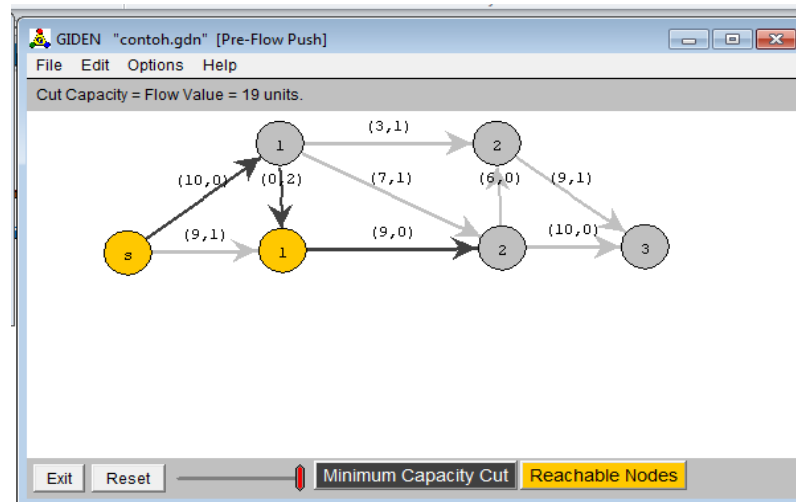
Gambar 4.7. Tampilan input data algoritma *Preflow-Push*.

Kemudian klik *trace*, klik *sink*, klik *source*, kemudian enter “YES”. Klik *trace* berulang kali sampai iterasi berhenti dengan berubahnya *trace* menjadi *reset*.



Gambar 4.8. Tampilan untuk proses iterasi algoritma *Preflow-Push*.

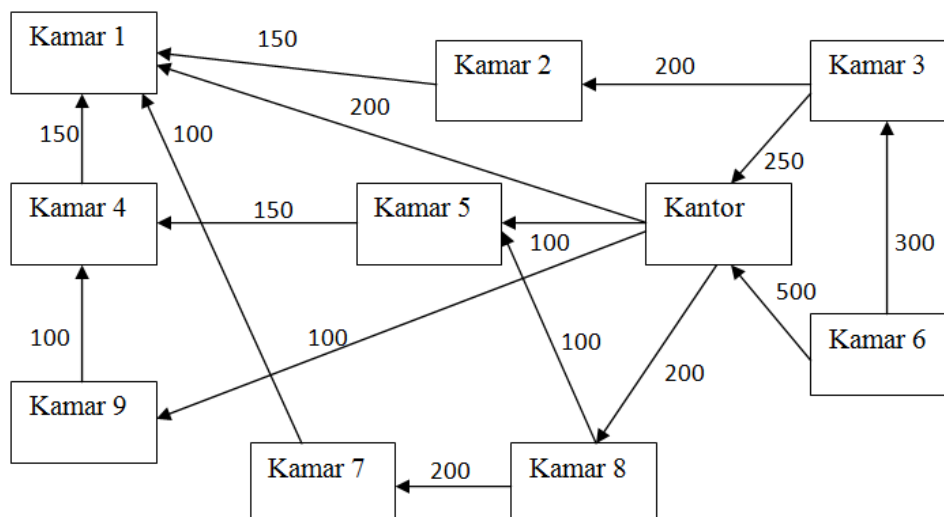
Nilai akhir aliran maksimum dapat dilihat pada bagian atas seperti pada gambar berikut.



Gambar 4.9. Tampilan untuk hasil aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push*.

4.6 Contoh Penggunaan Aliran Maksimum

Pada pembangunan motel, akan dibangun sistem aliran air yang tandon airnya terletak di kamar 6 dan berakhir di kamar 1. Besarnya ukuran pipa berbeda-beda dan kapasitas aliran air (liter per menit) terlihat pada gambar berikut.

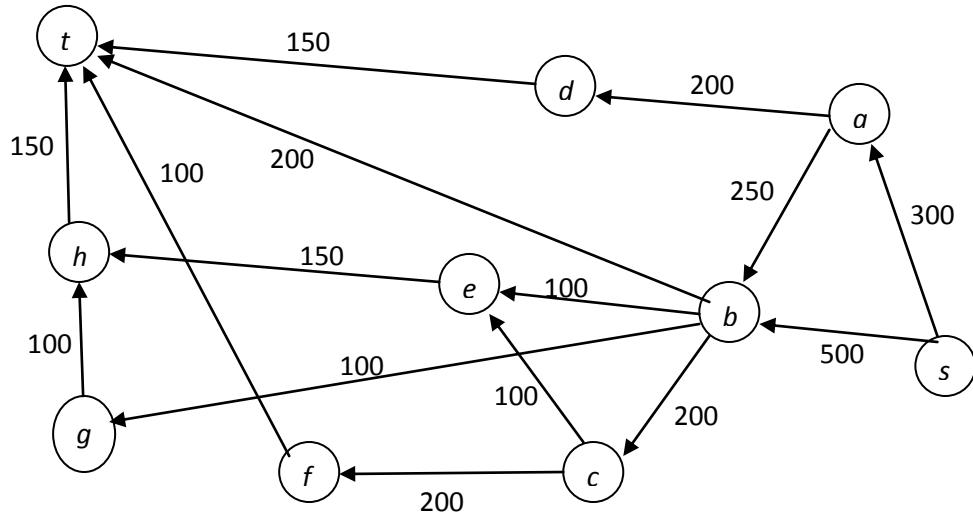


Gambar 4.10. Kapasitas aliran air (liter per menit).

Contoh penggunaan aliran maksimum pada Gambar 4.10 diambil dari soal dalam buku “Program Linear” karangan Dwijanto (2008: 148), sebelumnya soal ini belum ada penyelesaiannya. Penulis menambahkan asumsi bahwa kantor maupun kamar selain kamar 1 sedang dalam keadaan tidak menggunakan air, antar kamar letaknya datar, kekuatan gaya yang diberikan dalam pipa sama. Bagaimana menentukan aliran air maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* serta tentukan besar kapasitas pemutus minimumnya dengan titik tujuan kamar 1 dalam sistem jaringan aliran air pada motel ini.

Misalkan, kamar 6 beri nama titik s , kamar 3 beri nama titik a , kantor beri nama titik b , kamar 8 beri nama titik c , kamar 2 beri nama titik d , kamar 5 beri nama titik e , kamar 7 beri nama titik f , kamar 9 beri nama titik g , kamar 4 beri

nama titik h , dan kamar 1 adalah titik tujuan beri nama titik t . Sehingga diperoleh jaringan N sebagai berikut.



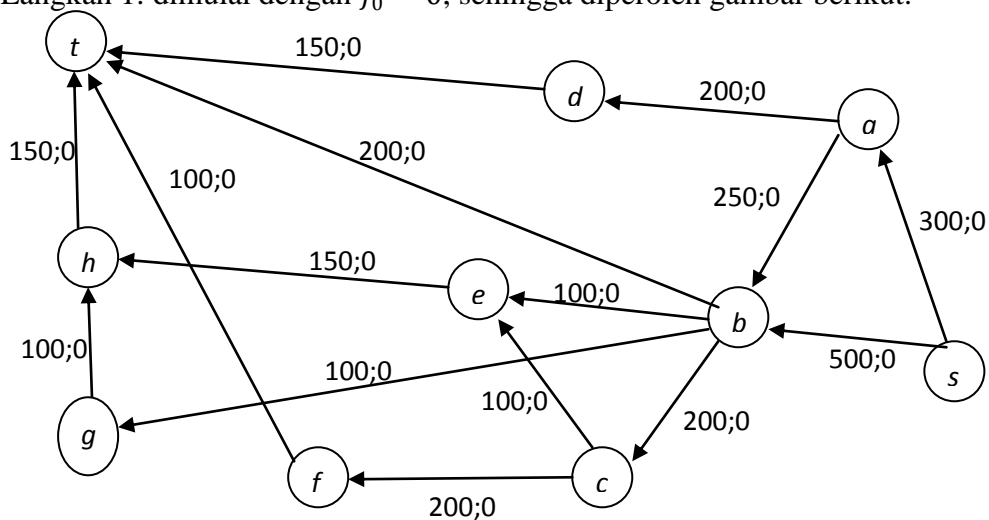
Gambar 4.11. Jaringan N dengan titik sumber s dan titik tujuan t .

Jaringan N pada Gambar 4.11 merupakan bentuk jaringan dari sistem aliran air pada motel. Selanjutnya, akan dicari aliran maksimumnya dengan algoritma Ford-Fulkerson secara manual, dan algoritma *Preflow-Push* akan diselesaikan dengan *software* GIDEN, dengan penyelesaian sebagai berikut.

4.6.1 Penyelesaian dengan Algoritma Ford-Fulkerson

Iterasi ke 1

Langkah 1: dimulai dengan $f_0 = 0$, sehingga diperoleh gambar berikut.



Gambar 4.12. Jaringan N dengan $f_0 = 0$.

Langkah 2: Rutin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{\}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 0)) = (s, +, 300)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 0)) = (s, +, 500)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(300, 200 - 0)) = (a, +, 200)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

labeli $c = (b, +, \min(500, 200 - 0)) = (b, +, 200)$

labeli $e = (b, +, \min(500, 100 - 0)) = (b, +, 100)$

labeli $g = (b, +, \min(500, 100 - 0)) = (b, +, 100)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, g\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b\}$.

2.5 Pilih titik c ,

labeli $f = (c, +, \min(200, 200 - 0)) = (c, +, 200)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b, c\}$.

2.6 Pilih titik e ,

$$\text{labeli } h = (e, +, \min(100, 150 - 0)) = (e, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, e\}.$$

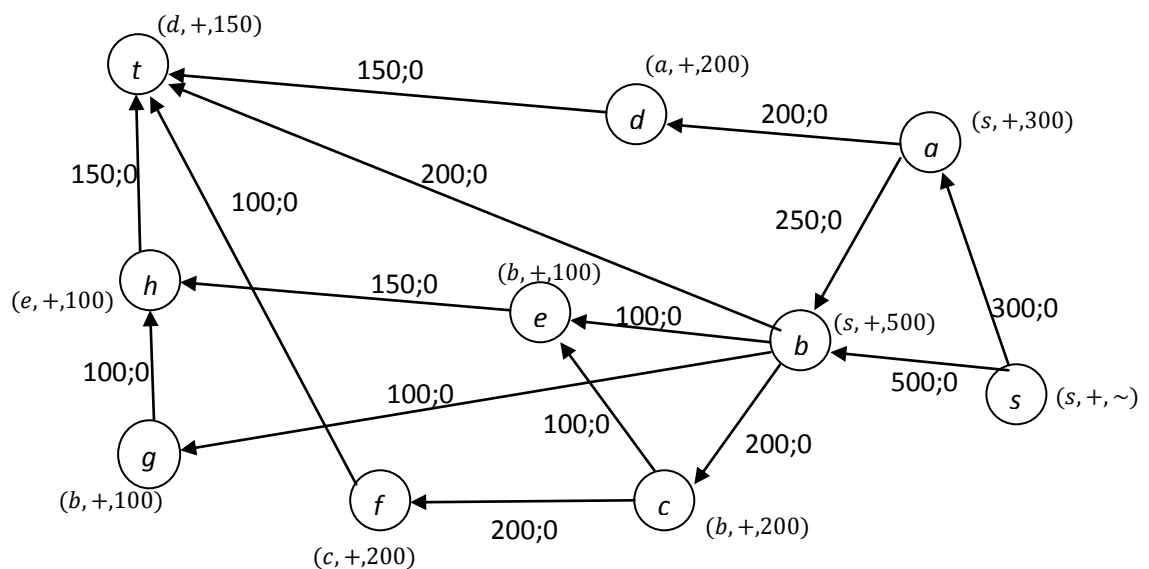
2.7 Pilih titik d ,

$$\text{labeli } t = (d, +, \min(200, 150 - 0)) = (d, +, 150)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b, d, e\}$. Diperoleh pelabelan titik

seperti gambar berikut



Gambar 4.13. Pelabelan titik pada jaringan N .

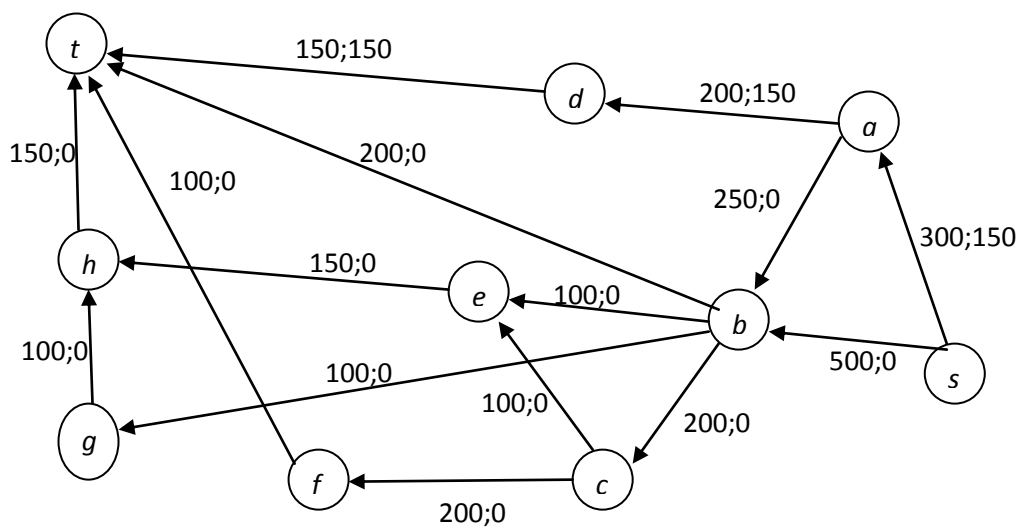
Karena titik t terlabel dengan nilai $\epsilon(t) = 150$, maka lanjut ke langkah 3.

Langkah 3: prosedur balik.

Titik t dilabel dari titik d , titik d dilabel dari titik a , dan titik a dilabel dari titik s . Sehingga lintasan peningkatan $P = (s, a, d, t)$ dengan $i(P) = \epsilon(t) = 150$.

Langkah 4: terapkan Routin peningkatan.

Karena label $t = (d, +, 150)$, maka nilai aliran pada busur (d, t) ditambah 150, karena label $d = (a, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (a, d) ditambah 150, karena label $a = (s, +, 300)$, maka nilai aliran pada busur (s, a) ditambah 150, sedangkan nilai aliran pada busur-busur yang lain tetap. Diperoleh aliran baru dengan $f_1 = f_0 + i(P) = 0 + 150 = 150$, seperti pada gambar berikut.



Gambar 4.14. Jaringan N dengan $f_1 = 150$.

Iterasi ke 2

Langkah 1: dimulai dengan $f_1 = 150$, seperti gambar di atas.

Langkah 2: Routin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{ \}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 150)) = (s, +, 150)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 0)) = (s, +, 500)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(150, 200 - 150)) = (a, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

labeli $c = (b, +, \min(500, 200 - 0)) = (b, +, 200)$

labeli $e = (b, +, \min(500, 100 - 0)) = (b, +, 100)$

labeli $g = (b, +, \min(500, 100 - 0)) = (b, +, 100)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, g\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b\}$.

2.5 Pilih titik c ,

labeli $f = (c, +, \min(200, 200 - 0)) = (c, +, 200)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b, c\}$.

2.6 Pilih titik e ,

labeli $h = (e, +, \min(100, 150 - 0)) = (e, +, 100)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b, c, e\}$.

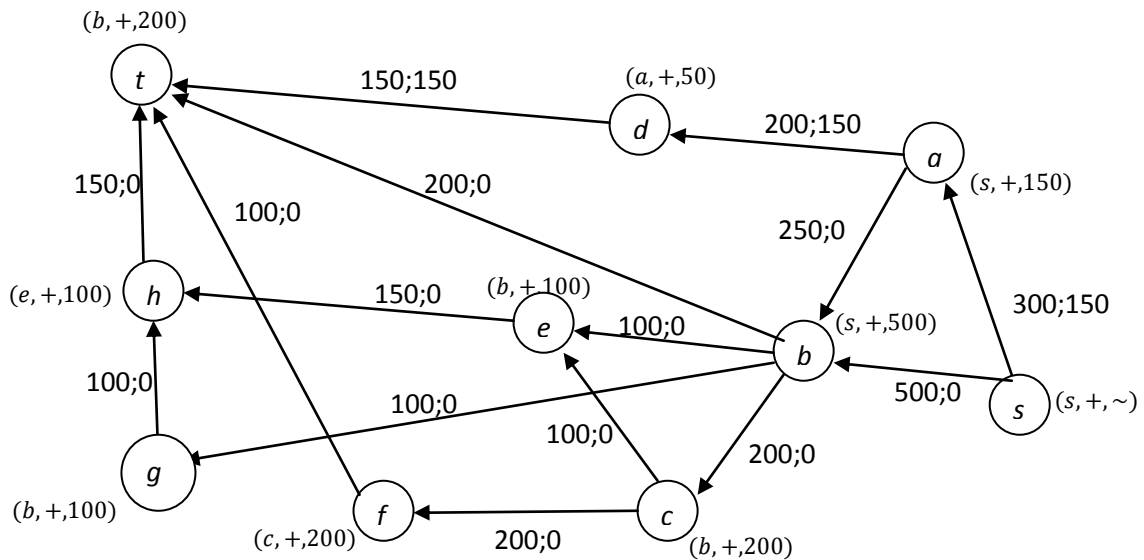
2.7 Pilih titik b ,

labeli $t = (b, +, \min(500, 200 - 0)) = (b, +, 200)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a, b, c, e\}$.

Diperoleh pelabelan titik seperti gambar berikut.



Gambar 4.15. Pelabelan titik pada jaringan N .

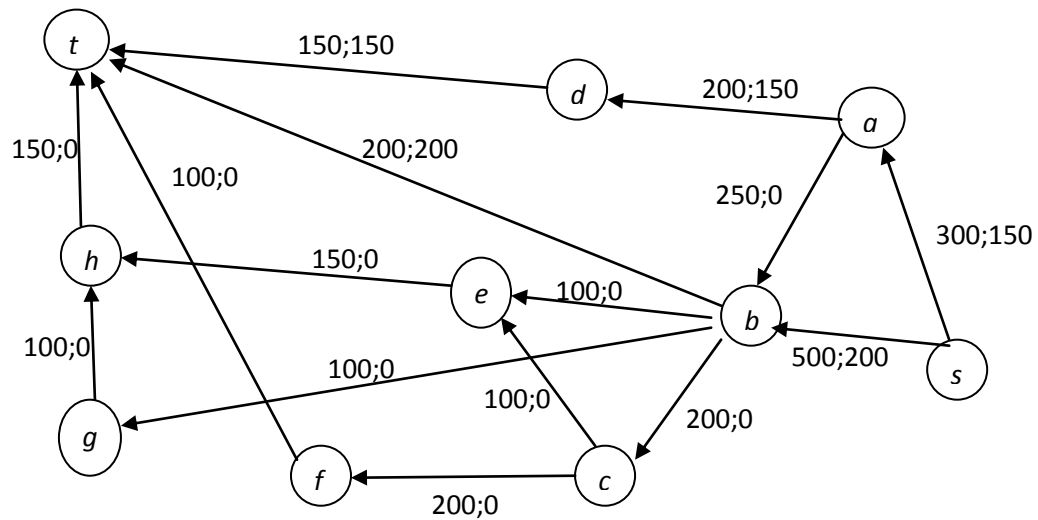
Karena titik t terlabel dengan nilai $\varepsilon(t) = 200$, maka lanjut ke langkah 3.

Langkah 3: prosedur balik.

Titik t dilabel dari titik b , dan titik b dilabel dari titik s . Sehingga lintasan peningkatan $P = (s, b, t)$ dengan $i(P) = \varepsilon(t) = 200$.

Langkah 4: terapkan Routin peningkatan.

Karena label $t = (b, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (b, t) ditambah 200, karena label $b = (s, +, 500)$, maka nilai aliran pada busur (s, b) ditambah 200, sedangkan nilai aliran pada busur-busur yang lain tetap. Diperoleh aliran baru dengan $f_2 = f_1 + i(P) = 150 + 200 = 350$, seperti pada gambar berikut.



Gambar 4.16. Jaringan N dengan $f_2 = 350$.

Iterasi ke 3

Langkah 1: dimulai dengan $f_2 = 350$, seperti gambar di atas.

Langkah 2: Rutin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{\}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 150)) = (s, +, 150)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 200)) = (s, +, 300)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(150, 200 - 150)) = (a, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

$$\text{labeli } c = (b, +, \min(300, 200 - 0)) = (b, +, 200)$$

$$\text{labeli } e = (b, +, \min(300, 100 - 0)) = (b, +, 100)$$

$$\text{labeli } g = (b, +, \min(300, 100 - 0)) = (b, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b\}.$$

2.5 Pilih titik c ,

$$\text{labeli } f = (c, +, \min(200, 200 - 0)) = (c, +, 200)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c\}.$$

2.6 Pilih titik e ,

$$\text{labeli } h = (e, +, \min(100, 150 - 0)) = (e, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e\}.$$

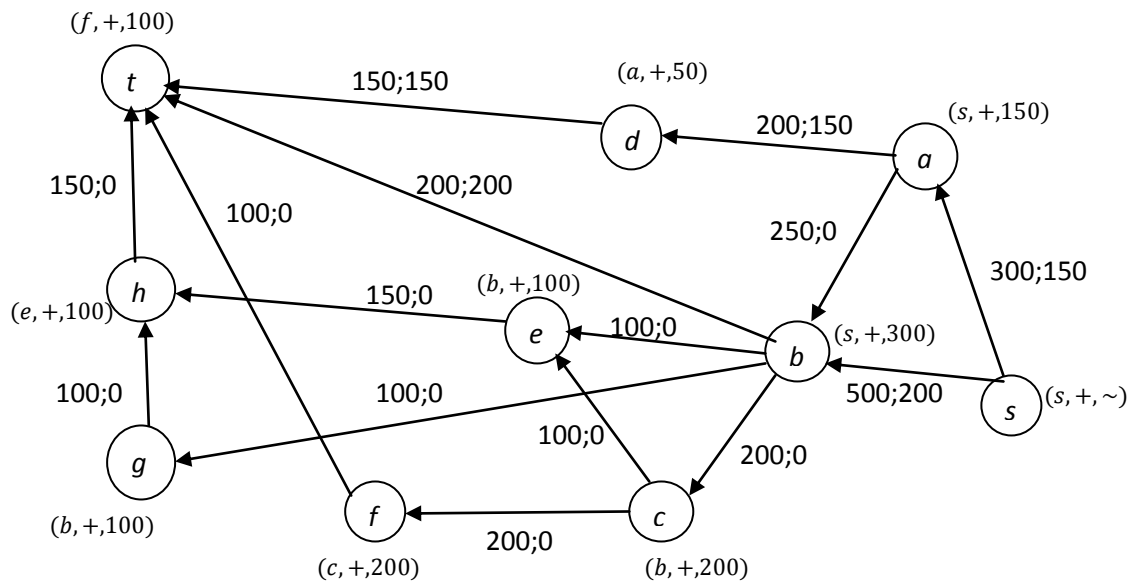
2.7 Pilih titik f ,

$$\text{labeli } t = (f, +, \min(200, 100 - 0)) = (f, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e, f\}.$$

Diperoleh pelabelan titik seperti gambar berikut.



Gambar 4.17. Pelabelan titik pada jaringan N .

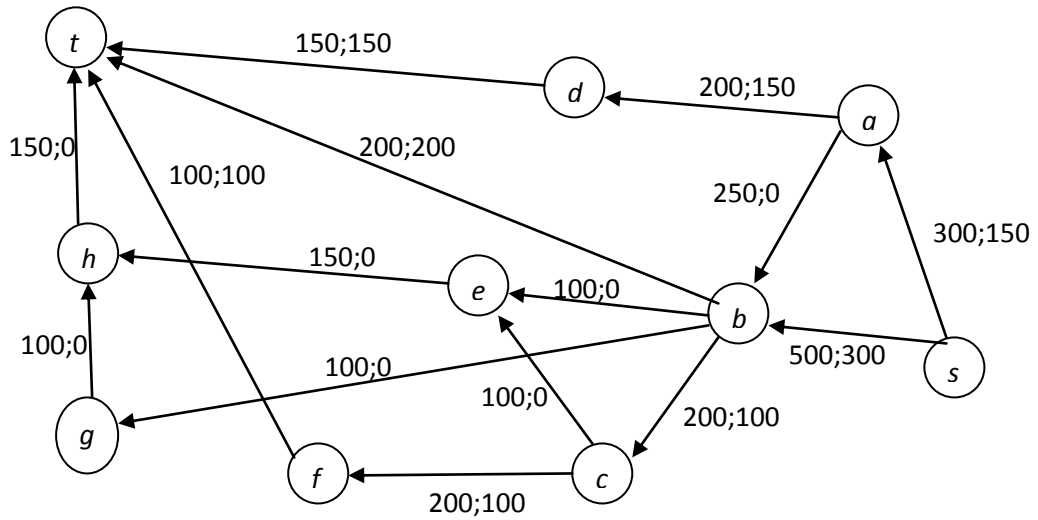
Karena titik t terlabel dengan nilai $\varepsilon(t) = 100$, maka lanjut ke langkah 3.

Langkah 3: prosedur balik.

Titik t dilabel dari titik f , titik f dilabel dari titik c , titik c dilabel dari titik b , dan titik b dilabel dari titik s . Sehingga lintasan peningkatan $P = (s, b, c, f, t)$ dengan $i(P) = \varepsilon(t) = 100$.

Langkah 4: terapkan Routin peningkatan.

Karena label $t = (f, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (f, t) ditambah 100, karena label $f = (c, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (c, f) ditambah 100, karena label $c = (b, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (b, c) ditambah 100, karena label $b = (s, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (s, b) ditambah 100, sedangkan nilai aliran pada busur-busur yang lain tetap. Diperoleh aliran baru dengan $f_3 = f_2 + i(P) = 350 + 100 = 450$, seperti gambar berikut.



Gambar 4.18. Jaringan N dengan $f_3 = 450$.

Iterasi ke 4

Langkah 1: dimulai dengan $f_3 = 450$, seperti gambar di atas.

