EFISIENSI RELATIF ESTIMATOR FUNGSI KERNEL GAUSSIAN TERHADAP ESTIMATOR POLINOMIAL DALAM PERAMALAN USD TERHADAP JPY

skripsi

disajikan sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

DEDEH KURNIASIH

4150406003

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2013

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 29 Juli 2013

Dedeh Kurniasih

4150406003

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial Dalam Peramalan USD Terhadap JPY

Disusun oleh

Dedeh Kurniasih

4150406003

telah dipertahankan di hadapan Sidang Panitia Ujian Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang pada tanggal 23 Juli 2013.

Panitia:

Ketua	Sekretaris
<u>Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.</u>	<u>Drs. Arief Agoestanto, M.Si.</u>
196310121988031001	196807221993031005

Ketua Penguji

<u>Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc.</u>

198208182006042001

Anggota Penguji/ Pembimbing Utama	Anggota Penguji/ Pembimbing Pendamping
<u>Dr. Scolastika Mariani, M.Si.</u>	<u>Drs. Sugiman, M.Si.</u>
196502101991022001	196401111989011001

MOTTO PERSEMBAHAN

MOTTO

- *"Sesungguhnya Allah SWT tidak akan mengubah nasib suatu kaum kecuali kaum itu sendiri yang mengubah apa-apa yang ada pada diri mereka" (QS.13:11)*
- *Kegagalan hanya terjadi, bila kita menyerah.*
- *Man Jadda Wajada*

Skripsi ini di persembahkan untuk:

1. *Kedua orang tua, adikku dan nenek kakekku: Ibu Carsiah,, Bpk. Sunandar, Meli Fitriyani, Kasminah dan Suyono beserta Almh. Serah dan Alm. Samijaya yang tercinta dan tersayang karena berkat do'a, segala bantuannya serta semua fasilitasnya hingga bisa mengantarkan hingga bisa menyelesaikan skripsi ini.*
2. *Seseorang yang sudah memberikan semangat dan Do'a.*
3. *Sahabat-sahabat kost Mimosa yang selalu memberi semangat, sharing dan menemani hari-hari baik suka dan duka di kost selama ini.*
4. *Semua teman-teman yang tidak dapat disebutkan satu per satu.*
5. *Almamaterku.*

KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, karunia dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial Dalam Peramalan USD Terhadap JPY".

Skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu persyaratan guna memperoleh gelar sarjana pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak mungkin sukses tanpa adanya bantuan berbagai pihak, baik bantuan moril maupun materiil. Untuk ini penulis dengan rasa rendah hati mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum, Rektor Universitas Negeri Semarang (UNNES).
2. Prof. Dr. Wiyanto, M.Si, Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) UNNES.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si , Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNNES
4. Putriaji Hendikawati, S.Si., M.Pd., M.Sc., dosen penguji yang telah memberikan masukan, pengarahan, dan saran-saran dengan sabar, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Dr. Scolastika Maryani, M.Si, dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, motivasi, pengarahan, dan saran-saran dengan sabar, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

6. Drs. Sugiman, M.Si, dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, motivasi, pengarahan, dan saran-saran, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Karyawan TU Jurusan dan Fakultas yang telah membantu kebutuhan administrasi.
8. Ibu dan Bapak tercinta yang telah membimbing, mengasuh, membesarkan, memberikan semangat, dorongan, kasih sayang dan selalu memohonkan kepada-Nya demi kebahagiaan dan keberhasilan penulis.
9. Sahabat-sahabat yang telah membantu dan memberi semangat dalam menyelesaikan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna karena keterbatasan pengetahuan dan pengalaman yang penulis miliki. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan segala kritik dan saran yang lebih baik. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi para pembaca khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

Semarang, 29 Juli 2013

Penulis

ABSTRAK

Kurniasih, Dedeh. 2013 . *Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial Dalam Peramalan USD terhadap JPY*. Skripsi Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Semarang. Pembimbing I. Dr. Scolastika Mariani, M.Si. Pembimbing II. Drs. Sugiman, M.Si.

Kata kunci : Estimator Kernel, Fungsi Kernel Gaussian, Estimator Polinomial

Data kurs USD terhadap JPY pada pasar valuta asing merupakan data runtun waktu yang sering fluktuatif, sehingga menganalisisnya dapat menggunakan metode runtun waktu dan analisis regresi. Namun, banyak asumsi yang harus dipenuhi. Oleh karena itu, alternatif lainnya adalah dengan menggunakan analisis regresi nonparametrik yaitu estimator kernel. Estimator Kernel adalah salah satu metode yang cukup efektif untuk mengestimasi data yang memiliki fluktuasi dan yang sulit diprediksi bentuknya. Dalam estimator kernel terdapat bandwith optimum yang diperoleh dengan meminimumkan MISE. Macam-macam fungsi kernel: Epanechnikov, Quartic, Triangular, Gaussian, Uniform, Triweight, dan Cosines. Fungsi kernel Gaussian lebih mudah dalam perhitungan dan penggunaannya serta lebih sering digunakan sedangkan fungsi kernel yang lain perlu memasukkan syarat dalam pengerjaannya. Salah satu ciri estimator yang baik yaitu memiliki MSE terkecil dan sifat estimator yang efisien. Untuk mengetahui estimator mana model terbaik dan lebih efisien, harus ada estimator lain sebagai pembanding. Salah satunya adalah estimator polinomial.

Dalam penelitian ini dicari efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial, model terbaik dari kedua estimator berdasarkan MSE, serta peramalan USD terhadap JPY dengan menggunakan model terbaik. Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah sebagai berikut: Menemukan masalah, melakukan analisis data dan pemecahan masalah. Kemudian penarikan simpulan, yang berisikan hasil yang telah diperoleh dari penelitian dan pembahasan.

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil penelitian dan pembahasan menunjukan bahwa estimator fungsi kernel Gaussian lebih efisien dan merupakan model terbaik. Dengan efisiensi relatif diperoleh sebesar 0.000088, varians serta MSE estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil daripada estimator polinomial yaitu sebesar 0.00000886 dan 0.3867, sedangkan varians dan MSE estimator polinomial sebesar 0.10078 dan 0.3901. Model terbaik ini dapat digunakan untuk peramalan, hasil peramalan kurs USD terhadap JPY dengan model terbaik untuk periode ke-6 yaitu sebesar 82.60763461.

Berdasarkan kesimpulan di atas, penulis menyarankan agar menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian karena lebih efisien serta lebih baik dibandingkan estimator polinomial, dan dapat dikembangkan lagi dari sifat yang lain yaitu : tak bias dan konsisten.

DAFTAR ISI

Halaman

Halaman judul i

Pernyataan ii

Pengesahan iii

Persembahan iv

Kata Pengantar v

Abstrak vii

Daftar Isi viii

Daftar Gambar xii

Daftar Tabel xiii

Daftar Lampiran xiv

Bab 1 Pendahuluan 1

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Rumusan Masalah 6

1.3 Tujuan Penelitian 6

1.4 Manfaat Penelitian 7

1.5 Sistematika Penulisan Skripsi 7

Bab 2 LANDASAN TEORI 10

2.1 Pasar Valuta Asing 10

2.1.1 Pengertian Pasar Valuta Asing 10

2.1.2 Pelaku Valuta Asing 11

2.1.3 Kelebihan Valas (*Forex*) Dibandingkan Investasi Lain 14

2.2 Regresi Nonparametrik 15

2.3 Estimator (Penaksir) 17

2.3.1 Pengertian Estimator (Penaksir) 17

2.3.2 Macam - Macam Estimasi 17

2.3.3 Sifat atau Ciri Estimator yang Baik 18

2.4 Estimator Kernel 19

2.5 Fungsi Kernel 22

2.5.1 Definisi Fungsi Kernel 22

2.5.2 Macam - Macam Fungsi Kernel 23

2.5.3 Fungsi Kernel Gaussian 24

2.6 Deret 25

2.6.1 Taylor 25

2.6.2 Mac Laurin 26

2.7 Komponen dari Estimator Kernel 27

2.7.1 Mencari Bias $\widehat{f}(x)$ 28

2.7.2 Mencari Varians $\widehat{f}(x)$ 30

2.7.3 Meminimumkan MISE 31

2.7.4 Bandwith Optimal 34

2.8 *Means Square Error* 35

2.9 Fungsi Polinomial 36

2.9.1 Fungsi Konstan 36

2.9.2 Fungsi Linear 37

2.9.3 Fungsi Kuadrat 38

2.9.4 Fungsi Pangkat Tiga 40

2.9.4 Fungsi Pangkat n 40

2.10 Interpolasi 41

2.10.1 Interpolasi Linear 41

2.10.2 Interpolasi Kuadrat 42

2.10.3 Interpolasi Beda Terbagi Newton 43

2.11 Koefisien Determinasi $\left(R^2\right)$ 45

2.12 Peramalan 46

2.12.1 Pengertian Peramalan 46

2.12.2 Kegunaan Peramalan 46

2.12.3 Peramalan USD terhadap JPY 47

2.13 Maple 9 49

2.13.1 Pengertian Maple 49

2.13.2 Cara Menjalankan Maple 49

2.13.3 Aturan Dasar Operasi Matematika Dalam Maple 51

2.13.4 Macam-Macam Paket Maple 52

Bab 3 METODE PENELITIAN 54

3.1 Penemuan Masalah 54

3.2 Metode Pengumpulan Data 55

3.3 Analisis dan Pemecahan Masalah 55

3.3 Penarikan Simpulan 56

Bab 4 HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN 57

4.1 Hasil penelitian.. 57

4.1.1 Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap

Estimator Polinomial... 58

4.1.1.1 Estimator Fungsi Kernel Gaussian 58

4.1.1.2 Estimator Polinomial.. 69

4.1.1.3 Efisiensi Relatif 71

4.1.2 Model Terbaik Berdasarkan Nilai MSE... 74

4.1.3 Peramalan Dengan Menggunakan Model Terbaik............................ 75

4.2 Pembahasan... 76

Bab 5 PENUTUP.. 78

5.1 Simpulan 78

5.2 Saran 78

DAFTAR PUSTAKA 79

LAMPIRAN.. 81

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1 Kurva Beberapa Fungsi Kernel 24

Gambar 2.2 Fungsi Konstan.. 36

Gambar 2.3 Fungsi Linear... 37

Gambar 2.4 Cara Menyusun Fungsi Kuadrat.. 38

Gambar 2.5 Fungsi Kuadrat 39

Gambar 2.6 Fungsi Pangkat Tiga... 40

Gambar 2.7 Interpolasi Linear 42

Gambar 2.8 Scortcut Maple 9 50

Gambar 2.9 Tampilan Awal Maple 9.. 50

Gambar 2.10 Maple Bersifat Sensitif Terhadap Cara Penulisan..................... 52

Gambar 4.1 Perhitungan Deret Exp dengan Maple 65

Gambar 4.2 Hasil Pembilang 66

Gambar 4.3 Hasil Penyebut 66

Gambar 4.4 Estimasi Parameter.. 67

Gambar 4.5 Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian 68

Gambar 4.6 Persamaan Estimator Fungsi Kernel Gaussian............................ 69

Gambar 4.7 Hasil Persamaan Estimator Polinomial....................................... 71

Gambar 4.8 Varians $\widehat{\theta_1}$ 72

Gambar 4.9 Varians $\widehat{\theta_2}$ 73

Gambar 4.10 Hasil Efisiensi Relatif.. 74

Gambar 4.11 Hasil MSE Estimator Polinomial 75

Gambar 4.12 Hasil Peramalan... 76

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 2.1 Macam – Macam Fungsi Kernel 23

Tabel 2.2 Interpolasi Beda Terbagi Newton 44

Tabel 2.3 Perbedaaan Penulisan Biasa dengan Penulisan Maple 51

Tabel 4.1 Data Awal USD/JPY.. 57

Tabel 4.2 Data Rata – Rata USD/JPY.. 58

Tabel 4.3 Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian....................... 67

Tabel 4.4 Hasil Interpolasi Beda Terbagi Newton.................................. 69

Tabel 4.5 Varians $\widehat{\theta_1}$ 71

Tabel 4.6 Varians $\widehat{\theta_2}$ 72

Tabel 4.7 Hasil MSE Estimator Polinomial.. 74

Tabel 4.8 Hasil Peramalan 76

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1 Grafik Data Awal Kurs USD/JPY 81

Lampiran 2 Grafik Data Rata-Rata Harian USD/JPY.................................. 82

Lampiran 3 Grafik Data Rata-rata USD/JPY... 83

Lampiran 4 Hasil *Bandwith* Optimal 84

Lampiran 5 Proses Menghitung Pembilang... 86

Lampiran 6 Proses Menghitung Penyebut 87

Lampiran 7 Proses MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian........................ 88

Lampiran 8 Grafik Estimator Fungsi Kernel Gaussian................................ 90

Lampiran 9 Proses Menghitung Estimator Polinomial 91

Lampiran 10 Grafik Estimator Polinomial.. 93

Lampiran 11 Varians Estimator Fungsi Kernel Gaussian $(\widehat{\theta_1})$ 94

Lampiran 12 Varians Estimator Polinomial $(\widehat{\theta_2})$ 98

Lampiran 13 Proses MSE Estimator Polinomial 100

Lampiran 14 Grafik Rata-Rata USD/JPY Setelah Peramalan 102

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era globalisasi saat ini mata uang tidak hanya sebagai alat pembayaran, melainkan sudah semacam komoditas yang bisa diperdagangkan. Perdagangan mata uang ini sering disebut sebagai perdagangan valuta asing, selanjutnya disebut valas. Kini banyak bermunculan para investor atau pemain valas, baik itu perorangan maupun atas nama perusahaan yang melakukan bisnis perdagangan valas. Hal ini didasari suatu anggapan bahwa membeli valas dengan nilai rendah dan kemudian menjualnya saat nilai tukar valas tersebut sedang tinggi. Dengan adanya perdagangan valuta asing, maka akan terbentuk sebuah pasar valuta asing. Pasar valuta asing ini merupakan mekanisme pertukaran satu mata uang terhadap mata uang negara lainnya dengan tujuan untuk mendapatkan keuntungan (*profit*) dari perbedaan atau selisih nilai kurs mata uang.

Di dalam pasar valas, nilai mata uang suatu negara dibandingkan dengan negara lainnya. Fluktuasi atau pergerakan nilai tersebut mengalami perubahan setiap saat, bahkan kadang kala perubahan terjadi dalam hitungan per-detik. Fluktuasi yang terjadi biasa terbagi menjadi dua (*www.gainscope.com*) pertama, fluktuasi atau pergerakan naik yang mengindikasikan adanya penguatan nilai tukar suatu mata uang terhadap mata uang negara lain. Kedua pergerakan turun yang mengindikasikan melemahnya nilai tukar suatu mata uang terhadap mata uang negara lain. Terjadinya perubahan atau fluktuasi dalam pasar valas tersebut menyebabkan para pemain valas (*investor*) perlu mencermati pasar valas dalam proses menentukan posisi beli atau jual.

Pada umumnya, mata uang yang diperdagangkan dalam pasar valas adalah mata uang yang berasal dari negara-negara yang memiliki perekonomian bagus dan kuat, yang nilai mata uang dan tingkat inflasinya rendah, serta keadaan politiknya stabil seperti AUSTRALIA, USA, EROPA, INGGRIS, JEPANG, dan SWISS. Australia terkenal dengan komiditas emas dan logam. USA dan negara-negara Eropa terkenal dengan perekenomiannya yang maju. Jepang terkenal dengan teknologi elektronik dan otomotif. Dengan indikator di atas, biasanya perdagangan dalam pasar valas memasangkan mata uang negara- negara tersebut untuk diperdagangkan. Alasan itu sendiri karena mata uang tersebut relatif stabil dan pergerakannya tidak terlalu tajam, dan lagi mata uang negara inilah yang akan mempengaruhi pergerakan ekonomi dunia.

Menurut penelitian yang dilakukan oleh *Bank for Internasional Settlement* (BIS), produk yang paling sering diperdagangkan adalah EUR/USD - 28 %, USD/JPY - 18 %, GBP/USD - 14 % dan mata uang US dollar "terlibat" dalam 89% dari transaksi yang dilakukan, kemudian diikuti oleh mata uang Euro (37%), Yen (20%) dan Pound Sterling (17%).

Data kurs mata uang yang sering fluktuatif apabila dianalisis dengan menggunakan runtun waktu ditemukan banyak permasalahan karena adanya asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Selain dapat dianalisis dengan menggunakan analisis runtun waktu, dapat juga dianalisis dengan menggunakan analisis regresi.

Analisis regresi merupakan salah satu teknik analisis data dalam statistika yang paling banyak digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel-variabel prediktor (X) dengan variabel responnya (Y). Pendekatan yang digunakan untuk mengestimasi analisis regresi ada dua jenis, yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik. Pada regresi parametrik ditemukan permasalahan karena adanya asumsi-asumsi yang harus dipenuhi atau apabila semua asumsi tidak terpenuhi akan menghasilkan error yang besar. Sehingga perlu digunakan analisis yang tidak ada asumsi-asumsi yang harus dipenuhi, salah satunya adalah regresi nonparametrik.

Model regresi nonparametrik secara matematis dapat ditulis:

(1)

$$\hat{y} = m(x) + \varepsilon$$

keterangan:

y : Variabel *respon*

$m(x)$: Fungsi regresi nonparametrik yang membuat variabel *prediktor*

ε : Faktor gangguan yang tidak dapat dijelaskan oleh model yang disebut dengan *error*, yang diasumsikan sebagai variabel random dengan mean nol, variansi σ^2.

Beberapa teknik pendekatan dalam regresi nonparametrik yang dapat digunakan sangat cepat dan mudah perhitungannya salah satunya regresi kernel (Wolbreg, 2000:20). Regresi kernel adalah teknik statistika nonparametrik untuk mengestimasi fungsi regresi $m(x)$ pada model regresi nonparametrik (1).

Metode regresi nonparametrik kernel dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan permasalahan data yang fluktuatif dikarenakan pada regresi nonparametrik tidak diperlukan asumsi-asumsi khusus yang harus dipenuhi. Metode ini juga digunakan untuk mengestimasi fungsi regresi yang sulit diprediksi bentuknya. Di samping itu, dibandingkan dengan estimator deret Fourier, estimator kernel lebih efektif karena mempunyai laju penurunan MISE yang lebih cepat menuju nol dari MISE deret Fourier (Suparti dan Sudargo, 2005:1).

Dalam estimator kernel terdapat *bandwith*, dimana *bandwith* dari kernel adalah parameter bebas yang menunjukan pengaruh yang kuat pada perkiraan yang dihasilkan. Jika *bandwith* terlalu kecil akan menyebabkan kurva masih terlalu halus sedangkan jika *bandwith* terlalu besar maka kurvanya terlalu kasar, Jadi *bandwith* yang diperoleh harus optimal. Salah satu cara untuk mendapatkan *bandwith* yang optimal adalah dengan meminimalkan *Mean Integrated Square Error* (MISE).

Dalam statistik, rata-rata kuadrat kesalahan terpadu (MISE) digunakan dalam estimasi kepadatan. MISE dari perkiraan kepadatan probabilitas diketahui diberikan oleh

(2)

$$MISE(\hat{f}) = E\int \left(\hat{f}(x) - f(x)\right)^2 dx$$

Dimana f adalah densitas yang diketahui sedangkan E menunjukkan nilai yang diharapkan sehubungan dengan sampel itu. dua komponen yang tidak terpisahkan dari MISE yaitu bias $\widehat{f}(x)$ dan varians $\widehat{f}(x)$. Dari persamaan itulah rumus *bandwith* optimal diperoleh.

Estimator kernel memiliki beberapa fungsi, diantaranya kernel Uniform, Triangle, Epanechnikov, Gaussian, Kuartik dan Cosinus (Hardle, 1994:166). Dalam penelitian ini digunakan salah satu dari fungsi tersebut yaitu fungsi kernel Gaussian. Bentuk umum fungsi kernel Gaussian adalah sebagai berikut:

(3)

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{1}{2}(-u^2)\right) \text{ dengan } u = \frac{x-x_i}{h}, x \in [-\infty, \infty]$$

keterangan:

x_i = Variabel prediktor

h = *Bandwith*

Fungsi kernel Gaussian lebih mudah dalam perhitungan dan penggunaannya serta lebih sering digunakan sedangkan fungsi kernel yang lain perlu memasukkan syarat dalam pengerjaannya.

Salah satu ciri model dan estimator yang baik yaitu memiliki MSE terkecil dan sifat estimator yang efisien. Untuk mengetahui estimator mana yang merupakan lebih efisien dan model terbaik, harus ada estimator lain sebagai pembanding. Salah satunya adalah estimator polinomial.

Untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan kerugian, maka perlu dilakukan suatu teknik peramalan (*forecasting*). Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan berikutnya. Menurut Aydin (2007:254) Peramalan regresi kernel itu sendiri berasal dari mengestimasikan fungsi regresi pada x_i yang diperoleh dari nilai y_i, dimana nilai di dalam y_i, diproduksi oleh fungsi kernel Gaussian.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam skripsi ini akan dibahas tentang Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial Dalam Peramalan USD Terhadap JPY.

1.2 Rumusan Masalah

Dari pemaparan latar belakang di atas, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial?
2. Bagaimana perbandingan MSE estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial?
3. Bagaimana peramalan USD terhadap JPY dengan menggunakan model terbaik?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah

1. Menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial untuk menganalisis data kurs USD/JPY yang fluktuatif
2. Mengetahui bagaimana efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator Polinomial.
3. Membandingkan nilai MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial untuk memperoleh model terbaik.
4. Melakukan peramalan kurs USD/JPY dengan menggunakan model terbaik.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan akan memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

   Memperkaya berbagai pengetahuan yang telah diterima di perkuliahan serta memberikan sumbangan bagi perkembangan ilmu.

2. Bagi Pembaca

   Diharapkan dapat dijadikan sumbang saran bagi pembaca yang akan melakukan penelitian dengan menggunakan estimator kernel. Serta dapat memberikan gambaran tentang permodelan statistik pada nilai tukar mata uang

1.5 Sistematika Penyusunan Skripsi

Sistematika penulisan skripsi ini secara garis besar terbagi menjadi tiga bagian yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir skripsi.

a. Bagian awal skripsi

Bagian awal skripsi meliputi halaman sampul, halaman judul, pernyataan keaslian tulisan, motto dan persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, dan daftar lampiran.

b. Bagian isi skripsi

Bagian isi skripsi secara garis besar terdiri dari lima bab, yaitu sebagai berikut.

BAB 1 PENDAHULUAN

Berisi latar belakang , permasalahan, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

BAB 2 LANDASAN TEORI

Berisi konsep-konsep yang dijadikan landasan teori, yaitu sebagai berikut: Pasar Valuta Asing, Regresi Nonparametrik, Estimator (Penaksir), Estimator Kernel, Fungsi Kernel, Deret (Taylor Dan Mac Laurin), Komponen Estimator Kernel, MSE, Fungsi Polinomial, Interpolasi, Koefisien Determinasi, Peramalan, dan Maple 9.

BAB 3 METODE PENELITIAN

Dikemukakan metode penelitian yang berisi langkah-langkah yang ditempuh untuk memecahkan masalah yaitu: penemuan masalah, kajian pustaka, analisis dan pemecahan masalah, penarikan simpulan.

BAB 4 HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Dikemukan hasil penelitian dan pembahasan yang berisi pembahasan dari permasalahan yang berkaitan dengan efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial dan peramalan USD terhadap JPY dengan menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian dengan bantuan *software* Maple.

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

Bagian penutup meliputi simpulan dan saran. Simpulan merupakan hasil pembahasan bab-bab sebelumnya yang mencerminkan hasil penelitian. Saran berupa anjuran atau rekomendasi.

c. Bagian akhir skripsi

Bagian akhir skripsi meliputi daftar pustaka dan lampiran-lampiran dari pembahasan yang telah dilakukan serta yang mendukung penulisan skripsi

BAB 2

LANDASAN TEORI

2.1 Pasar Valuta Asing

2.1.1 Pengertian Pasar Valuta Asing

Pasar valuta asing (*foreign exchange market*, *forex*) atau disingkat valas merupakan suatu jenis perdagangan atau transaksi yang memperdagangkan nilai kurs mata uang suatu negara terhadap mata uang negara lainnya (pasangan mata uang/*pair*) yang melibatkan pasar-pasar uang utama di dunia selama 24 jam secara berkesinambungan (*www.wikipedia.org*).