Langkah 2: Rutin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{ \}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 150)) = (s, +, 150)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 300)) = (s, +, 200)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(150, 200 - 150)) = (a, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

$$\text{labeli } c = (b, +, \min(200, 200 - 100)) = (b, +, 100)$$

$$\text{labeli } e = (b, +, \min(200, 100 - 0)) = (b, +, 100)$$

$$\text{labeli } g = (b, +, \min(200, 100 - 0)) = (b, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b\}.$$

2.5 Pilih titik c ,

$$\text{labeli } f = (c, +, \min(100, 200 - 0)) = (c, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c\}.$$

2.6 Pilih titik e ,

$$\text{labeli } h = (e, +, \min(100, 150 - 0)) = (e, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e\}.$$

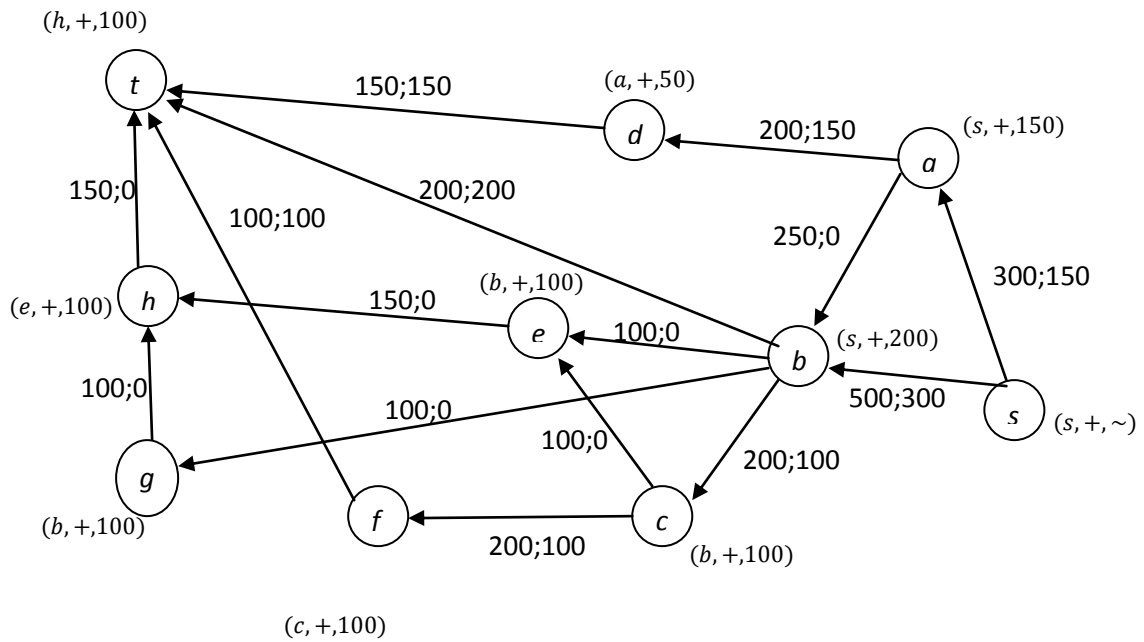
2.7 Pilih titik h ,

$$\text{labeli } t = (h, +, \min(100, 150 - 0)) = (h, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e, h\}.$$

Diperoleh pelabelan titik seperti gambar berikut.



Gambar 4.19. Pelabelan titik pada jaringan N .

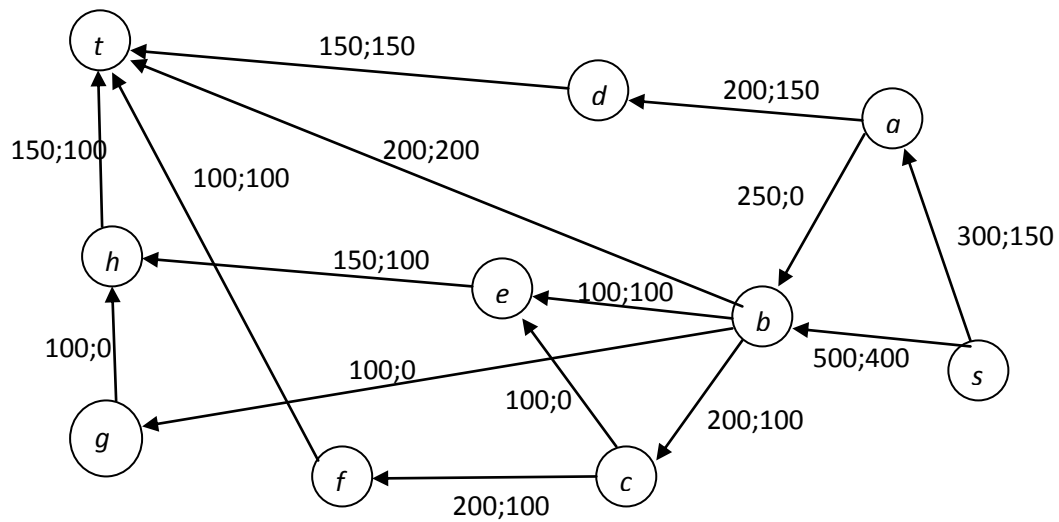
Karena titik t terlabel dengan nilai $\varepsilon(t) = 100$, maka lanjut ke langkah 3.

Langkah 3: prosedur balik.

Titik t dilabel dari titik h , titik h dilabel dari titik e , titik e dilabel dari titik b , dan titik b dilabel dari titik s . Sehingga lintasan peningkatan $P = (s, b, e, h, t)$ dengan $i(P) = \varepsilon(t) = 100$.

Langkah 4: terapkan Routin peningkatan.

Karena label $t = (h, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (h, t) ditambah 100, karena label $h = (e, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (e, h) ditambah 100, karena label $e = (b, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (b, e) ditambah 100, karena label $b = (s, +, 200)$, maka nilai aliran pada busur (s, b) ditambah 100, sedangkan nilai aliran pada busur-busur yang lain tetap. Diperoleh aliran baru dengan $f_4 = f_3 + i(P) = 450 + 100 = 550$, seperti gambar berikut.



Gambar 4.20. Jaringan N dengan $f_4 = 550$.

Iterasi ke 5

Langkah 1: dimulai dengan $f_4 = 550$, seperti gambar di atas.

Langkah 2: Rutin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{\}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 150)) = (s, +, 150)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 400)) = (s, +, 100)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(150, 200 - 150)) = (a, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

$$\text{labeli } c = (b, +, \min(100, 200 - 100)) = (b, +, 100)$$

$$\text{labeli } g = (b, +, \min(100, 100 - 0)) = (b, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b\}.$$

2.5 Pilih titik c ,

$$\text{labeli } e = (c, +, \min(100, 100 - 0)) = (c, +, 100)$$

$$\text{labeli } f = (c, +, \min(100, 200 - 100)) = (c, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c\}.$$

2.6 Pilih titik g ,

$$\text{labeli } h = (g, +, \min(100, 100 - 0)) = (g, +, 100)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e\}.$$

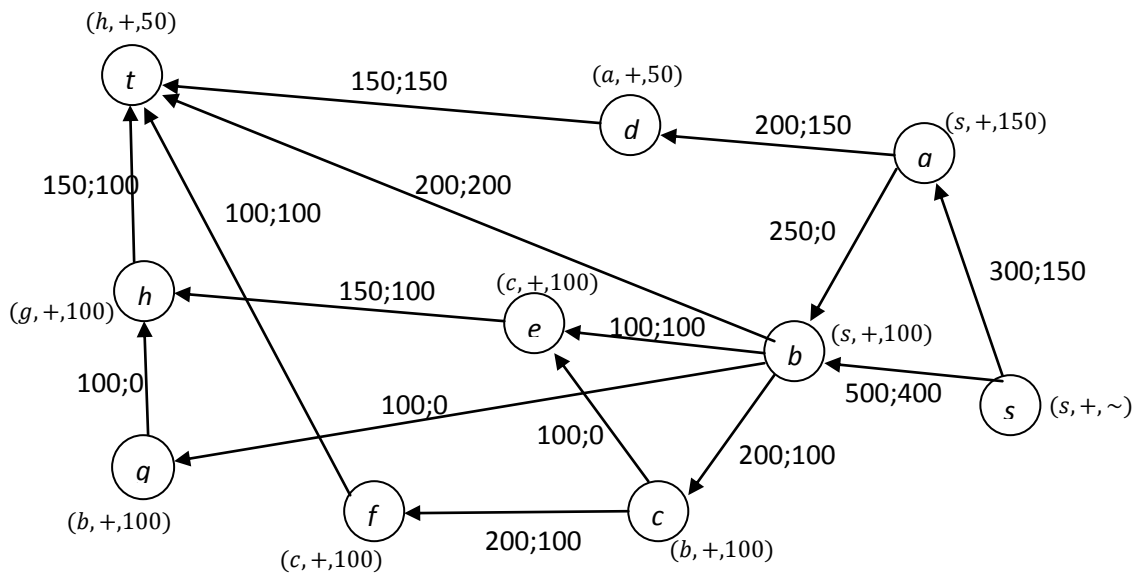
2.7 Pilih titik h ,

$$\text{labeli } t = (h, +, \min(100, 150 - 100)) = (h, +, 50)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, g, h\}$$

Diperoleh pelabelan titik seperti gambar berikut.



Gambar 4.21. Pelabelan titik pada jaringan N .

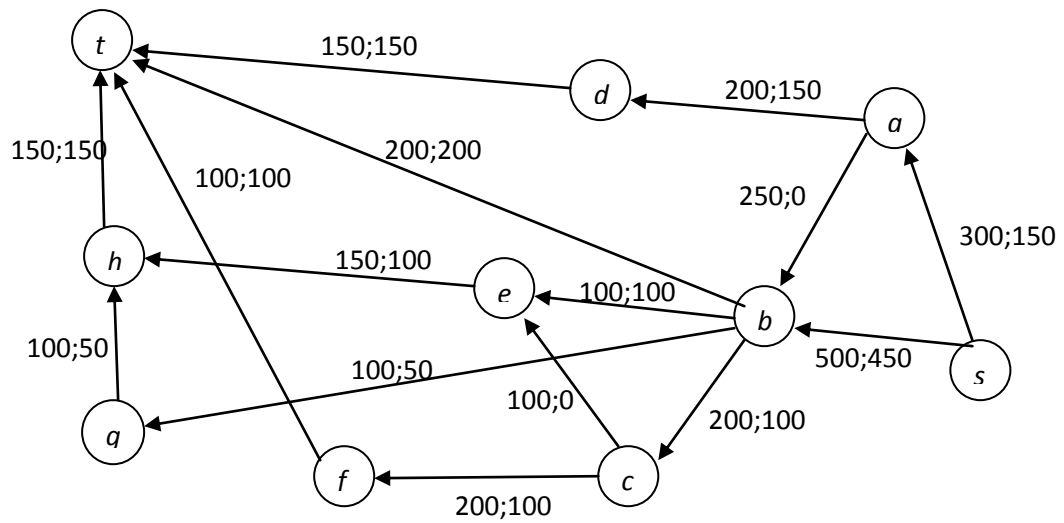
Karena titik t terlabel dengan nilai $\varepsilon(t) = 50$, maka lanjut ke langkah 3.

Langkah 3: prosedur balik.

Titik t dilabel dari titik h , titik h dilabel dari titik g , titik g dilabel dari titik b , dan titik b dilabel dari titik s . Sehingga lintasan peningkatan $P = (s, b, g, h, t)$ dengan $i(P) = \varepsilon(t) = 50$.

Langkah 4: terapkan Routin peningkatan.

Karena label $t = (h, +, 50)$, maka nilai aliran pada busur (h, t) ditambah 50, karena label $h = (g, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (g, h) ditambah 50, karena label $g = (b, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (b, g) ditambah 50, karena label $b = (s, +, 100)$, maka nilai aliran pada busur (s, b) ditambah 50, sedangkan nilai aliran pada busur-busur yang lain tetap. Diperoleh aliran baru dengan $f_5 = f_4 + i(P) = 550 + 50 = 600$, seperti gambar berikut.



Gambar 4.22. Jaringan N dengan $f_5 = 600$.

Iterasi ke 6

Langkah 1: dimulai dengan $f_5 = 600$, seperti gambar di atas.

Langkah 2: Rutin pelabelan.

2.1 Label $s = (s, +, \sim)$

himpunan titik terlabel $L = \{s\}$, himpunan titik teramati $T = \{ \}$

2.2 Pilih titik s ,

labeli $a = (s, +, \min(\sim, 300 - 150)) = (s, +, 150)$

labeli $b = (s, +, \min(\sim, 500 - 450)) = (s, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b\}$

himpunan titik teramati $T = \{s\}$.

2.3 Pilih titik a ,

labeli $d = (a, +, \min(150, 200 - 150)) = (a, +, 50)$

himpunan titik terlabel $L = \{s, a, b, d\}$

himpunan titik teramati $T = \{s, a\}$.

2.4 Pilih titik b ,

$$\text{labeli } c = (b, +, \min(50, 200 - 100)) = (b, +, 50)$$

$$\text{labeli } g = (b, +, \min(50, 100 - 50)) = (b, +, 50)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b\}.$$

2.5 Pilih titik c ,

$$\text{labeli } e = (c, +, \min(50, 100 - 0)) = (c, +, 50)$$

$$\text{labeli } f = (c, +, \min(50, 200 - 100)) = (c, +, 50)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c\}.$$

2.6 Pilih titik e ,

$$\text{labeli } h = (e, +, \min(50, 100 - 50)) = (e, +, 50)$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e\}.$$

2.7 Pilih titik b , d , f , dan h untuk melabeli titik t ,

$$\text{labeli } t = (b, +, \min(50, 200 - 200)) = (b, +, 0), \text{ tidak berlabel,}$$

$$\text{labeli } t = (d, +, \min(50, 150 - 150)) = (d, +, 0), \text{ tidak berlabel,}$$

$$\text{labeli } t = (f, +, \min(50, 100 - 100)) = (f, +, 0), \text{ tidak berlabel,}$$

$$\text{labeli } t = (h, +, \min(50, 150 - 150)) = (h, +, 0), \text{ tidak berlabel,}$$

$$\text{himpunan titik terlabel } L = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

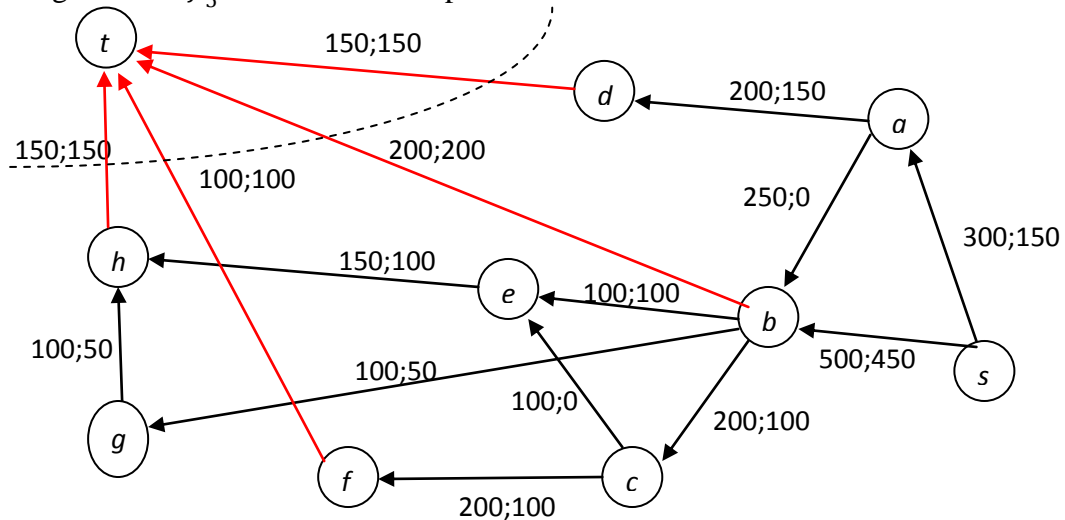
$$\text{himpunan titik teramati } T = \{s, a, b, c, e, h\}.$$

Karena semua titik yang terlabel telah teramati dan titik t tidak terlabel, maka

BERHENTI.

Dengan algoritma Ford-Fulkerson diperoleh aliran maksimum pada iterasi ke 5

dengan aliran f_5 sebesar 600 liter per menit.



Gambar 4.23. Jaringan N dengan aliran maksimum = pemutus- (s, t) minimum.

Pada jaringan N diatas mempunyai 8 titik antara, yaitu titik a, b, c, d, e, f, g , dan h , dalam hal ini titik-titik tersebut meliputi kamar 3, kantor, kamar 8, kamar 2, kamar 5, kamar 7, kamar 9, dan kamar 4. Banyaknya himpunan pemutus- (s, t) yaitu $2^n = 2^8 = 256$ himpunan, yang diuraikan pada Lampiran 1.

Sehingga diperoleh himpunan pemutus- (s, t) minimum $B(X, X_1) = (\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$ dengan kapasitas,

$$c(X, X_1) = c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$$

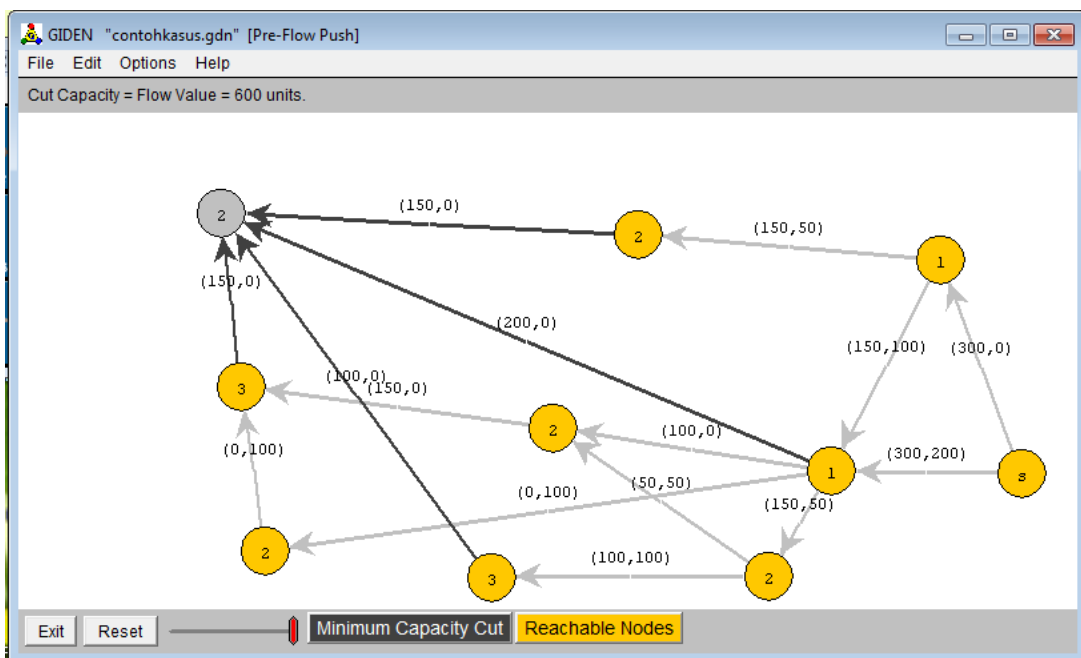
$$= 200 + 150 + 100 + 150 = 600.$$

Terlihat bahwa nilai aliran maksimum sama dengan nilai pemutus- (s, t) minimum. Hal ini memenuhi teorema *Maximal Flow-Minimal Cut* dengan $f_5 = c(X, X_1) = 600$, maka f_5 adalah aliran maksimum dari titik sumber s (kamar 6) ke titik tujuan t (kamar 1), dengan nilai aliran sebesar 600 liter per menit, dengan asumsi bahwa kantor maupun kamar selain kamar 1 sedang dalam

keadaan tidak menggunakan air, antar kamar letaknya datar, kekuatan gaya yang diberikan dalam pipa sama.

4.6.2 Penyelesaian dengan Algoritma *Preflow-Push* pada *Software* GIDEN

Untuk menyelesaikan masalah aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push*, akan digunakan alat bantu yaitu *software* GIDEN, maka dilakukan langkah-langkah yang telah dijelaskan sebelumnya. Dari langkah tersebut diperoleh hasil akhir atau solusi dari pencarian aliran maksimum pada sistem jaringan aliran air pada motel dari titik sumber s (kamar 6) ke titik tujuan t (kamar 1). Berikut hasil output pencarian aliran maksimum dengan *software* GIDEN.



Gambar 4.24. Tampilan hasil aliran maksimum dengan algoritma *Preflow-Push* pada *software* GIDEN.

Pencarian aliran maksimum pada sistem jaringan aliran air pada motel dari titik sumber s (kamar 6) ke titik tujuan t (kamar 1) dengan algoritma *Preflow-Push* menggunakan alat bantu *software* GIDEN, diperoleh aliran maksimum = pemutus- (s, t) minimum = 600 liter per menit. Dalam hal ini diasumsikan bahwa kantor maupun kamar selain kamar 1 sedang dalam keadaan tidak menggunakan air, antar kamar letaknya datar, kekuatan gaya yang diberikan dalam pipa sama.

Software ini juga menemukan pemutus- (s, t) minimumnya, yaitu $B(X, X_1) = (\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$. Hasil yang diperoleh dalam pencarian himpunan pemutus- (s, t) minimum sama dengan himpunan pemutus- (s, t) minimum dari perhitungan manual. Hal ini menunjukkan bahwa *software* GIDEN merupakan aplikasi yang tepat dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum serta pencarian himpunan pemutus- (s, t) minimumnya. Langkah-langkah serta iterasi algoritma *Preflow-Push* dalam pencarian aliran maksimum dalam *software* GIDEN diuraikan pada Lampiran 2.

Algoritma *Preflow-Push* digunakan untuk mencocokkan perhitungan manual dari algoritma Ford-Fulkerson, dan ternyata hasil yang didapatkan sama walaupun dengan langkah yang berbeda. Hal ini menunjukkan bahwa hasil pencarian aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* adalah sama.

BAB V

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang terdapat dalam skripsi ini, diperoleh simpulan sebagai berikut.

1. Konsep aliran maksimum selalu memenuhi teorema *Maximal Flow-Minimal Cut* yang menjelaskan bahwa nilai aliran $f^* = c(X, X_1)$ dengan $B(X, X_1)$ merupakan sebuah pemutus- (s, t) minimum di N , maka f^* adalah aliran maksimum di N yang nilainya sama dengan kapasitas pemutus- (s, t) minimum di N . Kapasitas semua busur pada himpunan pemutus- (s, t) minimum $B(X, X_1)$ adalah jenuh karena berdasarkan definisi busur jenuh jika $f^*(v, u) = c(v, u)$. Pada pembuktian teorema, berdasarkan klaim 1, jika $v \in X, u \in X_1 = V(N) - X$, dan $(v, u) \in \Gamma(N)$, maka $f^*(v, u) = c(v, u)$, dan klaim 2, jika $v \in X, u \in X_1 = V(N) - X$, dan $(v, u) \in \Gamma(N)$, maka $f^*(u, v) = 0$, diperoleh $f^*(X, X_1) = c(X, X_1)$ dan $f^*(X_1, X) = 0$. Sehingga nilai aliran maksimum $f^* = f^*(X, X_1) - f^*(X_1, X) = c(X, X_1) - 0 = c(X, X_1)$.
2. Algoritma Ford-Fulkerson bekerja dengan mengkonstruksi aliran baru dengan nilai yang lebih besar dari aliran yang lama, dan menggunakan teknik pelabelan titik yang pada prinsipnya melabel titik-titik N dengan teknik tertentu dimulai dengan titik s , dengan $(s, +, \sim)$, kemudian dilanjutkan melabeli titik yang lain. Dengan teknik tersebut bisa melabeli titik t , maka

dengan teknik prosedur balik lintasan P ditemukan, kemudian tingkatan lintasan pemingkatan P tersebut sebesar $i(P) = \varepsilon(t)$. Pencarian aliran baru akan berhenti ketika semua titik N yang terlabel telah teramati dan titik t tidak terlabel. Pencarian aliran maksimum pada contoh simulasi dengan menggunakan algoritma Ford-Fulkerson secara manual menghasilkan nilai aliran maksimum sebesar 600 liter per menit. Nilai aliran maksimum yang dihasilkan sama dengan nilai kapasitas pemutus- (s, t) minimum, $B(X, X_1) = (\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\})$ dengan kapasitas $c(X, X_1) = c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t) = 200 + 150 + 100 + 150 = 600$ yang dihitung secara manual dengan dilampirkan pada lampiran 1.

3. Algoritma *Preflow-Push* digunakan untuk mencocokkan hasil perhitungan manual dari algoritma Ford-Fulkerson. Algoritma *Preflow-Push* bekerja dengan operasi dasar *push* dan *relabel*. Prosesnya diawali dengan pelabelan semua titik dengan *distance label* banyaknya busur berarah pada lintasan terpendek yang menghubungkan titik ke titik tujuan, dengan $d(s) = n$, $d(t) = 0$, dan $d(v) \leq d(w) + 1$. Algoritma ini menggunakan operasi *push* dan *relabel* berulang-ulang. Perulangan pencarian aliran maksimum itu berhenti ketika tidak ada titik yang aktif lagi. Pencarian aliran maksimum pada contoh simulasi menggunakan algoritma *Preflow-Push* dibantu dengan *software* GIDEN menghasilkan nilai aliran maksimum yang sama dengan nilai pemutus- (s, t) minimum sebesar 600, dengan pemutus- (s, t) minimum adalah $B(X, X_1) = (\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\})$ dengan kapasitas $c(X, X_1) = c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t) = 200 + 150 + 100 + 150 = 600$. Pencarian

aliran maksimum secara manual (algoritma Ford-Fulkerson) maupun dengan *software* GIDEN (algoritma *Preflow-Push*) semuanya menghasilkan aliran maksimum yang sama dengan pemutus- (s, t) minimum sebesar 600. Hal ini menunjukkan bahwa hasil pencarian aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push* adalah sama.

5.2 Saran

Pada penelitian ini penulis telah mengkaji tentang bagaimana menentukan aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson dan *Preflow-Push*. Hasil yang diperoleh dari pencarian aliran maksimum dengan algoritma Ford-Fulkerson secara manual, sama dengan hasil yang diperoleh dari pencarian aliran maksimum menggunakan algoritma *Preflow-Push* dengan alat bantu *software* GIDEN. Hal ini menunjukkan bahwa *software* GIDEN mempunyai solusi yang tepat dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum. Dengan demikian, penulis menyarankan kepada pembaca yang ingin mengembangkan penelitian ini dengan algoritma lain, untuk pengecekannya dianjurkan untuk menggunakan *software* GIDEN.

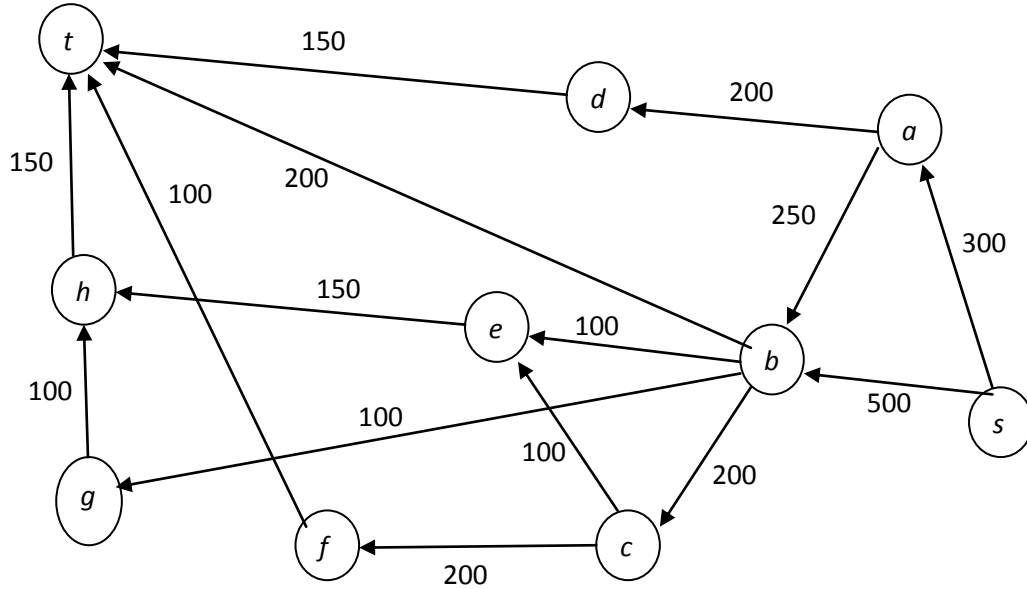
DAFTAR PUSTAKA

- Ahuja, R.K., T.L. Magnanti & J.B. Orlin. 1993. *Network Flows*. America: Prentice-Hall.
- Budayasa, I.K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.
- Clark, J. & D.A. Holton. 1995. *A First Look at Graph Theory*. Singapore: World Scientific.
- Coullard, C.R., D.S. Dilworth, & J.H. Owen. 2003. *A Graphical Environment for Network Optimization*. Tersedia di <http://giden.nwu.edu/> [diakses 7 maret 2013].
- Dwijanto. 2008. *Program Linear*. Semarang: UNNES Press.
- Setiawati, Y. 1993. *Hand Out Teori Graf*. Tersedia di http://eprints.undip.ac.id/31324/6/312m93_chapter_II.pdf [diakses 8 juni 2013].
- Siang, JJ. 2004. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Sutarno, H., N. Priatna, & Nurjanah. 2003. *Matematika Diskrit*. Jakarta: JICA.
- Thulasiraman, K. & M.N.S. Swamy. 1992. *Graphs Theory and Algorithms*. Canada: Concordia University Montreal.

Lampiran

Lampiran 1

Pencarian himpunan pemutus-(s, t) pada contoh



Graf N diatas mempunyai 8 titik antara, yaitu titik a, b, c, d, e, f, g dan h .

Jadi banyaknya himpunan pemutus- $(s, t) = 2^8 = 256$ himpunan pemutus (s, t) pada jaringan N , serta besarnya kapasitas pada pemutus- (s, t) adalah sebagai berikut.

1. $B(\{s\}, \{a, b, c, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b)\}$
 $c(\{s\}, \{a, b, c, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b)$
 $= 300 + 500 = 800$
2. $B(\{s, a\}, \{b, c, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d)\}$
 $c(\{s, a\}, \{b, c, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d)$
 $= 500 + 250 + 200 = 950$
3. $B(\{s, b\}, \{a, c, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t)\}$
 $c(\{s, b\}, \{a, c, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 = 900$
4. $B(\{s, c\}, \{a, b, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f)\}$
 $c(\{s, c\}, \{a, b, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 = 1100$
5. $B(\{s, d\}, \{a, b, c, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t)\}$
 $c(\{s, d\}, \{a, b, c, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$

6. $B(\{s, e\}, \{a, b, c, d, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h)\}$
 $c(\{s, e\}, \{a, b, c, d, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$
7. $B(\{s, f\}, \{a, b, c, d, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t)\}$
 $c(\{s, f\}, \{a, b, c, d, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 100 = 900$
8. $B(\{s, g\}, \{a, b, c, d, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (g, h)\}$
 $c(\{s, g\}, \{a, b, c, d, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 = 900$
9. $B(\{s, h\}, \{a, b, c, d, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (h, t)\}$
 $c(\{s, h\}, \{a, b, c, d, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$
10. $B(\{s, a, b\}, \{c, d, e, f, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t)\}$
 $c(\{s, a, b\}, \{c, d, e, f, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 100 + 200 = 800$
11. $B(\{s, a, c\}, \{b, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (c, f)\}$
 $c(\{s, a, c\}, \{b, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(c, f)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 200 = 1250$
12. $B(\{s, a, d\}, \{b, c, e, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t)\}$
 $c(\{s, a, d\}, \{b, c, e, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t)$
 $= 500 + 250 + 150 = 900$
13. $B(\{s, a, e\}, \{b, c, d, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, e\}, \{b, c, d, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 = 1100$
14. $B(\{s, a, f\}, \{b, c, d, e, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, f\}, \{b, c, d, e, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 = 1050$
15. $B(\{s, a, g\}, \{b, c, d, e, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, g\}, \{b, c, d, e, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 = 1050$
16. $B(\{s, a, h\}, \{b, c, d, e, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, h\}, \{b, c, d, e, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 = 1100$

17. $B(\{s, b, c\}, \{a, d, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f)\}$
 $c(\{s, b, c\}, \{a, d, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 = 1000$
18. $B(\{s, b, d\}, \{a, c, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t)\}$
 $c(\{s, b, d\}, \{a, c, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 = 1050$
19. $B(\{s, b, e\}, \{a, c, d, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, b, e\}, \{a, c, d, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 = 950$
20. $B(\{s, b, f\}, \{a, c, d, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, f\}, \{a, c, d, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 100 = 1000$
21. $B(\{s, b, g\}, \{a, c, d, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, g\}, \{a, c, d, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 100 = 900$
22. $B(\{s, b, h\}, \{a, c, d, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, h\}, \{a, c, d, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 = 1050$
23. $B(\{s, c, d\}, \{a, b, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (d, t)\}$
 $c(\{s, c, d\}, \{a, b, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 = 1250$
24. $B(\{s, c, e\}, \{a, b, d, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (e, h)\}$
 $c(\{s, c, e\}, \{a, b, d, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(e, h)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 = 1150$
25. $B(\{s, c, f\}, \{a, b, d, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (f, t)\}$
 $c(\{s, c, f\}, \{a, b, d, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 100 = 1000$
26. $B(\{s, c, g\}, \{a, b, d, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, g\}, \{a, b, d, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 100 = 1200$
27. $B(\{s, c, h\}, \{a, b, d, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, h\}, \{a, b, d, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 = 1250$

28. $B(\{s, d, e\}, \{a, b, c, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, d, e\}, \{a, b, c, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 = 1100$
29. $B(\{s, d, f\}, \{a, b, c, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, d, f\}, \{a, b, c, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 = 1050$
30. $B(\{s, d, g\}, \{a, b, c, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, d, g\}, \{a, b, c, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 = 1050$
31. $B(\{s, d, h\}, \{a, b, c, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, h\}, \{a, b, c, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 = 1100$
32. $B(\{s, e, f\}, \{a, b, c, d, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, e, f\}, \{a, b, c, d, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 = 1050$
33. $B(\{s, e, g\}, \{a, b, c, d, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, e, g\}, \{a, b, c, d, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 = 1050$
34. $B(\{s, e, h\}, \{a, b, c, d, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (h, t)\}$
 $c(\{s, e, h\}, \{a, b, c, d, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$
35. $B(\{s, f, g\}, \{a, b, c, d, e, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, f, g\}, \{a, b, c, d, e, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 + 100 = 1000$
36. $B(\{s, f, h\}, \{a, b, c, d, e, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, f, h\}, \{a, b, c, d, e, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$
37. $B(\{s, g, h\}, \{a, b, c, d, e, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (h, t)\}$
 $c(\{s, g, h\}, \{a, b, c, d, e, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$
38. $B(\{s, a, b, c\}, \{d, e, f, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f)\}$
 $c(\{s, a, b, c\}, \{d, e, f, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 = 900$

39. $B(\{s, a, b, d\}, \{c, e, f, g, h, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d\}, \{c, e, f, g, h, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 150 = 750$
40. $B(\{s, a, b, e\}, \{c, d, f, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, g), (b, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, b, e\}, \{c, d, f, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 150 = 850$
41. $B(\{s, a, b, f\}, \{c, d, e, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, f\}, \{c, d, e, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 100 + 200 + 100 = 900$
42. $B(\{s, a, b, g\}, \{c, d, e, f, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, g\}, \{c, d, e, f, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 100 = 800$
43. $B(\{s, a, b, h\}, \{c, d, e, f, g, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, h\}, \{c, d, e, f, g, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 = 950$
44. $B(\{s, a, c, d\}, \{b, e, f, g, h, t\}) = \{(a, b), (c, e), (c, f), (d, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d\}, \{b, e, f, g, h, t\}) = c(a, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t)$
 $= 250 + 100 + 200 + 150 = 700$
45. $B(\{s, a, c, e\}, \{b, d, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, f), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, c, e\}, \{b, d, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, f) + c(e, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 200 + 150 = 1300$
46. $B(\{s, a, c, f\}, \{b, d, e, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, c, f\}, \{b, d, e, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 100 = 1150$
47. $B(\{s, a, c, g\}, \{b, d, e, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (c, f), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, g\}, \{b, d, e, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(c, f) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 200 + 100 = 1350$
48. $B(\{s, a, c, h\}, \{b, d, e, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, h\}, \{b, d, e, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1400$
49. $B(\{s, a, d, e\}, \{b, c, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, d, e\}, \{b, c, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 = 1050$

50. $B(\{s, a, d, f\}, \{b, c, e, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, d, f\}, \{b, c, e, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 = 1000$
51. $B(\{s, a, d, g\}, \{b, c, e, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, d, g\}, \{b, c, e, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 = 1000$
52. $B(\{s, a, d, h\}, \{b, c, e, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, h\}, \{b, c, e, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 = 1050$
53. $B(\{s, a, e, f\}, \{b, c, d, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, e, f\}, \{b, c, d, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 100 = 1200$
54. $B(\{s, a, e, g\}, \{b, c, d, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, e, g\}, \{b, c, d, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 100 = 1200$
55. $B(\{s, a, e, h\}, \{b, c, d, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, e, h\}, \{b, c, d, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 = 1100$
56. $B(\{s, a, f, g\}, \{b, c, d, e, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, f, g\}, \{b, c, d, e, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 100 = 1150$
57. $B(\{s, a, f, h\}, \{b, c, d, e, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, f, h\}, \{b, c, d, e, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$
58. $B(\{s, a, g, h\}, \{b, c, d, e, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, g, h\}, \{b, c, d, e, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 = 1100$
59. $B(\{s, b, c, d\}, \{a, e, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d\}, \{a, e, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1150$
60. $B(\{s, b, c, e\}, \{a, d, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (c, f), (e, h)\}$
 $c(\{s, b, c, e\}, \{a, d, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(e, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 200 + 150 = 950$

61. $B(\{s, b, c, f\}, \{a, d, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, c, f\}, \{a, d, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 100 = 900$
62. $B(\{s, b, c, g\}, \{a, d, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, g\}, \{a, d, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(g, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 200 + 100 = 1000$
63. $B(\{s, b, c, h\}, \{a, d, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, h\}, \{a, d, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1150$
64. $B(\{s, b, d, e\}, \{a, c, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, b, d, e\}, \{a, c, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1100$
65. $B(\{s, b, d, f\}, \{a, c, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, d, f\}, \{a, c, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1150$
66. $B(\{s, b, d, g\}, \{a, c, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, d, g\}, \{a, c, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1050$
67. $B(\{s, b, d, h\}, \{a, c, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, h\}, \{a, c, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1200$
68. $B(\{s, b, e, f\}, \{a, c, d, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, e, f\}, \{a, c, d, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1050$
69. $B(\{s, b, e, g\}, \{a, c, d, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, e, g\}, \{a, c, d, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 100 = 950$
70. $B(\{s, b, e, h\}, \{a, c, d, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, e, h\}, \{a, c, d, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 = 950$
71. $B(\{s, b, f, g\}, \{a, c, d, e, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, f, g\}, \{a, c, d, e, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 100 + 100 = 1000$

72. $B(\{s, b, f, h\}, \{a, c, d, e, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, f, h\}, \{a, c, d, e, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 150 = 1150$
73. $B(\{s, b, g, h\}, \{a, c, d, e, f, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, g, h\}, \{a, c, d, e, f, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 = 950$
74. $B(\{s, c, d, e\}, \{a, b, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, c, d, e\}, \{a, b, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 + 150 = 1300$
75. $B(\{s, c, d, f\}, \{a, b, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, c, d, f\}, \{a, b, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 + 100 = 1150$
76. $B(\{s, c, d, g\}, \{a, b, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, d, g\}, \{a, b, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1350$
77. $B(\{s, c, d, h\}, \{a, b, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, h\}, \{a, b, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1400$
78. $B(\{s, c, e, f\}, \{a, b, d, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, c, e, f\}, \{a, b, d, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 = 1050$
79. $B(\{s, c, e, g\}, \{a, b, d, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, e, g\}, \{a, b, d, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 + 100 = 1250$
80. $B(\{s, c, e, h\}, \{a, b, d, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, e, h\}, \{a, b, d, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 = 1150$
81. $B(\{s, c, f, g\}, \{a, b, d, e, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, f, g\}, \{a, b, d, e, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 + 100 + 100 = 1100$
82. $B(\{s, c, f, h\}, \{a, b, d, e, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, f, h\}, \{a, b, d, e, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 100 + 150 = 1150$

83. $B(\{s, c, g, h\}, \{a, b, d, e, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, g, h\}, \{a, b, d, e, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 = 1250$
84. $B(\{s, d, e, f\}, \{a, b, c, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, d, e, f\}, \{a, b, c, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 + 100 = 1200$
85. $B(\{s, d, e, g\}, \{a, b, c, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, d, e, g\}, \{a, b, c, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 + 100 = 1200$
86. $B(\{s, d, e, h\}, \{a, b, c, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, e, h\}, \{a, b, c, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 = 1100$
87. $B(\{s, d, f, g\}, \{a, b, c, e, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, d, f, g\}, \{a, b, c, e, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 100 = 1150$
88. $B(\{s, d, f, h\}, \{a, b, c, e, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, f, h\}, \{a, b, c, e, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$
89. $B(\{s, d, g, h\}, \{a, b, c, e, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, g, h\}, \{a, b, c, e, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 = 1100$
90. $B(\{s, e, f, g\}, \{a, b, c, d, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, e, f, g\}, \{a, b, c, d, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 100 = 1150$
91. $B(\{s, e, f, h\}, \{a, b, c, d, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, e, f, h\}, \{a, b, c, d, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$
92. $B(\{s, e, g, h\}, \{a, b, c, d, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (h, t)\}$
 $c(\{s, e, g, h\}, \{a, b, c, d, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 = 950$
93. $B(\{s, f, g, h\}, \{a, b, c, d, e, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, f, g, h\}, \{a, b, c, d, e, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$

94. $B(\{s, a, b, c, d\}, \{e, f, g, h, t\}) = \{(b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d\}, \{e, f, g, h, t\}) = c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t)$
 $= 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 850$
95. $B(\{s, a, b, c, e\}, \{d, f, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, g), (b, t), (c, f), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e\}, \{d, f, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(e, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 200 + 150 = 850$
96. $B(\{s, a, b, c, f\}, \{d, e, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, f\}, \{d, e, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 100 = 800$
97. $B(\{s, a, b, c, g\}, \{d, e, f, h, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, g\}, \{d, e, f, h, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(g, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 100 + 200 + 100 = 900$
98. $B(\{s, a, b, c, h\}, \{d, e, f, g, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, h\}, \{d, e, f, g, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1050$
99. $B(\{s, a, b, d, e\}, \{c, f, g, h, t\}) = \{(b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e\}, \{c, f, g, h, t\}) = c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 800$
100. $B(\{s, a, b, d, f\}, \{c, e, g, h, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, f\}, \{c, e, g, h, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 100 = 850$
101. $B(\{s, a, b, d, g\}, \{c, e, f, h, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, d, g\}, \{c, e, f, h, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 750$
102. $B(\{s, a, b, d, h\}, \{c, e, f, g, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, h\}, \{c, e, f, g, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 150 = 900$
103. $B(\{s, a, b, e, f\}, \{c, d, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, g), (b, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, e, f\}, \{c, d, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 950$
104. $B(\{s, a, b, e, g\}, \{c, d, f, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, e, g\}, \{c, d, f, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 200 + 150 + 100 = 850$

105. $B(\{s, a, b, e, h\}, \{c, d, f, g, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, g), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, e, h\}, \{c, d, f, g, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 150 = 850$
106. $B(\{s, a, b, f, g\}, \{c, d, e, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, f, g\}, \{c, d, e, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 100 + 100 = 900$
107. $B(\{s, a, b, f, h\}, \{c, d, e, g, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, f, h\}, \{c, d, e, g, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 150 = 1050$
108. $B(\{s, a, b, g, h\}, \{c, d, e, f, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, g, h\}, \{c, d, e, f, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 150 = 850$
109. $B(\{s, a, c, d, e\}, \{b, f, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, f), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e\}, \{b, f, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 150 = 1250$
110. $B(\{s, a, c, d, f\}, \{b, e, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, f\}, \{b, e, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 100 + 150 + 100 = 1100$
111. $B(\{s, a, c, d, g\}, \{b, e, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (c, f), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, d, g\}, \{b, e, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1300$
112. $B(\{s, a, c, d, h\}, \{b, e, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, h\}, \{b, e, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1350$
113. $B(\{s, a, c, e, f\}, \{b, d, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, c, e, f\}, \{b, d, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 100 = 1200$
114. $B(\{s, a, c, e, g\}, \{b, d, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, f), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, e, g\}, \{b, d, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, f) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 200 + 150 + 100 = 1400$
115. $B(\{s, a, c, e, h\}, \{b, d, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, e, h\}, \{b, d, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 200 + 150 = 1300$

116. $B(\{s, a, c, f, g\}, \{b, d, e, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, f, g\}, \{b, d, e, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 100 + 100 = 1250$
117. $B(\{s, a, c, f, h\}, \{b, d, e, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, f, h\}, \{b, d, e, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 100 + 150 = 1300$
118. $B(\{s, a, c, g, h\}, \{b, d, e, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, g, h\}, \{b, d, e, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1400$
119. $B(\{s, a, d, e, f\}, \{b, c, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, d, e, f\}, \{b, c, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 + 100 = 1150$
120. $B(\{s, a, d, e, g\}, \{b, c, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, d, e, g\}, \{b, c, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 + 100 = 1150$
121. $B(\{s, a, d, e, h\}, \{b, c, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, e, h\}, \{b, c, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 = 1050$
122. $B(\{s, a, d, f, g\}, \{b, c, e, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, d, f, g\}, \{b, c, e, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 100 = 1100$
123. $B(\{s, a, d, f, h\}, \{b, c, e, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, f, h\}, \{b, c, e, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$
124. $B(\{s, a, d, g, h\}, \{b, c, e, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, g, h\}, \{b, c, e, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 = 1050$
125. $B(\{s, a, e, f, g\}, \{b, c, d, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, e, f, g\}, \{b, c, d, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 100 + 100 = 1300$
126. $B(\{s, a, e, f, h\}, \{b, c, d, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, e, f, h\}, \{b, c, d, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$

127. $B(\{s, a, e, g, h\}, \{b, c, d, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, e, g, h\}, \{b, c, d, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 = 1100$
128. $B(\{s, a, f, g, h\}, \{b, c, d, e, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, f, g, h\}, \{b, c, d, e, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$
129. $B(\{s, b, c, d, e\}, \{a, f, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (c, f), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e\}, \{a, f, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 200 + 150 + 150 = 1100$
130. $B(\{s, b, c, d, f\}, \{a, e, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, f\}, \{a, e, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 = 1050$
131. $B(\{s, b, c, d, g\}, \{a, e, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, d, g\}, \{a, e, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 1150$
132. $B(\{s, b, c, d, h\}, \{a, e, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, h\}, \{a, e, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1300$
133. $B(\{s, b, c, e, f\}, \{a, d, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, c, e, f\}, \{a, d, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 150 + 100 = 850$
134. $B(\{s, b, c, e, g\}, \{a, d, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, t), (c, f), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, e, g\}, \{a, d, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(c, f) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 100 = 950$
135. $B(\{s, b, c, e, h\}, \{a, d, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, e, h\}, \{a, d, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 200 + 150 = 950$
136. $B(\{s, b, c, f, g\}, \{a, d, e, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, f, g\}, \{a, d, e, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 100 + 100 = 900$
137. $B(\{s, b, c, f, h\}, \{a, d, e, g, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, f, h\}, \{a, d, e, g, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 100 + 150 = 1050$

138. $B(\{s, b, c, g, h\}, \{a, d, e, f, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, g, h\}, \{a, d, e, f, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 1050$
139. $B(\{s, b, d, e, f\}, \{a, c, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, d, e, f\}, \{a, c, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1200$
140. $B(\{s, b, d, e, g\}, \{a, c, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, d, e, g\}, \{a, c, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1100$
141. $B(\{s, b, d, e, h\}, \{a, c, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, e, h\}, \{a, c, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1100$
142. $B(\{s, b, d, f, g\}, \{a, c, e, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, d, f, g\}, \{a, c, e, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 100 = 1150$
143. $B(\{s, b, d, f, h\}, \{a, c, e, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, f, h\}, \{a, c, e, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1300$
144. $B(\{s, b, d, g, h\}, \{a, c, e, f, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, g, h\}, \{a, c, e, f, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1100$
145. $B(\{s, b, e, f, g\}, \{a, c, d, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, e, f, g\}, \{a, c, d, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 100 + 100 = 1050$
146. $B(\{s, b, e, f, h\}, \{a, c, d, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, e, f, h\}, \{a, c, d, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 100 + 150 = 1050$
147. $B(\{s, b, e, g, h\}, \{a, c, d, f, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, e, g, h\}, \{a, c, d, f, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 = 850$
148. $B(\{s, b, f, g, h\}, \{a, c, d, e, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, f, g, h\}, \{a, c, d, e, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 100 + 150 = 1050$

149. $B(\{s, c, d, e, f\}, \{a, b, g, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, c, d, e, f\}, \{a, b, g, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 + 100 = 1200$
150. $B(\{s, c, d, e, g\}, \{a, b, f, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, d, e, g\}, \{a, b, f, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1400$
151. $B(\{s, c, d, e, h\}, \{a, b, f, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, e, h\}, \{a, b, f, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 + 150 = 1300$
152. $B(\{s, c, d, f, g\}, \{a, b, e, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, d, f, g\}, \{a, b, e, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 + 100 + 100 = 1250$
153. $B(\{s, c, d, f, h\}, \{a, b, e, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, f, h\}, \{a, b, e, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1300$
154. $B(\{s, c, d, g, h\}, \{a, b, e, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, g, h\}, \{a, b, e, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1400$
155. $B(\{s, c, e, f, g\}, \{a, b, d, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, e, f, g\}, \{a, b, d, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 100 = 1150$
156. $B(\{s, c, e, f, h\}, \{a, b, d, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, e, f, h\}, \{a, b, d, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$
157. $B(\{s, c, e, g, h\}, \{a, b, d, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, e, g, h\}, \{a, b, d, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 = 1150$
158. $B(\{s, c, f, g, h\}, \{a, b, d, e, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, f, g, h\}, \{a, b, d, e, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 100 + 150 = 1150$
159. $B(\{s, d, e, f, g\}, \{a, b, c, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, d, e, f, g\}, \{a, b, c, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1300$

160. $B(\{s, d, e, f, h\}, \{a, b, c, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, e, f, h\}, \{a, b, c, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$
161. $B(\{s, d, e, g, h\}, \{a, b, c, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, e, g, h\}, \{a, b, c, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 = 1100$
162. $B(\{s, d, f, g, h\}, \{a, b, c, e, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, f, g, h\}, \{a, b, c, e, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$
163. $B(\{s, e, f, g, h\}, \{a, b, c, d, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, e, f, g, h\}, \{a, b, c, d, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$
164. $B(\{s, a, b, c, d, e\}, \{f, g, h, t\}) = \{(b, g), (b, t), (c, f), (d, t), (e, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e\}, \{f, g, h, t\}) = c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h)$
 $= 100 + 200 + 200 + 150 + 150 = 800$
165. $B(\{s, a, b, c, d, f\}, \{e, g, h, t\}) = \{(b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, f\}, \{e, g, h, t\}) = c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t)$
 $= 100 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 = 750$
166. $B(\{s, a, b, c, d, g\}, \{e, f, h, t\}) = \{(b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, g\}, \{e, f, h, t\}) = c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(g, h)$
 $= 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 850$
167. $B(\{s, a, b, c, d, h\}, \{e, f, g, t\}) = \{(b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, h\}, \{e, f, g, t\}) = c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1000$
168. $B(\{s, a, b, c, e, f\}, \{d, g, h, t\}) = \{(a, d), (b, g), (b, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, f\}, \{d, g, h, t\}) = c(a, d) + c(b, g) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 100 = 750$
169. $B(\{s, a, b, c, e, g\}, \{d, f, h, t\}) = \{(a, d), (b, t), (c, f), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, g\}, \{d, f, h, t\}) = c(a, d) + c(b, t) + c(c, f) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 200 + 150 + 100 = 850$
170. $B(\{s, a, b, c, e, h\}, \{d, f, g, t\}) = \{(a, d), (b, g), (b, t), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, h\}, \{d, f, g, t\}) = c(a, d) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 200 + 150 = 850$

171. $B(\{s, a, b, c, f, g\}, \{d, e, h, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, t), (c, e), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, f, g\}, \{d, e, h, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 100 + 100 + 100 = 800$
172. $B(\{s, a, b, c, f, h\}, \{d, e, g, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, f, h\}, \{d, e, g, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 100 + 100 + 150 = 950$
173. $B(\{s, a, b, c, g, h\}, \{d, e, f, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, g, h\}, \{d, e, f, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 = 950$
174. $B(\{s, a, b, d, e, f\}, \{c, g, h, t\}) = \{(b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, f\}, \{c, g, h, t\}) = c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 150 + 100 = 900$
175. $B(\{s, a, b, d, e, g\}, \{c, f, h, t\}) = \{(b, c), (b, t), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, g\}, \{c, f, h, t\}) = c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 150 + 150 + 100 = 800$
176. $B(\{s, a, b, d, e, h\}, \{c, f, g, t\}) = \{(b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, h\}, \{c, f, g, t\}) = c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 800$
177. $B(\{s, a, b, d, f, g\}, \{c, e, h, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, d, f, g\}, \{c, e, h, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 100 = 850$
178. $B(\{s, a, b, d, f, h\}, \{c, e, g, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, f, h\}, \{c, e, g, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1000$
179. $B(\{s, a, b, d, g, h\}, \{c, e, f, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, g, h\}, \{c, e, f, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 800$
180. $B(\{s, a, b, e, f, g\}, \{c, d, h, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, e, f, g\}, \{c, d, h, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 200 + 150 + 100 + 100 = 950$
181. $B(\{s, a, b, e, f, h\}, \{c, d, g, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, e, f, h\}, \{c, d, g, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 100 + 150 = 950$

182. $B(\{s, a, b, e, g, h\}, \{c, d, f, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, e, g, h\}, \{c, d, f, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 200 + 150 = 750$
183. $B(\{s, a, b, f, g, h\}, \{c, d, e, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, e), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, f, g, h\}, \{c, d, e, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 200 + 100 + 150 = 950$
184. $B(\{s, a, c, d, e, f\}, \{b, g, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, f\}, \{b, g, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 + 100 = 1150$
185. $B(\{s, a, c, d, e, g\}, \{b, f, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, f), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, g\}, \{b, f, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1350$
186. $B(\{s, a, c, d, e, h\}, \{b, f, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, h\}, \{b, f, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 150 = 1250$
187. $B(\{s, a, c, d, f, g\}, \{b, e, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, d, f, g\}, \{b, e, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 100 + 150 + 100 + 100 = 1200$
188. $B(\{s, a, c, d, f, h\}, \{b, e, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, f, h\}, \{b, e, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1250$
189. $B(\{s, a, c, d, g, h\}, \{b, e, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, g, h\}, \{b, e, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1350$
190. $B(\{s, a, c, e, f, g\}, \{b, d, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, e, f, g\}, \{b, d, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 100 + 100 = 1300$
191. $B(\{s, a, c, e, f, h\}, \{b, d, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, e, f, h\}, \{b, d, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$
192. $B(\{s, a, c, e, g, h\}, \{b, d, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, e, g, h\}, \{b, d, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 200 + 150 = 1300$