Tempat bertemunya penawaran dan permintaan valuta asing disebut dengan Bursa Valuta Asing atau *Foreign Exchange Market*. Pasar valas adalah pasar yang memfasilitasi pertukaran valuta untuk mempermudah transaksi-transaksi perdagangan dan keuangan internasional. Pengertian sederhana dari pasar valas adalah perdagangan mata uang (*valuta*) suatu negara dengan mata uang negara lainnya. Sedangkan tarif dari pertukaran mata uang ini disebut juga dengan *Foreign Exchange Rate* di Indonesia dikenal dengan Kurs Valas.Transaksi di valuta asing dapat dilakukan dengan cara dua arah dalam mengambil keuntungannya. Seseorang dapat membeli dahulu (*open buy*), lalu ditutup dengan menjual (*sell*) ataupun sebaliknya, melakukan penjualan dahulu, lalu ditutup dengan membeli.

Kurs valuta asing adalah nilai di mana mata uang suatu negara ditukarkan satu sama lain (Diulio, 1990:282). Contohnya jika diperlukan \$1,50 untuk membeli ¥2, maka kurs dollar Amerika Serikat terhadap yen Jepang adalah 0,75 (\$1,50/¥2,00=0,75). Nilai tukar yen Jepang adalah 1,33 (¥2,00/\$1,50=1,33). Dollar Amerika adalah pusat bagian dari pasar forex dan biasanya dianggap sebagai “dasar’ tawar menawar mata uang. Di dalam “yang utama” termasuk USD/JPY, USD/CHF dan USD/CAD. Sementara itu, Jepang adalah salah satu negara dari benua asing yang cukup dipandang paling stabil baik dari sisi teknologi, perekonomian, perdagangan dan paling aktif dipasar valuta asing.

Fluktuasi kurs nilai tukar mata uang dalam pasar valuta asing biasanya disebabkan oleh gejolak aktual moneter sebagaimana juga halnya dengan ekspektasi pasar terhadap gejolak moneter yang disebabkan oleh perubahan dalam pertumbuhan Produk Domestik Bruto (PDB/GDP), inflasi, suku bunga, rancangan anggaran dan defisit perdagangan atau surplus perdagangan, penggabungan dan akuisisi serta kondisi makro ekonomi lainnya. Berita utama selalu dipublikasikan untuk umum, sehingga banyak orang dapat mengakses berita tersebut pada saat yang bersamaan. Namun bank di negara yang besar seperti Amerika serikat dan Jepang memiliki nilai lebih yang penting karena mereka dapat melihat arus pergerakan mata uang dari nasabahnya.

2.1.2 Pelaku Valuta Asing

Pergerakan nilai valuta asing atau yang dikenal dengan fluktuasi yang selalu berubah-ubah dari waktu ke waktu karena hukum *demand* dan *supply* selalu melibatkan berbagai pelaku pasar yang mempunyai berbagai kepentingan. Pelaku pasar tersebut antara lain:

1. Perusahaan

Untuk meningkatkan daya saing dan menekan biaya produksi perusahaan selalu melakukan eksplorasi terhadap berbagai sumber-sumber daya yang baru dan yang lebih murah. Biasanya kita menyebut kegiatan ini dengan kegiatan impor. Perusahaan juga akan selalu melakukan kegiatan eksplorasi market untuk memperluas jaringan distribusi barang dan jasa yang telah di produksi oleh perusahaan tersebut yang pada akhirnya akan timbul pendapatan dalam mata uang lain. Biasanya kita menyebut kegitatan tersebut dengan ekspor. Karena ada kegiatan impor dan ekspor inilah perusahaan kadang memerlukan mata uang negara lain dengan jumlah yang cukup besar.

2. Individu

Masyarakat atau perorangan dapat melakukan transaksi valuta asing di sebabkan oleh beberapa faktor. Faktor yang pertama adalah kegiatan spekulasi, yaitu dengan memanfaatkan fluktuasi pergerakan nilai valuta asing untuk memperoleh keuntungan. Faktor kedua adalah kebutuhan konsumsi pada saat berada di luar negeri. Contoh saja ada sebuah keluarga yang melakukan perjalanan keluar negeri sebut saja negara Amerika. Pada saat mereka akan melakukan kegiatan konsumsi di Amerika maka mereka tidak bisa membayarnya dengan rupiah karena mata uang yang berlaku di Amerika adalah dollar Amerika, sehingga mereka mau tidak mau harus menukarkan uangnya terlebih dahulu ke dalam dollar Amerika. Contoh lainnya adalah seorang ayah yang akan membiayai sekolah anaknya di Australia maka sang ayah harus menukarkan uangnya kedalam bentuk Australian dolar terlebih dahulu.

3. Bank Umum.

Bank umum melakukan transaksi jual beli valas untuk berbagai keperluan antara lain melayani nasabah yang ingin menukarkan uangnya kedalam bentuk mata uang lain. Untuk memenuhi kewajibannya dalam bentuk valuta asing.

4. Pialang Pasar valas atau *Broker*.

Broker adalah perusahaan yang menjadi perantara terjadinya transaksi valuta asing. Mereka membantu kita untuk mencarikan pembeli ataupun penjual.

5. Pemerintah.

Pemerintah melakukan transaksi valuta asing untuk berbagai tujuan antara lain membayar hutang luar negeri, menerima pendapatan dari luar negeri yang harus di tukarkan lagi kedalam mata uang lokal.

6. Bank Sentral.

Di banyak negara bank sentral adalah lembaga independen yang bertugas menstabilkan mata uangnya. Biasanya bank sentral melakukan jual beli valuta asing dalam rangka menstabilkan nilai tukar mata uangnya yang biasa disebut dengan kegiatan intervensi.

7. *Spekulan dan Arbitraser*

Arbitraser adalah orang yang mengeksploitasi perbedaan kurs antar valas. Peran sertaSpekulan dan *arbitraser* dalam pasar valas semata-mata didorong oleh motif mengejar keuntungan. Mereka justru menuai laba dari fluktuasi drastis yang terjadi di pasar valas. Dengan kata lain, mereka tidak mempunyai transaksi bisnis atau komersial yang perlu dilindungi di pasar valas.

2.1.3 Kelebihan Valas (*Forex*) Dibandingkan Investasi Lain

Menurut Achadan (2013), kelebihan Valas (*Forex*) dibandingkan investasi lain antara lain:

a. Transaksi 24 Jam

Tidak seperti transaksi di pasar modal, pasar valas berjalan 24 jam sehari selama 5 hari dalam seminggu. Berikut ini adalah perkiraan jadwal pasar valas berdasarkan waktu lokal New York:

1) Pasar valas New York buka pada pukul 08:00;
2) Pasar valas Jepang dibuka pada pukul 19:00;
3) Singapura dan Hongkong dibuka pada pukul 21:00;
4) Pasar Eropa dibuka di Frankfurt pada pukul 02:00 dan satu jam kemudian pasar London dibuka;
5) Pasar valas Australia dimulai pada pukul 18:00.

b. Likuiditas

Banyaknya *broker/dealer* dalam pasar valas menjadikan pasar valas menjadi sangat likuid sekaligus bisa menjadikan harga menjadi lebih stabil. Dengan begitu, *trader* bisa membuka atau menutup posisi pada *fair market price*.

c. Rendahnya Biaya Transaksi

Biaya transaksi di pasar valas secara online tidak ada, namun hanya dikenakan biaya yang jumlahnya cukup beragam salah satu contohnya adalah biaya pada saat penarikan dana dari akun *forex*.

d. Keuntungan dari Kenaikan dan Penurunan Harga

Para trader dapat menarik keuntungan dari kenaikan harga yaitu selisih antara harga beli (*ask/offer*) dengan harga jual/harga penutupan (*bid*) pada pesanan beli (*buying order*). Sedangkan pada pesanan jual (selling order), keuntungan didapat dari selisih antara harga jual (*bid*) dengan harga beli/penutupan (*ask/offer*).

e. Marjin Perdagangan

Perdagangan dengan marjin dapat membuat daya beli *investor* melebihi jumlah modal yang dimiliki.

f. *Two way opportunities*

Anda dapat menghasilkan keuntungan 2 arah, ketika market naik atau pun ketika market turun. Hal ini tidak berlaku bagi investasi jenis lain (*one way opportunity*), sebagai contoh: saham.

g. *Fungsi Leverage* (daya ungkit/faktor pengali)

Dengan modal relatif kecil anda dapat menghasilkan keuntungan yang jauh lebih besar. Contoh : tanpa *leverage* anda hanya akan mendapatkan $0.01/*point* dengan modal $100. Tapi dengan *leverage* 1:100 maka anda dapat menghasilkan $1/*point* dengan modal yang sama ($100).

2.2 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik adalah salah satu bagian dari analisis regresi. Analisis regresi adalah analisis statistik yang mempelajari bagaimana membangun sebuah model fungsional dari data untuk dapat menjelaskan ataupun meramalkan suatu fenomena alami atas dasar fenomena yang lain.

Analisa regresi merupakan salah satu teknik statistik yang digunakan secara luas dalam ilmu pengetahuan terapan. Regresi di samping digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan antar peubah regresi, juga dapat dipergunakan untuk peramalan.

Menurut Eubank (1988) yang dikutip Fathurahman (2011:54) regresi nonparametrik merupakan suatu teknik analisis data dalam statistika yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon yang tidak diketahui bentuk fungsinya karena sebelumnya tidak ada informasi tentang bentuk fungsi tersebut dan hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu sehingga regresi nonparametrik sangat mempertahankan fleksibilitasnya.

Dalam banyak hal, pengamatan-pengamatan yang akan dikaji tidak selalu memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari uji-uji parametrik sehingga kerap kali dibutuhkan teknik-teknik inferensial dengan validitas yang tidak bergantung pada asumsi-asumsi yang kaku. Dalam hal ini, teknik-teknik dalam regresi nonparametrik memenuhi karena tetap valid walaupun tidak diperlukan pemenuhan asumsi kenormalan galat dan hanya berlandaskan asumsi-asumsi yang sangat umum. Dalam regresi nonparametrik bentuk kurva juga tidak diketahui, kurva regresi hanya diasumsikan termuat dalam suatu ruang fungsi yang berdimensi tak hingga dan merupakan fungsi mulus (*smooth*).

2.3 Estimator (Penaksir)

2.3.1 Pengertian Estimator (Penaksir)

Secara umum, parameter populasi akan diberi simbol θ. Jadi θ merupakan rata-rata μ, simpangan baku σ, proporsi π dan sebagainya. Jika θ yang tidak diketahui harganya, ditaksir oleh harga $\hat{\theta}$, maka $\hat{\theta}$ dinamakan penaksir (Sudjana, 2005:198).

Menurut Harinaldi (2005:127) estimator adalah setiap statistik (mean sampel, varians sampel, dan lain-lain) yang digunakan untuk mengestimasi sebuah parameter. Jadi, mean sampel ($\overline{x}$) adalah estimator bagi mean populasi (μ_x), persentase sampel (ρ) adalah estimator bagi persentase populasi (π) dan varians sampel (s^2) adalah estimator bagi varians populasi (σ^2).

Pengertian estimasi menurut Harinaldi (2005:127) adalah keseluruhan proses yang menggunakan sebuah estimator untuk menghasilkan sebuah estimate dari suatu parameter.

2.3.2 Macam-Macam Estimasi

Terdapat dua macam estimasi, yaitu:

a. Estimasi Titik

Sebuah estimasi titik (*point estimate*) dari sebuah parameter θ adalah suatu angka tunggal yang dapat dianggap sebagai nilai yang masuk akal bagi θ. Estimasi titik diperoleh dengan memilih statistik yang tepat dan menghitung nilainya dari data sampel. Statistik yang dipilih disebut estimator titik (*point estimator*) dan proses mengestimasi dengan suatu angka tunggal disebut sebagai estimasi titik (*point estimation*).

b. Estimasi Interval

Sebuah estimasi interval (*interval estimate*) dari sebuah parameter θ adalah suatu sebaran nilai-nilai yang digunakan untuk mengestimasi θ. Proses mengestimasi dengan suatu sebaran nilai-nilai ini disebut estimasi interval (*interval estimation*).

2.3.3 Sifat atau Ciri Estimator yang Baik

Sifat atau ciri estimator yang baik, yaitu:

a. Estimator yang tak bias

Estimator dikatakan tak bias jika dapat menghasilkan estimasi yang mengandung nilai parameter yang diestimasikan. Misalkan estimator $\hat{\theta}$ dikatakan estimator tak bias jika rata-rata semua harga $\hat{\theta}$ yang mungkin akan sama dengan θ.

b. Estimator yang efisien

Estimator dikatakan efisien jika hanya dengan rentang nilai estimasi yang kecil saja sudah cukup mengandung nilai parameter. Estimator bervarians minimum ialah estimator dengan varians terkecil diantara semua estimator untuk parameter yang sama. Jika $\widehat{\theta_1}$ dan $\widehat{\theta_2}$ dua estimator untuk θ dimana varians untuk $\widehat{\theta_1}$ lebih kecil dari varians untuk $\widehat{\theta_2}$ maka $\widehat{\theta_1}$ merupakan estimator bervarians minimum.

Dua estimator dapat dibandingkan efisiensi relatif (*relative efficiency*). Efisiensi relatif $\widehat{\theta_2}$ terhadap $\widehat{\theta_1}$ dirumuskan

(4)

$$R(\widehat{\theta_2}, \widehat{\theta_1}) = \frac{E\left(\widehat{\theta_1} - \widehat{\theta}\right)^2}{E\left(\widehat{\theta_2} - \widehat{\theta}\right)^2} = \frac{E\left(\widehat{\theta_1} - E\left(\widehat{\theta_1}\right)\right)^2}{E\left(\widehat{\theta_2} - E\left(\widehat{\theta_2}\right)\right)^2}$$

$$= \frac{Var\widehat{\theta_1}}{Var\widehat{\theta_2}}$$

$R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika R > 1, maka $\widehat{\theta_1}$ > $\widehat{\theta_2}$ artinya secara relatif $\widehat{\theta_2}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_1}$.

$R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika R < 1, maka $\widehat{\theta_1}$ < $\widehat{\theta_2}$ artinya secara relatif $\widehat{\theta_1}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_2}$.

(Ngaini, 2012:11).

c. Estimator yang konsisten

Estimator dikatakan konsisten jika sampel yang diambil berapapun besarnya, pada rentangnya tetap mengandung nilai parameter yang sedang diestimasi. Misalkan $\widehat{\theta}$ estimator untuk θ yang dihitung berdasarkan sebuah sampel acak berukuran *n*. Jika ukuran sampel *n* makin besar mendekati ukuran populasi menyebabkan $\widehat{\theta}$ mendekati $\widehat{\theta}$, maka $\widehat{\theta}$ disebut estimator konsisten.

2.4 Estimator Kernel

Estimator kernel merupakan pengembangan dari estimator histogram. Suatu histogram disusun dengan meletakkan titik-titik data ke dalam suatu bin atau kelas. Setiap bin dinyatakan secara grafik oleh segiempat dengan lebar sama dan tinggi proposional dengan banyaknya titik-titik data yang terletak dalam bin tersebut (Adisantoso, 2010:2).

Estimator kernel diperkenalkan oleh Rosenblatt (1965) dan Parzen (1962) sehingga disebut estimator densitas kernel Rosenblatt-Parzen

(Hardle,1994:32). Menurut Eubank (1999:155) estimator kernel merupakan estimator linier yang sama dengan estimator lainnya, perbedaannya hanya karena metode kernel lebih khusus dalam penggunaan metode *bandwith*.

Beberapa kelebihan estimator kernel adalah fleksibel, bentuk matematisnya mudah, dan dapat mencapai tingkat kekonvergenan yang relatif cepat (Budiantara.dan Mulianah, 2007:160).

Menurut Halim dan Bisono (2006:75) estimator kernel dibagi menjadi tiga macam, yaitu:

1. Nadaraya Watson Estimate

(5)

$$\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}$$

2. Priestley-Chao Estimate

(6)

$$\widehat{m}(x) = \frac{1}{h}\sum_{i=1}^{n}(x - x_{i-1})\, y_i K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

3. Gasser-Muller Estimate

(7)

$$\widehat{m}(x) = \frac{1}{h}\sum_{i=1}^{n} y_i \int_{s_{i-1}}^{s_i} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) dx$$

keterangan:

Y_i = Variabel respon

x_i = Variabel prediktor

K = Fungsi kernel

h = *Bandwith* atau *smoothing* parameter

$$s_0 = 0$$

$$s_i = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2}$$

$$i = 1, \dots, n-1 \; dan \; s_n = 1$$

Secara umum yang paling sering digunakan adalah estimator kernel Nadaraya-Watson seperti persamaan (5), yang terdapat fungsi bobot

(8)

$$\widehat{m}(x) = w_{hi}(x)\, y_i$$

$$w_{hi}(x) = \frac{\frac{1}{h} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}{\widehat{f_h}(x)} = \frac{K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}{\widehat{f_h}(x)}$$

fungsi ini tergantung pada kernel K. Dimana $\widehat{f_h}(x)$ adalah estimator densitas kernel

(9)

$$\widehat{f_h}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

sehingga

(10)

$$w_{hi}(x) = \frac{\frac{1}{h} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}{\frac{1}{h} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)} = \frac{K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}{\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}$$

akan menjadi

(11)

$$\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}$$

Kemudian dari persamaan (1) akan menjadi

(12)

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right)} + \varepsilon$$

2.5 Fungsi Kernel

2.5.1 Definisi Fungsi Kernel

Diasumsikan sampel yang yang digunakan adalah independen, $\hat{f}$ merupakan probabilitas densitas dan $\hat{f}$ akan mewarisi semua komponen milik kernel K. Untuk setiap x, $\hat{f}\,(x)$ dapat dianggap sebagai variabel random, karena setiap x bergantung pada observasi atau pengamatan $X_1, X_2, \cdots, X_n$ pengamatan berdistribusi dari distribusi kontinu. yang univarian dengan probabilitas fungsi densitas f, yang akan diestimasikan. Metodologi dasar dari perlakuan teoritis adalah mendiskusikan kedekatan dari pengestimasi $\hat{f}$ dengan densitas f yang sebenarnya dalam berbagai keadaan. $\hat{f}$ adalah pengestimasi untuk kernel dengan kernel K dan *bandwith*. Estimasi $\hat{f}$ bergantung pada data, kernel dan *bandwith*.

Definisi:

$k(u)$ dengan $u = \frac{x - x_i}{h}$ adalah sebuah fungsi kernel jika memenuhi sifat-sifat sebagai berikut:

a. non negatif $k(u) \geq 0$ untuk semua x

b. bernilai real $k(u): \Re \to \Re$ dimana $\int_{-\infty}^{\infty} k(u) du = 1$

c. momen kernel dimana $k_j(k) = \int_{-\infty}^{\infty} u^j\, k(u) du$

d. simetri dimana $k(u) = k(-u)$ untuk semua u

(Hansen,2009:2)

Kriteria pemilihan fungsi kernel yang baik berdasarkan pada resiko kernel minimum yang dapat diperoleh dari kernel optimal atau variansi minimum.

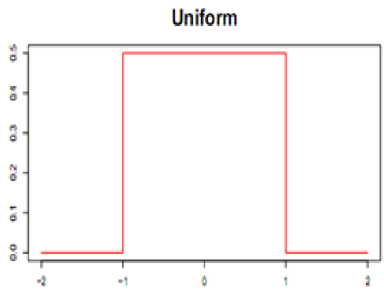
2.5.2 Macam-Macam Fungsi Kernel

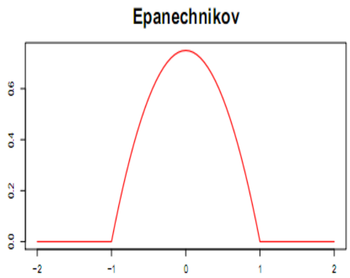
Menurut Hardle (1994:166) dan Sukarsa (2012:21) macam-macam fungsi kernel dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

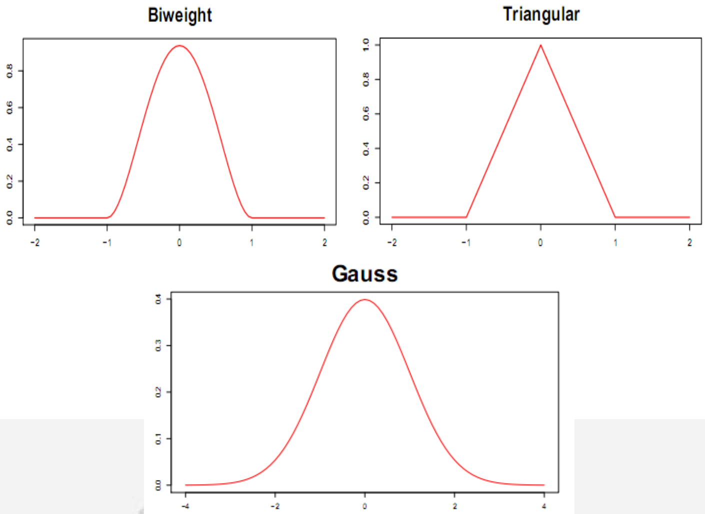
Tabel 2.1: Macam-macam fungsi kernel

Kernel	$K(u)$
Epnechnikov	$\frac{3}{4}(1-u^2)I(\|u\| \le 1)$
Quartic	$\frac{15}{16}(1-u^2)^2 I(\|u\| \le 1)$
Triangular	$(1-\|u\|)I(\|u\| \le 1)$
Gaussian	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{-u^2}{2}\right)$
Uniform	$\frac{1}{2}I(\|u\| \le 1)$
Triweight	$\frac{35}{32}(1-u^2)^3 I(\|u\| \le 1)$
cosines	$\frac{\pi}{4}cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)I(\|u\| \le 1)$

berikut bentuk grafik dari fungsi–fungsi kernel diatas:







Gambar 2.1 Kurva beberapa fungsi kernel
Sumber: Adisantoso (2010:3)

Dalam penelitian ini, pembahasannya dibatasi pada fungsi kernel Gaussian.

2.5.3 Fungsi Kernel Gaussian

Berdasarkan persamaan (2), maka persamaan (11) disubstitusikan rumus fungsi kernel Gaussian akan menjadi

(13)

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}$$

dan persamaan (12) akan menjadi

(14)

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} + \varepsilon_i, i = 1, \cdots,$$

dimana:

x_i = Variabel prediktor

y = Variabel respon

h = *Bandwith*

ε = *Error*

2.6 Deret

2.6.1 Taylor

Deret Taylor memegang peranan yang sangat penting dalam analisis numerik. Dengan deret Taylor dapat menentukan nilai suatu fungsi di titik x jika nilai fungsi di titik x_0 yang berdekatan dengan titik x diketahui. Uraian deret Taylor disekitar x_0 dinyatakan dengan $f(x)$. Misal f adalah fungsi real yang didefinisikan $\mathfrak{R}$ dan misal $x \in \mathfrak{R}$. Asumsi f mempunyai ρ turunan kontinu dalam interval $(x - \delta, x + \delta)$ untuk $\delta > 0$. Maka rangkaian α_n konvergen ke nol seperti berikut ini

(15)

$$f(x + \alpha_n) = \sum_{j=0}^{p} \frac{\alpha_n^j}{j!} f^{(j)}(x) + 0(\alpha_n^p)$$

(Ouyang, Zhi, 2005:3)

Jika diuraikan dengan deret Taylor akan menjadi

(16)

$$f(x + \alpha_n) = \frac{\alpha_n^0}{0!} f^0(x) + \frac{(\alpha_n)^1}{1!} f^1(x) + \frac{(a_n)^2}{2!} f^2(x) + \frac{(\alpha_n)^3}{3!} f^3(x) + \cdots$$

$$+ \frac{(\alpha_n)^n}{n!} f^n(x) + 0(\alpha_n^n)$$

2.6.2 Mac Laurin

Deret Mac Laurin adalah bentuk khusus dari deret Taylor. Dimana dianggap bahwa titik $x_0 = 0$ sehingga persamaan (15) akan berubah menjadi :

(17)

$$f(x) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

dengan

(18)

$$f^{(n)}(0) = \frac{d^n f}{dx^n}\bigg| x = 0$$

(19)

$$f^{(0)}(0) = f(0)$$

Persamaan (17) adalah persamaan dari deret Mac Laurin. Persamaan (17) dapat diperoleh dengan persamaan (15), dengan mensubstitusikan x dengan $x - x_0$, sehingga

(20)

$$f(x - x_0) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} (x - x_0)^n$$

Apabila $x_0 = 0$, maka deret ini disebut dengan deret Mac Laurin.