193. $B(\{s, a, c, f, g, h\}, \{b, d, e, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, f, g, h\}, \{b, d, e, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 100 + 150 = 1300$
194. $B(\{s, a, d, e, f, g\}, \{b, c, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, d, e, f, g\}, \{b, c, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1250$
195. $B(\{s, a, d, e, f, h\}, \{b, c, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, e, f, h\}, \{b, c, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$
196. $B(\{s, a, d, e, g, h\}, \{b, c, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, e, g, h\}, \{b, c, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 = 1050$
197. $B(\{s, a, d, f, g, h\}, \{b, c, e, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, f, g, h\}, \{b, c, e, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$
198. $B(\{s, a, e, f, g, h\}, \{b, c, d, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, e, f, g, h\}, \{b, c, d, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$
199. $B(\{s, b, c, d, e, f\}, \{a, g, h, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, f\}, \{a, g, h, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1000$
200. $B(\{s, b, c, d, e, g\}, \{a, f, h, t\}) = \{(s, a), (b, t), (c, f), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, g\}, \{a, f, h, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 150 + 100 = 1100$
201. $B(\{s, b, c, d, e, h\}, \{a, f, g, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, h\}, \{a, f, g, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 200 + 150 + 150 = 1100$
202. $B(\{s, b, c, d, f, g\}, \{a, e, h, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, d, f, g\}, \{a, e, h, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 100 = 1050$
203. $B(\{s, b, c, d, f, h\}, \{a, e, g, t\}) = \{(s, _), (b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, f, h\}, \{a, e, g, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1200$

204. $B(\{s, b, c, d, g, h\}, \{a, e, f, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, g, h\}, \{a, e, f, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 1200$
205. $B(\{s, b, c, e, f, g\}, \{a, d, h, t\}) = \{(s, a), (b, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, e, f, g\}, \{a, d, h, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 150 + 100 + 100 = 850$
206. $B(\{s, b, c, e, f, h\}, \{a, d, g, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, e, f, h\}, \{a, d, g, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 150 = 850$
207. $B(\{s, b, c, e, g, h\}, \{a, d, f, t\}) = \{(s, a), (b, t), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, e, g, h\}, \{a, d, f, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 = 850$
208. $B(\{s, b, c, f, g, h\}, \{a, d, e, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, f, g, h\}, \{a, d, e, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 100 + 150 = 950$
209. $B(\{s, b, d, e, f, g\}, \{a, c, h, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, d, e, f, g\}, \{a, c, h, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1200$
210. $B(\{s, b, d, e, f, h\}, \{a, c, g, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, e, f, h\}, \{a, c, g, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1200$
211. $B(\{s, b, d, e, g, h\}, \{a, c, f, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, e, g, h\}, \{a, c, f, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 150 = 1000$
212. $B(\{s, b, d, f, g, h\}, \{a, c, e, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, f, g, h\}, \{a, c, e, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1200$
213. $B(\{s, b, e, f, g, h\}, \{a, c, d, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, e, f, g, h\}, \{a, c, d, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 100 + 150 = 950$
214. $B(\{s, c, d, e, f, g\}, \{a, b, h, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, c, d, e, f, g\}, \{a, b, h, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 500 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1300$

215. $B(\{s, c, d, e, f, h\}, \{a, b, g, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, e, f, h\}, \{a, b, g, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$
216. $B(\{s, c, d, e, g, h\}, \{a, b, f, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, e, g, h\}, \{a, b, f, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 200 + 150 + 150 = 1300$
217. $B(\{s, c, d, f, g, h\}, \{a, b, e, t\}) = \{(s, a), (s, b), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, f, g, h\}, \{a, b, e, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1300$
218. $B(\{s, c, e, f, g, h\}, \{a, b, d, t\}) = \{(s, a), (s, b), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, e, f, g, h\}, \{a, b, d, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 100 + 150 = 1050$
219. $B(\{s, d, e, f, g, h\}, \{a, b, c, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, d, e, f, g, h\}, \{a, b, c, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$
220. $B(\{s, a, b, c, d, e, f\}, \{g, h, t\}) = \{(b, g), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, f\}, \{g, h, t\}) = c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t)$
 $= 100 + 200 + 150 + 150 + 100 = 700$
221. $B(\{s, a, b, c, d, e, g\}, \{f, h, t\}) = \{(b, t), (c, f), (d, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, g\}, \{f, h, t\}) = c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 150 + 150 + 100 = 800$
222. $B(\{s, a, b, c, d, e, h\}, \{f, g, t\}) = \{(b, g), (b, t), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, h\}, \{f, g, t\}) = c(b, g) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 200 + 200 + 150 + 150 = 800$
223. $B(\{s, a, b, c, d, f, g\}, \{e, h, t\}) = \{(b, e), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, f, g\}, \{e, h, t\}) = c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 100 = 750$
224. $B(\{s, a, b, c, d, f, h\}, \{e, g, t\}) = \{(b, e), (b, g), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, f, h\}, \{e, g, t\}) = c(b, e) + c(b, g) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 150 = 900$
225. $B(\{s, a, b, c, d, g, h\}, \{e, f, t\}) = \{(b, e), (b, t), (c, e), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, g, h\}, \{e, f, t\}) = c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 200 + 100 + 200 + 150 + 150 = 900$

226. $B(\{s, a, b, c, e, f, g\}, \{d, h, t\}) = \{(a, d), (b, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, f, g\}, \{d, h, t\}) = c(a, d) + c(b, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 150 + 100 + 100 = 750$
227. $B(\{s, a, b, c, e, f, h\}, \{d, g, t\}) = \{(a, d), (b, g), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, f, h\}, \{d, g, t\}) = c(a, d) + c(b, g) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 100 + 150 = 750$
228. $B(\{s, a, b, c, e, g, h\}, \{d, f, t\}) = \{(a, d), (b, t), (c, f), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, g, h\}, \{d, f, t\}) = c(a, d) + c(b, t) + c(c, f) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 200 + 150 = 750$
229. $B(\{s, a, b, c, f, g, h\}, \{d, e, t\}) = \{(a, d), (b, e), (b, t), (c, e), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, f, g, h\}, \{d, e, t\}) = c(a, d) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 100 + 100 + 150 = 850$
230. $B(\{s, a, b, d, e, f, g\}, \{c, h, t\}) = \{(b, c), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, f, g\}, \{c, h, t\}) = c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 200 + 200 + 150 + 150 + 100 + 100 = 900$
231. $B(\{s, a, b, d, e, f, h\}, \{c, g, t\}) = \{(b, c), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, f, h\}, \{c, g, t\}) = c(b, c) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 900$
232. $B(\{s, a, b, d, e, g, h\}, \{c, f, t\}) = \{(b, c), (b, t), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, g, h\}, \{c, f, t\}) = c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 150 + 150 = 700$
233. $B(\{s, a, b, d, f, g, h\}, \{c, e, t\}) = \{(b, c), (b, e), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, f, g, h\}, \{c, e, t\}) = c(b, c) + c(b, e) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 900$
234. $B(\{s, a, b, e, f, g, h\}, \{c, d, t\}) = \{(a, d), (b, c), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, e, f, g, h\}, \{c, d, t\}) = c(a, d) + c(b, c) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 200 + 100 + 150 = 850$
235. $B(\{s, a, c, d, e, f, g\}, \{b, h, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, f, g\}, \{b, h, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 500 + 250 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1250$
236. $B(\{s, a, c, d, e, f, h\}, \{b, g, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, f, h\}, \{b, g, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$

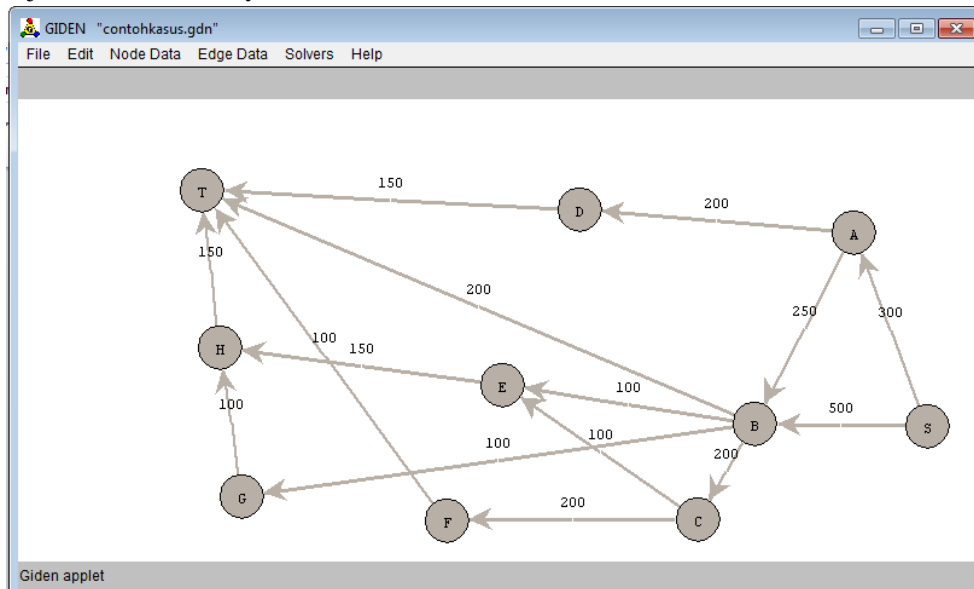
237. $B(\{s, a, c, d, e, g, h\}, \{b, f, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, g, h\}, \{b, f, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 150 + 150 = 1250$
238. $B(\{s, a, c, d, f, g, h\}, \{b, e, t\}) = \{(s, b), (a, b), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, f, g, h\}, \{b, e, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1250$
239. $B(\{s, a, c, e, f, g, h\}, \{b, d, t\}) = \{(s, b), (a, b), (a, d), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, e, f, g, h\}, \{b, d, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(a, d) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 200 + 100 + 150 = 1200$
240. $B(\{s, a, d, e, f, g, h\}, \{b, c, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, d, e, f, g, h\}, \{b, c, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$
241. $B(\{s, b, c, d, e, f, g\}, \{a, h, t\}) = \{(s, a), (b, t), (d, t), (e, h), (f, t), (g, h)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, f, g\}, \{a, h, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(d, t) + c(e, h) + c(f, t) + c(g, h)$
 $= 300 + 200 + 150 + 150 + 100 + 100 = 1000$
242. $B(\{s, b, c, d, e, f, h\}, \{a, g, t\}) = \{(s, a), (b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, f, h\}, \{a, g, t\}) = c(s, a) + c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1000$
243. $B(\{s, b, c, d, e, g, h\}, \{a, f, t\}) = \{(s, a), (b, t), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, g, h\}, \{a, f, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 150 = 1000$
244. $B(\{s, b, c, d, f, g, h\}, \{a, e, t\}) = \{(s, a), (b, e), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, f, g, h\}, \{a, e, t\}) = c(s, a) + c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 150 = 1100$
245. $B(\{s, b, c, e, f, g, h\}, \{a, d, t\}) = \{(s, a), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, e, f, g, h\}, \{a, d, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 100 + 150 = 750$
246. $B(\{s, b, d, e, f, g, h\}, \{a, c, t\}) = \{(s, a), (b, c), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, d, e, f, g, h\}, \{a, c, t\}) = c(s, a) + c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 200 + 150 + 100 + 150 = 1100$
247. $B(\{s, c, d, e, f, g, h\}, \{a, b, t\}) = \{(s, a), (s, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, c, d, e, f, g, h\}, \{a, b, t\}) = c(s, a) + c(s, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 500 + 150 + 100 + 150 = 1200$

248. $B(\{s, a, b, c, d, e, f, g\}, \{h, t\}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (e, h), (g, h)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, f, g\}, \{h, t\}) = c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(e, h) + c(g, h)$
 $= 200 + 150 + 100 + 150 + 100 = 700$
249. $B(\{s, a, b, c, d, e, f, h\}, \{g, t\}) = \{(b, g), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, f, h\}, \{g, t\}) = c(b, g) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 200 + 150 + 100 + 150 = 700$
250. $B(\{s, a, b, c, d, e, g, h\}, \{f, t\}) = \{(b, t), (c, f), (d, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, g, h\}, \{f, t\}) = c(b, t) + c(c, f) + c(d, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 150 + 150 = 700$
251. $B(\{s, a, b, c, d, f, g, h\}, \{e, t\}) = \{(b, e), (b, t), (c, e), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, f, g, h\}, \{e, t\}) = c(b, e) + c(b, t) + c(c, e) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 100 + 200 + 100 + 150 + 100 + 150 = 800$
252. $B(\{s, a, b, c, e, f, g, h\}, \{d, t\}) = \{(a, d), (b, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, e, f, g, h\}, \{d, t\}) = c(a, d) + c(b, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 100 + 150 = 650$
253. $B(\{s, a, b, d, e, f, g, h\}, \{c, t\}) = \{(b, c), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, d, e, f, g, h\}, \{c, t\}) = c(b, c) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 200 + 150 + 100 + 150 = 800$
254. $B(\{s, a, c, d, e, f, g, h\}, \{b, t\}) = \{(s, b), (a, b), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, c, d, e, f, g, h\}, \{b, t\}) = c(s, b) + c(a, b) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 500 + 250 + 150 + 100 + 150 = 1150$
255. $B(\{s, b, c, d, e, f, g, h\}, \{a, t\}) = \{(s, a), (b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, b, c, d, e, f, g, h\}, \{a, t\}) = c(s, a) + c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 300 + 200 + 150 + 100 + 150 = 900$
256. $B(\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\}) = \{(b, t), (d, t), (f, t), (h, t)\}$
 $c(\{s, a, b, c, d, e, f, g, h\}, \{t\}) = c(b, t) + c(d, t) + c(f, t) + c(h, t)$
 $= 200 + 150 + 100 + 150 = 600$

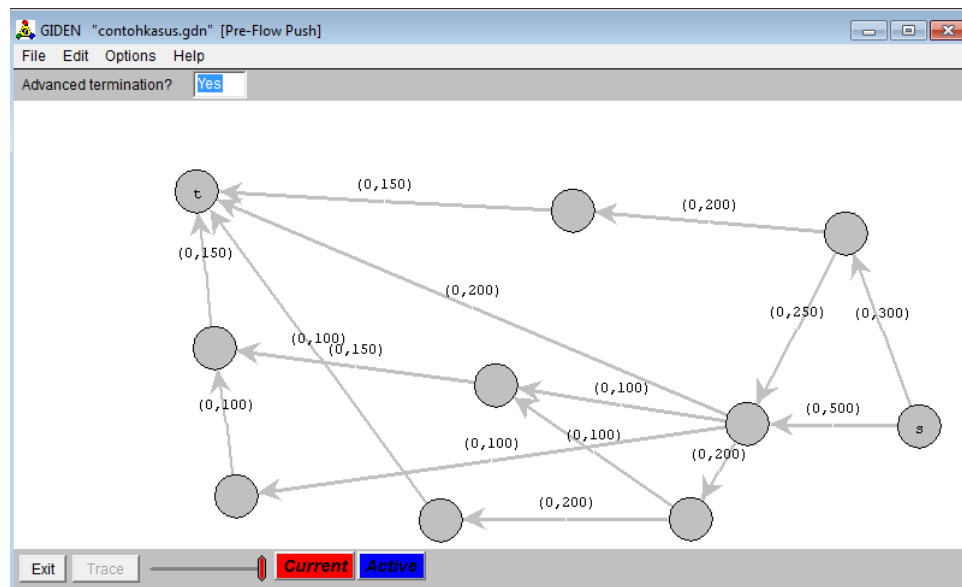
Lampiran 2

Iterasi algoritma *Preflow-Push* dengan *software GIDEN*

Jalankan algoritma *Preflow-Push* dengan alat bantu *software* Giden seperti yang telah dijelaskan sebelumnya.

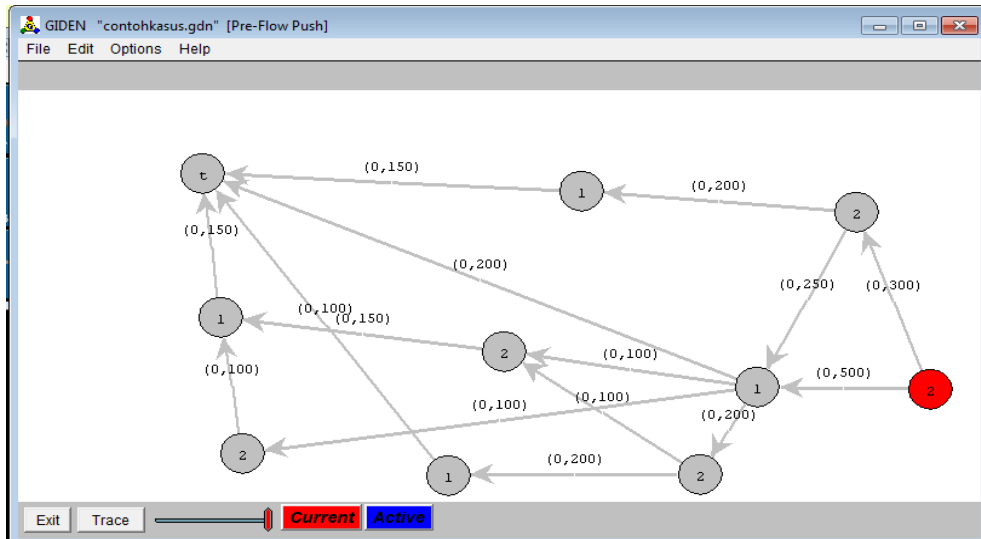


Gambar graf di bawah ini merupakan jaringan sisa. Dengan label sisi $(x_e, u_e - x_e)$, di mana x_e adalah *preflow* dan $u_e - x_e$ merupakan kapasitas sisa yang dilambangkan c_f .

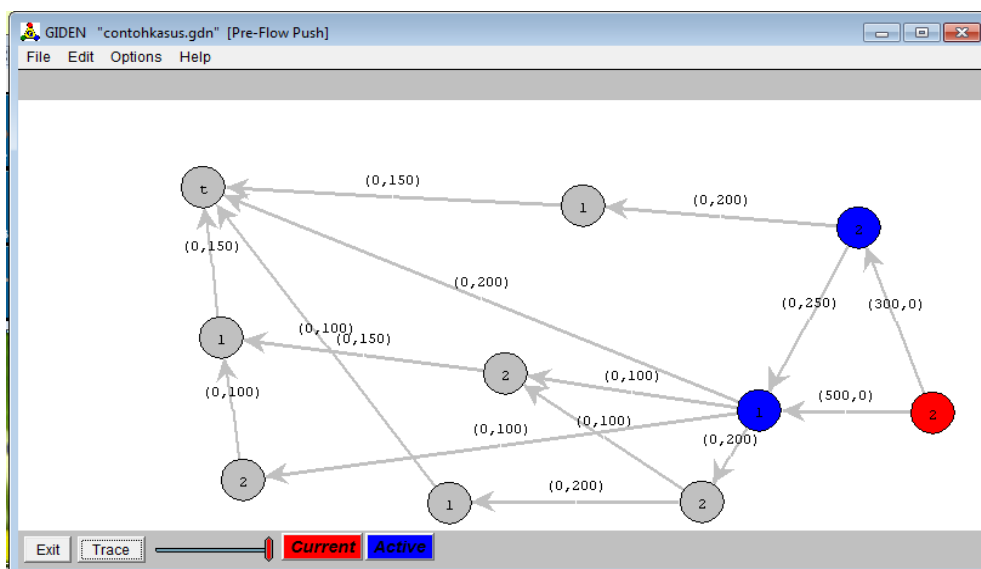


Persiapan

Dimulai dengan menentukan *preflow* awal tiap sisi adalah nol. Pelabelan titik dibawah ini mula-mula menunjukkan banyaknya sisi berarah pada lintasan terpendek yang menghubungkan suatu titik ke titik tujuan.



Kemudian dimulai dengan *preflow* f yang nilainya sama dengan kapasitas busur untuk setiap busur yang meninggalkan titik sumber s dan bernilai nol untuk yang lainnya.



Software ini mengimplementasikan aturan "high label". Dimulai dari titik sumber s dengan label $d(s) = n = 10$, busur yang terkait dengan titik s yaitu (s, a) dan (s, b) sudah dialiri dengan aliran sebesar kapasitasnya, maka titik s ganti label dengan pelabelan tertinggi $d(i) = n + 1$ menjadi $d(s) := d(s) + 1 = 10 + 1 = 11$.

Iterasi 1

Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 300$, dan $d(a) = 2$.

Busur (a, b) memenuhi syarat $d(a) = d(b) + 1$, maka busur maju (a, b) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(a), c_f(a, b)\} = \min\{300, 250\} = 250$

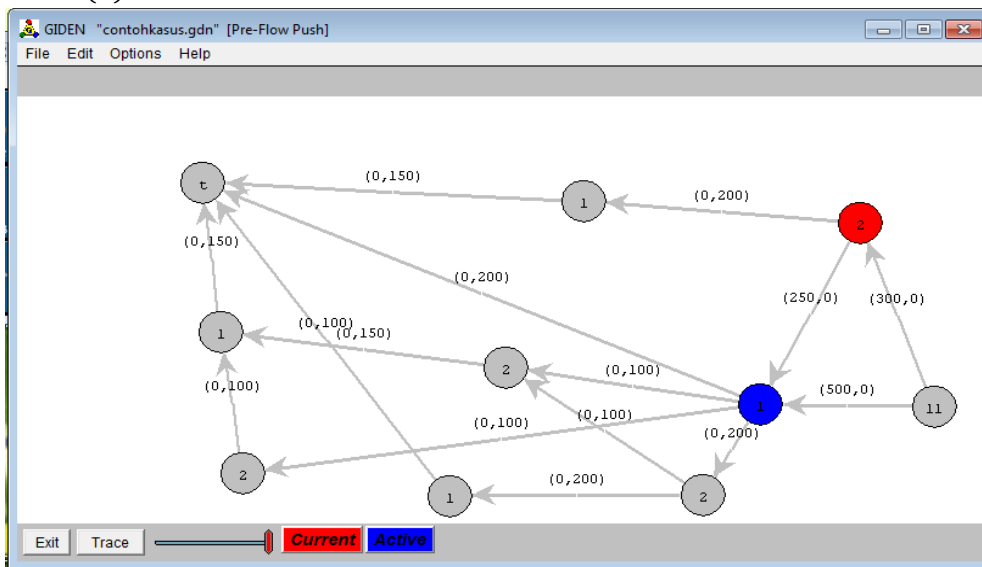
(1) tingkatkan aliran $f(a, b)$ sebesar δ jika (a, b) busur maju:

$$f(a, b) = 0 + 250 = 250$$

(2) turunkan $e(a)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(b)$ sebesar δ :

$$e(a) = 300 - 250 = 50$$

$$e(b) = 500 + 250 = 750.$$



Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 50$, dan $d(a) = 2$.

Busur (a, d) memenuhi syarat $d(a) = d(d) + 1$, maka busur maju (a, d) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(a), c_f(a, d)\} = \min\{50, 200\} = 50$

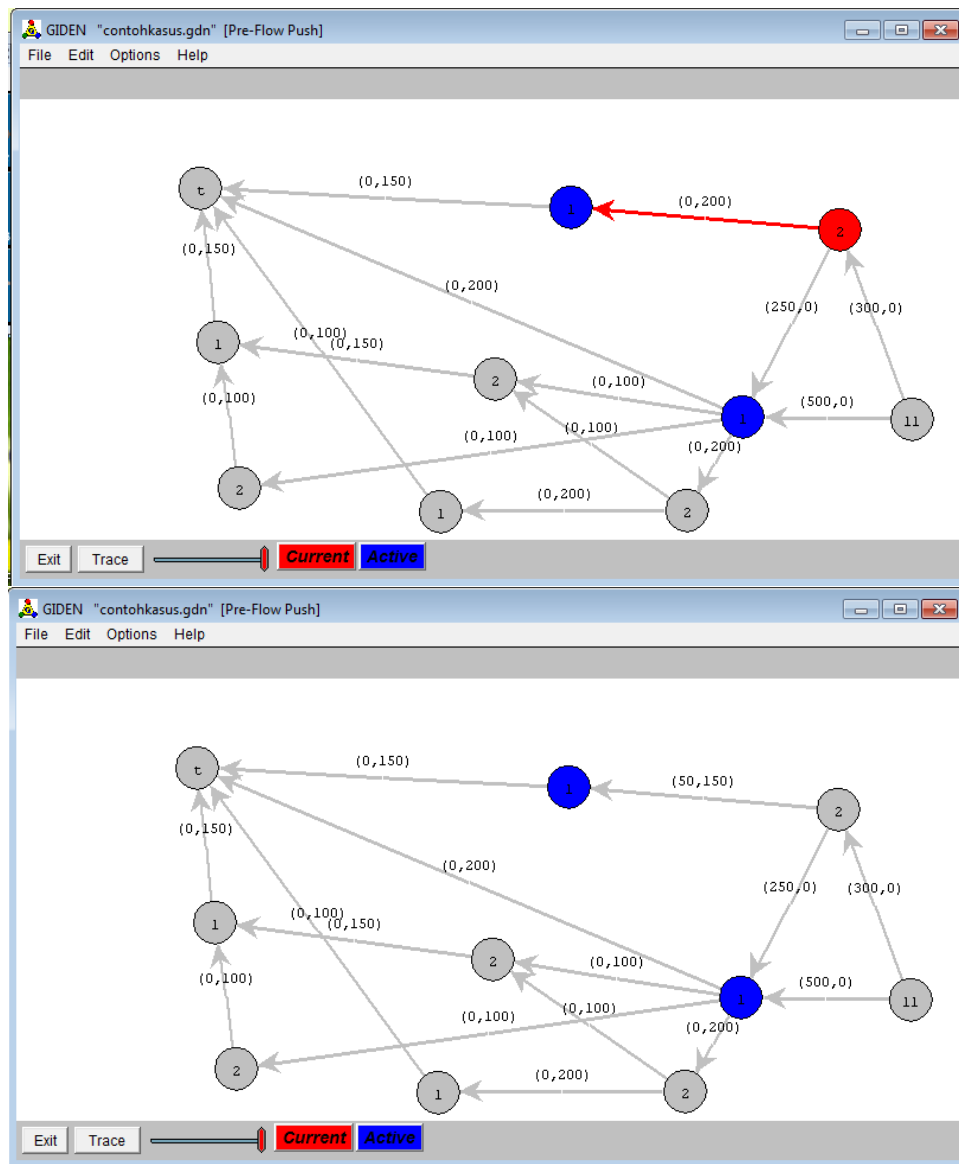
(1) tingkatkan aliran $f(a, d)$ sebesar δ jika (a, d) busur maju:

$$f(a, d) = 0 + 50 = 50$$

(2) turunkan $e(a)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(d)$ sebesar δ :

$$e(a) = 50 - 50 = 0$$

$$e(d) = 0 + 50 = 50.$$



Iterasi 2

Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 750$, dan $d(b) = 1$.

Busur (b, t) memenuhi syarat $d(b) = d(t) + 1$, maka busur maju (b, t) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(b, t)\} = \min\{750, 200\} = 200$

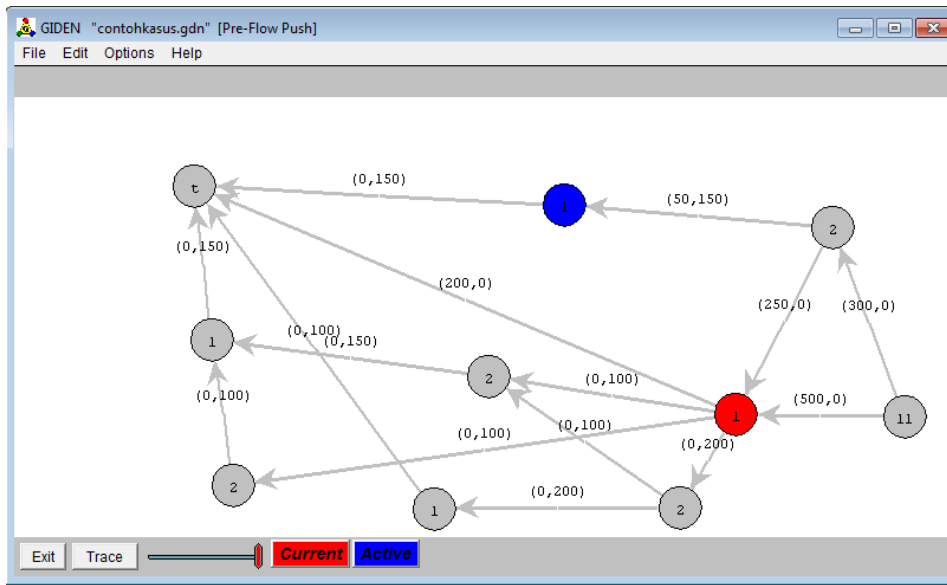
(1) tingkatkan aliran $f(b, t)$ sebesar δ jika (b, t) busur maju:

$$f(b, t) = 0 + 200 = 200$$

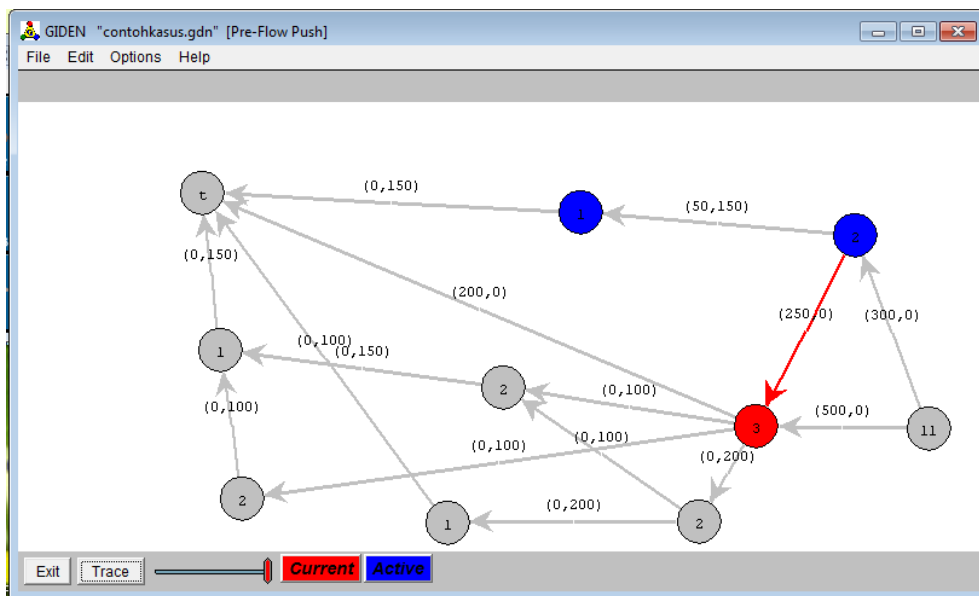
(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(t)$ sebesar δ :

$$e(b) = 750 - 200 = 550$$

$$e(t) = 0 + 200 = 200.$$



Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 550$, $d(b) = 1$ tetapi $d(b) \leq d(c), d(b) \leq d(e), d(b) \leq d(a), d(b) \leq d(s)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:
 $d(b) = \min\{d(s) + 1, d(a) + 1, d(c) + 1, d(e) + 1\}$
 $= \min\{11 + 1, 2 + 1, 2 + 1, 2 + 1\}$
 $= \min\{12, 3, 3, 3\} = 3.$

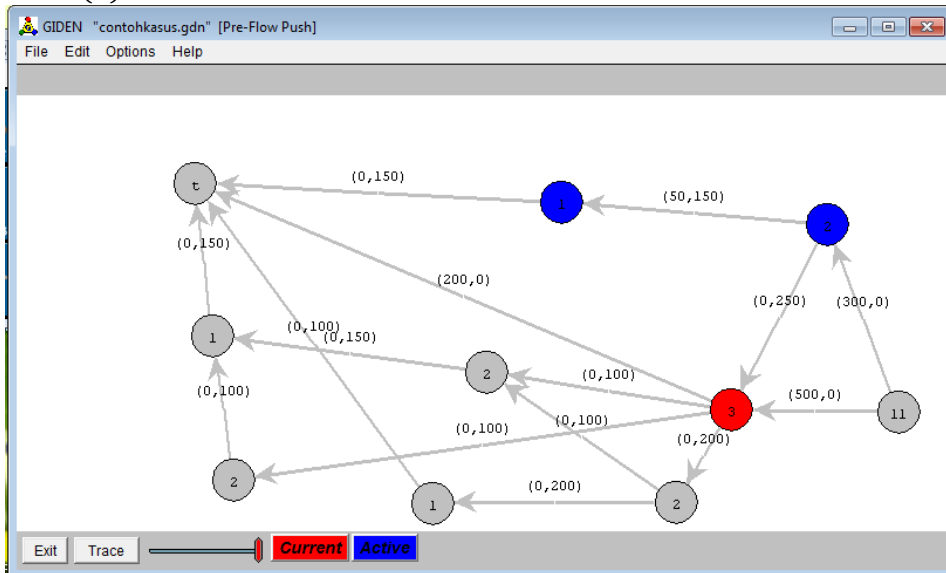


Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 550$, dan $d(b) = 3$.
 Busur (b, a) memenuhi syarat $d(b) = d(a) + 1$, maka busur balik (b, a) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(a, b)\} = \min\{550, 250\} = 250$
 (1) turunkan aliran $f(a, b)$ sebesar δ jika (b, a) busur balik:
 $f(a, b) = 250 - 250 = 0$

(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(a)$ sebesar δ :

$$e(b) = 550 - 250 = 300$$

$$e(a) = 0 + 250 = 250.$$



Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 300$, dan $d(b) = 3$.

Busur (b, c) memenuhi syarat $d(b) = d(c) + 1$, maka busur maju (b, c) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(b, c)\} = \min\{300, 200\} = 200$

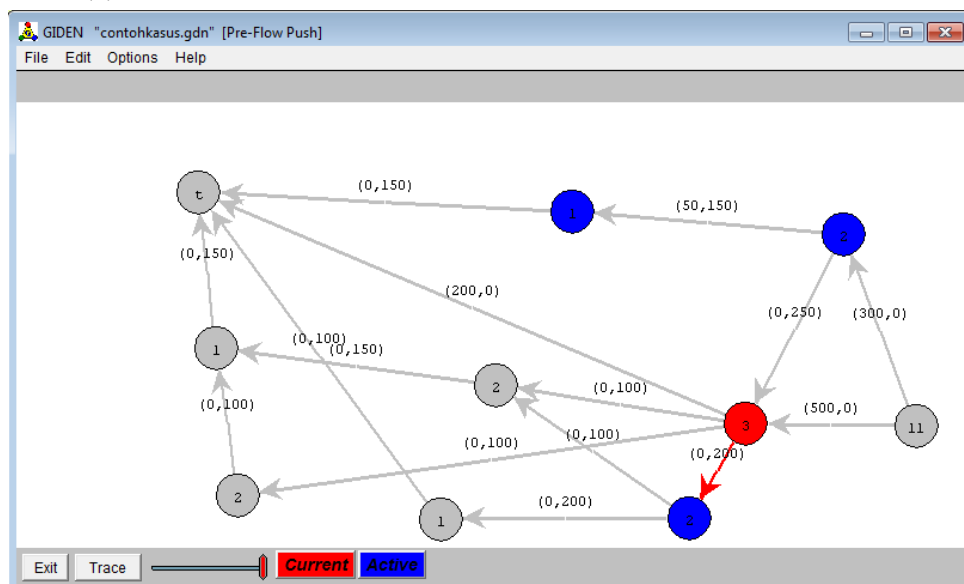
(1) tingkatkan aliran $f(b, c)$ sebesar δ jika (b, c) busur maju:

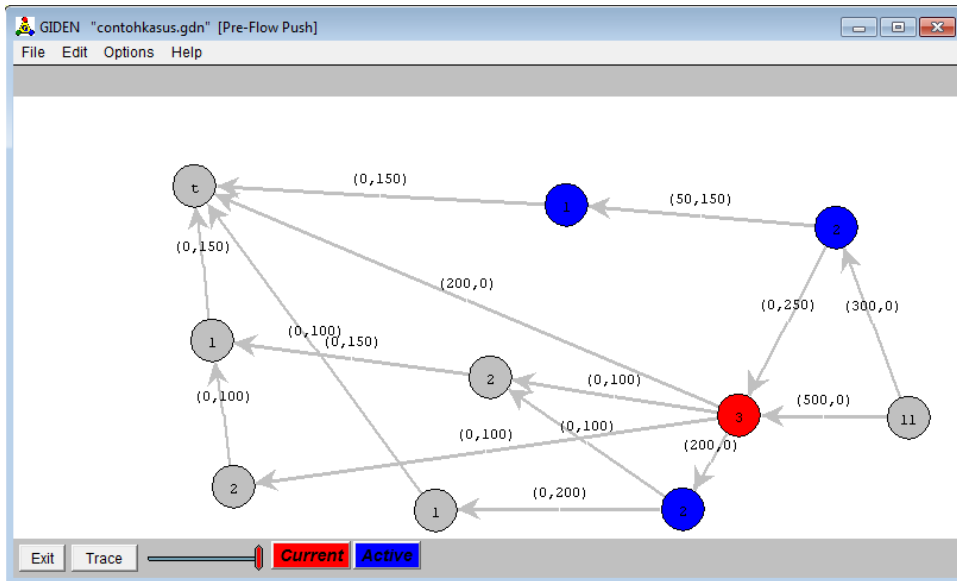
$$f(b, c) = 0 + 200 = 200$$

(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(c)$ sebesar δ :

$$e(b) = 300 - 200 = 100$$

$$e(c) = 0 + 200 = 200.$$





Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 100$, dan $d(b) = 3$.

Busur (b, g) memenuhi syarat $d(b) = d(g) + 1$, maka busur maju (b, g) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(b, g)\} = \min\{100, 100\} = 100$

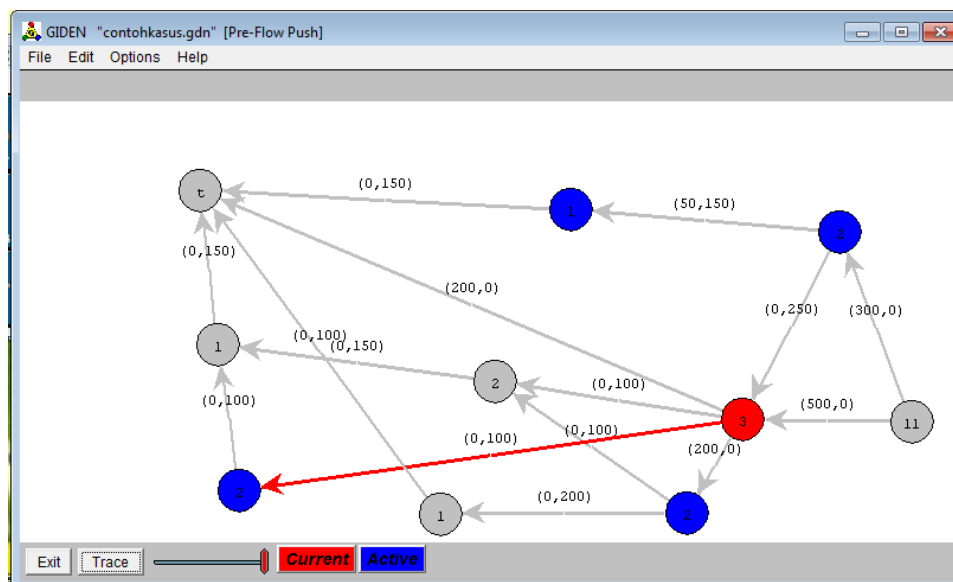
(1) tingkatkan aliran $f(b, g)$ sebesar δ jika (b, g) busur maju:

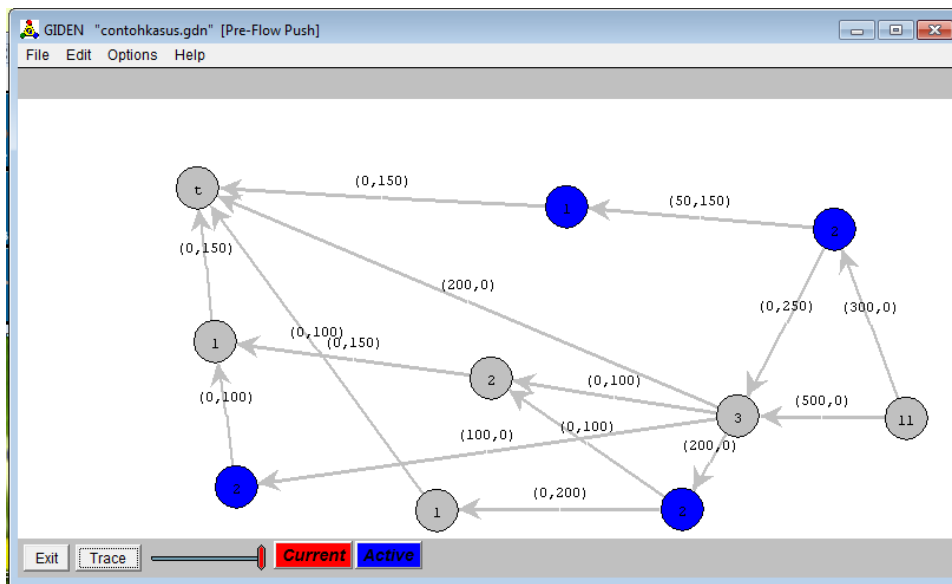
$$f(b, g) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(g)$ sebesar δ :

$$e(b) = 100 - 100 = 0$$

$$e(g) = 0 + 100 = 100.$$





Iterasi 3

Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 250$, dan $d(a) = 2$.

Busur (a, d) memenuhi syarat $d(a) = d(d) + 1$, maka busur maju (a, d) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(a), c_f(a, d)\} = \min\{250, 150\} = 150$

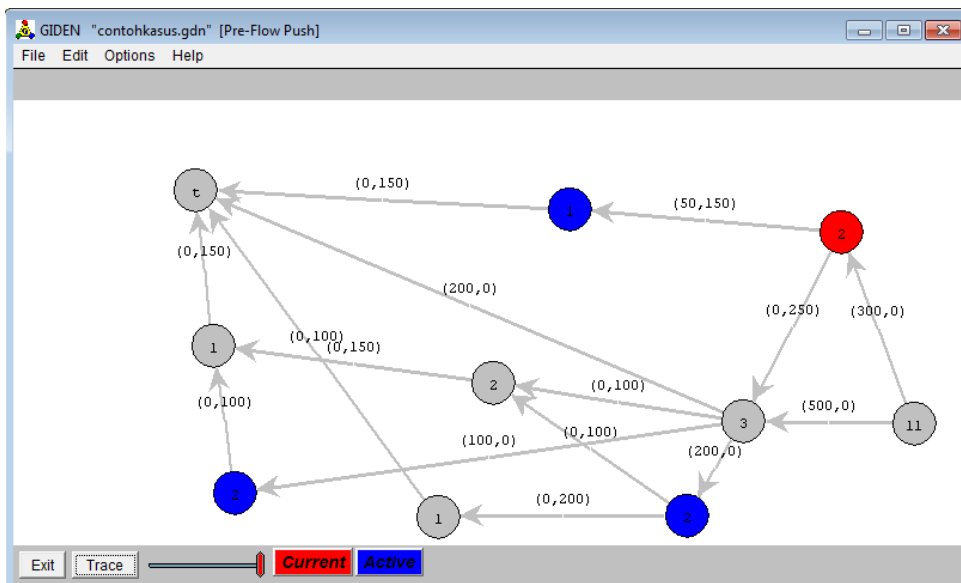
(1) tingkatkan aliran $f(a, d)$ sebesar δ jika (a, d) busur maju:

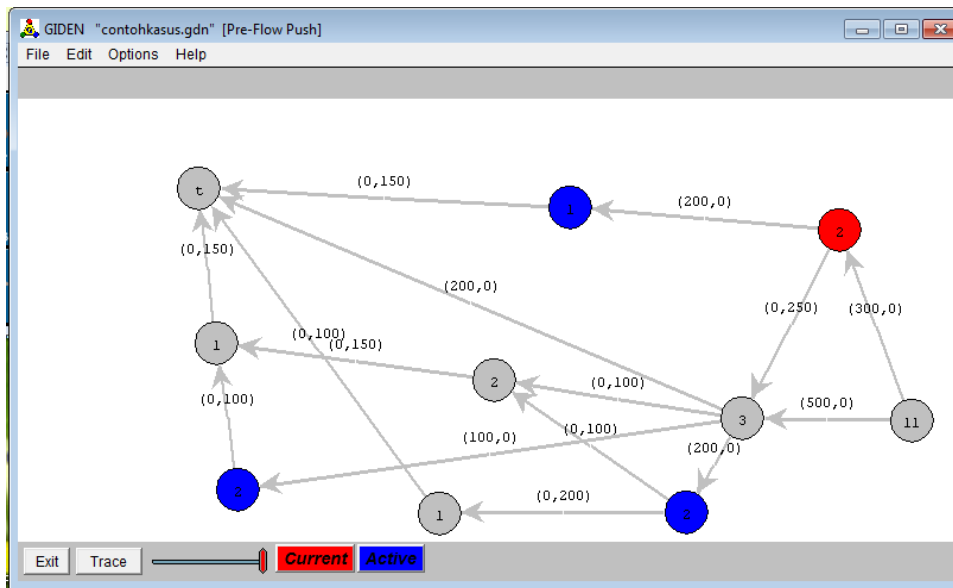
$$f(a, d) = 50 + 100 = 150$$

(2) turunkan $e(a)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(d)$ sebesar δ :

$$e(a) = 250 - 150 = 100$$

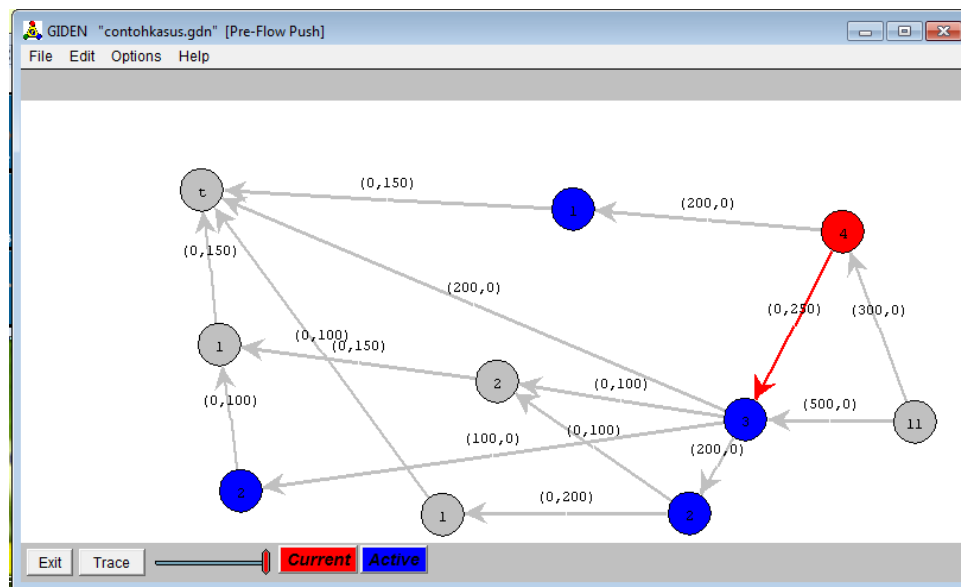
$$e(d) = 50 + 150 = 200.$$





Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 100$, $d(a) = 2$ tetapi $d(a) \leq d(b)$ dan $d(a) \leq d(s)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$\begin{aligned}
 d(a) &= \min\{d(s) + 1, d(b) + 1\} \\
 &= \min\{11 + 1, 3 + 1\} \\
 &= \min\{12, 4\} = 4.
 \end{aligned}$$



Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 100$, dan $d(a) = 4$.

Busur (a, b) memenuhi syarat $d(a) = d(b) + 1$, maka busur maju (a, b) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(a), c_f(a, b)\} = \min\{100, 250\} = 100$

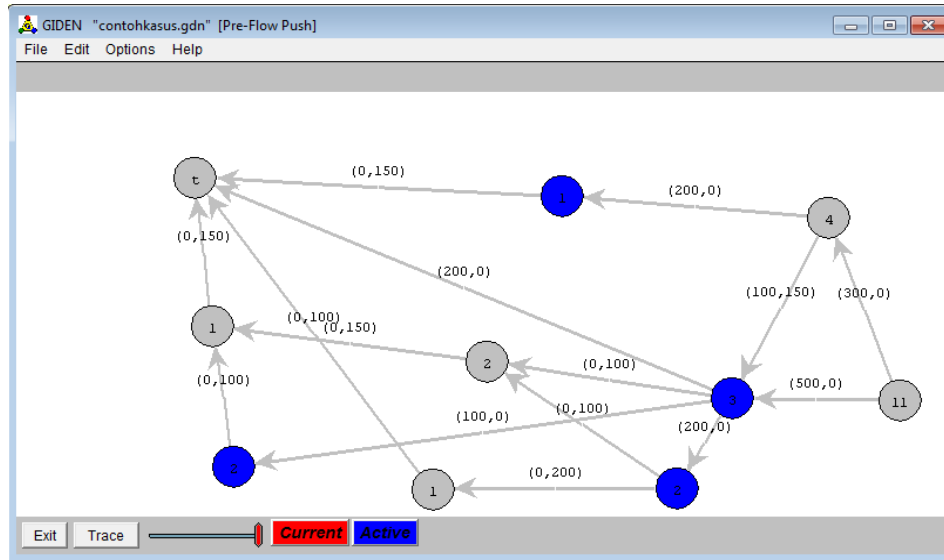
(1) tingkatkan aliran $f(a, b)$ sebesar δ jika (a, b) busur maju:

$$f(a, b) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(a)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(d)$ sebesar δ :

$$e(a) = 100 - 100 = 0$$

$$e(b) = 0 + 100 = 100.$$



Iterasi 4

Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 100$, dan $d(b) = 3$.

Busur (b, e) memenuhi syarat $d(b) = d(e) + 1$, maka busur (b, e) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(b, e)\} = \min\{100, 100\} = 100$

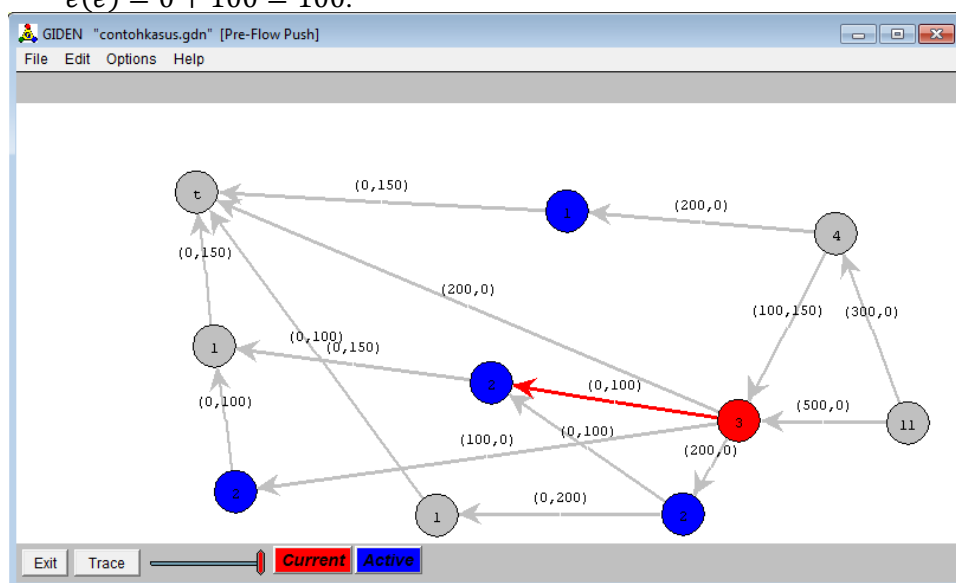
(1) tingkatkan aliran $f(b, e)$ sebesar δ jika (b, e) busur maju:

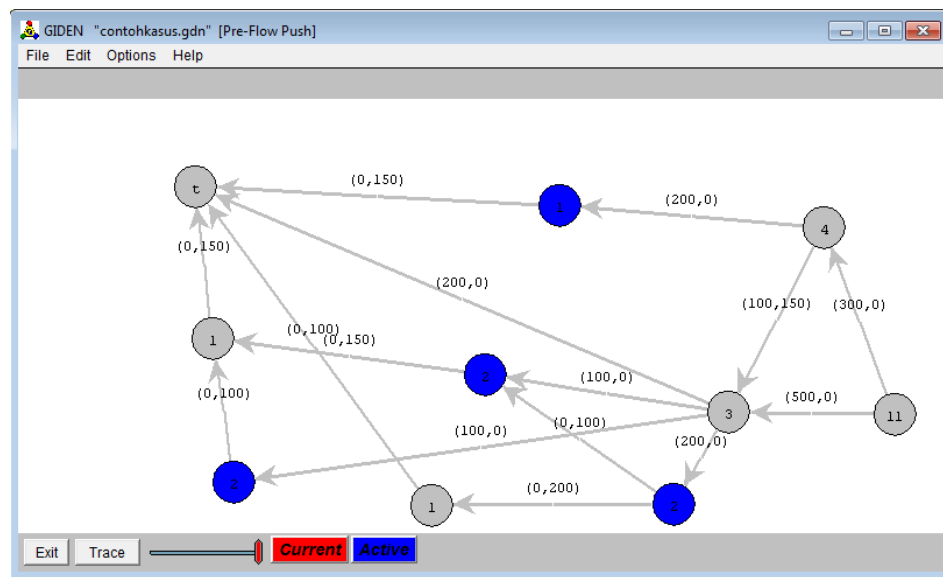
$$f(b, e) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(e)$ sebesar δ :

$$e(b) = 100 - 100 = 0$$

$$e(e) = 0 + 100 = 100.$$





Iterasi 5

Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 200$, dan $d(c) = 2$.