Contoh:

Hitunglah deret Mac Laurin untuk e^x

Jawab :

$$f(x) = e^x \qquad f(0) = 1$$

$$f'(x) = e^x \qquad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \qquad f''(0) = 1$$

$$f'''(x) = e^x \qquad f'''(0) = 1$$

$$f''''(x) = e^x \qquad f''''(0) = 1$$

Jadi Deret Mac Laurin dari e^x adalah

$$f(x) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

$$= \frac{f^{(0)}}{0!} x^0 + \frac{f^1(0)}{1!} x^1 + \frac{f^2(0)}{2!} x^2 + \frac{f^3(0)}{3!} x^3 + \frac{f^4(0)}{4!} x^4$$

$$= 1 + x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{24} x^4$$

(Purcell, 1987:62).

2.7 Komponen dari Estimator Kernel

Dalam estimasi pasti tidak akan lepas dengan yang namanya *Mean Squared Error* (MSE) dan dua komponennya yaitu bias dan *standard error* atau varians. Kriteria *error* yang digunakan dalam regresi nonparametrik ini bukan lagi *Least Square Error* melainkan dengan mencari nilai *Mean Squared error* (MSE) yang terkecil. Penggunaan *bandwith* yang optimal akan menghasilkan estimasi dengan MSE yang terkecil.

Lemma 1: MSE $\widehat{f}(x)$ dapat diuraikan sebagai jumlahan antara bias kuadrat dan varians dari $\widehat{f}(x)$

(21)

$$MSE\left(\hat{f}(x)\right) = E\left(\hat{f}(x) - f(x)\right)^2$$

$$= \left(E\hat{f}(x) - f(x)\right)^2 + E\left(\hat{f}(x) - E\hat{f}(x)\right)^2$$

$$= Bias^2\left(\hat{f}(x)\right) + Var\left(\hat{f}(x)\right)$$

(22)

$$MISE\left(\hat{f}(x)\right) = E\int_{-\infty}^{\infty}\left(\hat{f}(x) - f(x)\right)^2 dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} MSE\left(\hat{f}(x)\right) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} Bias^2\left(\hat{f}(x)\right) dx + \int_{-\infty}^{\infty} Var\left(\hat{f}(x)\right) dx$$

2.7.1 Mencari Bias $\hat{f}(x)$

Untuk memperoleh bias $\hat{f}(x)$ akan dijabarkan dari persamaan (21)

(23)

$$E\left(\hat{f}(x)\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h}EK\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h}\int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{x - t}{h}\right) f(t)dt$$

$$= \frac{1}{h}\int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{x - t}{h}\right) f(t)dt$$

transformasi

(24)

$$z = \frac{x - t}{h}$$

dimana

(25)

$$t = x - hz, \left|\frac{dz}{dt}\right| = \frac{1}{h}$$

sehingga persamaan (23) menjadi

(26)

$$E\left(\hat{f}(x)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} K(z)\, f(x - hz)dz$$

penjabaran $f(x - hz)$ dengan menggunakan deret Taylor

(27)

$$f(x - hz) = f(x) - h'z'f'(x) + \frac{1}{2}(hz)^2 f"(x) + 0(h^2)$$

akan menjadi

(28)

$$E\left(\hat{f}(x)\right)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K(z)\, f(x)dz - \int_{-\infty}^{\infty} K(z)\, hzf'(x)dz$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} K(z) \frac{(hz)^2}{2} f"(z)dz + 0(h^2)$$

$$= f(x) \int_{-\infty}^{\infty} K(z)\, dz - hf'(x) \int_{-\infty}^{\infty} K(z)\, zdz + \frac{h^2}{2} f"(x) \int_{-\infty}^{\infty} z^2 K(z)\,(z)dz$$

$$+ 0(h^2)$$

$$= f(x) + \frac{h^2}{2} k_2 f"(x) + 0(h^2)$$

Sehingga diperoleh bias $\hat{f}(x)$

(29)

$$E\left(\hat{f}(x)\right) - f(x) = \frac{h^2}{2}\ k_2 f"(x)$$

$$Bias\left(\hat{f}(x)\right) \approx \frac{h^2}{2}\ k_2 f"(x)$$

persamaan di atas, tergantung dari h karena bias $\hat{f}(x)$ mendekati nol maka semakin kecil, k_2 yang berupa varians kernel dan tergantung $f"(x)$ Lekukan kepadatan titik x.

(Zucchini, 2003:13).

2.7.2 Mencari Varians $\hat{f}(x)$

Sama seperti persamaan (23) untuk memperoleh varians $\hat{f}(x)$ akan dijabarkan dari persamaan (21)

(30)

$$Var\left(\hat{f}(x)\right) = Var\left(\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\right)$$
$$= \frac{1}{nh^2}\sum_{i=1}^{n} Var\left(K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\right)$$

karena $x_i = 1,2,3,\cdots,n$ distribusi bebas. dan karena

(31)

$$Var\left(K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\right) = E\left(K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right) - \left(EK\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\right)^2$$
$$= \int K\left(\frac{x-t}{h}\right) f(t)dt - \left(\int K\left(\frac{x-t}{h}\right) f(t)dt\right)^2$$

Maka

(32)

$$Var\left(\hat{f}(x)\right) = \frac{1}{n}\int \frac{1}{h^2} K\left(\frac{x-t}{h}\right)^2 f(t)dt - \frac{1}{n}\left(\frac{1}{h}\int K\left(\frac{x-t}{h}\right) f(t)dt\right)^2$$
$$= \frac{1}{n}\int \frac{1}{h^2} K\left(\frac{x-t}{h}\right)^2 f(t)dt - \frac{1}{n}\left(f(x) + Bias\left(\hat{f}(x)\right)\right)^2$$

substitusi persamaan (24) ke dalam persamaan (32), diperoleh

(33)

$$Var\left(\hat{f}(x)\right) = \frac{1}{nh}\int K(z)^2 f(x - hz)\, dz - \frac{1}{n}\left(f(x) + 0(h^2)\right)^2$$

maka dengan menggunakan deret Taylor , akan menghasilkan persamaaan

(34)

$$Var\left(\hat{f}(x)\right) = \frac{1}{nh}\int K(z)^2\left(f(x) - hzf'(x) + 0(h)\right) dz - \frac{1}{n}\left(f(x) + 0(h^2)\right)^2$$

catatan:

$$Var\left(\hat{f}(x)\right) \approx \frac{1}{nh} f(x)\int K\,(z)^2 dz$$

2.7.3 Meminimumkan MISE

Nilai *bandwith* optimal dapat diperoleh dengan meminimumkan *Mean Integrated Squared Error* (MISE) dari persamaan (22), yang akan menjadi

(35)

$$MISE\left(\hat{f}(x)\right) = E\int_{-\infty}^{\infty}\left(\hat{f}(x) - f(x)\right)^2 dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} MSE\left(\hat{f}(x)\right) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} Bias^2\left(\hat{f}(x)\right) dx + \int_{-\infty}^{\infty} Var\left(\hat{f}(x)\right) dx$$

$$= \left(\frac{h^2}{2} f"(x)\int_{-\infty}^{\infty} z^2 K(z)\, dz\right)^2$$

$$+ \frac{1}{nh} f(x)\int_{-\infty}^{\infty} K^2\,(z) dz$$

$$\approx \frac{1}{4} h^4 k_2^2 f"(x)^2 + \frac{1}{nh} f(x) j_2$$

dimana menurut definisi $k_2 = \int z^2 K(z)\, dz$ dan $j_2 = \int K(z)^2\, dz$ maka menghasilkan

(36)

$$MISE(\hat{f}) \approx \frac{1}{4} h^4 k_2^2 \beta(f) + \frac{1}{nh} j_2$$

Dimana

(37)

$$\beta(f) = \int f''(x)^2\, dx$$

Turunkan persamaan (36)

(38)

$$\frac{dMISE(\hat{f})}{dh} = \frac{d\left(\frac{1}{4} h^4 k_2^2 \beta(f)\right) + d\left(\frac{1}{nh} j_2\right)}{dh}$$

$$= h^3 k_2^2 \beta(f) - \frac{j_2}{nh^2}$$

Kemudian meminumkan turunan MISE, sehingga akan menjadi

(39)

$$\frac{dMISE(\hat{f})}{dh} = h^3 k_2^2 \beta(f) - \frac{j_2}{nh^2}$$

$$0 = h^3 k_2^2 \beta(f) - \frac{j_2}{nh^2}$$

$$\frac{j_2}{nh^2} = h^3 k_2^2 \beta(f)$$

$$j_2 = nh^2 h^3 k_2^2 \beta(f)$$

$$\frac{j_2}{k_2^2} = nh^5 \beta(f)$$

$$\gamma(K) = nh^5\beta(f)$$

$$h = \left(\frac{\gamma(K)}{n\beta(f)}\right)^{1/5}$$

sehingga diperoleh

(40)

$$h_{opt} = \left(\frac{1}{n}\frac{\gamma(K)}{\beta(f)}\right)^{1/5}$$

Dimana

(41)

$$\gamma(K) = j_2 k_2^{-2}$$

rumus untuk mencari h di atas belum optimal karena dalam rumus tersebut h optimal sendiri tergantung pada densitas yang akan diestimasi. Pendekatan yang mudah untuk memperoleh nilai persamaan (37) adalah dengan menggunakan kelompok distribusi *standard*. Contohnya distribusi normal dengan varian σ^2, jika ϕ merupakan *Standard Normal Density*, maka

(42)

$$\beta(f) = \int f''(x)^2 dx = \sigma^{-5} \int \phi''(x)^2\, dx$$

$$= \frac{3\sigma^{-5}}{8\sqrt{\pi}}$$

$$\approx 0.212\sigma^{-5}$$

(Adisantoso, 2010:4)

jika menggunakan Gaussian kernel, maka akan diperoleh nilai *bandwith* dengan mensubstitusikan persamaan (39) dengan persamaan (37), diperoleh

(43)

$$h_{opt} = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{10}} \left(\frac{3\sigma^{-5}}{8\sqrt{\pi}}\right)^{-\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \sigma n^{-\frac{1}{5}}$$

$$= 1.06\sigma n^{-\frac{1}{5}}$$

(Dias, 2011:10).

2.7.4 *Bandwith* Optimal

Menurut Silverman (1986) dalam Adisantoso (2010), tingkat kemulusan $\hat{f}$ ditentukan oleh fungsi kernel K dan lebar jendela (*bandwith* atau h), tetapi pengaruh fungsi kernel K kurang signifikan dibanding pengaruh lebar jendela h. Nilai h yang kecil akan memberikan grafik yang sangat mulus, sebaliknya nilai h yang besar akan memberikan grafik yang kurang mulus. Oleh karena itu, perlu dipilih nilai h optimal untuk mendapatkan grafik yang optimal. Salah satu cara memilih h optimal adalah dengan meminimalkan MISE dari $\hat{f}$.

Cara cepat untuk memperoleh *bandwith* yang optimal dengan mengestimasi σ data dan kemudian mensubstitusikan dengan persamaan di atas. Perhitungan tersebut akan bekerja jika populasinya berdistribusi normal. Jika populasinya multimodal maka hasilnya akan terlalu mulus karena nilai standar deviasi semakin besar sehingga nilai h juga semakin besar. Oleh karena itu digunakan rumus adaptif agar bisa digunakan untuk distribusi yang unimodal dan multimodal. Rumus tersebut adalah sebagai berikut

(44)

$$A = min\left(s, \frac{R}{1.34}\right)$$

sehingga

(45)

$$\hat{h}_{opt} = 1.06An^{-\frac{1}{5}}$$

keterangan:

$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$

R = Jangkauan antar kuartil

2.8 *Means Square Error*

Untuk menentukan jenis uji mana yang paling mendekati kebenaran dilakukan dengan mengukur *error* (kesalahan). Untuk mengukur *error* biasanya digunakan *Mean Square Error*. Pengujian yang menghasilkan *error* terkecil adalah uji yang dipilih. *Mean Square Error (MSE)* adalah kuadrat dari rata-rata kesalahan.

(46)

$$MSE = \frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n}$$

keterangan:

Y_i = Data sebenarnya

$\hat{Y}_i$ = Nilai prediksi dari variabel Y

n = Banyaknya observasi

2.9 Fungsi Polinomial

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku dalam variabel bebasnya. Bentuk umum dari fungsi polinomial adalah :

(47)

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n$$

dengan $a_0, a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ adalah konstan dan disebut koefisien fungsi polinomial.

Fungsi polinomial yang sering digunakan adalah :

2.9.1 Fungsi Konstan

Jika untuk fungsi polinomial harga $a_0 \neq a_1 = a_2 = a_3 = \cdots = a_n = 0$, maka diperoleh $p(x) = a_0$ yang disebut fungsi konstan.

Grafik fungsi konstan berupa garis lurus yang sejajar atau berimpit dengan sumbu X. Untuk $a_0 = 0$ grafik fungsi konstan berimpit dengan sumbu X, dan untuk $a_0 \neq 0$ grafik fungsi konstan sejajar dengan sumbu X. Fungsi konstan $y = f(x) = 4$

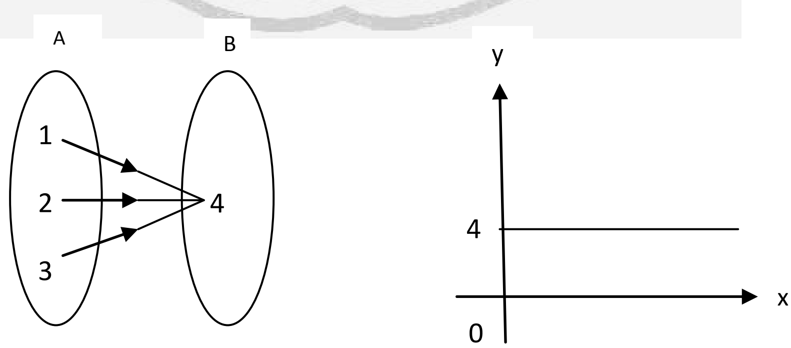


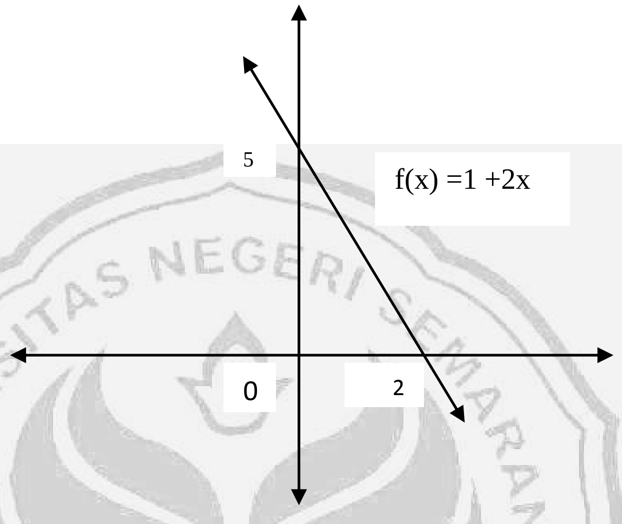
Diagram panah   Grafik y=4

Gambar 2.2 Fungsi Konstan

2.9.2 Fungsi Linear

Jika untuk fungsi polinomial harga $a_2 = a_3 = \cdots = a_n = 0,$ maka diperoleh $p(x) = a_0 + a_1 x$, yang disebut fungsi linier.

Grafik fungsi linear berupa garis lurus yang miring.



Gambar 2.3 Fungsi Linear

Hal-hal penting yang perlu diperhatikan untuk fungsi linier:

(1) Arah kemiringan garis ditentukan oleh tanda dari koefisien x. Jika tanda dari koefisien x positip maka garis miring ke kanan dan jika tanda dari koefisien x negatif maka garis miring ke kiri.

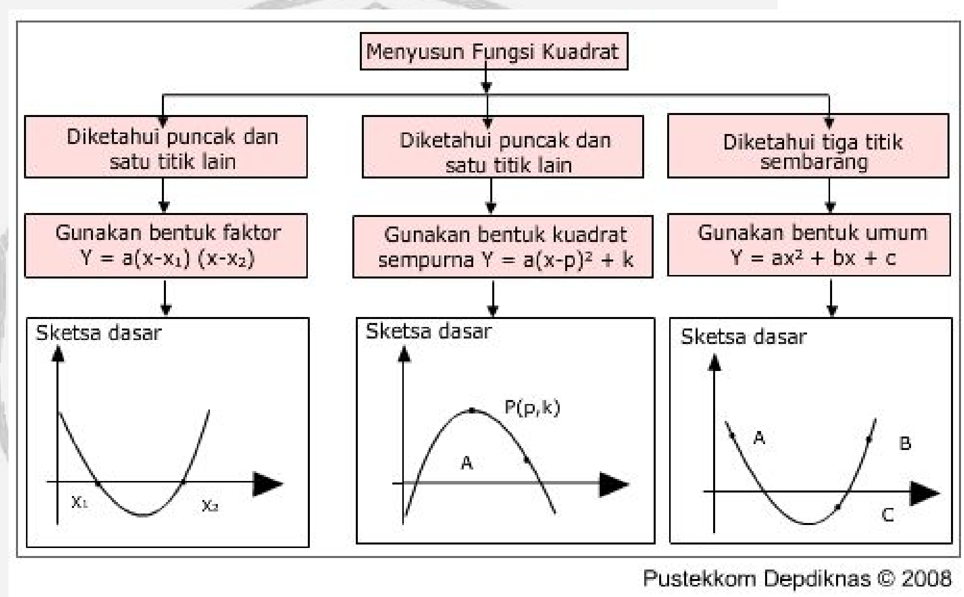
(2) Derajat kemiringan (kecuraman) garis ditentukan oleh harga mutlak dari besarnya koefisien x. Harga mutlak koefisien x yang lebih besar menyebabkan kemiringan yang lebih curam.

(3) Jika fungsi linier dirumuskan dengan $y = ax + b$, maka koordinat titik potong garis dengan sumbu x adalah $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ dan titik potong garis dengan sumbu Y adalah $(0, b)$.

2.9.3 Fungsi Kuadrat

Jika untuk fungsi polinomial harga $a_3 = \cdots = a_n = 0$, maka diperoleh $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, yang disebut fungsi kuadrat.

Grafik fungsi kuadrat berupa parabola yang memiliki titik puncak di $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{-4a}\right)$.



Gambar 2.4 Cara Menyusun Fungsi Kuadrat

Contoh:

1. Gambarkan grafik fungsi kuadrat $f(x) = -x^2 + x + 1$

Penyelesaian:

Untuk menggambar grafik fungsi kuadrat harus ditentukan terlebih dahulu

a. Koordinattitik ekstrimnya, yaitu $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{-4a}\right)$

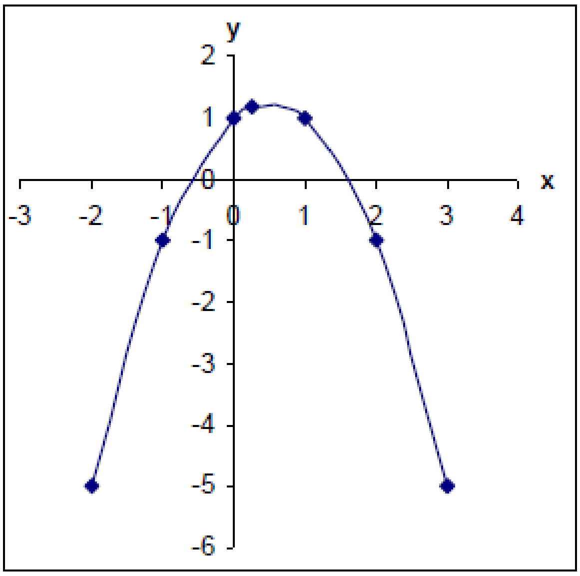
b. Absis titik puncak $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$

c. Ordinat titik puncak $y = \frac{b^2-4ac}{-4a} = \frac{1^2-4.(-1).1}{-4(-1)} = \frac{5}{4}$

Jadi koordinat titik puncak parabola adalah $\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$.

Selanjutnya dibuat tabel fungsi seperti berikut

x	y
-2	-5
-1	-1
0	1
0.25	1.1875
1	1
2	-1
3	-5



Gambar 2.5 Fungsi Kuadrat

Hal-hal penting yang perlu diperhatikan pada fungsi kuadrat:

(1) Grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ berupa parabola yang dapat membuka ke atas atau ke bawah. Parabola membuka ke atas jika koefisien dari x^2 bertanda positif dan sebaliknya membuka ke bawah jika koefisien dari x^2 bertanda negatif.

(2) Parabola memiliki satu titik puncak yang dapat berupa titik maksimum atau titik minimum. Parabola mempunyai titik maksimum jika terbuka ke bawah dan mempunyai titik minimum jika terbuka ke atas. Koordinat titik puncak adalah $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{-4a}\right)$.

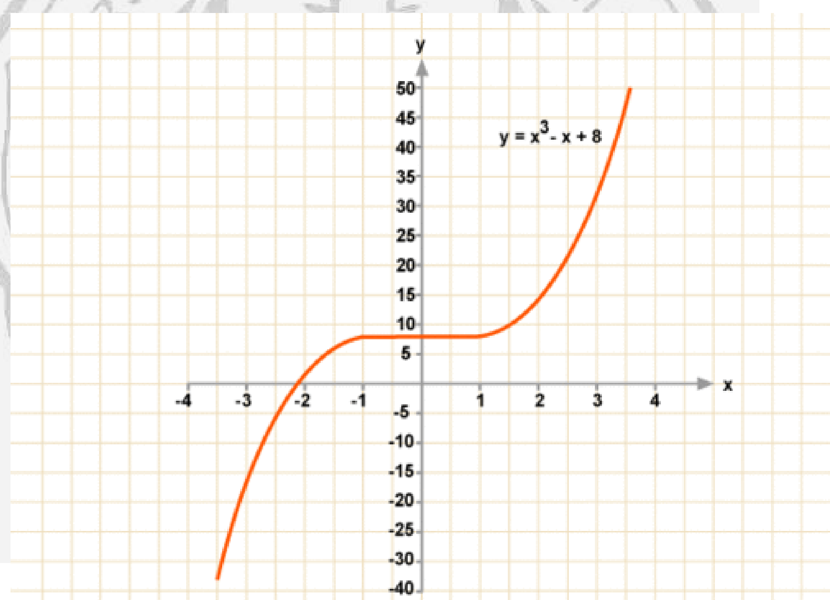
(3) Koordinat titik potong antara parabola dengan sumbu Y adalah $(0, c)$.

(4) Koordinat titik potong antara parabola dengan sumbu Y adalah $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ dimana x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c$ yang dapat dihitung dengan rumus abc dan sebagainya.

2.9.4 Fungsi Pangkat Tiga

Jika untuk fungsi polinomial harga $a_4 = \cdots = a_n = 0$, maka diperoleh $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, yang disebut fungsi pangkat tiga.

Grafik fungsi pangkat tiga agak rumit untuk digambarkan dibandingkan dengan fungsi kuadrat karena umtuk menentukan titik-titik ekstrimnya dibutuhkan pengetahuan kalkulus.



Gambar 2.6 Fungsi Pangkat Tiga
Sumber : Sasmitoasih, F.P (2012:21)

2.9.5 Fungsi Pangkat n

Sehingga dari penjelasan diatas maka didapat sebuah kesimpulan bahwa fungsi polinomial adalah :

"Fungsi polinomial f dinyatakan sebagai $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x^1 + a_0$ dengan n bilangan bulat taknegatif, dan $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$

adalah konstanta-konstanta bilangan nyata (real) dan disebut koefisien polinomial. Jika $a_n \neq 0$ maka n disebut derajat dari fungsi polinomial. Pada umumnya daerah asal d0an wilayah fungsi polinomial adalah: $D_f = \mathbb{R}$ dan $W_f = \{y | y \in \mathbb{R}, y = f(x)\}$ dengan $x \in D_f$" (Sasmitoasih, 2012:22).

2.10 Interpolasi

Untuk polinomial derajat dua, persamaan dapat diselesaikan dengan rumus akar persamaan kuadrat. Untuk polinomial derajat tiga atau empat, rumus-rumus yang ada sangat kompleks dan jarang digunakan. Sedangkan untuk menyelesaikan polinomial dengan derajat yang lebih tinggi metode numerik memberikan cara-cara untuk menyelesaikan bentuk tersebut dengan interpolasi beda terbagi Newton.

Diberikan $n + 1$ titik data yang berupa pasangan bilangan : $(x_0, f_0), (x_1, f_1), \cdots, (x_n, f_n)$ dengan $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$, semuanya berlainan. Kemudian akan dicari suatu polinom $p_n(x)$ yang pada setiap x_j mengambil nilai f_j yang diberikan, yakni

(48)

$$p_n(x_0) = f_0, p_n(x_1) = f_1, \cdots, p_n(x_n) = f_n$$

dan mempunyai derajat n atau kurang. Polinom p_n yang demikian disebut polinom penginterpolasi.