Busur (c, f) memenuhi syarat $d(c) = d(f) + 1$, maka busur maju (c, f) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(c), c_f(c, f)\} = \min\{200, 200\} = 200$

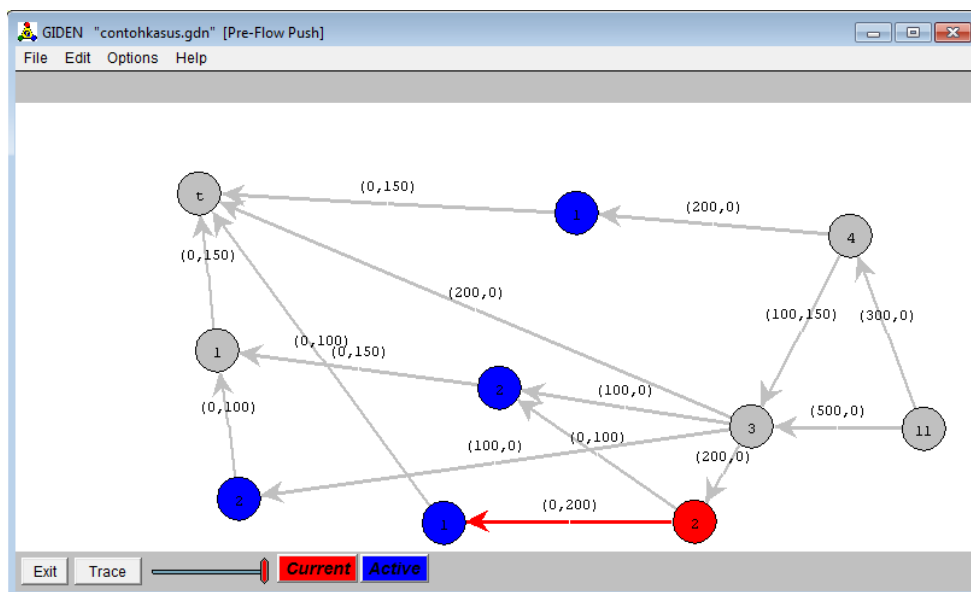
(1) tingkatkan aliran $f(c, f)$ sebesar δ jika (c, f) busur maju:

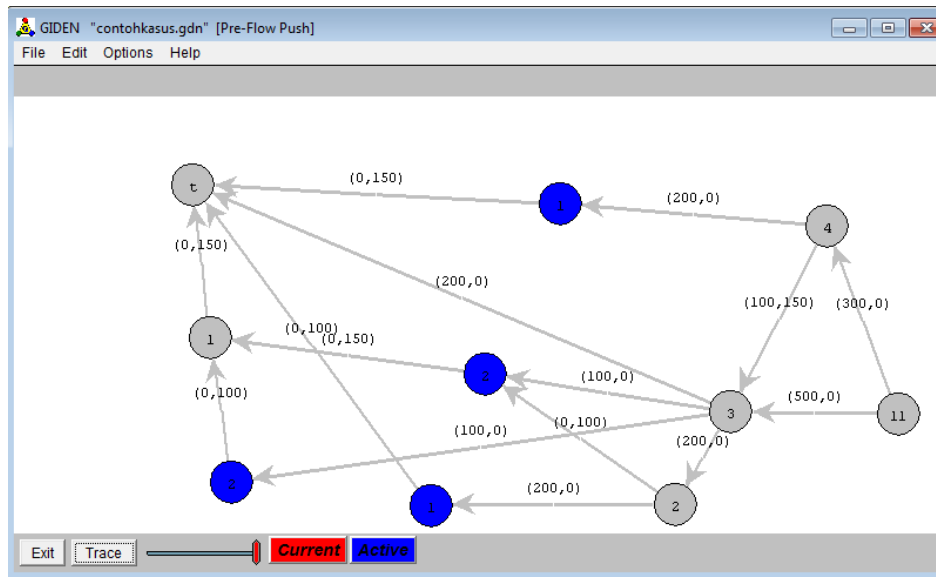
$$f(c, f) = 0 + 200 = 200$$

(2) turunkan $e(c)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(f)$ sebesar δ :

$$e(c) = 200 - 200 = 0$$

$$e(f) = 0 + 200 = 200.$$





Iterasi 6

Pilih titik aktif g , karena $e(g) = 100$, dan $d(g) = 2$.

Busur (g, h) memenuhi syarat $d(g) = d(h) + 1$, maka busur maju (g, h) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(g), c_f(g, h)\} = \min\{100, 100\} = 100$

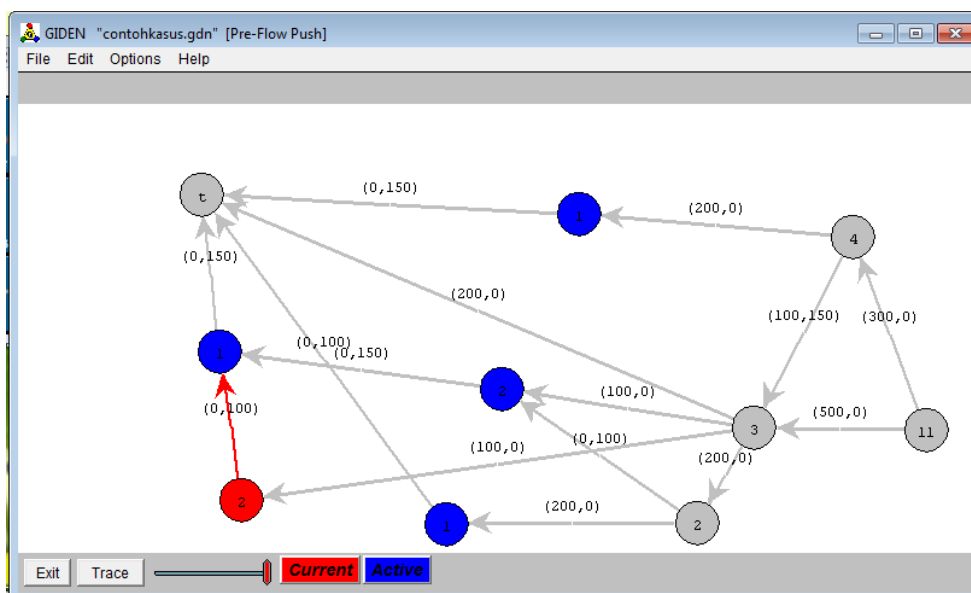
(1) tingkatkan aliran $f(g, h)$ sebesar δ jika (g, h) busur maju:

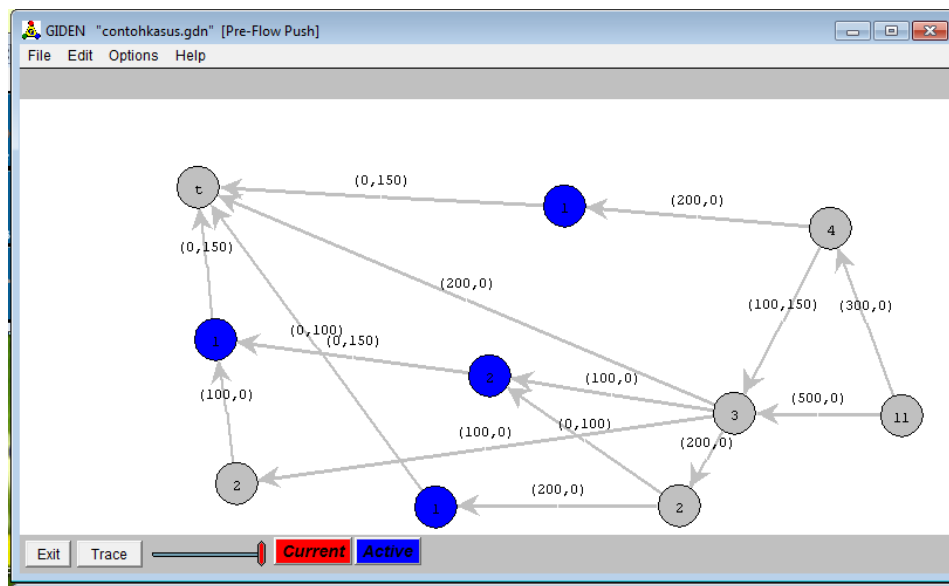
$$f(g, h) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(g)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(h)$ sebesar δ :

$$e(g) = 100 - 100 = 0$$

$$e(h) = 0 + 100 = 100.$$





Iterasi 7

Pilih titik aktif e , karena $e(e) = 100$, dan $d(e) = 2$.

Busur (e, h) memenuhi syarat $d(e) = d(h) + 1$, maka busur maju (e, h) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(e), c_f(e, h)\} = \min\{100, 150\} = 100$

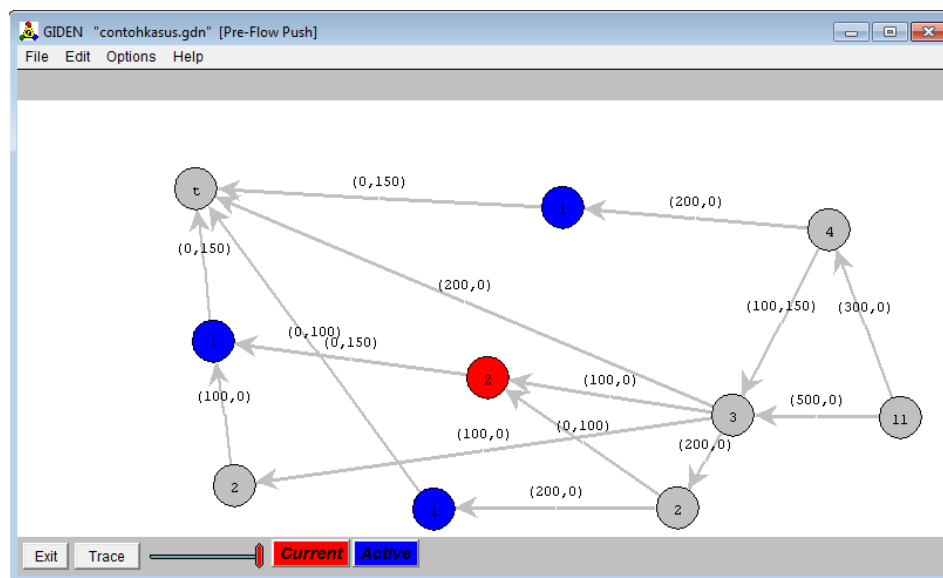
(1) tingkatkan aliran $f(e, h)$ sebesar δ jika (e, h) busur maju:

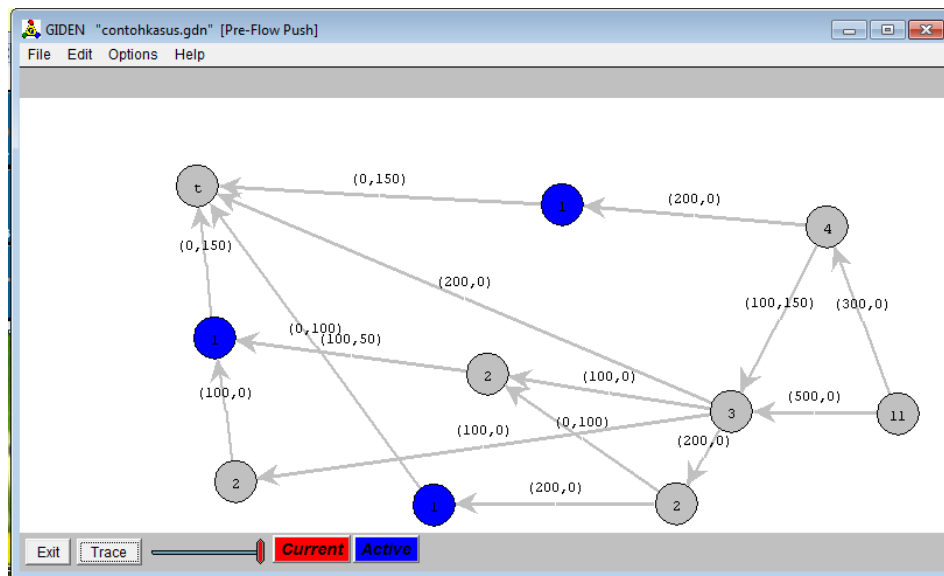
$$f(e, h) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(e)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(h)$ sebesar δ :

$$e(e) = 100 - 100 = 0$$

$$e(h) = 100 + 100 = 200.$$





Iterasi 8

Pilih titik aktif d , karena $e(d) = 200$, dan $d(d) = 1$.

Busur (d, t) memenuhi syarat $d(d) = d(t) + 1$, maka busur maju (d, t) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(d), c_f(d, t)\} = \min\{200, 150\} = 150$

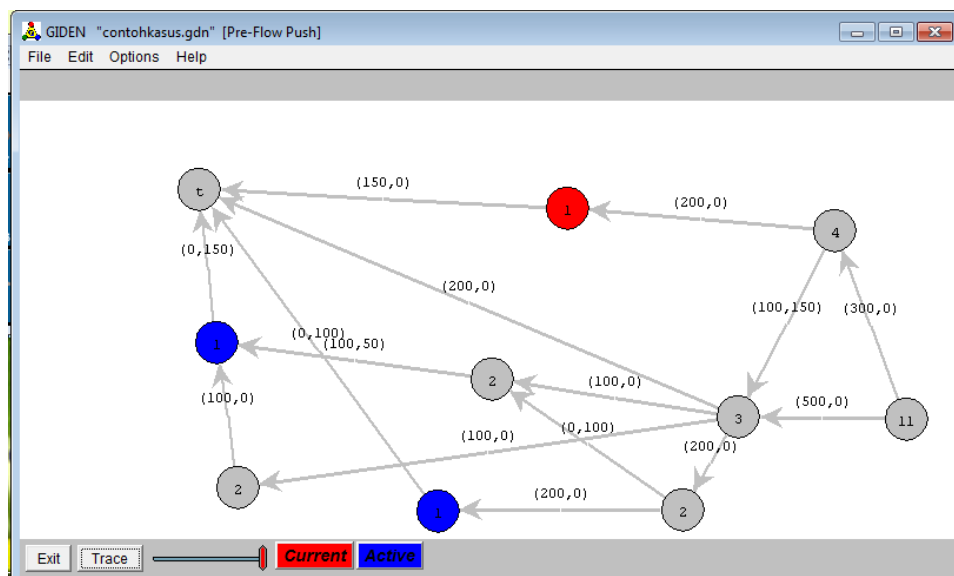
(1) tingkatkan aliran $f(d, t)$ sebesar δ jika (d, t) busur maju:

$$f(d, t) = 0 + 150 = 150$$

(2) turunkan $e(d)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(t)$ sebesar δ :

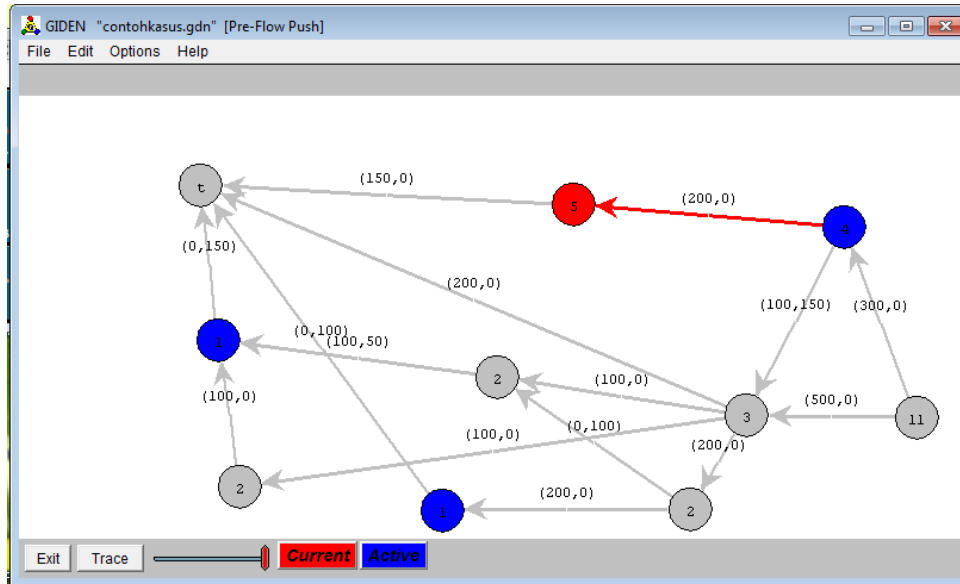
$$e(d) = 200 - 150 = 50$$

$$e(t) = 200 + 150 = 350.$$



Pilih titik aktif d , karena $e(d) = 50$, $d(d) = 1$ tetapi $d(d) \leq d(a)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$d(d) = \min\{d(a) + 1\} = \min\{4 + 1\} = \min\{5\} = 5.$$



Pilih titik aktif d , karena $e(d) = 50$, dan $d(d) = 5$.

Busur (d, a) memenuhi syarat $d(d) = d(a) + 1$, maka busur balik (d, a) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(d), c_f(a, d)\} = \min\{50, 200\} = 50$

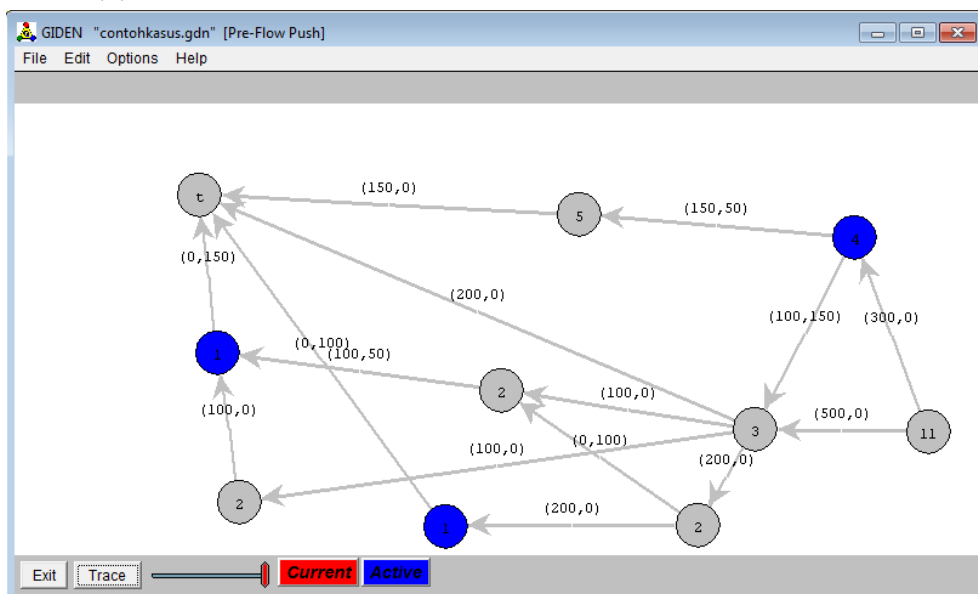
(1) turunkan aliran $f(a, d)$ sebesar δ jika (d, a) busur balik:

$$f(a, d) = 200 - 50 = 150$$

(2) turunkan $e(d)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(a)$ sebesar δ :

$$e(d) = 50 - 50 = 0$$

$$e(a) = 0 + 50 = 50.$$



iterasi 9

Pilih titik aktif a , karena $e(a) = 50$, dan $d(a) = 4$.

Busur (a, b) memenuhi syarat $d(a) = d(b) + 1$, maka busur maju (a, b) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(a), c_f(a, b)\} = \min\{50, 150\} = 50$

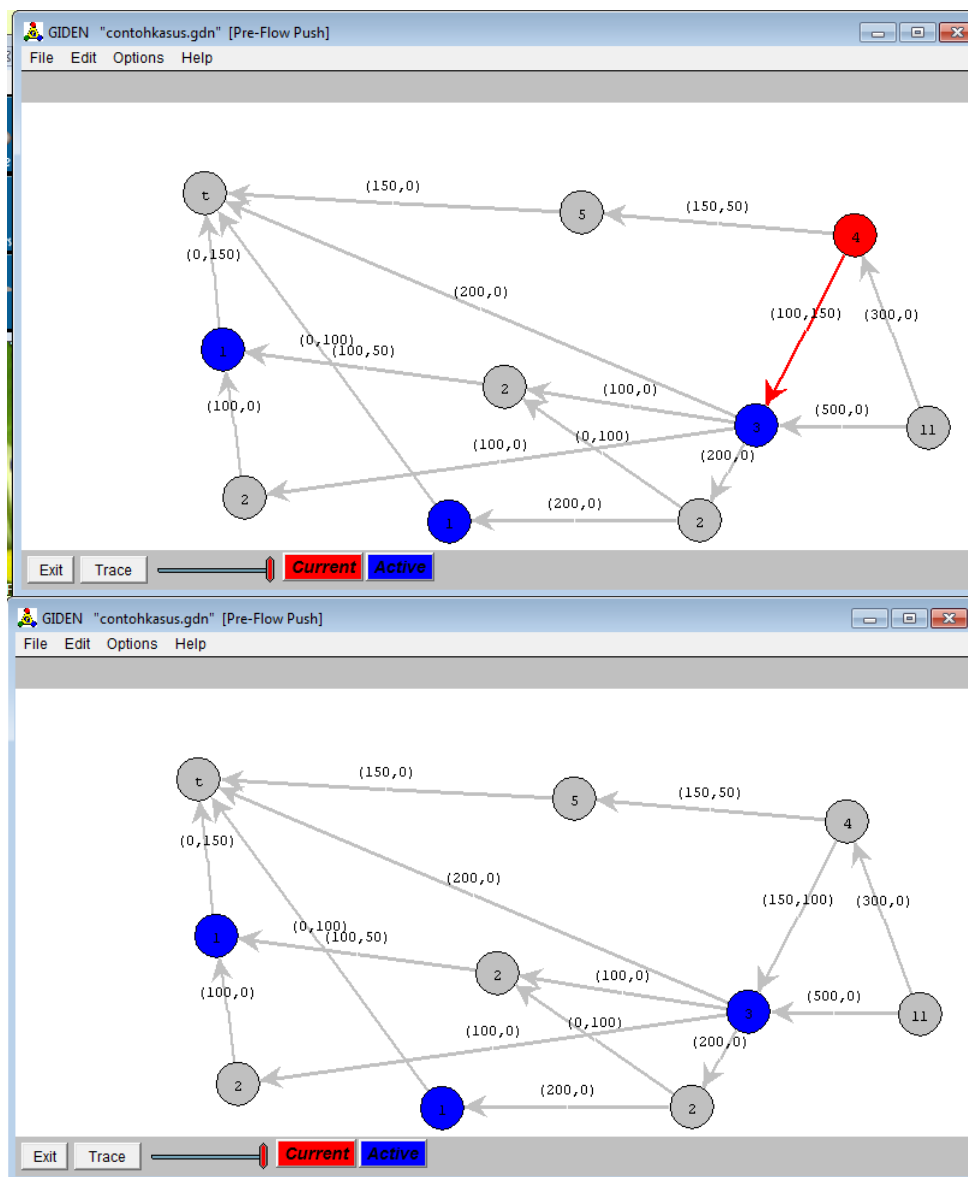
(1) tingkatkan aliran $f(a, b)$ sebesar δ jika (a, b) busur maju:

$$f(a, b) = 100 + 50 = 150$$

(2) turunkan $e(a)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(b)$ sebesar δ :

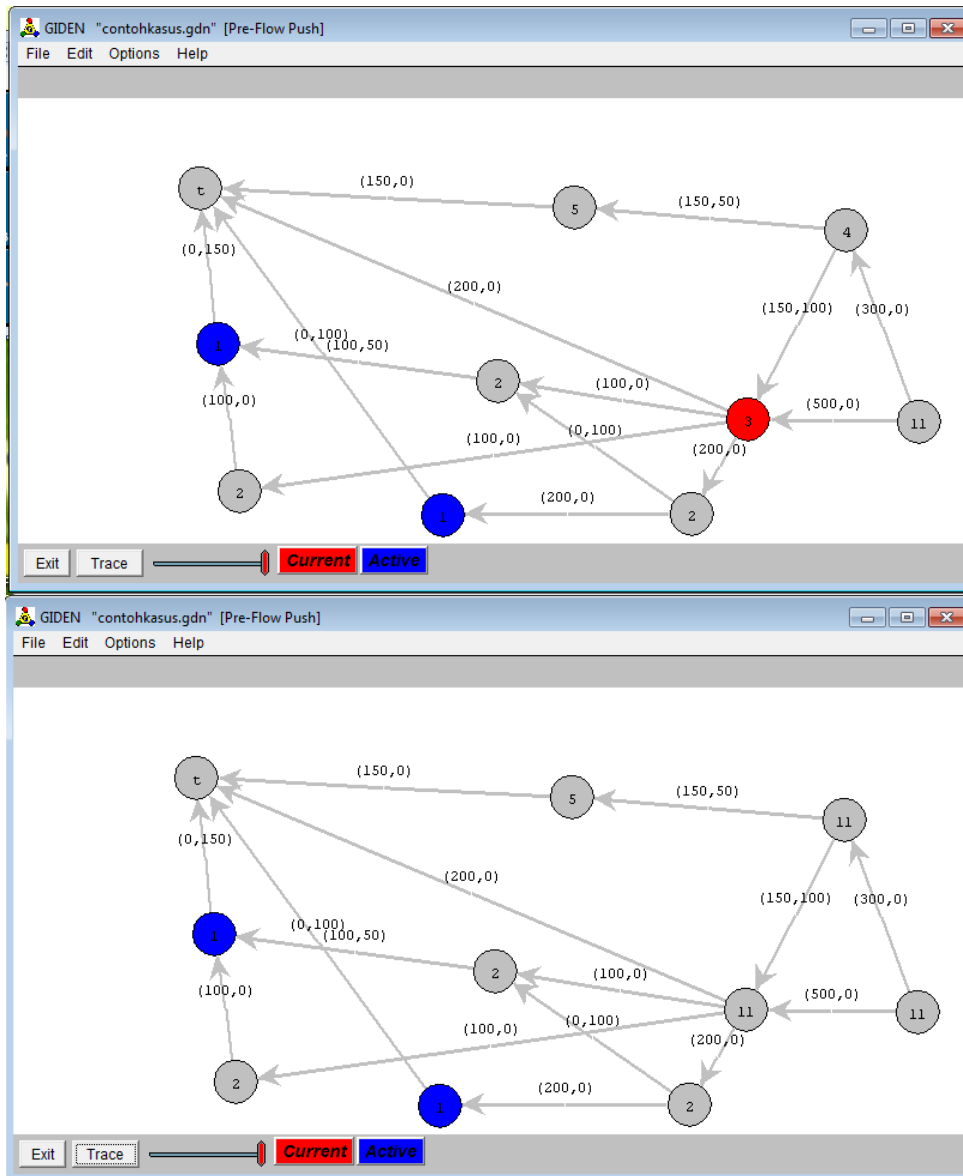
$$e(a) = 50 - 50 = 0$$

$$e(b) = 0 + 50 = 50.$$

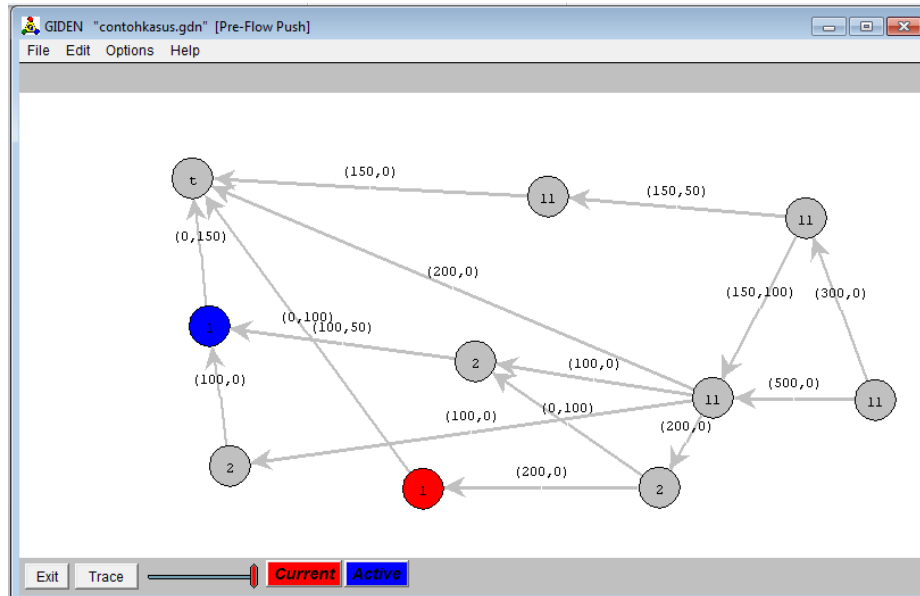


Iterasi 10

Pilih titik b , dengan label $d(b) = 3$. Karena busur searah (b, c) , (b, e) , (b, t) sudah jenuh, maka pilih busur balik yang terkait dengan titik b yaitu busur (b, a) yang tak jenuh dan ganti label dengan label tertinggi $d(b) = 11$ serta $d(a) = 11$.