2.10.1 Interpolasi Linear

Yaitu interpolasi paling sederhana, dengan memakai sarana garis lurus melalui $(x_0, f_0), (x_1, f_1)$ oleh polinom berderajat satu

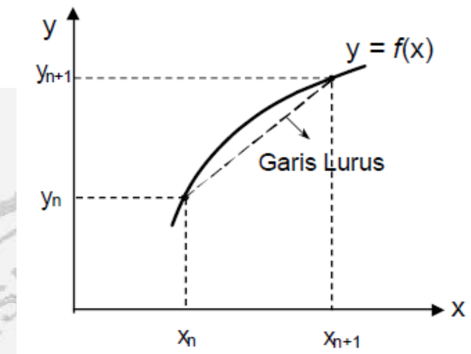
(49)

$$p_1(x) = f_0 + (x - x_0)f[x_0, x_1]$$

dengan

(50)

$$f[x_0, x_1] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0}$$



Gambar 2.7 Interpolasi Linear
Sumber : Sasmitoasih, F.P (2012:29)

2.10.2 Interpolasi Kuadrat

Menurut Susila (1994:94) interpolasi kuadrat adalah interpolasi yang memakai sarana polinom $p_2(x)$ berderajat paling tinggi dua yang kurvanya melalui tiga titik $(x_0, f_0), (x_1, f_1), (x_2, f_2)$

(51)

$$p_2(x) = p_1(x) + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2]$$

$$p_2(x) = f_0 + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2]$$

dengan

(52)

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$$

2.10.3 Interpolasi Beda Terbagi Newton

Secara lebih umum, dengan data $n+1$ untuk derajat yang lebih tinggi melalui titik $(x_0, f_0), (x_1, f_1), \cdots, (x_n, f_n)$ maka harus menggunakan interpolasi ini

(53)

$$p_n(x) = p_{n-1}(x) + g_n(x)$$

dengan

(54)

$$g_n(x) = p_n(x) - p_{n-1}(x)$$

$$g_n(x) = a_n(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}).$$

Untuk menentukan a_n, x_n akan menggantikan ke x dan $g_n(x_n)$ diganti dengan $p_n(x_n) = f_n$, akan diperoleh

(55)

$$a_n = \frac{f_n - p_{n-1}(x_n)}{(x_n - x_o)(x_n - x_1) \cdots (x_n - x_{n-1})}$$

Jika $n = 1$, maka $p_{n-1}(x_n) = p_0(x_1) = f_0$

(56)

$$a_1 = \frac{f_n - p_{1-1}(x_1)}{(x_n - x_o)} = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} = f[x_0, x_1]$$

Jika $n = 2$, maka dengan p_1 dari (49) memberikan

(57)

$$a_2 = \frac{f_2 - p_{2-1}(x_1)}{(x_2 - x_o)(x_2 - x_1)} = \frac{f_2 - f_0 - (x_2 - x_0)f[x_0, x_1]}{(x_2 - x_o)(x_2 - x_1)} = f[x_0, x_1, x_2]$$

dengan cara yang sama akan diperoleh

(58)

$$a_3 = f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_1, x_2, x_3] - f[x_0, x_1, x_2]}{x_3 - x_0}$$

maka secara umum

(59)

$$a_k = f[x_0, x_1, x_2, \cdots, x_k] = \frac{f[x_1, x_2, \cdots, x_k] - f[x_0, x_1, \cdots, x_{k-1}]}{x_k - x_0}$$

dengan $f[x_0, x_1, \cdots, x_{k-1}]$ disebut beda terbagi ke–k. Dimana $n = k$. Jadi rumus (53) menjadi

(60)

$$p_k(x) = p_{k-1}(x) + (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1}) f[x_0, x_1, \cdots, x_k]$$

dengan $p_0(x) = f_0$ dan $k = 0,1,2, \cdots, n$ maka memberikan rumus interpolasi beda terbagi Newton

(61)

$$f(x) \approx f_0 + (x - x_0) f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1) f[x_0, x_1, x_2] + \cdots$$
$$+ (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}) f[x_0, x_1, \cdots, x_n]$$

Agar mempermudah penghitungan, dapat dilihat tabel di bawah ini dengan melalui 4 titik $(x_0, f_0), (x_1, f_1), (-_2, f_2), (x_3, f_3)$, berarti $n = 3$

Tabel 2.2 Interpolasi beda terbagi Newton

i	x_i	f_i	$f[x_i,x_{i+1}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]$
0	x_0	f_0			
			$f[x_0,x_1]$		
1	x_1	f_1		$f[x_0,x_1,x_2]$	
			$f[x_1,x_2]$		$f[x_0,x_1,x_2,x_3]$
2	x_2	f_2		$f[x_1,x_2,x_3]$	
			$f[x_2,x_3]$		
3	x_3	f_3			

2.11 Determinasi (R^2)

Koefisien Determinasi $\left(R^2\right)$ pada intinya mengukur seberapa jauh kemampuan model dalam menerangkan variasi variabel terikat. Formula untuk menghitung koefisien determinasi adalah

(62)

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$$

$$= \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

(Sembiring, 1995:46)

keterangan:

R^2 : Koefisien determinasi

JKR : Jumlah kuadrat residu atau variasi yang tidak bisa dijelaskan

JKT : Jumlah total kuadrat atau total variasi

Nilai koefisien determinasi adalah diantara nol dan satu. Nilai R^2 yang kecil berarti kemampuan variabel-variabel prediktor dalam menjelaskan variasi vaiabel dependen amat terbatas. Nilai yang mendekati satu berarti variabel-variabel independen memberikan hampir semua informasi yang dibutuhkan untuk memprediksi variasi variabel respon.

2.12 Peramalan

2.12.1 Pengertian Peramalan

Peramalan (*forecasting*) adalah perkiraan tentang sesuatu yang akan terjadi pada waktu yang akan datang yang didasarkan pada data yang ada pada waktusekarang dan waktu lampau (*historical* data).

Dengan memahami arti peramalan, maka untuk membuat suatu peramalan yang baik, harus mencari faktor-faktor yang dapat mempengaruhi variabel yang akan diramal. (*http://en.wikipedia.org/wiki/Time_series*).

2.12.2 Kegunaan Peramalan

Dalam melakukan analisa ekonomi atau analisa kegiatan usaha perusahaan, haruslah diperkirakan apa yang akan terjadi dalam bidang ekonomi atau dalam dunia usaha pada masa yang akan datang perlu digunakanan analisis peramalan yang terlihat ketika mengambil suatu keputusan. Setiap orang atau perusahaan akan selalu menghadapi suatu masalah dalam pengambilan keputusan, setiap orang akan selalu memikirkan suatu keputusan yang dipikirkannya dengan suatu perhitungan dan pertimbangan yang matang untuk menghasilkan suatu keputusan yang baik. Melalui peramalan setiap orang yang menghadapi masalah dalam pengambilan keputusan akan dimudahkan oleh hasil proyeksi yang didapat melalui peramalan.

Begitu pula dengan pemain valas, Peramalan (*forecasting*) yang dibuat selalu diupayakan agar dapatmeminimumkan resiko kerugian yang mungkin terjadi dalam melakukan transaksi jual beli yang menggunakan mata uang asing. Oleh karena itu para pemain valas/*investor* ini sangat membutuhkan suatu informasi prediksi terhadap pergerakkan nilai tukar valas, untuk menentukan apakah perlu menjual atau membeli valas miliknya pada suatu saat tertentu, untuk memperoleh keuntungan.

2.12.3 Peramalan pada USD terhadap JPY

Mempelajari perilaku pasar mata uang dan pergerakan mata USD/JPY, pada dasarnya semua pergerakan itu tergantung pada ketahanan ekonomi negara itu sendiri.Beberapa negara yang bisa mempengaruhi dan bisa di katakan sangat berpengaruh terhadap pergerakan USD/JPY atau sebaliknya, diantaranya Amerika Serikat, Eropa, Inggris dan Asia Tenggara.Secara menyeluruh dan umum semua di pengaruhi negara-negara di dunia akan tetapi negara-negara tadi itu sangat menentukan dari maju atau mundurnya pergerakan ekonomi dari mata uang USD/JPY karena faktor hubungan kerja yang sangat terkait dengan jalinan bisnis sekala primer antar negara terkait.

Disinilah perilaku sikap para pelaku ekonomi menentukan sehat atau tidaknya kenaikan suku bunga bank atau relatifitas index di pasar bursa dan mata uang. Jadi langkah awal dalam menganalisa pasar di minggu-minggu sebelum dan proyeksi peramalan sesudahnya sangatlah penting sekali termasuk untuk peramalan USD terhadap JPY, perdagangan di pasar bursa bukan seperti kita berdagang di pasar tradisional. perdagangan pasar bursa dan saham sangatlah menentukan nilai dan tingkat ekonomi negara tersebut (setiap negara).

(*www.forexindo.com*)

Menurut Anoraga (2008:108) teknik analisis dalam melakukan penilaian investasi paling banyak dipakai adalah yang bersifat:

1. Analisis fundamental

Analisis fundamental mengacu pada peristiwa-peristiwa politik ekonomi yang mempengaruhi kondisi pasar dan mempengaruhi pergerakan arah pasar serta berhubungan dengan kondisi perusahaan. Data yang dipakai adalah data-data historis atau data-data yang telah lewat.

2. Analisis Teknikal

Analisis teknikal cukup sering digunakan oleh para investor , biasanya data berupa grafik sederhana atau (*Trend*), *Moving Average*, dan program komputer. Meskipun biasanya analisis ini digunakan untuk menganalisis jangka pendek dan jangka menengah tetapi sering juga digunakan untuk analisis jangka panjang, yang didukung juga dengan data-data lain.

3. Analisis Ekonomi

Analisis ini cukup penting karena seringkali sangat berpengaruh terhadap analisis efek secara keseluruhan. Untuk melakukan analisis ini digunakan berbagai indicator yang biasanya juga digunakan oleh pengambil kebijakan dalam berbagai perekonomian. Salah satu indikator yang banyak digunakan adalah tingkat GDP (*Gross Domestic Product*).

4. Analisis Rasio Keuangan.

Analisis ini banyak digunakan oleh calon investor. Sebenarnya analisis ini didasarkan pada hubungan antar-pos dalam laporan keuangan peusahaan yang akan mencerminkan keadaan keuangan serta hasil dari operasional perusahaan.

2.13 Maple 9

2.13.1 Pengertian Maple

Maple merupakan software matematika buatan Waterloo Maple Inc. Dengan kemampuan kerja yang cukup handal untuk menangani berbagai komputasi analitik dan numerik (Marjuni, 2007:5).

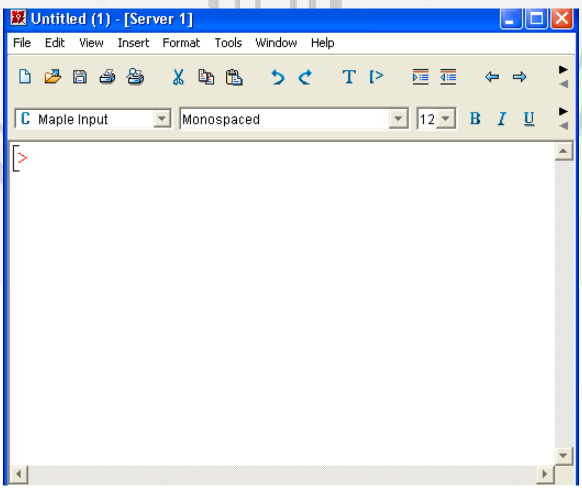
Sejak tahun 1988, telah dikembangkan dan dijual secara komersial oleh Waterloo Maple Inc (juga dikenal sebagai MAPLESOFT), sebuah perusahaan Kanada juga berbasis di Waterloo, Ontario. Versi utama saat ini adalah versi 16 yang dirilis pada Maret 2012. Maple menggabungkan bahasa imperatif gaya pemrograman dinamis diketik yang menyerupai Pascal. Bahasa memungkinkan variabel lingkup leksikal. Ada juga antarmuka untuk bahasa lain (C, C #, Fortran, Java, MATLAB, dan Visual Basic). Ada juga sebuah antarmuka dengan Excel. Maple mendukung MathML 2.0, format W3C untuk mewakili dan menafsirkan ekspresi matematika, termasuk tampilan mereka di halaman web.

2.13.2 Cara Menjalankan Maple

Seperti aplikasi lainnya didalam Windows, Program Maple perlu diinstall terlebih dahulu sebelum digunakan. Proses penginstallan Maple dapat dilakukan dengan memasukkan Master Maple kemudian mengikuti instruksi yang ada. Setelah Maple selesai diinstall, program dapat dijalankan lewat shortcutnya yang ada didesktop.

Gambar 2.8 Shortcut Maple 9

Saat pertama kali menjalankan, Maple akan langsug membuka jendela perintah (*command window*) dan disebelah kiri ada tanda [>, pertanda Maple sudah siap menerima perintah. Adapun tampilan Program Maple pada komputer adalah sebagai berikut.



Gambar 2.9 Tampilan Awal Maple 9

Dalam Maple, setiap perintah akan berbentuk perintah (). Perintah disini menyesuaikan dengan perintah yang akan digunakan. Di dalam kurung berisi permasalahan matematika, dan parameter yang diperlukan.

2.13.3 Aturan Dasar Operasi Matematika Dalam Maple

Beberapa perbedaan cara penulisan biasa dengan penulisan Maple.

Tabel 2.3 Perbedaan Penulisan Biasa dengan Penulisan Maple

	Penulisan Biasa	Penulisan dengan Maple
Penjumlahan	+	+
Pengurangan	-	-
Perkalian	x	*
Pembagian	: atau /	/
Pangkat	ax^n	a*x^n
Trigonometri	Sin x	Sin(x)
	$(\text{Sin } x)^n$	$(\text{Sin}(x))^n$
Invers Fungsi Trigonometri	Arc sin x atau	Arcsin(x)
Hyperbolic	Sinh x	Sinh(x)
	Cosech x	Csch(x)
Pi	π	Pi (untuk symbol)
Akar pangkat dua	$\sqrt{a}$	sqrt(x)
Nilai mutlak	$\lvert x \rvert$	abs(x)
Tak hingga	∞	infinity
Pemberian nilai	x = a	x : = a
Logaritma	log x	log(x)
	ln x	ln(x)
Exponential	e	exp(x)

Setiap akhir baris perintah pada Maple harus diakhiri dengan tanda titik koma (;) dan untuk eksekusi perintah digunakan tombol Enter.

Maple merupakan aplikasi yang bersifat sensitif. Arti dari sensitif adalah Maple membedakan perintah yang ditulis dengan huruf besar dan perintah yang ditulis dengan huruf kecil, secara khusus perbedaan ini hanya ada di huruf pertama perintah. Secara umum, perintah yang diawali dengan huruf besar digunakan untuk mendefinisikan atau membentuk permasalahan matematika sedangkan perintah yang diawali dengan huruf kecil digunakan untuk mencari atau mengitung nilai operasi yang diinginkan.

Contoh:

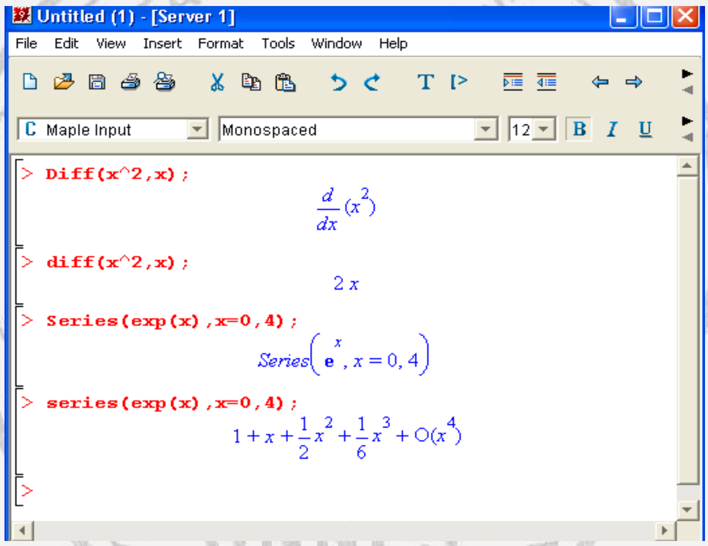
Perintah Diff(x) digunakan untuk membentuk turunan suatu fungsi.

Perintah diff(x) digunakan untuk mencari turunan suatu fungsi.

Penerapan di Maple untuk, akan dicari turunan dari

[>Diff(x^2,x); diawali huruf besar, membentuk turunan x2

[>diff(x^2,x); diawali huruf kecil, mencari turunan x2.



Gambar 2.10 Maple bersifat sensitif terhadap cara penulisan

2.13.4 Macam-Macam Paket Maple

Maple menyediakan berbagai paket dalam penyelesaian permasalahan dalam perhitungan matematika. Maple sudah menyediakan banyak paket yang bisa digunakan unuk membantu komputasi, karena didalamnya sudah disediakan perintah yang bisa langsung digunakan. Salah satu paket yang akan ditunjukan adalah paket statistik dan deret (*series*).

a. Maple Untuk Statistik

Paket stats mempunyai banyak perintah untuk analisa dan manipulasi data, dan berbagai jenis plot statistik. Paket stats memuat subpaket. Dalam setiap subpaket, perintah-perintah dikelompokkan oleh kegunaannya.

>with(stats);

Paket stats bekerja pada data dalam list statistis.

>marks:=

>[64,93,75,81,45,68,72,82,76,73];

Subpaket describe memuat perintah untuk analisa data

Untuk mengetahui nilai rata-rata

>describe[mean](marks);

Untuk mengetahui range data

Dalam paket ini, tidak semua sub paket yang akan digunakan tersedia disini, solusinya dengan menggunakan secara manual dalam media Maple.

b. Maple Untuk Deret

Dalam kalkulus, suatu fungsi dapat dinyatakan dalam bentuk deret. Dengan Maple hal ini dapat diperoleh dengan perintah “series”.

BAB 3

METODE PENELITIAN

Metode penelitian merupakan suatu cara yang digunakan dalam rangka penelitian sehingga pelaksanaan penelitian dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah. Dengan metode penelitian, data yang diperoleh semakin lengkap untuk memecahkan masalah yang dihadapi. Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

3.1 Penemuan Masalah

Penemuan masalah dimulai dari studi pustaka dan internet yang di dalamnya berupa artikel serta jurnal-jurnal. Studi pustaka dan internet merupakan penelaahan sumber-sumber pustaka yang relevan dan digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penulisan skripsi ini. Setelah sumber pustaka terkumpul dilanjutkan dengan penelaahan isi sumber pustaka tersebut. Dari penelaahan yang telah dilakukan, muncul suatu ide yang kemudian dijadikan sebagai landasan untuk penulisan skripsi ini. Perumusan masalah yang muncul adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial?
2. Bagaimana perbandingan estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial berdasarkan MSE?
3. Bagaimana peramalan USD terhadap JPY dengan menggunakan model terbaik?

3.2 Metode Pengumpulan Data

Metode pengambilan data pada penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Kajian Pustaka

Pada tahap ini dilakukan kajian pustaka, yaitu mengkaji permasalahan secara teoritis berdasarkan sumber-sumber pustaka yang relevan dan mengumpulkan data atau informasi dari berbagai sumber pustaka serta mengumpulkan konsep pendukung berupa artikel dan jurnal-jurnal baik nasional maupun internasional.

2. Dokumentasi

Metode pengumpulan data dengan cara dokumentasi yang dilakukan penulis dengan mengambil data nilai kurs USD terhadap JPY dari arsip yang ada di Bank Indonesia, BTN, dan BOTM melalui website yang tersedia di internet.

3.3 Analisis dan Pemecahan Masalah

Pada tahap ini dilakukan pengkajian data dan pemecahan masalah yang berhubungan dengan perumusan masalah. Dari data yang telah diambil dari sumber pustaka. Analisis data dimaksudkan untuk memberikan solusi-solusi dari permasalahan yang telah ditentukan. Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

(1) Mempelajari teori dan materi yang merupakan landasan teori dari Regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel, metode estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial.

(2) Menganalisis efisensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial.

(3) Menganalisis MSE yang dimiliki estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial.

(4) Mengumpulkan data USD terhadap JPY dari bank BI, BTN, dan BOTM melalui internet.

(5) Menganalisis peramalan berikutnya dengan model terbaik

3.4 Penarikan Simpulan

Langkah terakhir dalam metode penelitian adalah penarikan simpulan yang diperoleh dari hasil pemecahan masalah sebagai jawaban atas permasalahan.

BAB 4

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

Data dalam penelitian ini diperoleh dari data harian kurs USD terhadap JPY dari bank BI, BTN, dan BOTM yang bersumber dari internet. Data tersebut dapat dilihat pada tabel dibawah ini:

Tabel 4.1 Data Kurs USD/JPY

NO	HARI	BI	BTN	BOTM
1	1	82.1	82.17	81.2
		82.1	82.38	80.85
		82.1	82.4	81.25
		82.2	82.81	81.1
2	2	82.1	82.8	80.96
		82.2	82.9	80.67
		82.3	82.5	81.1
		82	81.88	80.47
3	3	82	82.5	81.2
		82	82.39	81.31
		82.1	82.47	81.25
		81.8	82.97	81.44
4	4	82.5	82.8	81.6
		82.5	82.4	81.49
		82.4	82.5	81.5
		82.5	82.22	81.41
5	5	82.5	82.45	81.57
		82.3	82.5	81.6
		82.4	82.49	81.29
		82.8	82.52	81.54

Dari penelitian yang telah dilakukan diperoleh data awal seperti tabel di atas, yang diambil selama lima hari berturut-turut dengan alokasi waktu yang berbeda-beda, grafik data ini dapat dilihat pada lampiran 1. Berdasarkan data di atas, data ini dijumlah dan dirata-rata yang dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.2 Data Rata-Rata USD/JPY

No	HARI	BI	BTN	BOTM	RATA-RATA
1	1	82.1	82.4	81.1	82.16
2	2	82.11	82.52	80.8	82.14
3	3	81.97	82.57	81.3	81.94
4	4	82.46	82.48	81.5	81.81
5	5	82.5	82.49	81.5	81.89

Dari tabel di atas, kolom yang berwarna ungu adalah periode sebagai variabel bebas (x) sedangkan kolom yang berwarna kuning adalah rata-rata kurs USD terhadap JPY sebagai variabel terikat (y) yang akan dihitung menggunakan Estimator Fungsi Kernel Gaussian. Grafik data dari tiap-tiap bank dapat dilihat pada Lampiran 2, sedangkan grafik data rata-rata dapat dilihat pada lampiran 3.

4.1.1 Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial

Untuk menghitung efisiensi relatif dari dua estimator, terlebih dahulu harus diketahui persamaan dan varians dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial.

4.1.1.1 Estimator Fungsi Kernel Gaussian

Setelah data rata-rata diperoleh, selanjutnya akan diolah dengan menggunakan software Maple.

Berikut tahap-tahap mengunakan estimator fungsi kernel Gaussian:

1. Mencari *bandwith* dengan rumus yang diperoleh dengan meminimumkan MISE. Sebelum mencari *bandwith*, kita menghitung standar deviasi, R (jangkauan antar kuartil) dan mencari minimal A.

   a) Mencari σ (Standard deviasi)

   Dengan menggunakan rumus $\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$ diperoleh sebesar

   $$\sigma = 0.1551$$

   b) Mencari R

   R adalah jangkauan antar kuartil.dimana $R = K_3 - K_1$

   Dimana

   K_3 = kuartil ketiga

   K_1 =kuartil pertama

   Untuk menghitung jangkaun antar kuartil, data harus diurutkan terlebih dahulu dari yang terbesar ke terkecil (lampiran 4), sehingga diperoleh

   $$K_3 = 82.15$$

   $$K_1 = 81.85$$

   $$R = 82.15 - 81.85 = 0.3$$

   Jadi R $= 0.3$

   c) Mencari A

   $$A = \min\left(\sigma, \frac{R}{1.34}\right)$$

$$= \min(0.1551, \frac{0.3}{1.34})$$

$$= 0.1551$$

d) Mencari *Bandwith*

$$h_{opt} = 1.06 * A * n^{-1/5}$$

$$= 1.06 * 0.1551 * 5^{-1/5}$$

$$= 1.06 * 0.1551 * 0.725$$

$$= 0.1192$$

Jadi *Bandwith* diperoleh sebesar 0.1192.

2. Mencari Estimasi parameter $\widehat{m}(x)$

Setelah h_{Opt} diketahui yaitu sebesar 0.1192, selanjutnya dihitung estimasi parameter $\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} y_i}{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}}$ menjadi $\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{5} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} y_i}{\sum_{i=1}^{5} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}}$

diperoleh

$$\widehat{m}(x) = \frac{y_i \sum_{i=1}^{2} e^{(-35.71(x-x_i)^2)}}{\sum_{i=1}^{2} e^{(-35.71(x-x_i)^2)}}$$

a. Pembilang

Pembilang pada persamaan diatas dijabarkan menjadi

$$= 82.16e^{-35.71(x-1)^2} + 82.14e^{-35.71(x-2)^2} + 81.94e^{-35.71(x-3)^2}$$
$$+ 81.81e^{-35.71(x-4)^2} + 81.89e^{-35.71(x-5)^2}$$

Akan dihitung secara manual $e^{-35.71(x-1)^2}$!

Penyelesaian:

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$f(0) = e^{-35.71}$$

$$= 3.09987E - 16$$

$$= 3.1E - 16$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$f^{'}(x) = \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx}$$

$$= \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}$$

$$= e^{-35.71(x-1)^2}\left(-71.42(x-1)\right)$$

$$= -71.42xe^{-35.71(x-1)^2} + 71.42e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$f(0) = 71.42e^{-35.71}$$

$$= 2.2139E - 14$$

$$= 2.21E - 14$$

3. Menghitung $f''(0)$

$$f^{''}(x) = \frac{d\left[-71.42xe^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx} + \frac{d\left[71.42e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx}$$

$$= \left[\frac{d[-71.42x]}{dx} e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + (-71.42x) \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}\right]$$

$$+ \left[71.42 \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}\right]$$

$$= \left[-71.42e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. - 71.42x\left(-71.42(x-1)\right)e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$+ \left[71.42\left(-71.42(x-1)\right)e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$= \left[-71.42e^{-35.71(x-1)^2} + 5100.82x^2e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. - 5100.82xe^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$+ \left[-5100.82xe^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + 5100.82e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$= -71.42e^{-35.71(x-1)^2} + 5100.82x^2e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$- 5100.82xe^{-35.71(x-1)^2}$$

$$- 5100.82xe^{-35.71(x-1)^2} + 5100.82e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$= 5029.4e^{-35.71(x-1)^2} - 10201.64xe^{-35.71(x-1)^2}$$

$$+ 5100.82x^2e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$f(0) = 5029.4e^{-35.71}$$

$$= 1.55905E - 12$$

$$= 1.56E - 12$$

4. Menghitung $f'''(0)$

$$f'''(x) = \frac{d\left[5029.4e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx} - \frac{d\left[10201.64xe^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx}$$

$$+ \frac{d\left[5100.82x^2e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{dx}$$

$$= \left[5029.4 \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}\right]$$

$$- \left[\frac{d[10201.64x]}{dx} e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + (10201.64x) \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}\right]$$

$$+ \left[\frac{d[5100.82x^2]}{dx} e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + (5100.82x^2) \frac{d\left[e^{-35.71(x-1)^2}\right]}{d[-35.71(x-1)^2]} \frac{d[-35.71(x-1)^2]}{d[x-1]}\right]$$

$$= \left[5029.4\big(-71.42(x-1)\big)e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$- \left[10201.64e^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + 10201.64x\big(-71.42(x-1)\big)e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$+ \left[10201.64xe^{-35.71(x-1)^2}\right.$$

$$\left. + 5100.82x^2\big(-71.42(x-1)\big)e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$=\left[-359199.75xe^{-35.71(x-1)^2} + 359199.75e^{-35.71(x-1)^2}\right] -$$

$$\left[10201.64e^{-35.71(x-1)^2} -\right.$$

$$\left. 728601.13x^2e^{-35.71(x-1)^2} + 728601.13xe^{-35.71(x-1)^2}\right] +$$

$$\left[10201.64xe^{-35.71(x-1)^2} - 364300.56x^3e^{-35.71(x-1)^2} +\right.$$

$$\left. 364300.56x^2e^{-35.71(x-1)^2}\right]$$

$$= 359199.75e^{-35.71(x-1)^2} - 10201.64e^{-35.71(x-1)^2}$$
$$- 359199.75xe^{-35.71(x-1)^2}$$
$$- 728601.13xe^{-35.71(x-1)^2} + 10201.64xe^{-35.71(x-1)^2}$$
$$+ 364300.56x^2e^{-35.71(x-1)^2}$$
$$- 364300.56x^3e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$= 348998.11e^{-35.71(x-1)^2}$$
$$- 1077599.24xe^{-35.71(x-1)^2}$$
$$+ 109201.69x^2e^{-35.71(x-1)^2}$$
$$- 364300.56x^3e^{-35.71(x-1)^2}$$

$$f(0) = 348998.11e^{-35.71}$$
$$= 1.08185E - 10$$
$$= 1.08E - 10$$

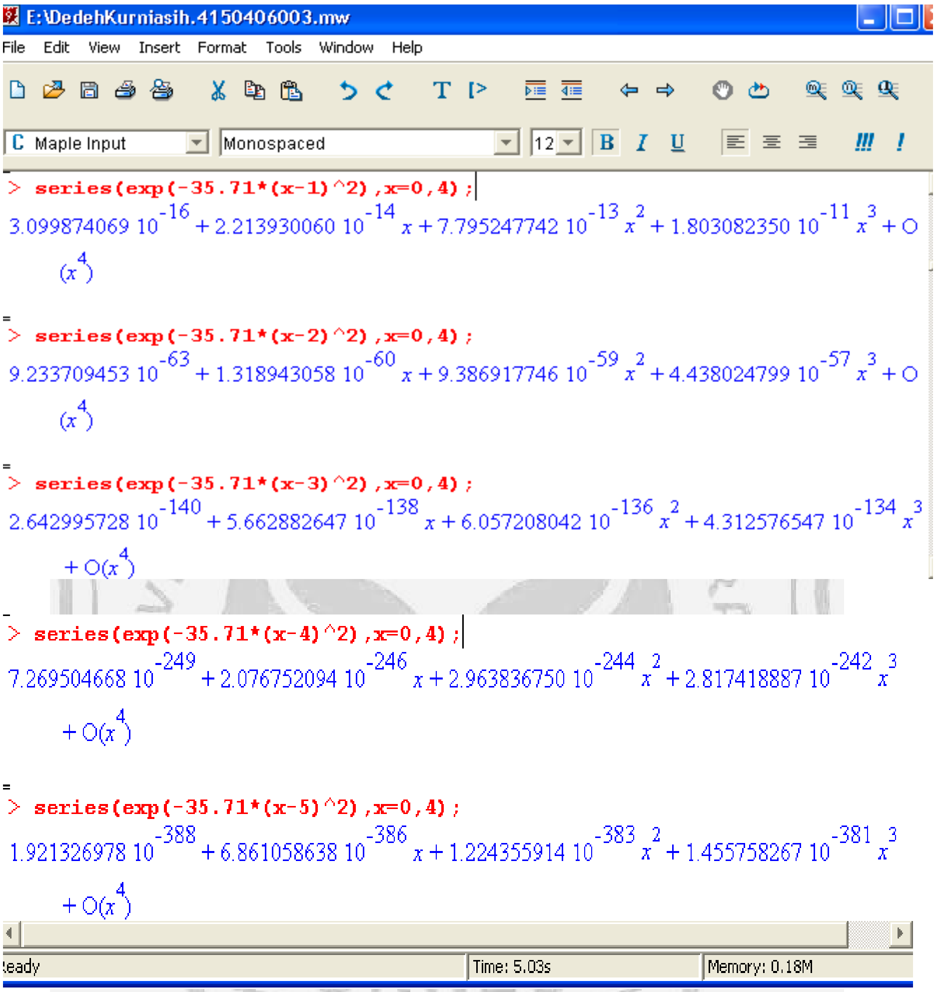
Dengan rumus deret Mac Laurin (17), $e^{-35.71(x-1)^2}$ akan diperoleh sebagai berikut

$$= \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f(0)}{1!}x^1 + \frac{f"(x)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

$$= \frac{3.1E - 16}{0!}x^0 + \frac{2.21E - 14}{1!}x^1 + \frac{1.55905E - 12}{2!}x^2$$
$$+ \frac{1.08E - 10}{3!}x^3$$

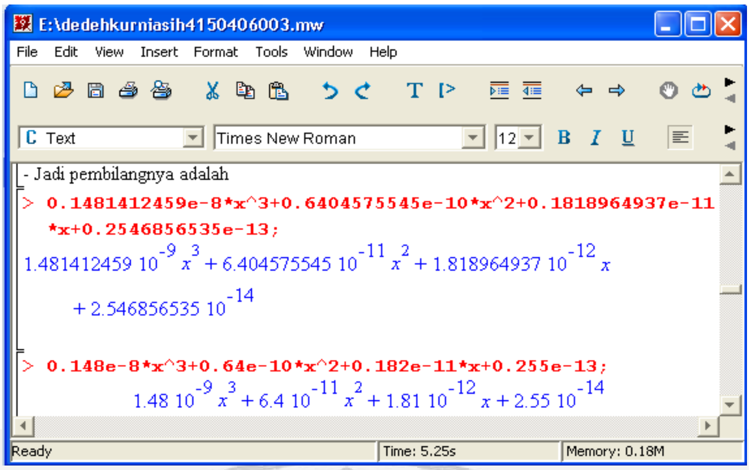
$$= 3.1E - 16 + 2.21E - 14x + 7.79E - 13x^2 - 1.80E - 10x^3$$

Dengan menggunakan *software* Maple 9, diperoleh dengan cara berikut ini.



Gambar 4.1 Perhitungan Deret Exp dengan Maple

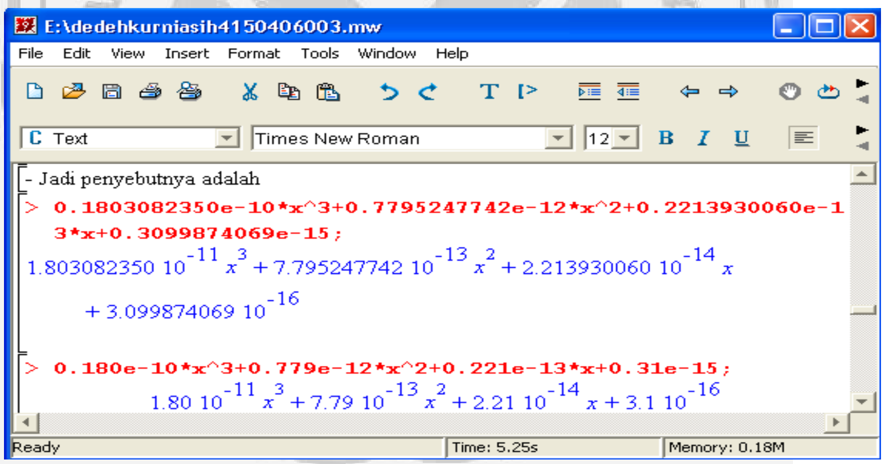
Kemudian kalikan dengan $y_1 = 82.16$, begitu seterusnya sampai dengan $y_5 = 81.89$ jumlahkan berdasarkan koefisien masing masing. Untuk proses lebih lengkapnya dapat dilihat pada lampiran 5. Dari lampiran diperoleh pembilang seperti berikut:



Gambar 4.2 Hasil Pembilang

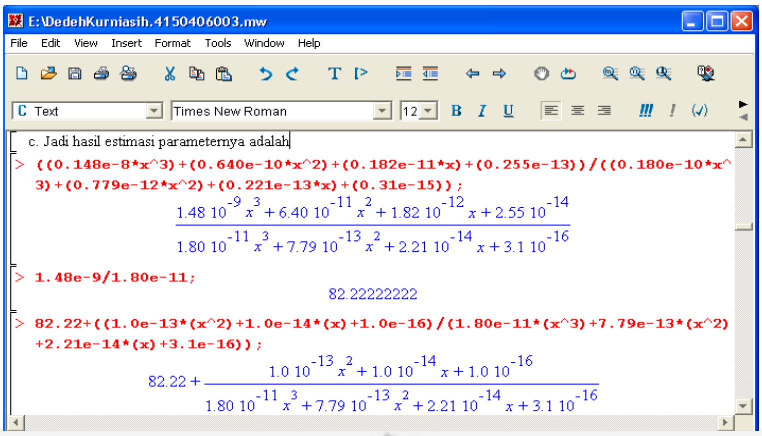
b. Penyebut

Dengan proses yang sama seperti pembilang dapat dilihat pada lampiran 6, diperoleh penyebut seperti di bawah ini :



Gambar 4.3 Hasil Penyebut

Setelah pembilang dan penyebut diperoleh, selnjutnya disubstitusikan kedalam rumus (13). Hasil estimasi parameter $\hat{m}(x)$ dengan Maple adalah seperti dibawah ini



Gambar 4.4 Estimasi Parameter

Dari gambar diatas, diperoleh persamaan pembilang dan penyebut yang merupakan bagian dari estimasi parameter. Setelah estimasi parameter diperoleh, selanjutnya menghitung *error*.

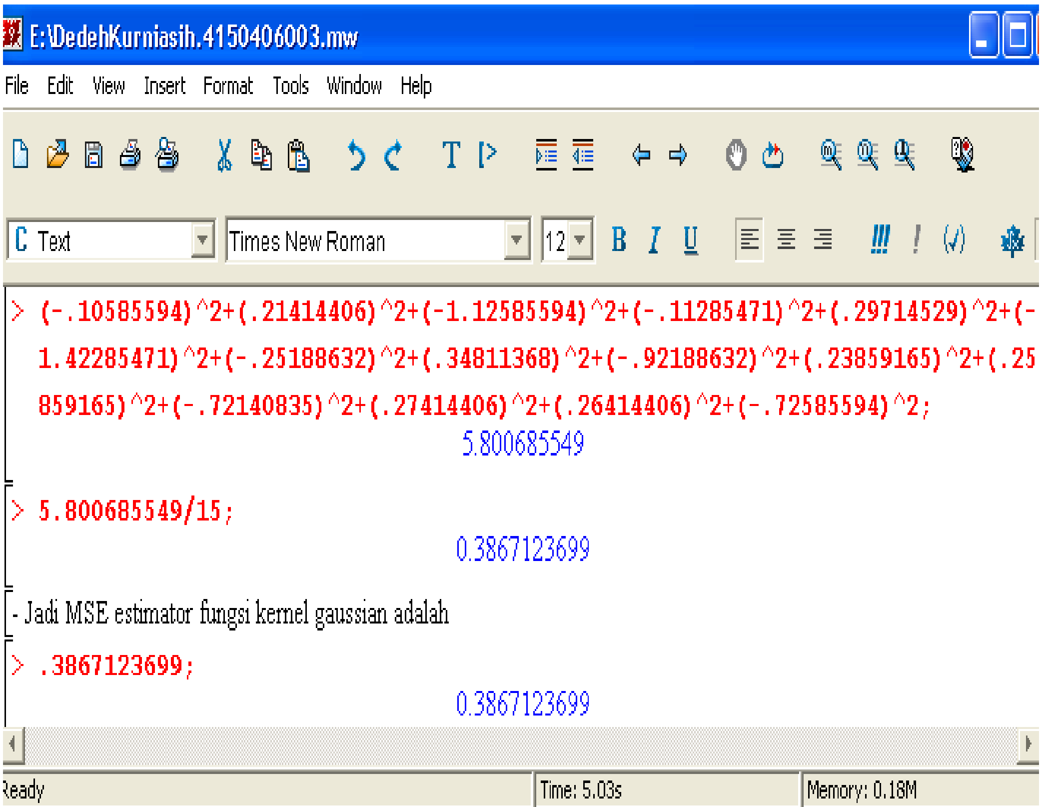
3. Mencari *Error*

Error dapat diperoleh dengan cara MSE, ditampilkan dalam tabel seperti berikut ini

Tabel 4.3 Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian

No	x	y	$m(x)$	$y-m(x)$	$(y-m(x))^2$
1	1	82.12	82.226	-0.10586	0.011205
2	1	82.44	82.226	0.214144	0.045858
3	1	81.1	82.226	-1.12586	1.267552
4	2	82.11	82.223	-0.11285	0.012736
5	2	82.52	82.223	0.297145	0.088295
6	2	80.8	82.223	-1.42285	2.024516
7	3	81.97	82.222	-0.25189	0.063447
8	3	82.57	82.222	0.348114	0.121183
9	3	81.3	82.222	-0.92189	0.849874
10	4	82.46	82.221	0.238592	0.056926
11	4	82.48	82.221	0.258592	0.06687
12	4	81.5	82.221	-0.72141	0.52043
13	5	82.5	82.226	0.274144	0.075155
14	5	82.49	82.226	0.264144	0.069772
15	5	81.5	82.226	-0.72586	0.526867
				JUMLAH	5.800686
				MSE	0.386712

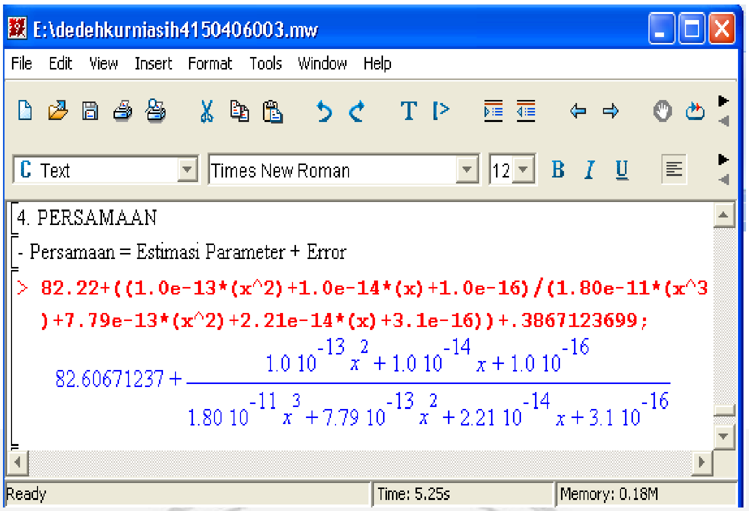
Proses lebih lengkap, dapat dilihat pada lampiran 7. Jadi *error* yang dihasilkan sebesar 0.386. Dalam Maple, ditampilkan sebagai berikut



Gambar 4.5 Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian

4. Persamaan

Dari langkah 1 sampai 3 *bandwith* estimasi parameter dan *error* telah diperoleh, selanjutnya substitusikan ke dalam rumus (14). Hasil persamaan kurs USD terhadap JPY dengan estimator fungsi kernel Gaussian adalah seperti gambar 4.6 dibawah ini dan grafik dari estimator fungsi kernel Gaussian dapat dilihat pada lampiran 8.



Gambar 4.6 Persamaan Estimator Fungsi Kernel Gaussian

4.1.1.2 Estimator polinomial

Diketahui $(x_0, f_0), (x_1, f_1), (x_2, f_2), (x_3, f_3), (x_4, f_4)$ adalah data yang berupa pasangan bilangan $(1,82.16), (2,82.14), (3,81.94), (4,81.81), (5,81.89)$ dimana x_i adalah waktu f_i adalah kurs USD/JPY dengan $i = 0,1,2,3,4$.. Untuk memudahkan perhitungan dapat dilihat pada tabel berikut:

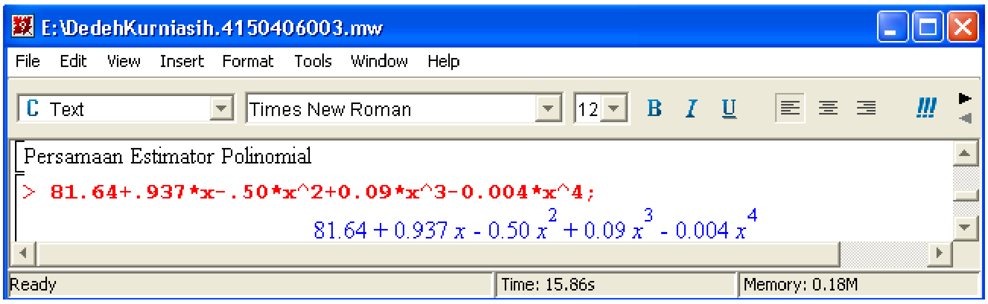
Tabel 4.4 Hasil Interpolasi Beda Terbagi Newton

i	x_i	f_i	$f[x_i,x_{i+1}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3},x_{i+4}]$
0	1	82.16				
			-0.02			
1	2	82.14		-0.09		
			-0.2		0.041666667	
2	3	81.94		0.035		-0.004583333
			-0.13		0.023333333	
3	4	81.81		0.105		
			0.08			
4	5	81.89				

Dari tabel diatas dapat memudahkan ketika menghitung secara manual, angka-angka yang berwarna kuning akan disubstitusikan ke dalam rumus interpolasi beda Newton (61) seperti berikut:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 82.16 &+ (x-1)(-0.02) + (x-1)(x-2)(-0.09) \\
&+ (x-1)(x-2)(x-3)0.041667 \\
&+ (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(-0.004583) \\
= 82.16 &+ 0.02 - 0.02x + (x^2 - 3x + 2)(-0.09) \\
&+ (x^3 - 6x^2 + 11x - 6)0.041667 \\
&+ (x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24)(-0.004583) \\
= 82.16 &+ 0.02 - 0.02x - 0.09x^2 + 0.27x - 0.18 + 0.041667x^3 \\
&- 0.25002x^2 + 0.458337x - 0.25002 - 0.004583x^4 \\
&+ 0.04583x^3 - 0.160405x^2 + 0.22915x - 0.109992 \\
= (82.16 &+ 0.02 - 0.18 - 0.250002 - 0.109992) \\
&+ (-0.02 + 0.27 + 0.458337 + 0.22915)x \\
&+ (-0.09 - 0.25002 - 0.160405)x^2 \\
&+ (0.041667 + 0.04583)x^3 - 0.004583x^4 \\
= 81.639988 &+ 0.937487x - 0.500425x^2 + 0.087497x^3 \\
&- 0.004583x^3 \\
= 81.64 &+ 0.937x - 0.5x^2 + 0.09x^3 - 0.004x^3
\end{aligned}
$$

Grafik dari estimator polinomial dapat dilihat pada lampiran 10. Proses dengan Maple dapat dilihat pada lampiran 9, sedangkan hasilnya seperti berikut:



Gambar 4.7 Hasil Persamaan Estimator Polinomial

4.1.1.3 Efiensi Relatif

Untuk menghitung efisiensi relatif, terlebih dahulu akan dihitung varians dari estimator fungsi kernel Gaussian $(\widehat{\theta_1})$ dan varians dari estimator polinomial $(\widehat{\theta_2})$. Varians dari kedua estimator, dapat diperoleh dengan menggunakan koefisien determinasi (62).

a) Varians $(\widehat{\theta_1})$

Tabel 4.5 Varians $(\widehat{\theta_1})$

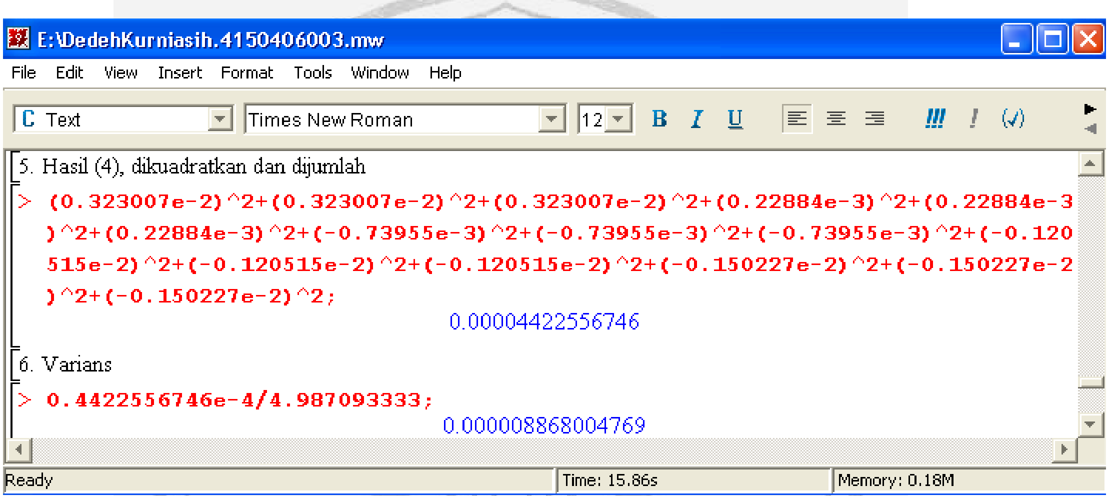
No	x	y	$y_i-\bar{y}$	$(y_i-\bar{y})^2$	$\hat{y}$	$\hat{y}-\bar{y}$	$(\hat{y}-\bar{y})^2$
1	1	82.12	0.1293	0.01672711	82.61256831	0.00323016	1.04E-05
2	1	82.44	0.4493	0.20190044	82.61256831	0.00323016	1.04E-05
3	1	81.1	-0.891	0.79328711	82.61256831	0.00323016	1.04E-05
4	2	82.11	0.1193	0.01424044	82.60956708	0.00022893	5.24E-08
5	2	82.52	0.5293	0.28019378	82.60956708	0.00022893	5.24E-08
6	2	80.8	-1.191	1.41768711	82.60956708	0.00022893	5.24E-08
7	3	81.97	-0.021	0.00042711	82.60859869	-0.0007395	5.47E-07
8	3	82.57	0.5793	0.33562711	82.60859869	-0.0007395	5.47E-07
9	3	81.3	-0.691	0.47702044	82.60859869	-0.0007395	5.47E-07
10	4	82.46	0.4693	0.22027378	82.60812072	-0.0012174	1.48E-06
11	4	82.48	0.4893	0.23944711	82.60812072	-0.0012174	1.48E-06
12	4	81.5	-0.491	0.24075378	82.60812072	-0.0012174	1.48E-06
13	5	82.5	0.5093	0.25942044	82.60783597	-0.0015022	2.26E-06
14	5	82.49	0.4993	0.24933378	82.60783597	-0.0015022	2.26E-06
15	5	81.5	-0.491	0.24075378	82.60783597	-0.0015022	2.26E-06
		81.991		4.98709333	82.60933815		4.43E-05