Pilih titik d , dengan label $d(d) = 5$. Karena busur searah (d, t) sudah jenuh, maka ganti label dengan label tertinggi $d(d) = 11$.



Iterasi 11

Pilih titik aktif f , karena $e(f) = 200$, dan $d(f) = 1$.

Busur (f, t) memenuhi syarat $d(f) = d(t) + 1$, maka busur maju (f, t) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(f), c_f(f, t)\} = \min\{200, 100\} = 100$

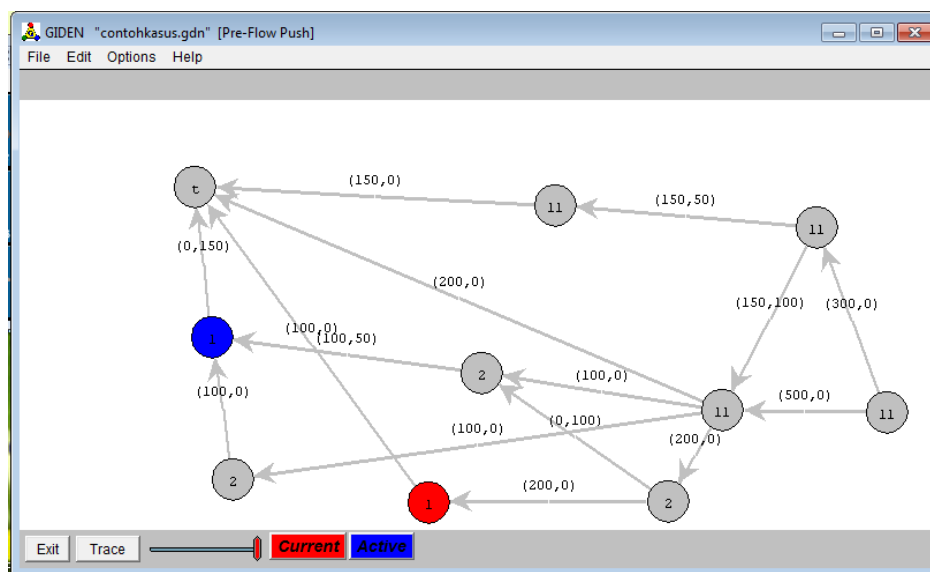
(1) tingkatkan aliran $f(f, t)$ sebesar δ jika (f, t) busur maju:

$$f(f, t) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(f)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(t)$ sebesar δ :

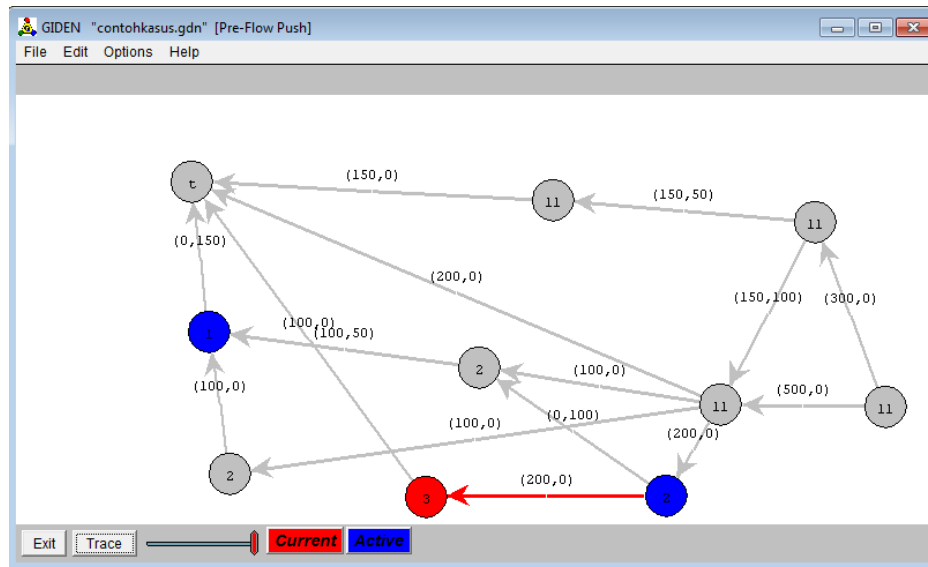
$$e(f) = 200 - 100 = 100$$

$$e(t) = 350 + 100 = 450.$$



Pilih titik aktif f , karena $e(f) = 100$, $d(f) = 1$ tetapi $d(f) \leq d(c)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$d(f) = \min_{(f,c)} \{d(c) + 1\} = \min\{2 + 1\} = \min\{3\} = 3.$$



Pilih titik aktif f , karena $e(f) = 100$, dan $d(f) = 3$.

Busur (f, c) memenuhi syarat $d(f) = d(c) + 1$, maka busur balik (f, c) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(f), c_f(c, f)\} = \min\{100, 200\} = 100$

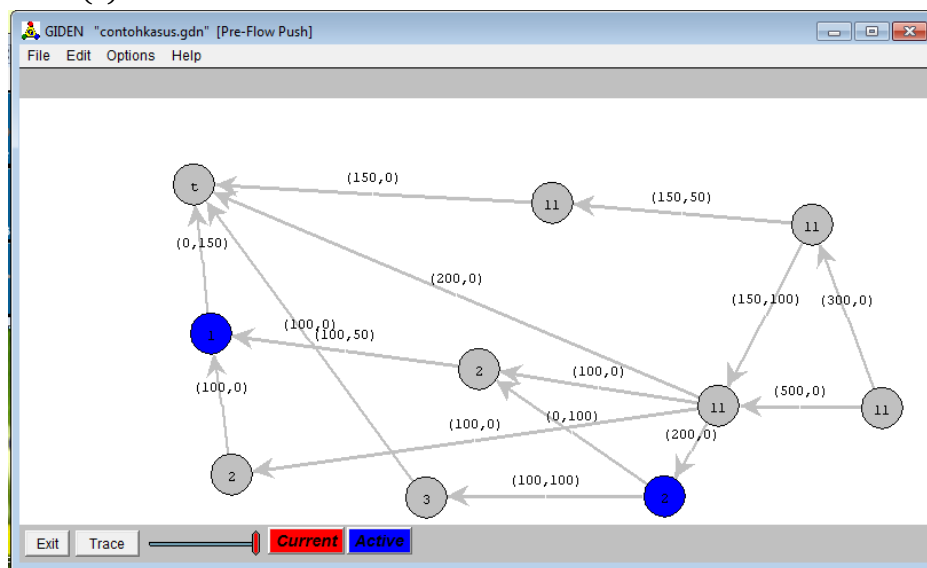
(1) turunkan aliran $f(c, f)$ sebesar δ jika (f, c) busur balik:

$$f(c, f) = 200 - 100 = 100$$

(2) turunkan $e(f)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(c)$ sebesar δ :

$$e(f) = 100 - 100 = 0$$

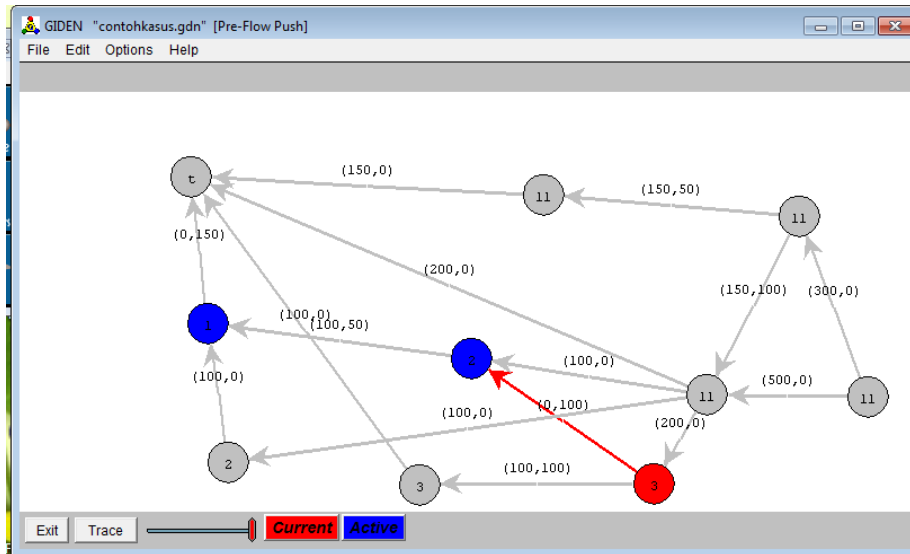
$$e(c) = 0 + 100 = 100.$$



Iterasi 12

Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 100$, $d(c) = 2$ tetapi $d(c) \leq d(b)$, $d(c) \leq d(e)$, $d(c) \leq d(f)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$\begin{aligned} d(c) &= \min\{d(b) + 1, d(e) + 1, d(f) + 1\} \\ &= \min\{1 + 1, 2 + 1, 3 + 1\} \\ &= \min\{2, 3, 4\} = 3. \end{aligned}$$



Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 100$, dan $d(c) = 3$.

Busur (c, f) memenuhi syarat $d(c) = d(e) + 1$, maka busur maju (c, e) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(c), c_f(c, e)\} = \min\{100, 100\} = 100$

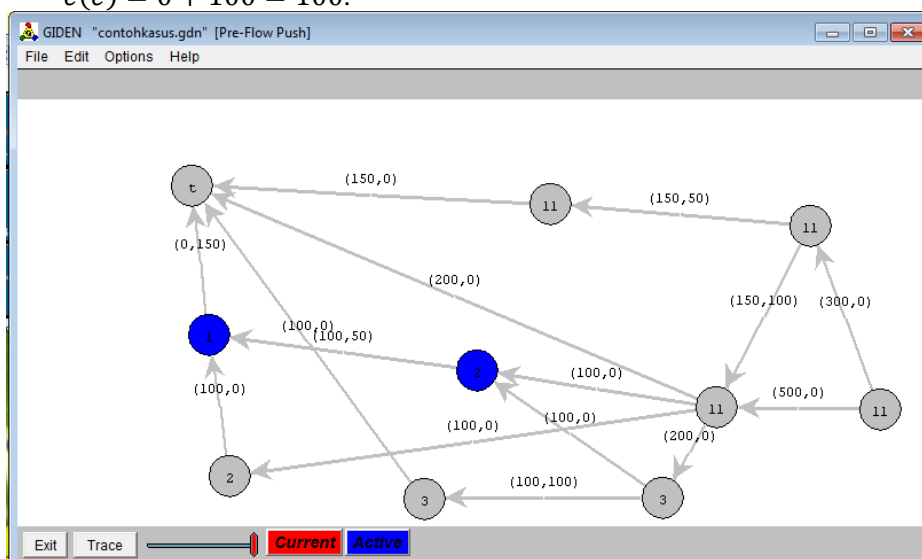
(1) tingkatkan aliran $f(c, e)$ sebesar δ jika (c, e) busur maju:

$$f(c, e) = 0 + 100 = 100$$

(2) turunkan $e(c)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(e)$ sebesar δ :

$$e(c) = 100 - 100 = 0$$

$$e(e) = 0 + 100 = 100.$$



Iterasi 13

Pilih titik aktif e , karena $e(e) = 100$, dan $d(e) = 2$.

Busur (e, h) memenuhi syarat $d(e) = d(h) + 1$, maka busur maju (e, h) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(e), c_f(e, h)\} = \min\{100, 50\} = 50$

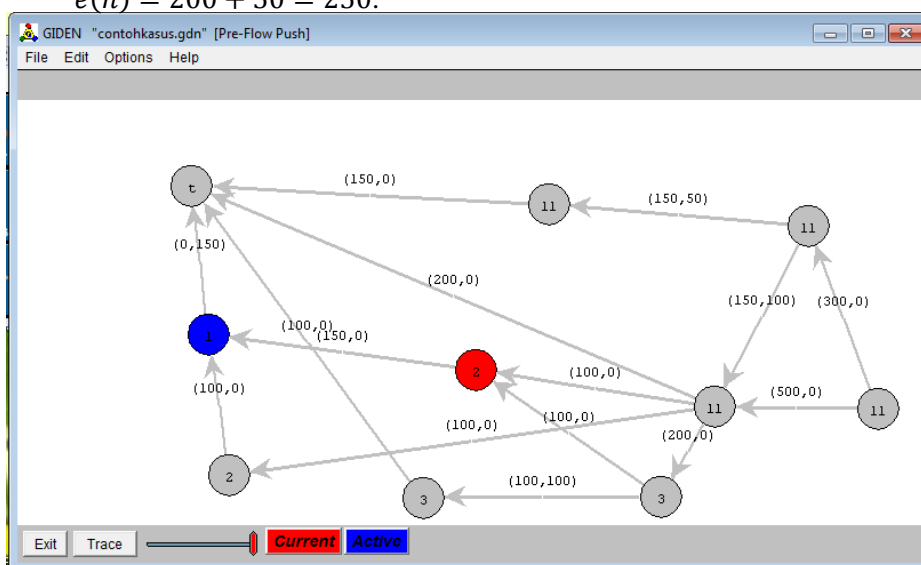
(1) tingkatkan aliran $f(e, h)$ sebesar δ jika (e, h) busur maju:

$$f(e, h) = 100 + 50 = 150$$

(2) turunkan $e(e)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(h)$ sebesar δ :

$$e(e) = 100 - 50 = 50$$

$$e(h) = 200 + 50 = 250.$$

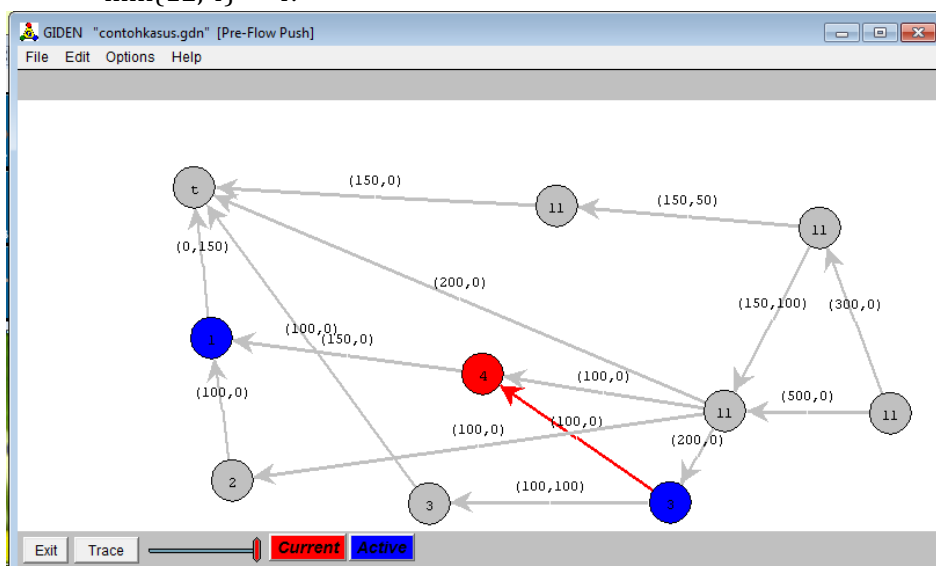


Pilih titik aktif e , karena $e(e) = 50$, $d(e) = 2$ tetapi $d(e) \leq d(b)$, $d(e) \leq d(c)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$d(e) = \min\{d(b) + 1, d(c) + 1\}$$

$$= \min\{11 + 1, 3 + 1\}$$

$$= \min\{12, 4\} = 4.$$



Pilih titik aktif e , karena $e(e) = 50$, dan $d(e) = 4$.

Busur (c, e) memenuhi syarat $d(e) = d(c) + 1$, maka busur balik (c, e) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(e), c_f(c, e)\} = \min\{50, 100\} = 50$

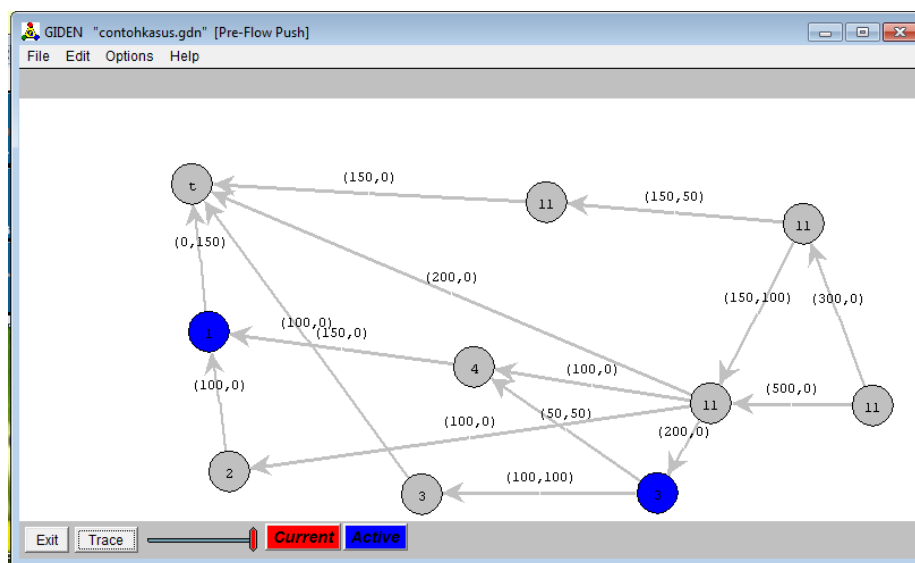
(1) turunkan aliran $f(c, e)$ sebesar δ jika (e, c) busur balik:

$$f(c, e) = 100 - 50 = 50$$

(2) turunkan $e(e)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(c)$ sebesar δ :

$$e(e) = 50 - 50 = 0$$

$$e(c) = 0 + 50 = 50.$$



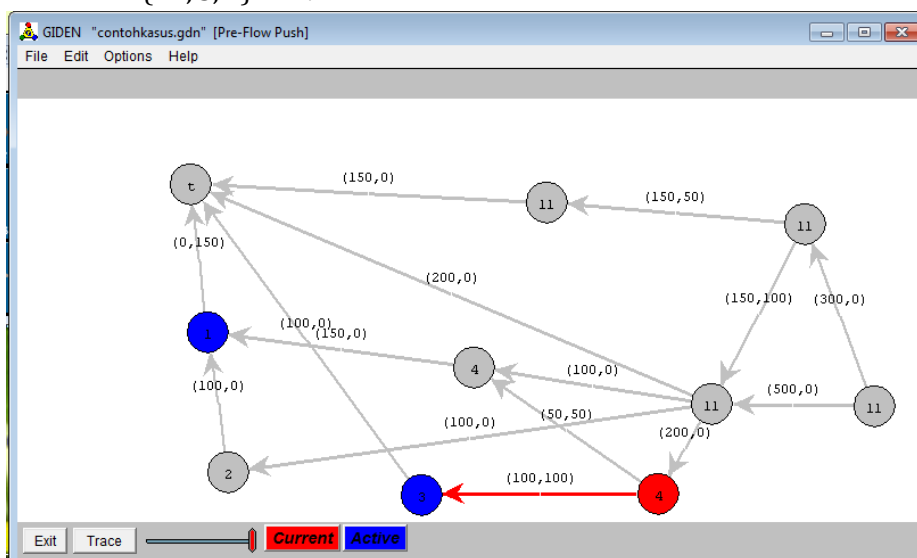
Iterasi 14

Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 50$, $d(c) = 3$ tetapi $d(c) \leq d(b)$, $d(c) \leq d(e)$, $d(c) \leq d(f)$, maka tidak ada busur yang *admissible*, lakukan *relabel*:

$$d(c) = \min\{d(b) + 1, d(e) + 1, d(f) + 1\}$$

$$= \min\{11 + 1, 4 + 1, 3 + 1\}$$

$$= \min\{12, 5, 4\} = 4.$$



Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 50$, dan $d(c) = 4$.

Busur (c, f) memenuhi syarat $d(c) = d(f) + 1$, maka busur maju (c, f) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(c), c_f(c, f)\} = \min\{50, 100\} = 50$

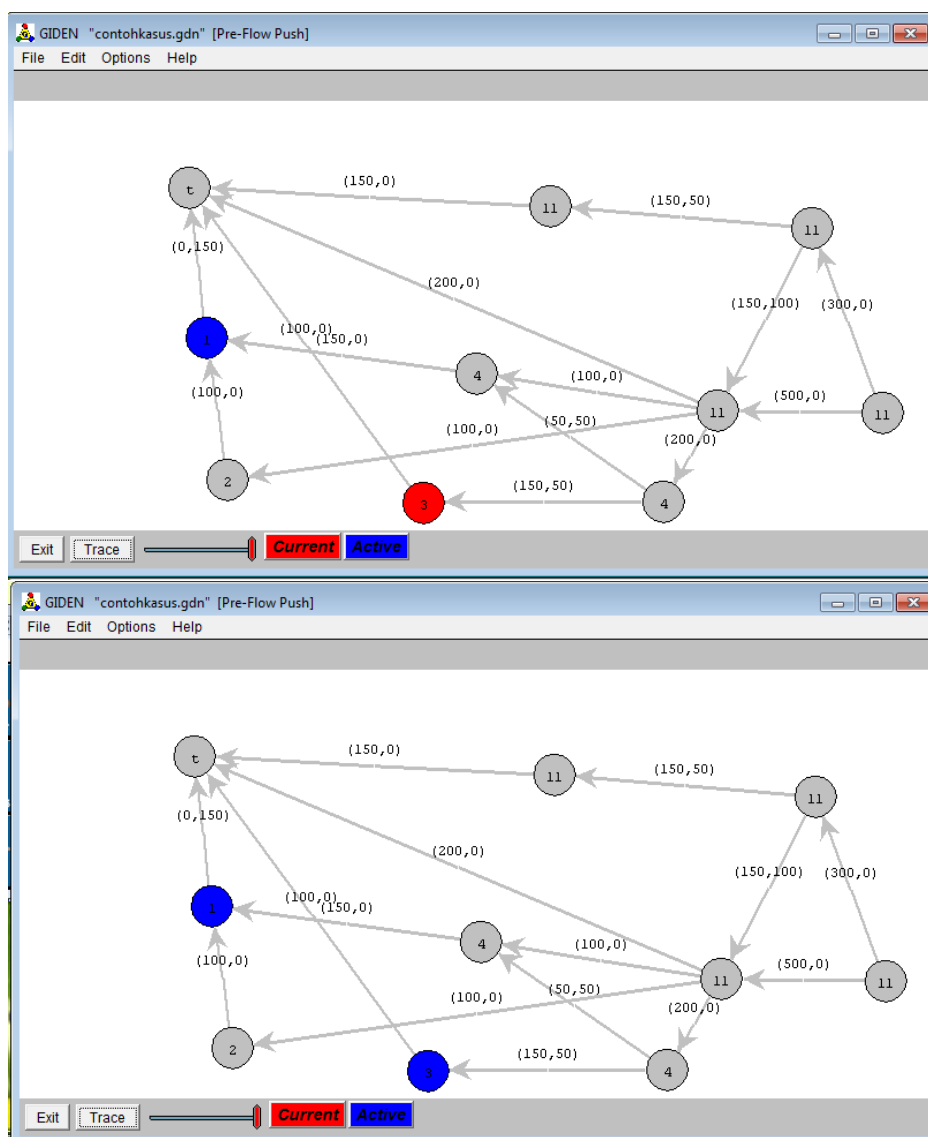
(1) tingkatkan aliran $f(c, f)$ sebesar δ jika (c, f) busur maju:

$$f(c, f) = 100 + 50 = 150$$

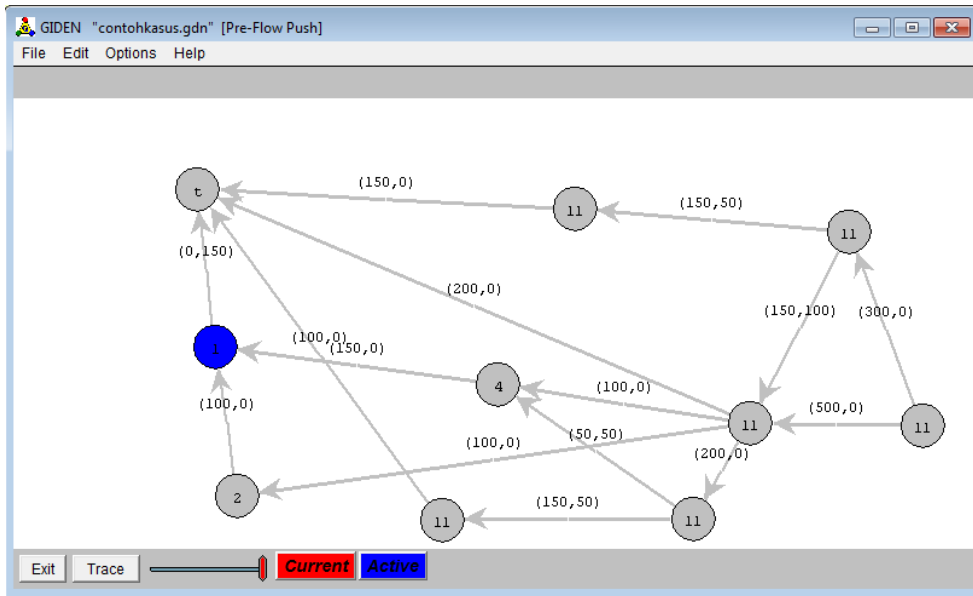
(2) turunkan $e(c)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(f)$ sebesar δ :

$$e(c) = 50 - 50 = 0$$

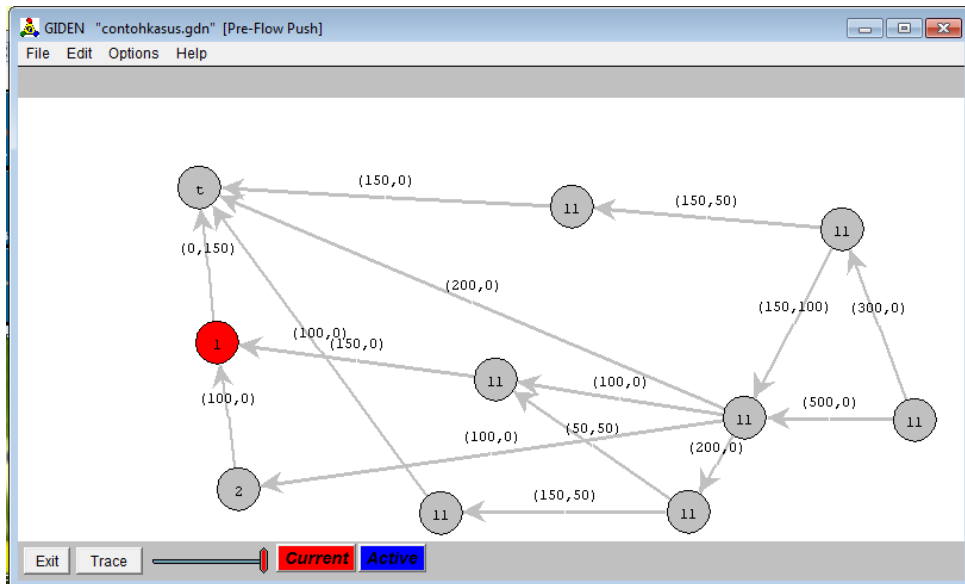
$$e(f) = 0 + 50 = 50.$$



Pilih titik f , dengan label $d(f) = 3$. Karena busur searah (f, t) sudah jenuh, maka pilih busur balik yang terkait dengan titik f yaitu busur (f, c) yang tak jenuh dan ganti label dengan label tertinggi $d(f) = 11$ serta $d(c) = 11$.