Kemudian akan dihitung variansnya

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$$

$$= \frac{0.0000443155}{4.9871}$$
$$= 0.000008886$$

Proses dengan Maple dapat dilihat pada lampiran 11, hasilnya diperoleh sebagai berikut:



Gambar 4.8 Varians $(\widehat{\theta_1})$

Jadi varians untuk estimator fungsi kernel Gaussian $(\widehat{\theta_1})$ adalah sebesar 0.000008886.

b) Varians $(\widehat{\theta_2})$

Tabel 4.6 Varians $(\widehat{\theta_2})$

No	x	y	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$\hat{y}$	$\hat{y} - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$
1	1	82.12	0.1293	0.01672711	82.163	-0.055	0.00300304
2	1	82.44	0.4493	0.20190044	82.163	-0.055	0.00300304
3	1	81.1	-0.891	0.79328711	82.163	-0.055	0.00300304
4	2	82.11	0.1193	0.01424044	82.17	-0.048	0.00228484
5	2	82.52	0.5293	0.28019378	82.17	-0.048	0.00228484
6	2	80.8	-1.191	1.41768711	82.17	-0.048	0.00228484
7	3	81.97	-0.021	0.00042711	82.057	-0.161	0.02585664

8	3	82.57	0.5793	0.33562711	82.057	-0.161	0.02585664
9	3	81.3	-0.691	0.47702044	82.057	-0.161	0.02585664
10	4	82.46	0.4693	0.22027378	82.124	-0.094	0.00879844
11	4	82.48	0.4893	0.23944711	82.124	-0.094	0.00879844
12	4	81.5	-0.491	0.24075378	82.124	-0.094	0.00879844
13	5	82.5	0.5093	0.25942044	82.575	0.3572	0.12759184
14	5	82.49	0.4993	0.24933378	82.575	0.3572	0.12759184
15	5	81.5	-0.491	0.24075378	82.575	0.3572	0.12759184
		81.991		4.98709333	82.2178		0.5026044

Kemudian akan dihitung variansnya

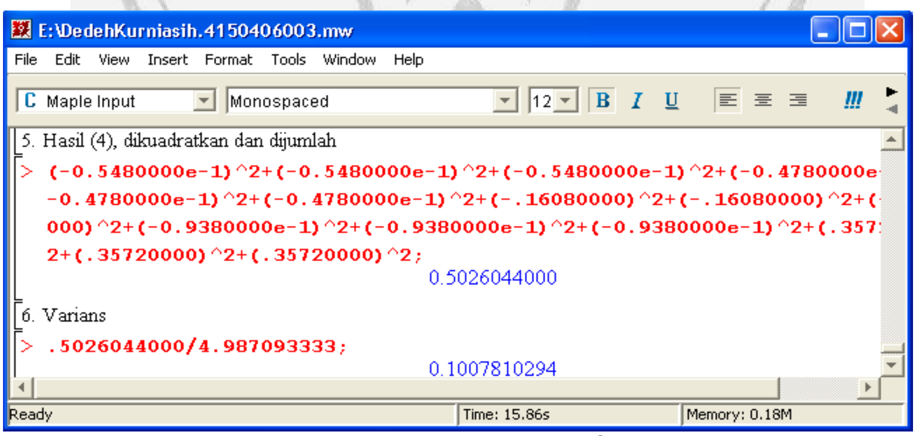
$$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$$

$$= \frac{\sum(\hat{y}-\bar{y})^2}{\sum(\hat{y}-\bar{y})^2}$$

$$= \frac{0.5026044}{4.9871}$$

$$= 0.10078$$

Proses dengan Maple dapat dilihat pada lampiran 12, sedangkan hasilnya diperoleh sebagai berikut:



Gambar 4.9 Varians $(\widehat{\theta_2})$

Jadi varians untuk estimator polinomial $(\widehat{\theta_2})$ adalah sebesar 0.10078.

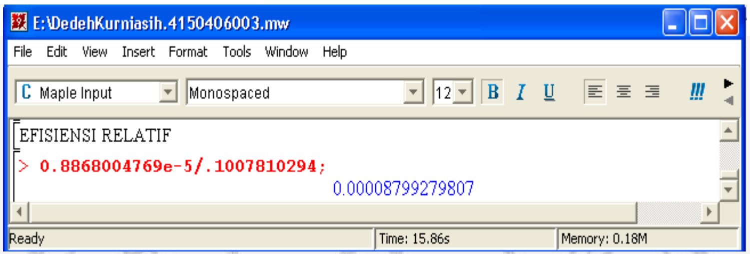
c) Efisiensi relatif $\widehat{\theta_1}$ terhadap $\widehat{\theta_2}$ dirumuskan

$$R(\widehat{\theta_1}, \widehat{\theta_2}) = \frac{E(\widehat{\theta_1} - \hat{\theta})^2}{E(\widehat{\theta_2} - \hat{\theta})^2}$$

$$= \frac{0.000008886}{0.10078}$$

$$= 0.000088$$

Dari Maple 9, diperoleh sebagai berikut



Gambar 4.10 Hasil Efisiensi Relatif

Jadi efisiensi relatif $\widehat{\theta_1}$ terhadap $\widehat{\theta_2}$ adalah 0.000088.

4.1.2 Model terbaik Berdasarkan *Means Square Error*

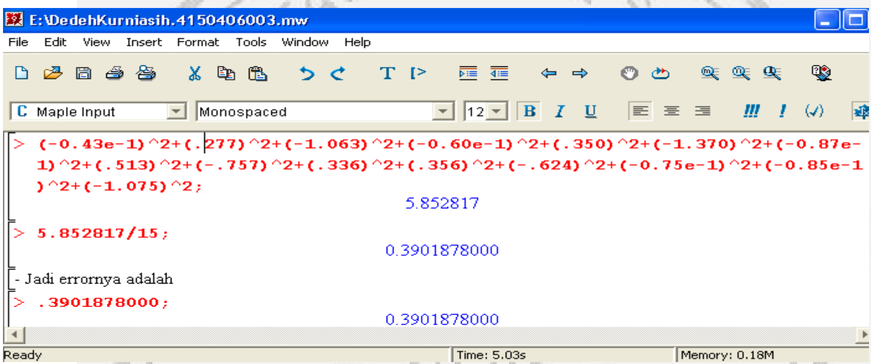
Means Square Error (MSE) estimator fungsi kernel Gaussian telah diperoleh dari perhitungan sebelumnya yaitu sebesar 0.3867. Sedangkan untuk menghitung MSE estimator polinomial proses dengan Maple lebih lengkapnya dapat dilihat pada lampiran 13, tetapi untuk perhitungan secara manual dapat menggunakan tabel seperti dibawah ini:

Tabel 4.7 Hasil MSE Estimator Polinomial

No	x	y	$m(x)$	$y - m(x)$	$(y - m(x))^2$
1	1	82.12	82.163	-0.043	0.001849
2	1	82.44	82.163	0.277	0.076729
3	1	81.1	82.163	-1.063	1.129969
4	2	82.11	82.17	-0.06	0.0036
5	2	82.52	82.17	0.35	0.1225
6	2	80.8	82.17	-1.37	1.8769
7	3	81.97	82.057	-0.087	0.007569

8	3	82.57	82.057	0.513	0.263169
9	3	81.3	82.057	-0.757	0.573049
10	4	82.46	82.124	0.336	0.112896
11	4	82.48	82.124	0.356	0.126736
12	4	81.5	82.124	-0.624	0.389376
13	5	82.5	82.575	-0.075	0.005625
14	5	82.49	82.575	-0.085	0.007225
15	5	81.5	82.575	-1.075	1.155625
				JUMLAH	5.852817
				MSE	0.390188

Hasil yang diperoleh dengan Maple sebagai berikut:



Gambar 4.11 Hasil MSE Estimator Polinomial

Dari tabel dan gambar di atas, MSE estimator polinomial diperoleh sebesar 0.3902. Karena MSE estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil daripada MSE estimator polinomial, maka estimator fungsi kernel Gaussian merupakan model terbaik. Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan.

4.1.3 Peramalan USD terhadap JPY Menggunakan Model Terbaik

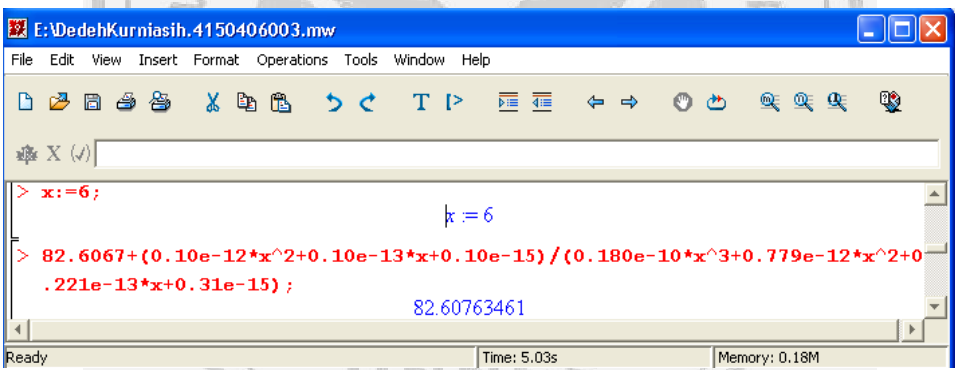
Peramalan diperoleh dengan mensubstitusikan nilai x berikutnya atau periode selanjutnya kedalam persamaan model terbaik. Berdasarkan analisa di atas, estimator fungsi kernel Gaussian adalah model terbaik karena nilai MSE lebih kecil. Dari analisa penelitian diketahui variabel x (periode) sebanyak lima hari, maka peramalan yang akan diprediksi dengan model terbaik adalah periode berikutnya yaitu periode ke-6.

Hasil peramalan yang diperoleh dengan menggunakan model terbaik dapat diringkas kedalam bentuk tabel berikut:

Tabel 4.8 Peramalan

Periode (X)	Y
1	82.16
2	82.14
3	81.94
4	81.81
5	81.89
6	82.60763

Proses dengan Maple, hasilnya sebagai berikut:



Gambar 4.12 Hasil Peramalan

Berdasarkan tabel 4.8 dan gambar 4.12 diperoleh hasil peramalan untuk periode ke-6 sebesar 82.6076. Grafik data setelah peramalan dapat dilihat pada lampiran 14.

4.2 Pembahasan

Berdasarkan hasil analisa penelitian di atas, persamaan estimator fungsi kernel Gaussian adalah

$$82.6067 \quad + \quad \frac{1E-13x^2+1E-14x+1E-16}{1.80E-11x^3+7.79E-13x^2+2.21E-14x+3.01E-16}$$

Sedangkan persamaan estimator polinomial dengan Interpolasi beda terbagi Newton adalah $81.64 + 0.937x - 0.5x^2 - 0.004x^3$.

Dari persamaan di atas diperoleh nilai varians $(\widehat{\theta_1})$ fungsi kernel gaussian sebesar 0.000008886 dan varians dari estimator polinomial $(\widehat{\theta_2})$ sebesar 0.10078 maka nilai efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap estimator polinomial diperoleh sebesar 0.000088. Dimana nilai ini lebih kecil dari 1. Berdasarkan teori pada bab sebelumnya, jika $R = \frac{\widehat{\theta_1}}{\widehat{\theta_2}}$ jika $R < 1$, maka $\widehat{\theta_1} < \widehat{\theta_2}$. Artinya secara relatif $\widehat{\theta_1}$ lebih efisien dari $\widehat{\theta_2}$. Karena $0.000088 < 1$ dan varians estimator fungsi kernel Gaussian dalam hal ini sebagai $\widehat{\theta_1}$ lebih kecil dari varians estimator polinomial sebagai $\widehat{\theta_2}$, maka estimator fungsi kernel Gaussian lebih efisien. Sementara itu, nilai MSE estimator fungsi kernel Gaussian sebesar 0.3867 dan MSE dari estimator polinomial yaitu sebesar 0.3919. Model terbaik didapat dari perbandingan nilai MSE dari estimator fungsi kernel Gaussian dan estimator polinomial. Analisis yang menghasilkan nilai MSE terkecil akan menghasilkan model terbaik. Karena MSE estimator fungsi kernel Gaussian lebih kecil maka merupakan model terbaik dibandingkan dengan estimator polinomial.

Model terbaik dapat digunakan untuk peramalan, hasil peramalan untuk periode ke-6 dengan menggunakan model terbaik dalam hal ini adalah estimator fungsi kernel Gaussian sebesar 82.60763461. Hasil peramalan pada periode ke-6 ini ini lebih tinggi dari periode sebelumnya. Sehingga para pemain valuta asing akan mendapatkan keuntungan bila menjual kursnya pada periode ke-6.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan pada bab-bab sebelumnya, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimator fungsi fernel Gaussian lebih efisien daripada estimator polinomial.
2. Estimator fungsi kernel Gaussian merupakan model terbaik karena MSE lebih kecil daripada estimator polinomial.
3. Peramalan USD terhadap JPY padahari ke-6 sebesar 82.6067.

5.2 Saran

Saran-saran yang dapat penulis kemukakan adalah

1. Penulis menyarankan agar menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian karena efisien dan lebih baik dibandingkan estimator polinomial.
2. Penelitian ini dapat dikembangkan lagi dari sifat estimator yang lain seperti tak bias dan konsisten.

DAFTAR PUSTAKA

Achadan, Fadllan. 2012. *Fadlan Forex Trader* Tersedia di Fadllanforextrader.blogspot.com/2013/01/kelebihan_trading_forex_di banding.html [di akses 24 Juli 2013]

Adisantoso, Julio. 2010. *Pendugaan Kepekatan Data Nilai Akhir Mahasiswa*.IPB:Bandung (7 Mei 2010)

Anoraga, Pandji dan Pakarti, Piji. 2008. *Pengantar Pasar Modal*. Rineka Cipta : Jakarta

Aydin, Dursun. 2007. *A Comparison of the Nonparametric Regression Models using Smoothing Spline and Kernel Regression*. World Academy of Science, Egineering and Technology, 36, 253-257

Budiantara, I.N dan Mulianah. 2007. *Pemilihan Bandwith dalam Regresi Semiparametrik Kernel dan Aplikasinya*. ITS, Surabaya, SIGMA, 10/2, 159-166

Dias, Ronaldo. 2011. *Nonparametric Estimation: Smoothing and Data Visualization*. Coloquio da RegiaoSudeste, Abril de

Diulio, Eugene A. 1990. *Teori dan Soal-Soal Uangdan Bank*.Erlangga: Jakarta

Eubank, R. L. 1999. *Nonparametric Regression and Smoothing Spline*, Marcel Dekker Inc

Fathurahman, M. 2011. *Estimasi Parameter Model Regresi Spline* .UniversitasMulawarman, Jurnal eksponensial 2/1, 2085-7829

Halim, Siana dan Bisono, Indriati. 2006. *Fungsi-Fungsi Kernel pada Metode Regresi Nonparametrik dan Aplikasinya pada PRIEST RIVER EXPERIMENTAL OREST'S Data*. Universitas Kristen Petra, Surabaya, Jurnal Teknik Industri 8/1,73-81

Hansen, Bruce E. 2009. *Lecture Notes on Nonparametrics*. University Wisconsin, Spring

Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistika untuk Teknik dan Sains*. Erlangga: Jakarta

Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press. New York.

Marjuni, Aris. 2007. *Media Pembelajaran Matematika dengan MAPLET*. Graha Ilmu : Yogyakarta

Ngaini, Nur. 2012. Estimasi Parameter Model Regresi Linier Pada Data Yang Mengandung Outlier Dengan Metode Maximum Likelihood Estimation. Thesis. Malang:FMIPA UIN

Ouyang, Zhi. 2005. *Univariate Kernel Density Estimation*.

Purcell, Edwin .J.1987. *Calculus With Analytic Geometry*, *5th Edition*. Erlangga. Jakarta

Puspitasari1, Icha. Suparti.Wilandari, Yuciani. 2012**.** *Analisis Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Dengan Menggunakan Model Regresi Kernel***.***Jurnal Gaussian*. (Online), 1/1, 93-102

Sasmitoasih, F.P. 2012. Model Estimator Polinomial Dinamika Kurs Euro Terhadap IDR .Skripsi. Semarang: FMIPA Universitas Negeri Semarang

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. ITB : Bandung

Sudjana. 2005. *Metode Statistika* .Tarsito : Bandung

Sukarsa, I Komang Gede. Srinadi, I GustiAyu Made. 2012. *Estimator Kernel Dalam Model RegresiNonparametrik*. Jurnal Matematika, 2/1: 19-30

Suparti & Sudargo. 2005. Estimasi Fungsi Regresi Menggunakan Metode Deret Fourier. IKIP PGRI :Semarang. Majalah Ilmiah "LONTAR" 19/4:1-6

Susila, Nyoman. 1995 .*Dasar-Dasar Metode Numerik*. Depdikbud : Jakarta

Wolbreg, John R. 2000. *Expert Trading Systems Modeling Financial Markets with Kernel Regression*. John wiley&Sons: Newyork

www.forexindo.com/forum/analisa-fundamental/7403-pergerakan-usd-terhadap-jpy.html (Diakses Januari 2013)

www.gainscope.com (Di akses September 2012)

www.wikipedia.org (Diakses Oktober 2012)

Zucchini, Walter. 2003. *Applied Smoothing Tehniques part 1:Kernel Density Estimation*

LAMPIRAN

Lampiran 1

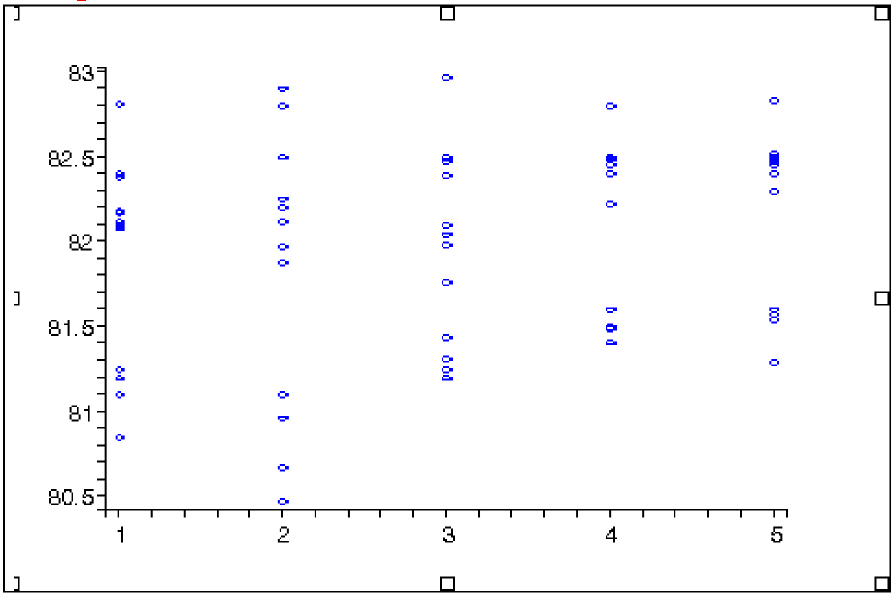
Grafik Data Awal Kurs USD/JPY

```
E:\DEDEHKURNIASIH4150406003.mw
File  Edit  View  Insert  Format  Tools  Window  Help

> Data Awal Kurs USD/JPY
> x:=<1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3
,3,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5>:
> y:=<82.08,82.12,82.10,82.18,82.17,82.38,82.40,82.81,81.20,80.85,81.25,81.
10,82.12,82.20,82.25,81.97,82.80,82.90,82.50,81.88,80.96,80.67,81.10,80.4
7,82.04,81.98,82.10,81.76,82.50,82.39,82.47,82.97,81.20,81.31,81.25,81.44
,82.50,82.45,82.40,82.49,82.80,82.40,82.50,82.22,81.60,81.49,81.50,81.41,
82.47,82.30,82.40,82.83,82.45,82.50,82.49,81.57,81.57,81.60,81.29,81.54>:
> with(plots,pointplot):
> d:=<x|y>;
```

$$d := \begin{bmatrix} \textit{60 x 2 Matrix} \\ \textit{Data Type: anything} \\ \textit{Storage: rectangular} \\ \textit{Order: Fortran\_order} \end{bmatrix}$$

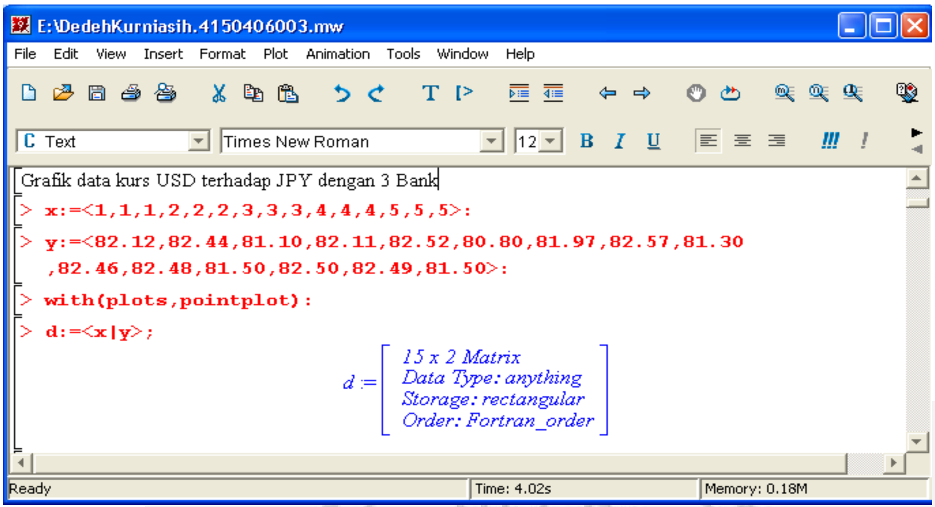
```
> pointplot(d,symbolsize=10);
```

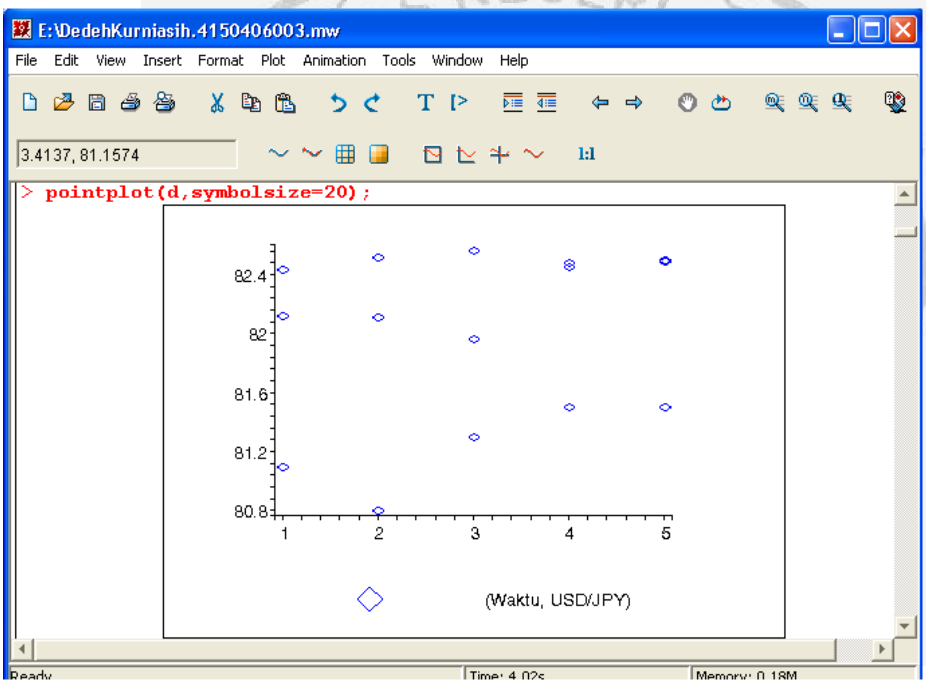


Ready   Time: 13.09s   Memory: 0.18M

Lampiran 2

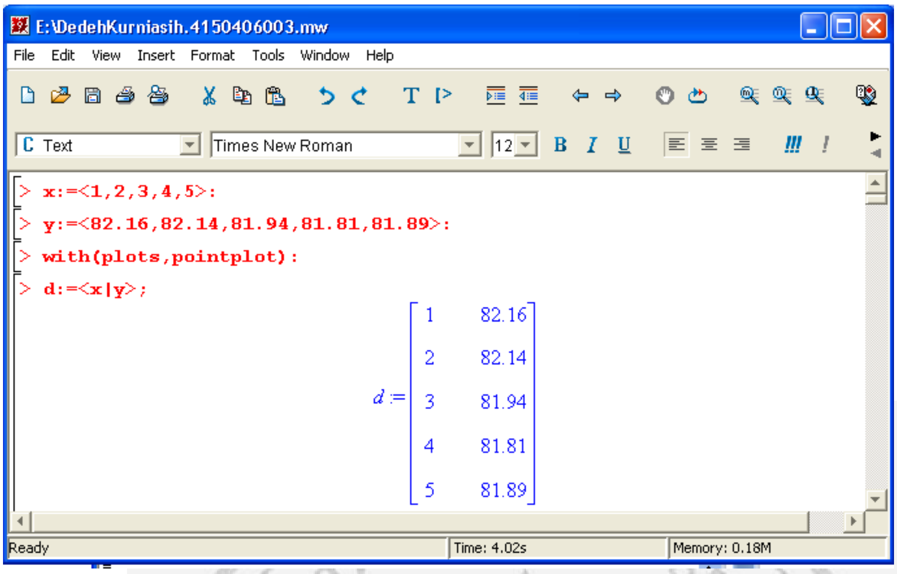
Grafik Data Rata-Rata Harian USD/JPY

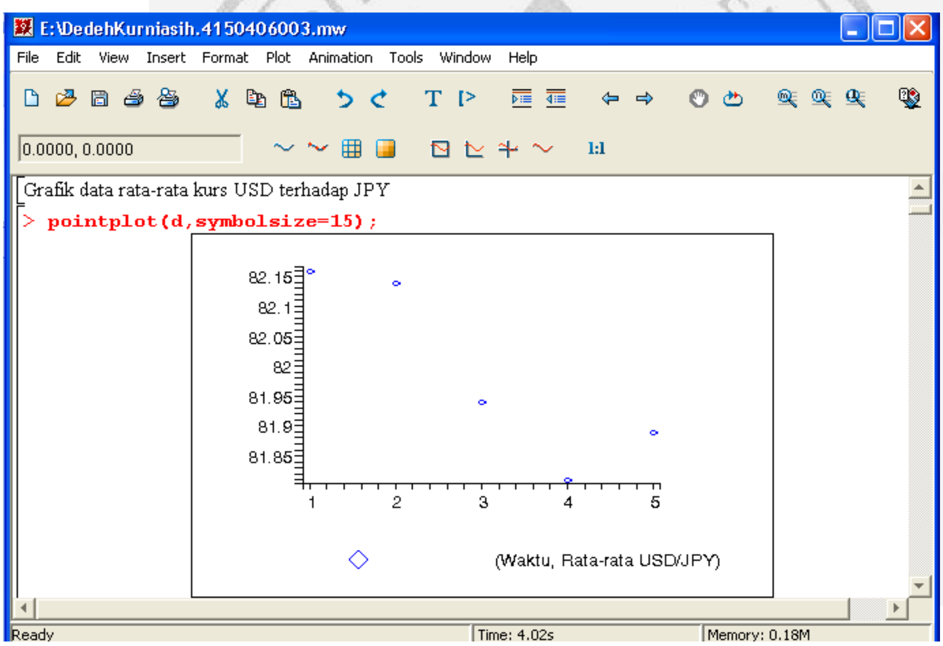




Lampiran 3

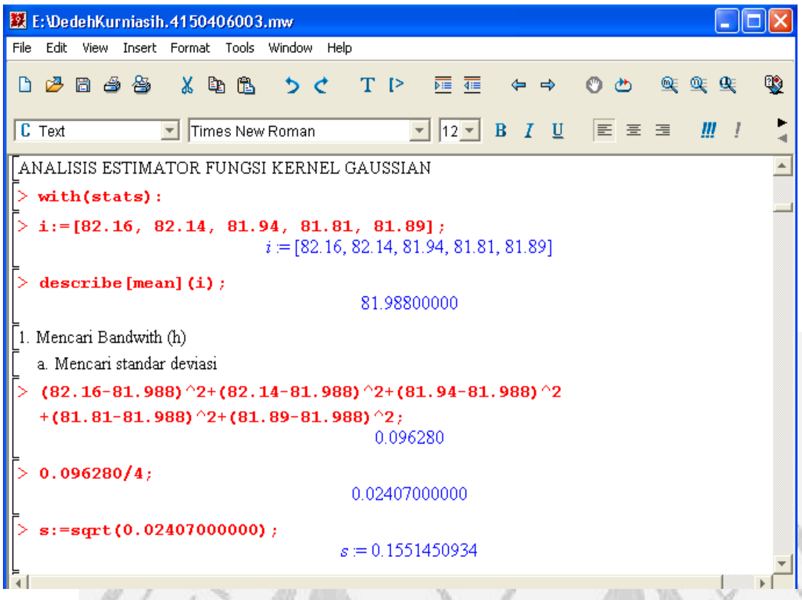
Grafik Data Rata-Rata USD/JPY

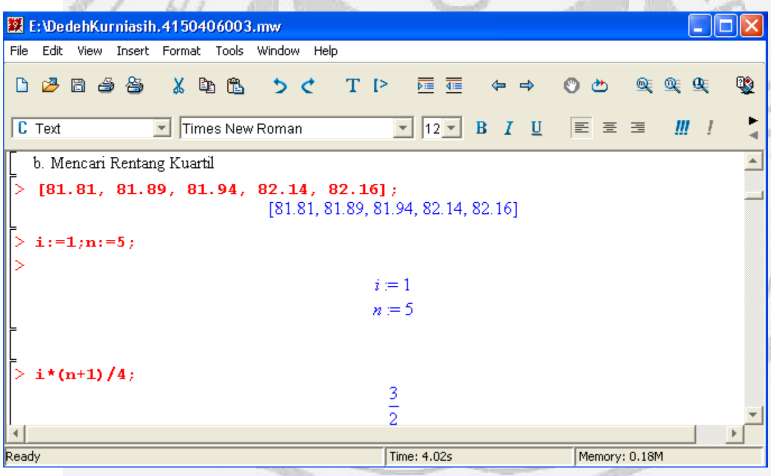


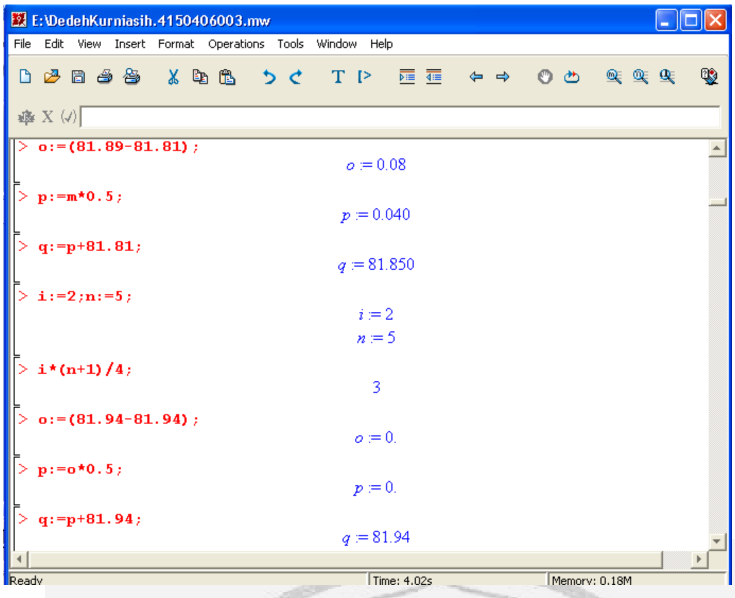


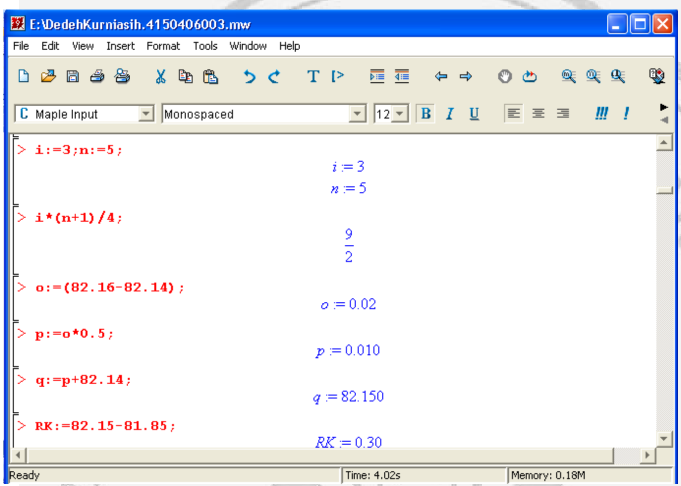
Lampiran 4

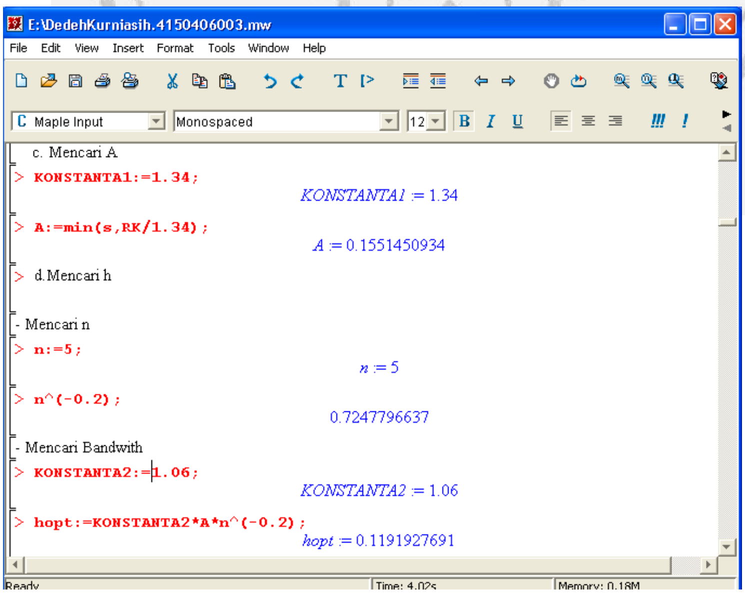
Hasil *Bandwith* Optimal





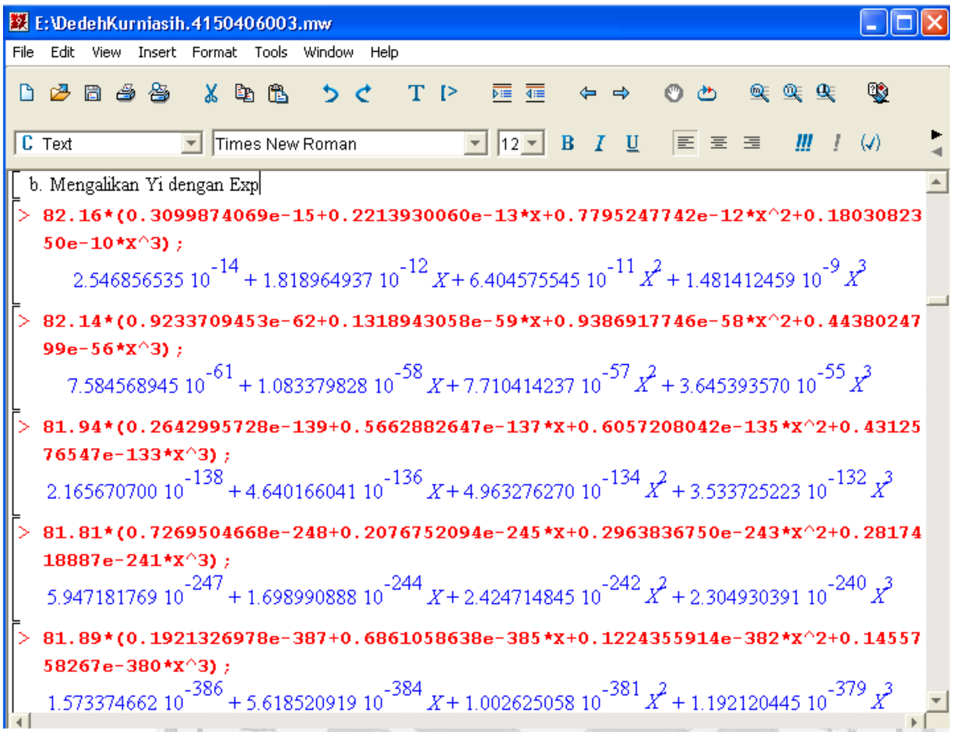

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> o:=(81.89-81.81);
o := 0.08
> p:=m*0.5;
p := 0.040
> q:=p+81.81;
q := 81.850
> i:=2;n:=5;
i := 2
n := 5
> i*(n+1)/4;
3
> o:=(81.94-81.94);
o := 0.
> p:=o*0.5;
p := 0.
> q:=p+81.94;
q := 81.94
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M

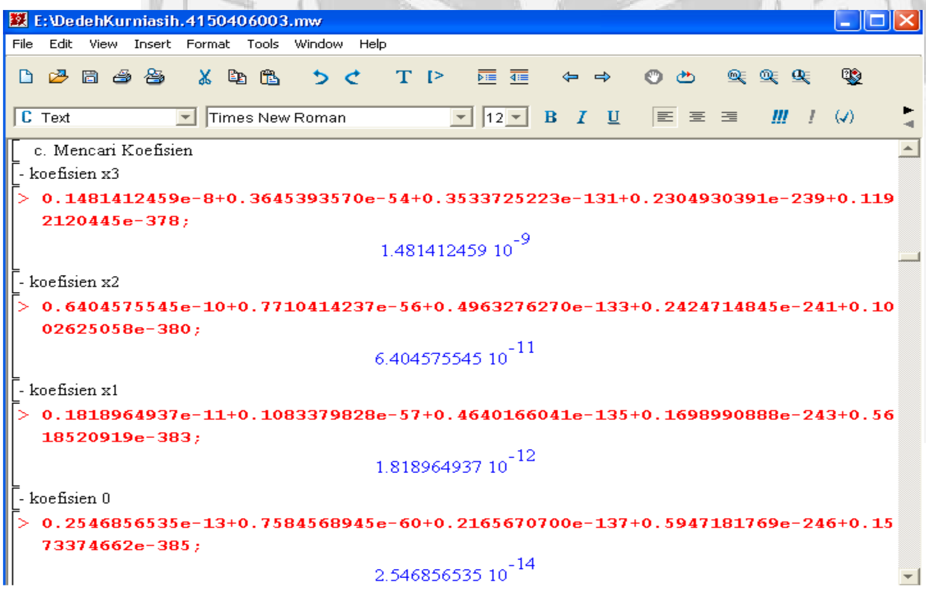

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Maple Input
Monospaced
12
> i:=3;n:=5;
i := 3
n := 5
> i*(n+1)/4;
9/2
> o:=(82.16-82.14);
o := 0.02
> p:=o*0.5;
p := 0.010
> q:=p+82.14;
q := 82.150
> RK:=82.15-81.85;
RK := 0.30
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Maple Input
Monospaced
12
c. Mencari A
> KONSTANTA1:=1.34;
KONSTANTA1 := 1.34
> A:=min(s,RK/1.34);
A := 0.1551450934
> d.Mencari h
- Mencari n
> n:=5;
n := 5
> n^(-0.2);
0.7247796637
- Mencari Bandwith
> KONSTANTA2:=1.06;
KONSTANTA2 := 1.06
> hopt:=KONSTANTA2*A*n^(-0.2);
hopt := 0.1191927691
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M