Pilih titik e , dengan label $d(e) = 4$. Karena busur searah (e, h) sudah jenuh, maka ganti label dengan label tertinggi $d(e) = 11$.



Iterasi 15

Pilih titik aktif h , karena $e(h) = 250$, dan $d(h) = 1$.

Busur (h, t) memenuhi syarat $d(h) = d(t) + 1$, maka busur maju (h, t) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(h), c_f(h, t)\} = \min\{250, 150\} = 150$

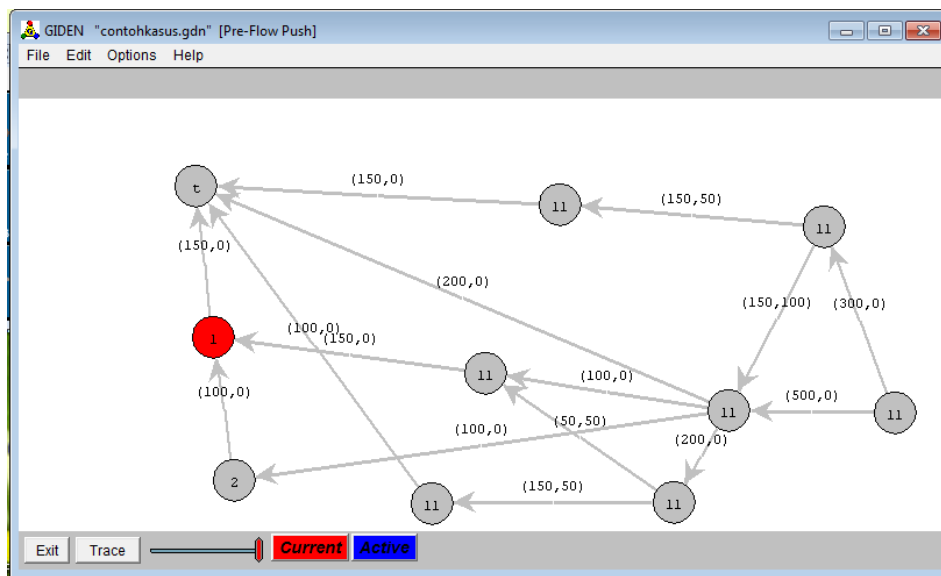
(1) tingkatkan aliran $f(h, t)$ sebesar δ jika (h, t) busur maju:

$$f(h, t) = 0 + 150 = 150$$

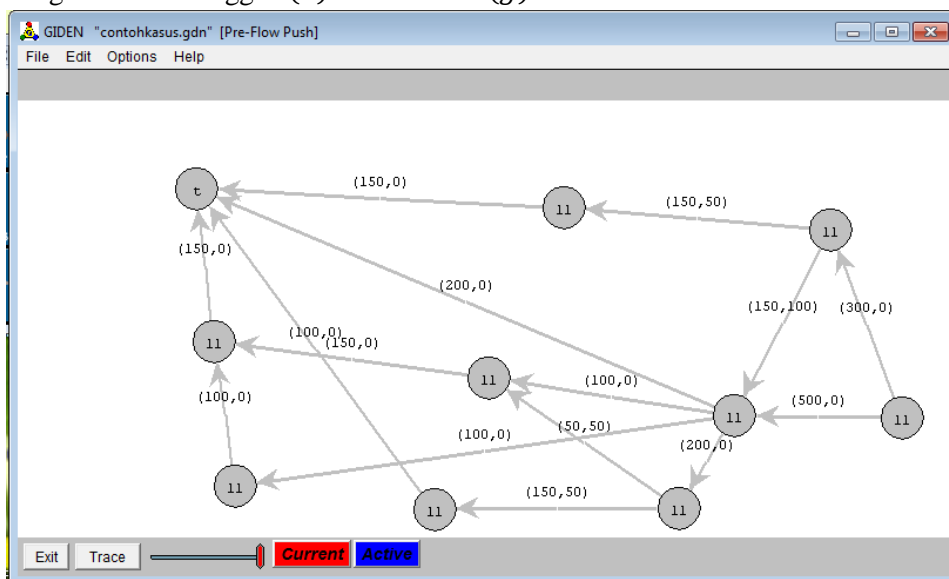
(2) turunkan $e(h)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(t)$ sebesar δ :

$$e(h) = 250 - 150 = 100$$

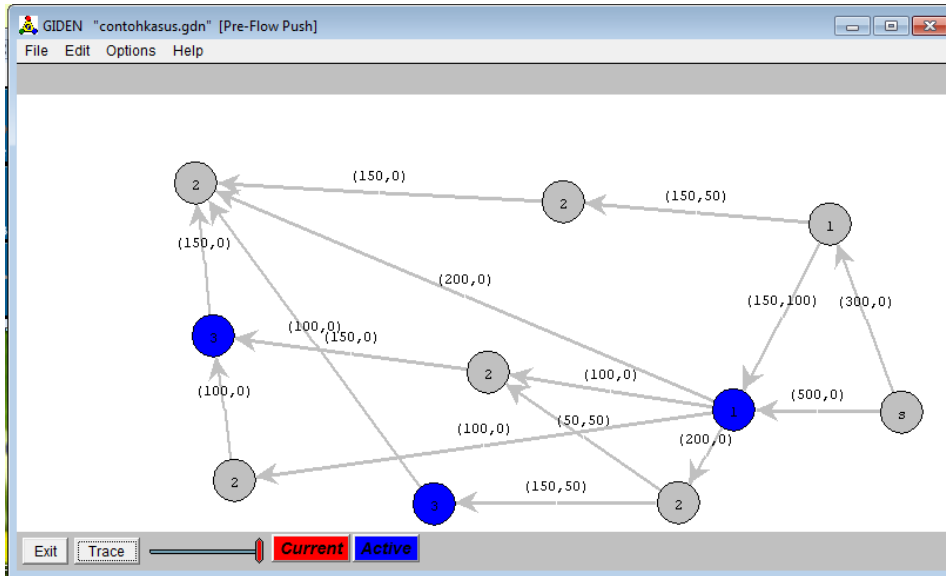
$$e(t) = 450 + 150 = 600.$$



Pilih titik h , dengan label $d(h) = 1$. Karena busur searah (h, t) sudah jenuh, maka pilih busur balik yang terkait dengan titik h yaitu busur (h, g) yang tak jenuh dan ganti label dengan label tertinggi $d(h) = 11$ serta $d(g) = 11$.



Ketika semua titik sudah terlabel dengan label tertinggi, lakukan operasi *push* dan *relabel* balik, dari titik t ke titik s , dengan pelabelan jarak sebagai berikut.



Iterasi 16

Pilih titik aktif f , karena $e(f) = 50$, dan $d(f) = 3$.

Busur (f, c) memenuhi syarat $d(f) = d(c) + 1$, maka busur balik (f, c) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(f), c_f(f, c)\} = \min\{50, 150\} = 50$

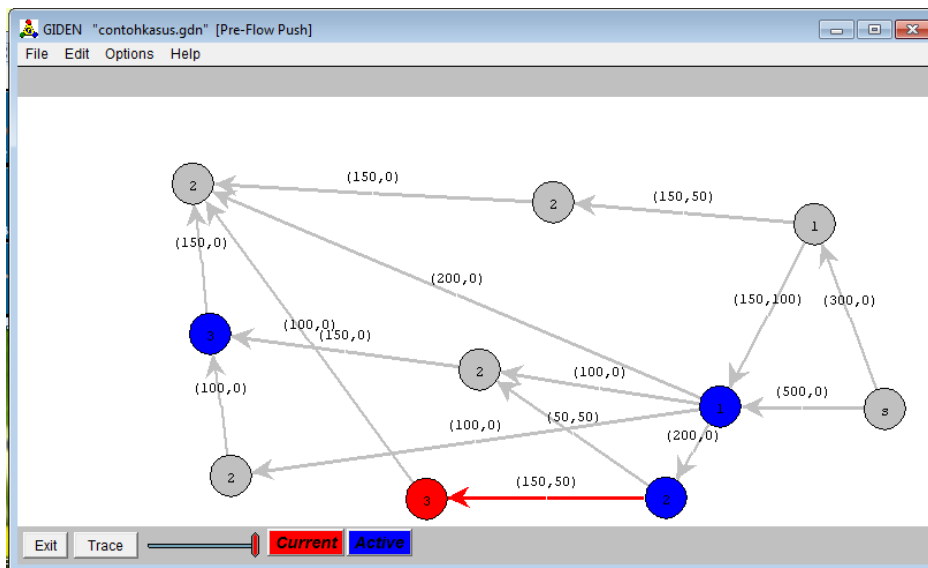
(1) turunkan aliran $f(c, f)$ sebesar δ jika (f, c) busur balik:

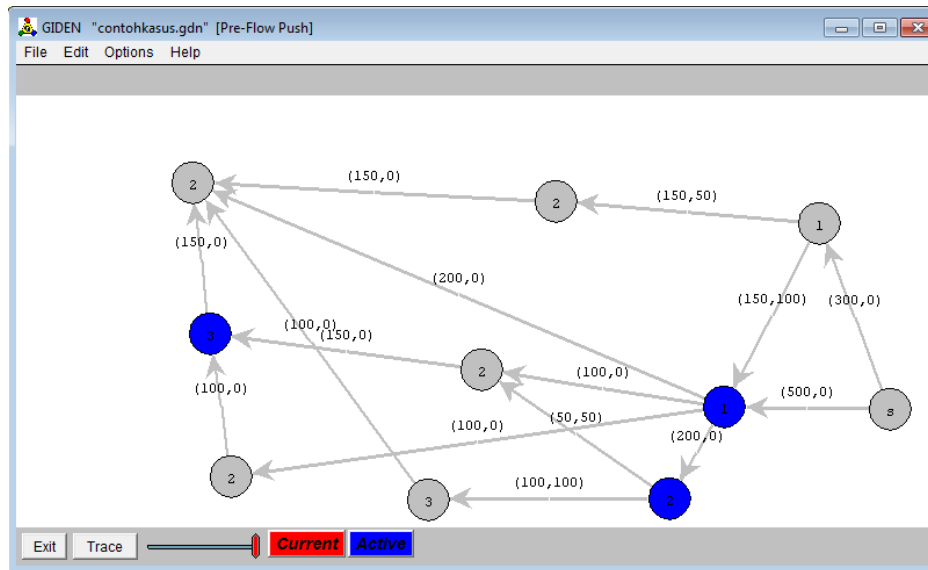
$$f(c, f) = 150 - 50 = 100$$

(2) turunkan $e(f)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(c)$ sebesar δ :

$$e(f) = 50 - 50 = 0$$

$$e(c) = 0 + 50 = 50.$$





Iterasi 17

Pilih titik aktif h , karena $e(h) = 100$, dan $d(h) = 3$.

Busur (h, g) memenuhi syarat $d(h) = d(g) + 1$, maka busur balik (h, g) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(h), c_f(h, g)\} = \min\{100, 100\} = 100$

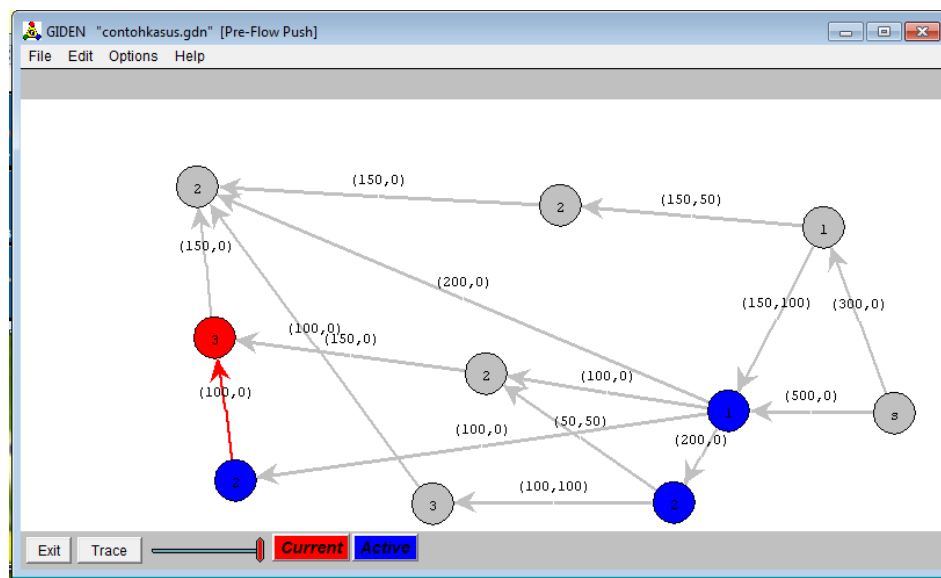
(1) turunkan aliran $f(g, h)$ sebesar δ jika (h, g) busur balik:

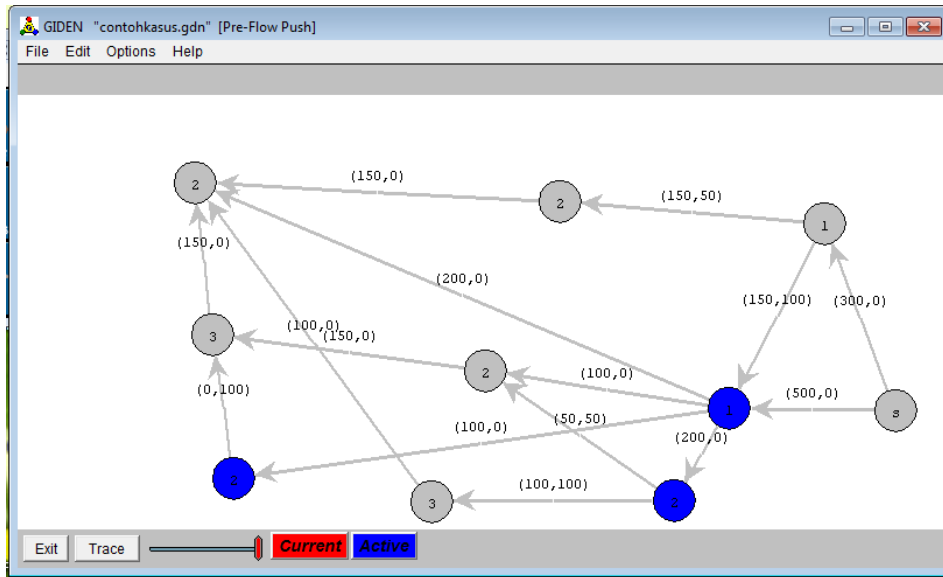
$$f(g, h) = 100 - 100 = 0$$

(2) turunkan $e(h)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(g)$ sebesar δ :

$$e(h) = 100 - 100 = 0$$

$$e(g) = 0 + 100 = 100.$$





Iterasi 18

Pilih titik aktif c , karena $e(c) = 50$, dan $d(c) = 2$.

Busur (c, b) memenuhi syarat $d(c) = d(b) + 1$, maka busur balik (c, b) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(c), c_f(c, b)\} = \min\{50, 200\} = 50$

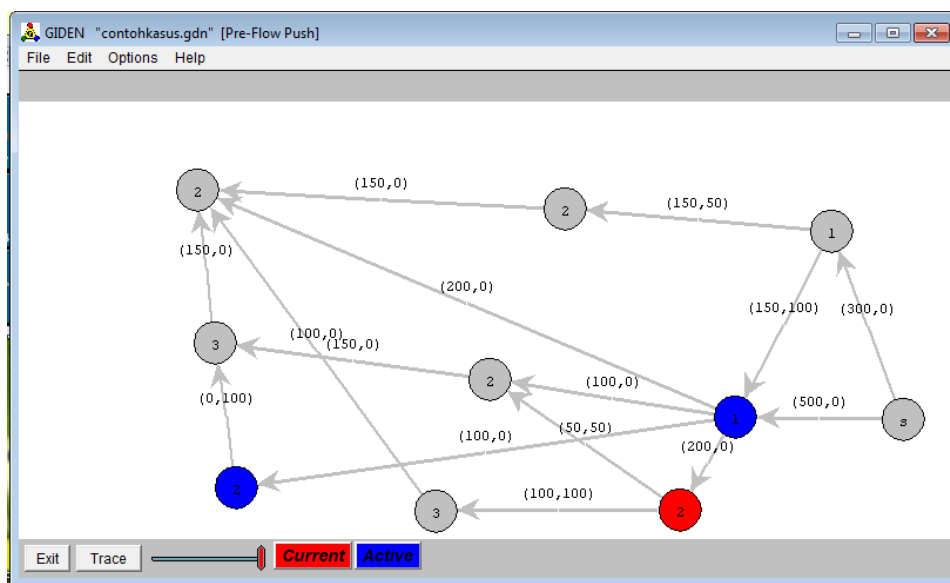
(1) turunkan aliran $f(b, c)$ sebesar δ jika (c, b) busur balik:

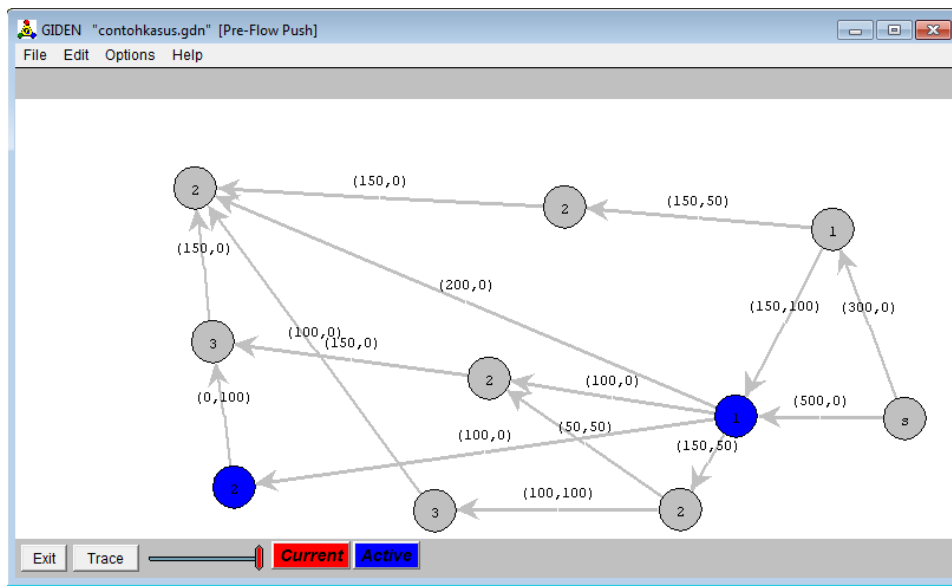
$$f(b, c) = 200 - 50 = 150$$

(2) turunkan $e(c)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(b)$ sebesar δ :

$$e(c) = 50 - 50 = 0$$

$$e(b) = 50 + 50 = 100.$$





Iterasi 19

Pilih titik aktif g , karena $e(g) = 100$, dan $d(g) = 2$.

Busur (g, b) memenuhi syarat $d(g) = d(b) + 1$, maka busur balik (g, b) *admissible*, maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(g), c_f(g, b)\} = \min\{100, 100\} = 100$

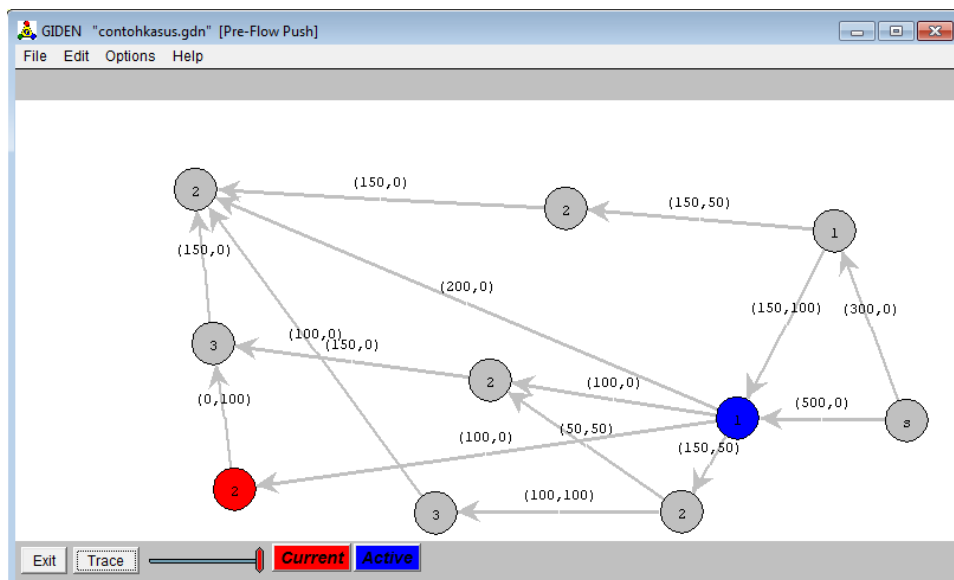
(1) turunkan aliran $f(b, g)$ sebesar δ jika (g, b) busur balik:

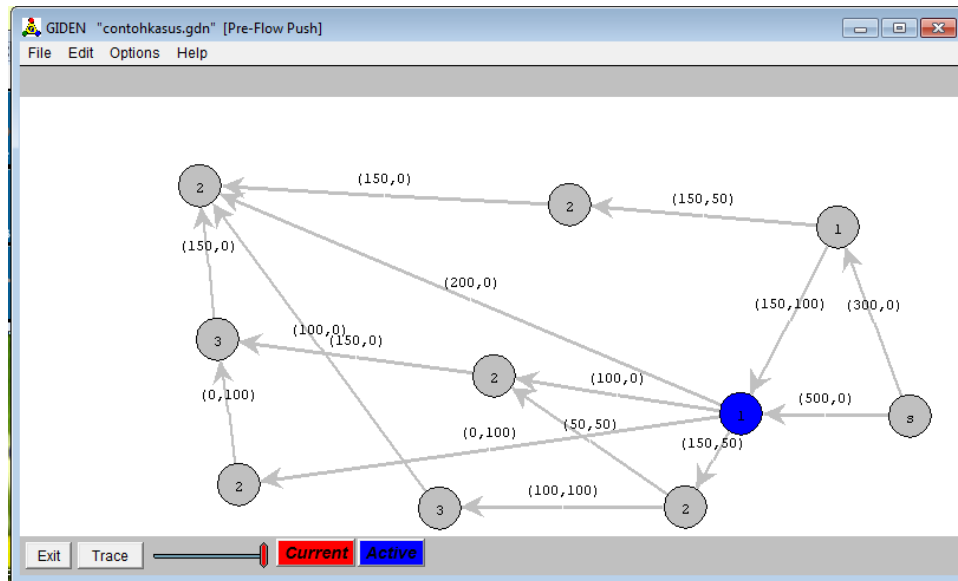
$$f(b, g) = 100 - 100 = 0$$

(2) turunkan $e(g)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(b)$ sebesar δ :

$$e(g) = 100 - 100 = 0$$

$$e(b) = 100 + 100 = 200.$$





Iterasi 20

Pilih titik aktif b , karena $e(b) = 200$, dan $d(b) = 1$.

Busur (b, s) memenuhi syarat $d(b) = d(s) + 1$, maka busur balik (b, s) *admissible*,

maka lakukan *push*: $\delta = \min\{e(b), c_f(b, s)\} = \min\{200, 500\} = 200$

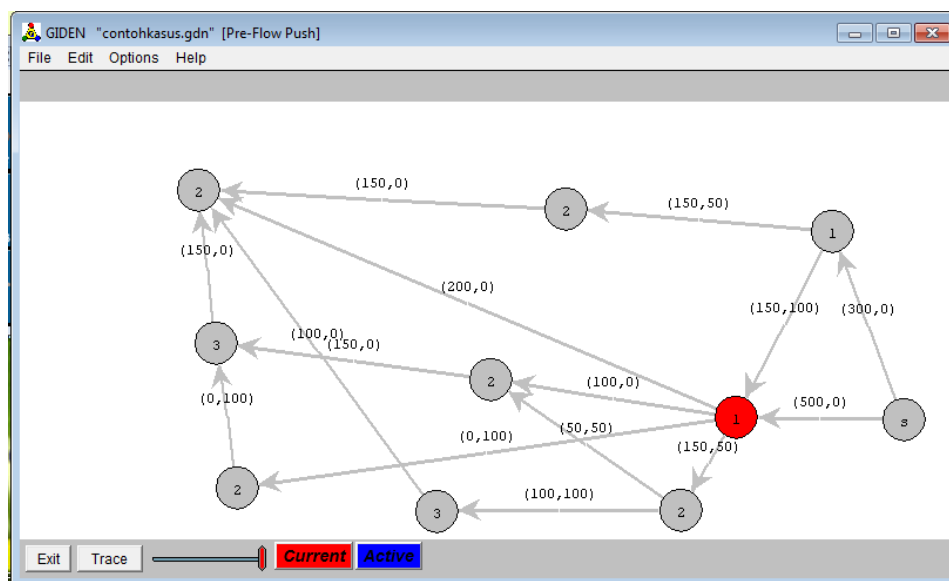
(1) turunkan aliran $f(s, b)$ sebesar δ jika (b, s) busur balik:

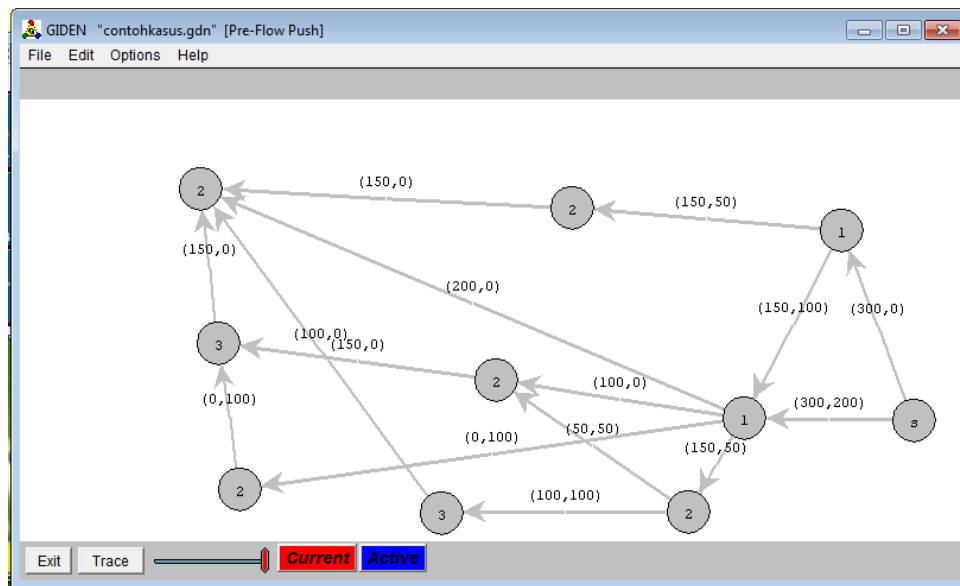
$$f(s, b) = 500 - 200 = 300$$

(2) turunkan $e(b)$ sebesar δ dan tingkatkan $e(s)$ sebesar δ :

$$e(b) = 200 - 200 = 0$$

$$e(s) = 0 + 200 = 200.$$





Karena sudah tidak ada titik yang aktif, maka algoritma ini berhenti.

Diperoleh aliran maksimum sebesar 600 dan pemutus- (s, t) minimum sebesar 600.