Lampiran 5

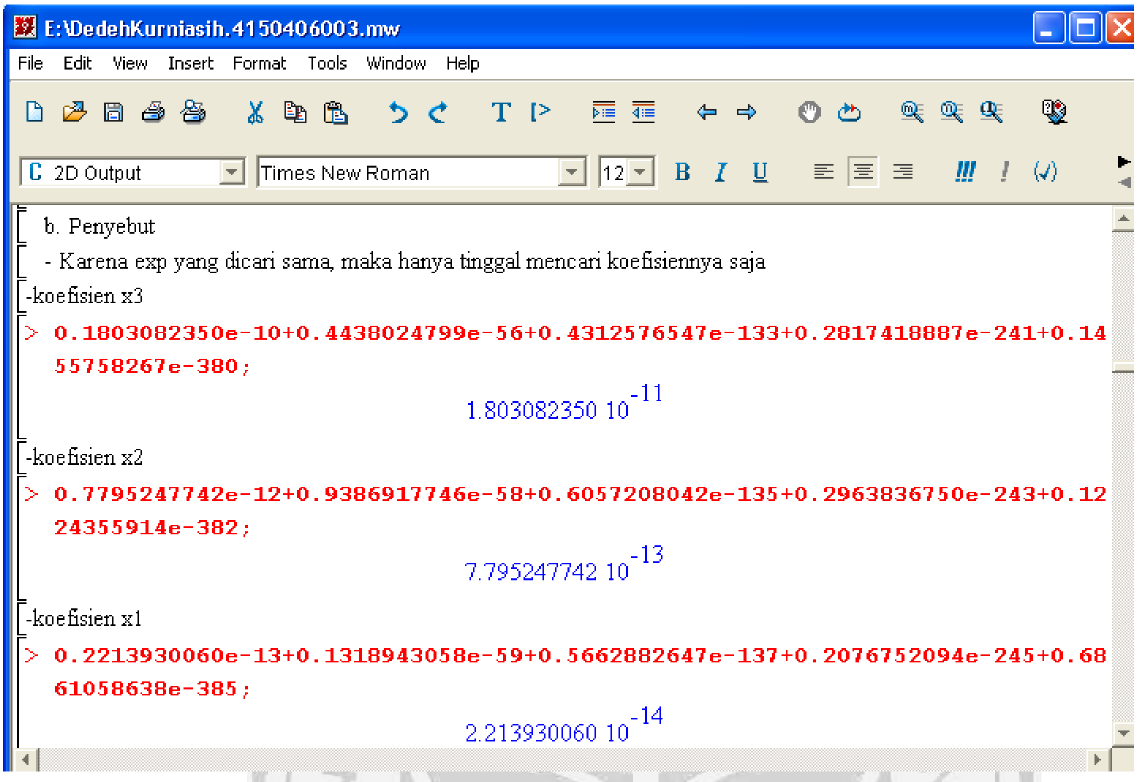
Proses Menghitung Pembilang

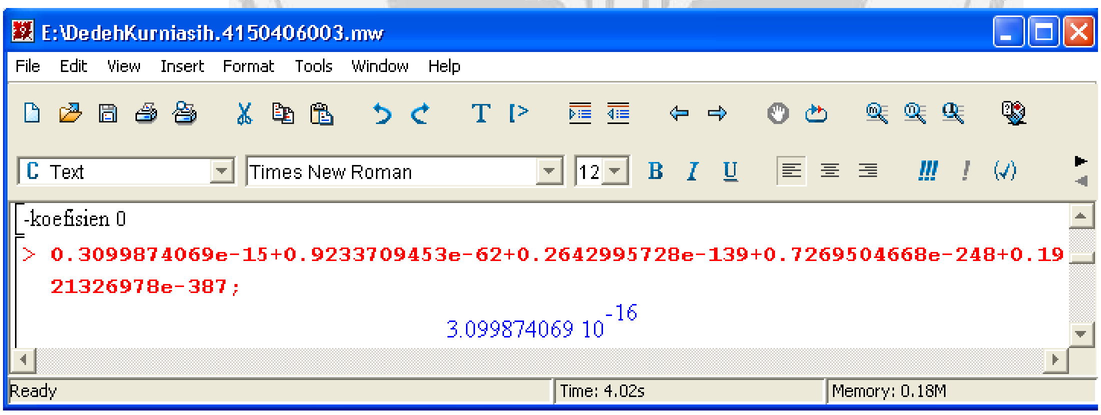




Lampiran 6

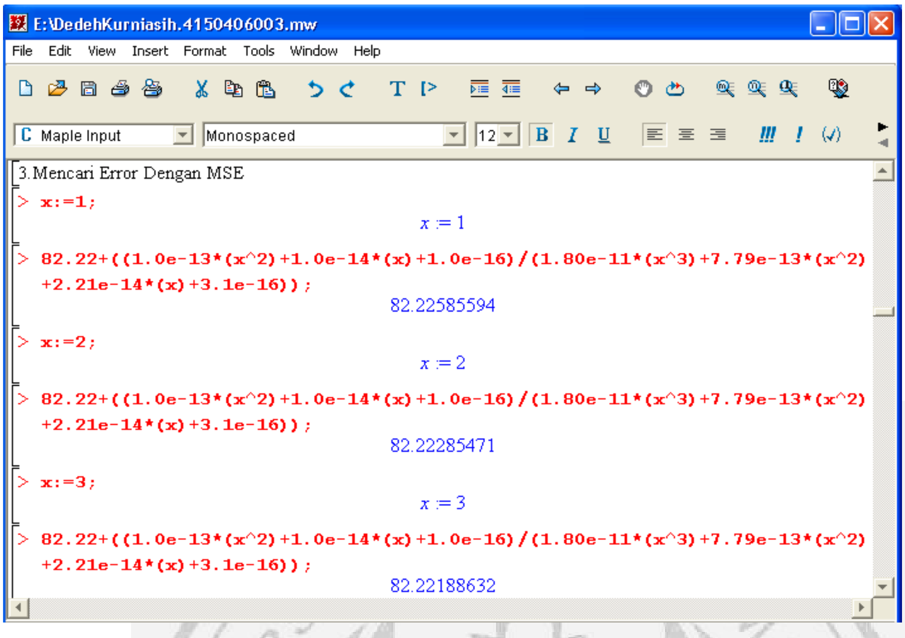
Proses Menghitung Penyebut

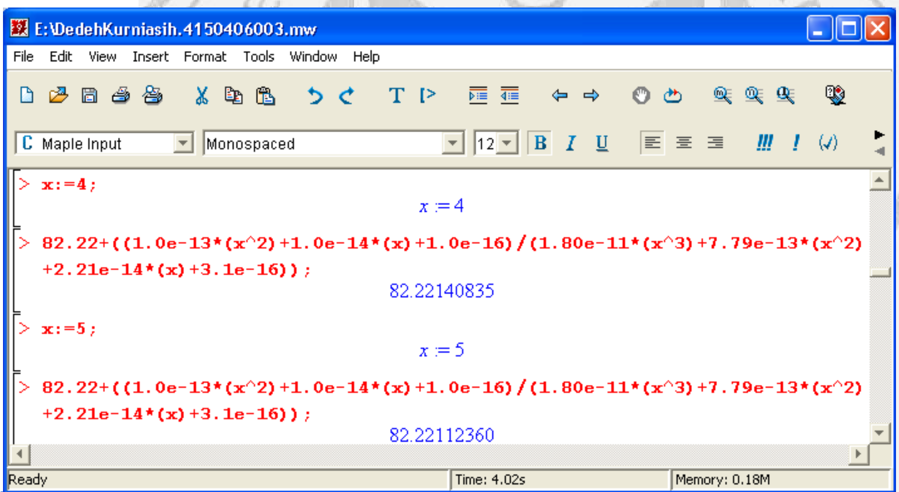


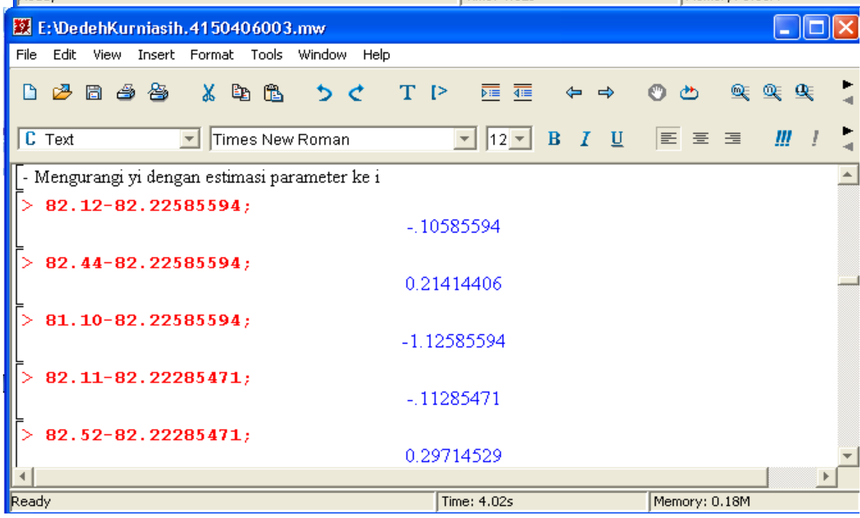


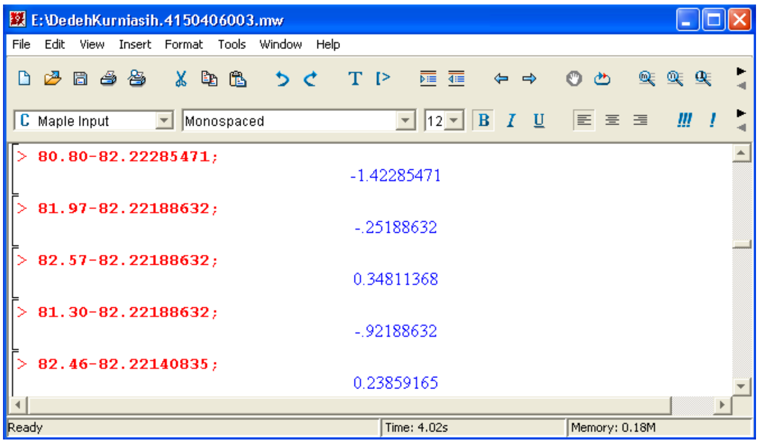
Lampiran 7

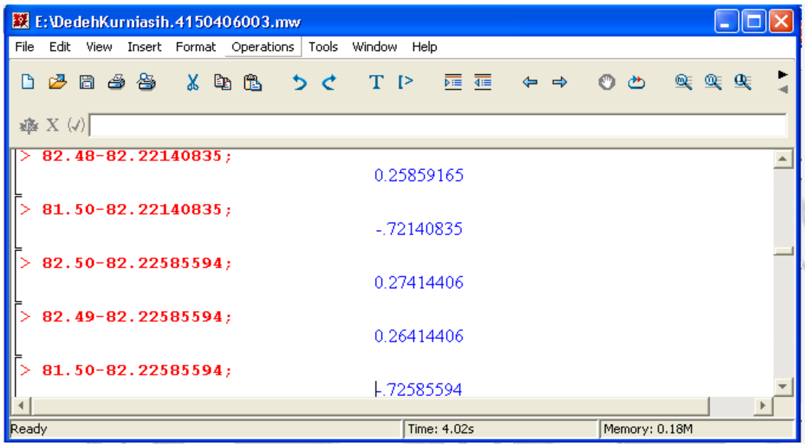
Proses MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian

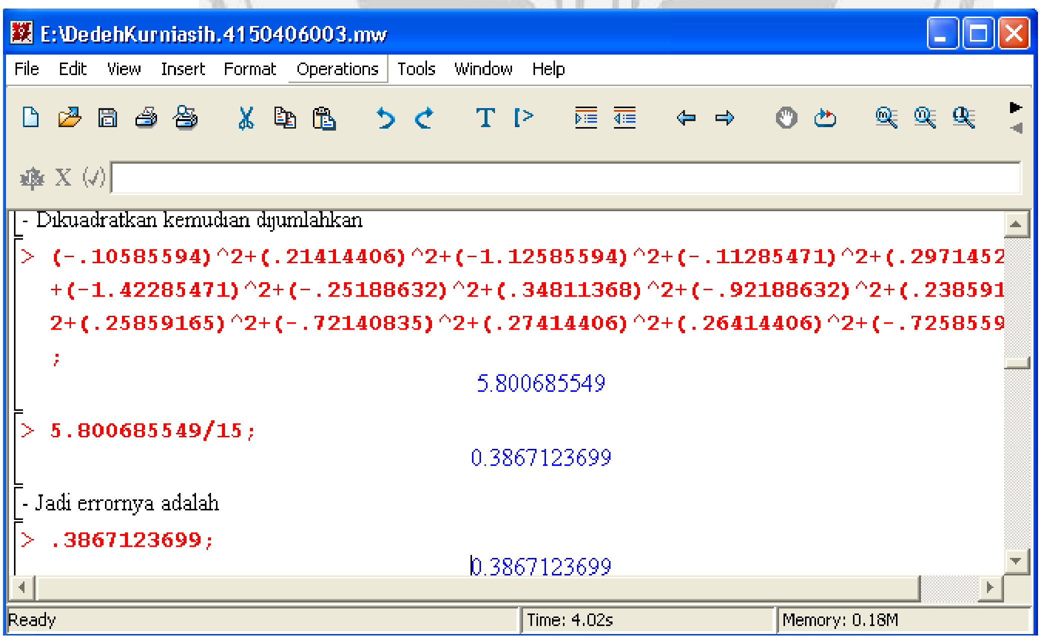






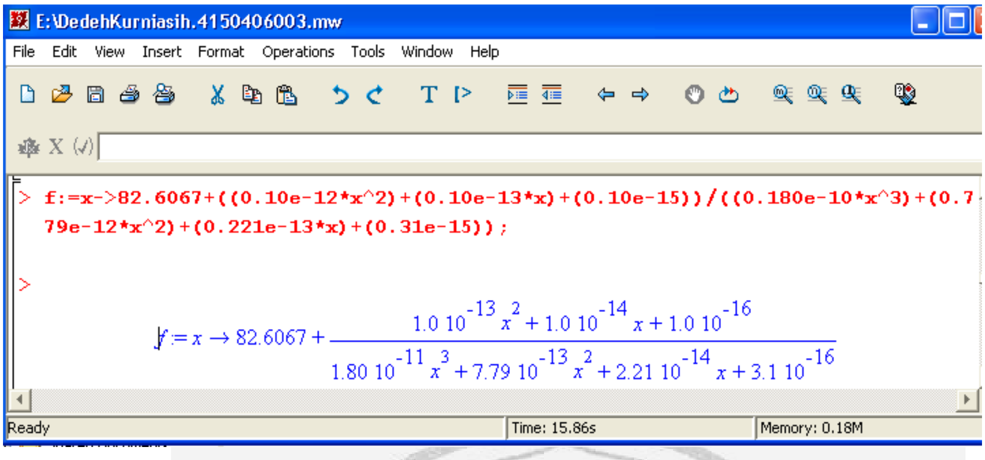

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
> 80.80-82.22285471;
-1.42285471
> 81.97-82.22188632;
-.25188632
> 82.57-82.22188632;
0.34811368
> 81.30-82.22188632;
-.92188632
> 82.46-82.22140835;
0.23859165
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M

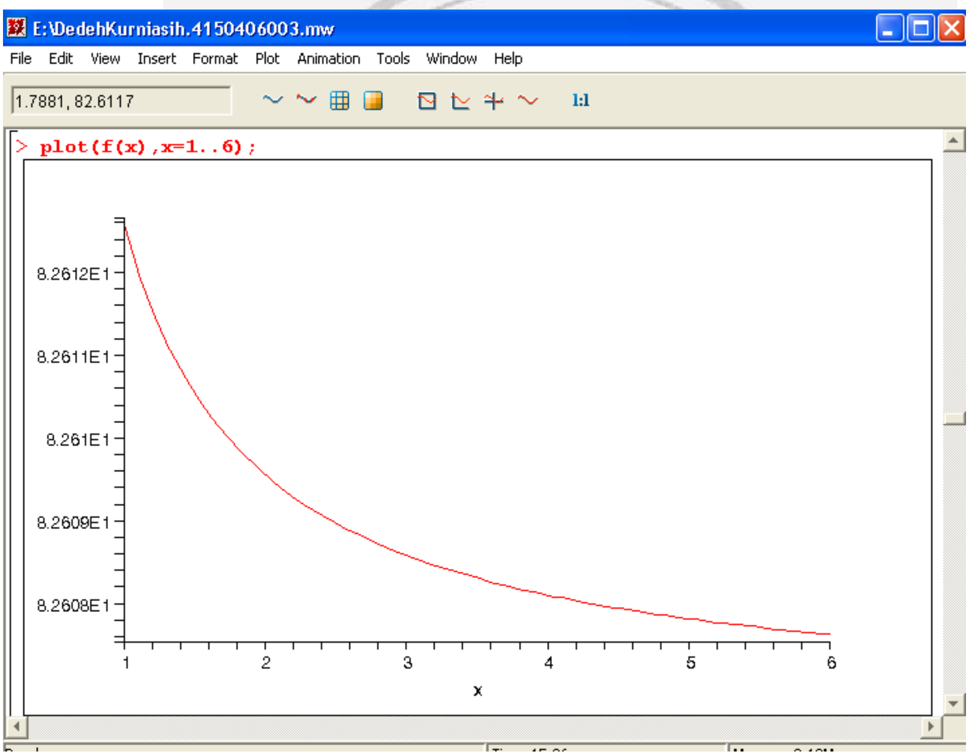

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
> 82.48-82.22140835;
0.25859165
> 81.50-82.22140835;
-.72140835
> 82.50-82.22585594;
0.27414406
> 82.49-82.22585594;
0.26414406
> 81.50-82.22585594;
-.72585594
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
- Dikuadratkan kemudian dijumlahkan
> (-.10585594)^2+(.21414406)^2+(-1.12585594)^2+(-.11285471)^2+(.2971452
+(-1.42285471)^2+(-.25188632)^2+(.34811368)^2+(-.92188632)^2+(.238591
2+(.25859165)^2+(-.72140835)^2+(.27414406)^2+(.26414406)^2+(-.7258559
;
5.800685549
> 5.800685549/15;
0.3867123699
- Jadi errornya adalah
> .3867123699;
0.3867123699
Ready
Time: 4.02s
Memory: 0.18M

Lampiran 8

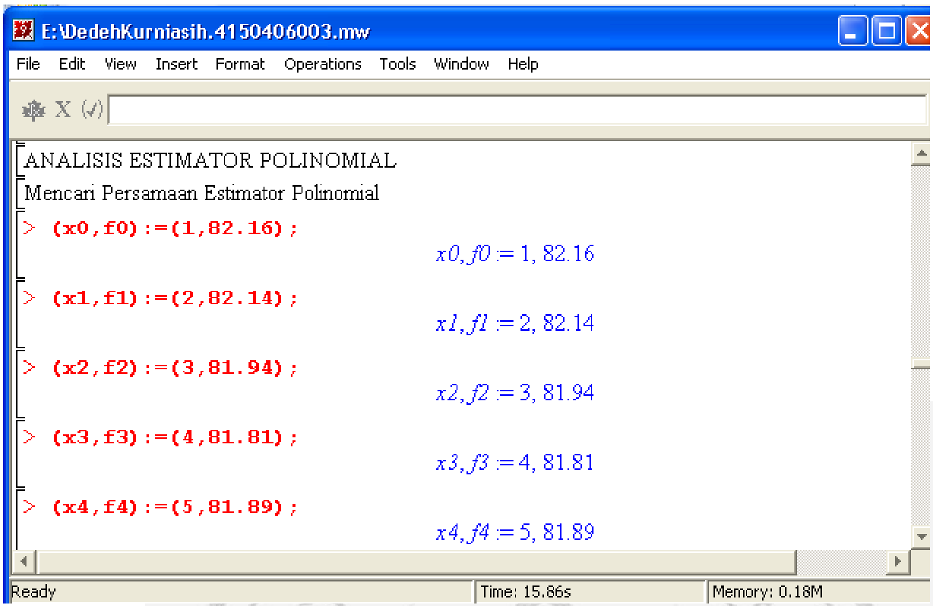
Grafik Estimator Fungsi Kernel Gaussian

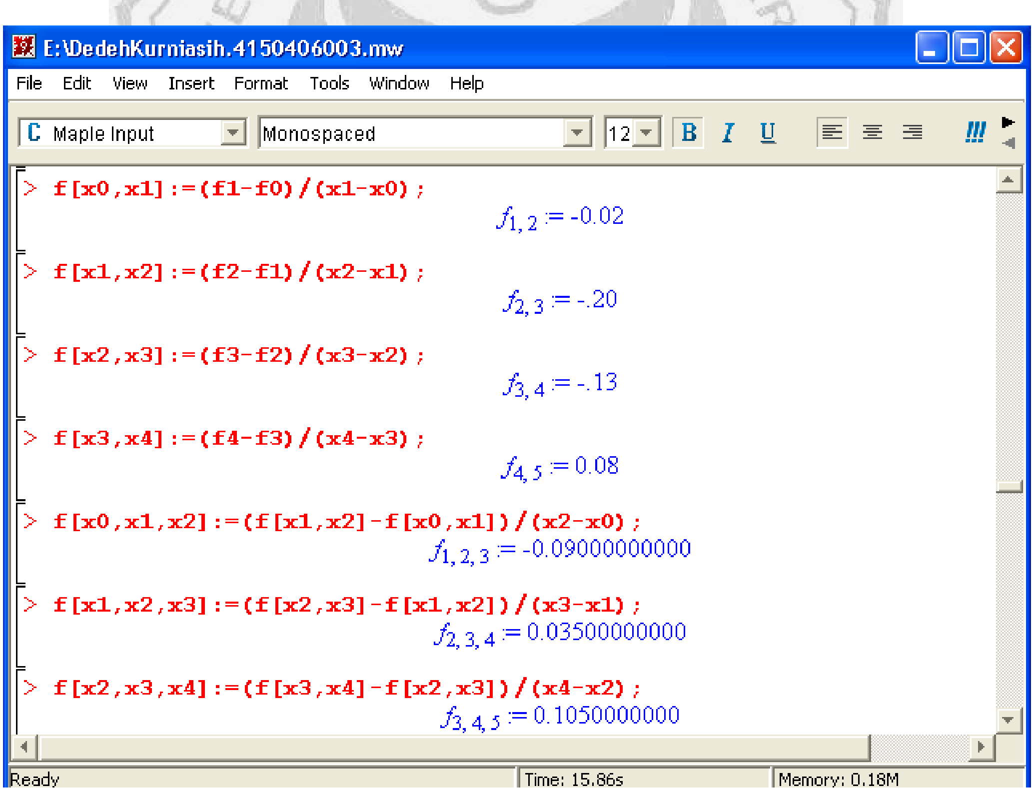




Lampiran 9

Proses Menghitung Estimator Polinomial





E:\DedehKurniasih.4150406003.mw

File Edit View Insert Format Tools Window Help

```
> f[x0,x1,x2,x3]:=(f[x1,x2,x3]-f[x0,x1,x2])/(x3-x0);
```

$$f_{1,2,3,4} := 0.04166666667$$

```
> f[x1,x2,x3,x4]:=(f[x2,x3,x4]-f[x1,x2,x3])/(x4-x1);
```

$$f_{2,3,4,5} := 0.02333333333$$

```
> f[x0,x1,x2,x3,x4]:=(f[x1,x2,x3,x4]-f[x0,x1,x2,x3])/(x4-x0);
```

$$f_{1,2,3,4,5} := -0.004583333335$$

```
> f0+((x-x0)*f[x0,x1])+((x-x0)*(x-x1)*f[x0,x1,x2])+((x-x0)*(x-x1)*(x-x2)*f[x0
,x1,x2,x3])+((x-x0)*(x-x1)*(x-x2)*(x-x3)*f[x0,x1,x2,x3,x4]);
```

$$82.18 - 0.02\,x - 0.09000000000\,(x-1)\,(x-2) + 0.04166666667\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3) - 0.004583333335\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3)\,(x-4)$$

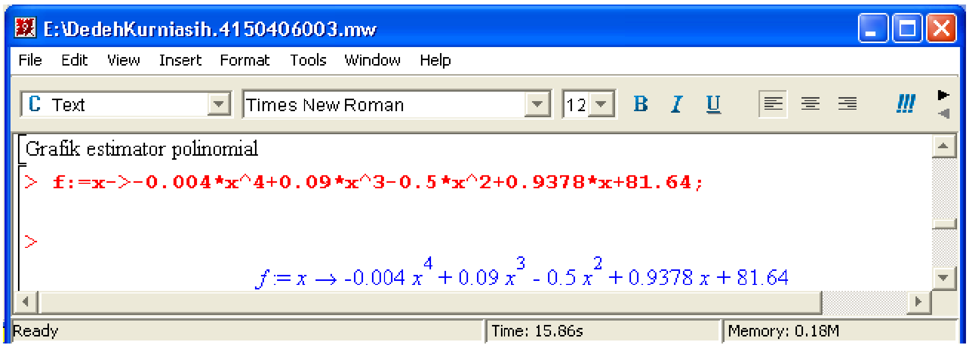
```
> 82.18-0.2e-1*x-0.9000000000e-1*(x^2-3*x+2)+0.4166666667e-1*(x^3-6*x^2+11*x-
6)-0.4583333335e-2*(x^4-10*x^3+35*x^2-50*x+24);
```

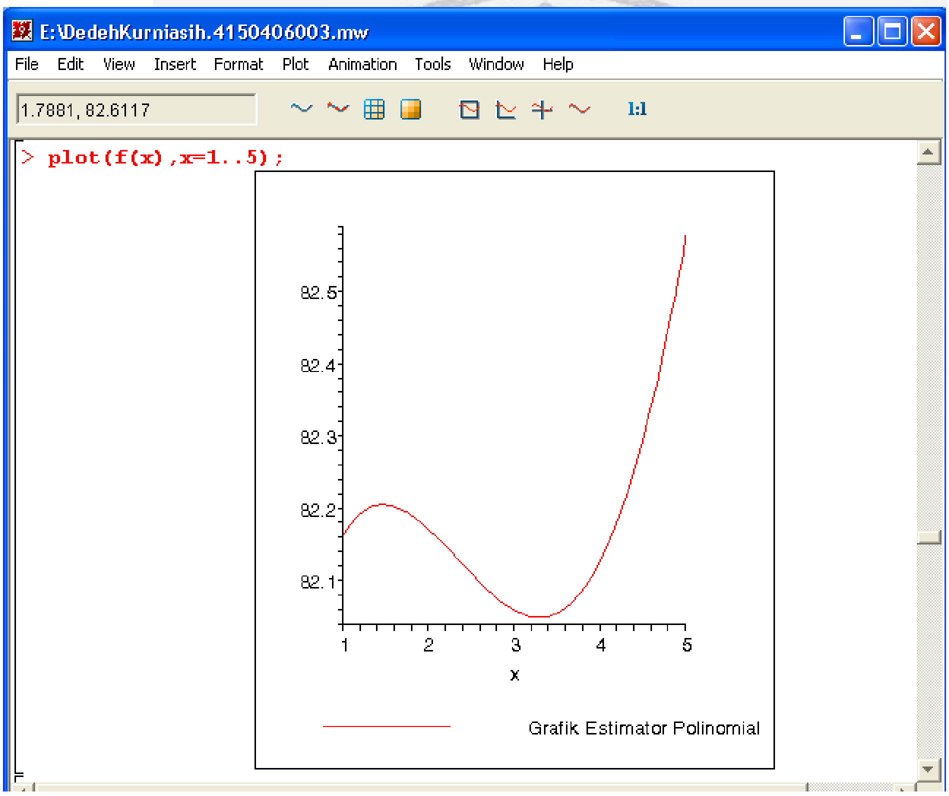
$$81.64000000 + 0.9375000002\,x - 0.5004166667\,x^2 + 0.08750000002\,x^3 - 0.004583333335\,x^4$$

Ready | Time: 15.86s | Memory: 0.18M

Lampiran 10

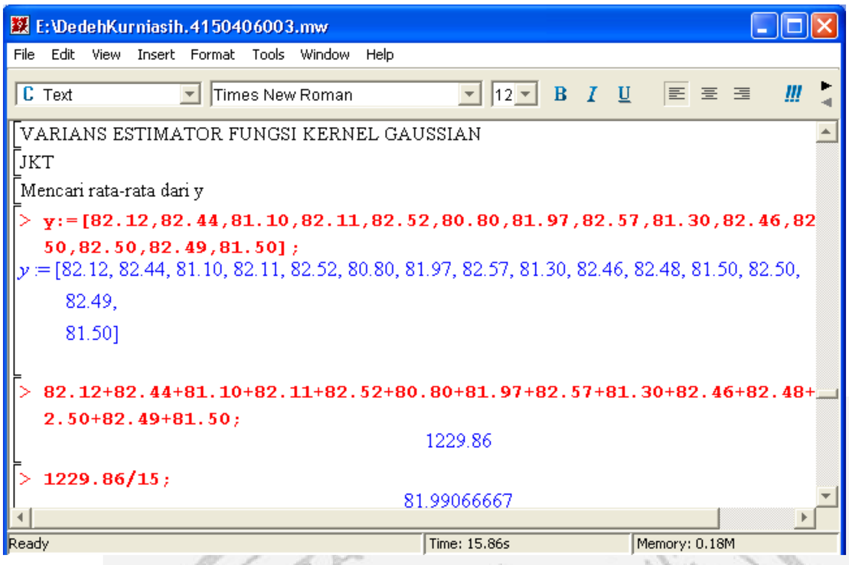
Grafik Estimator Polinomial

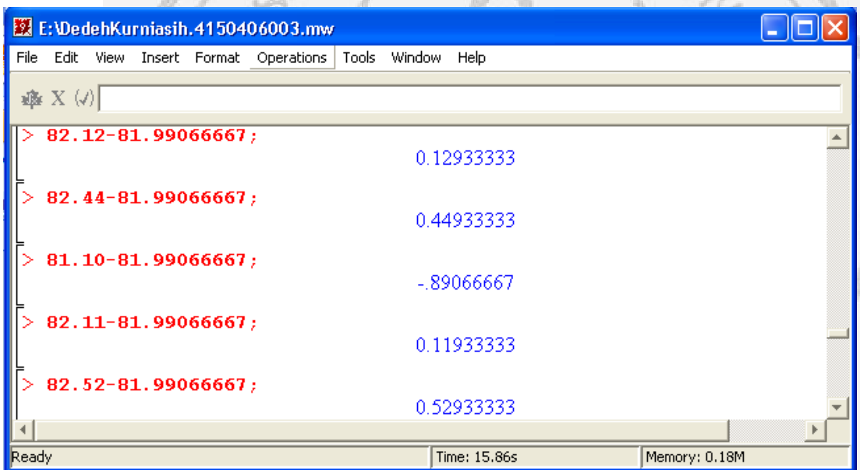


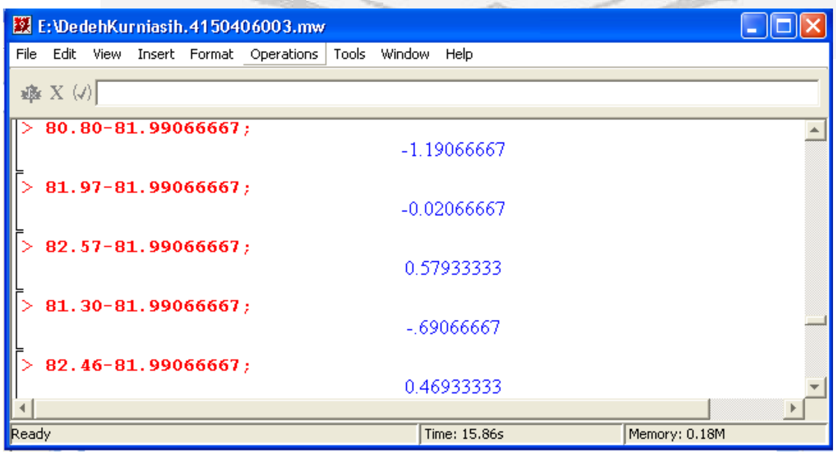


Lampiran 11

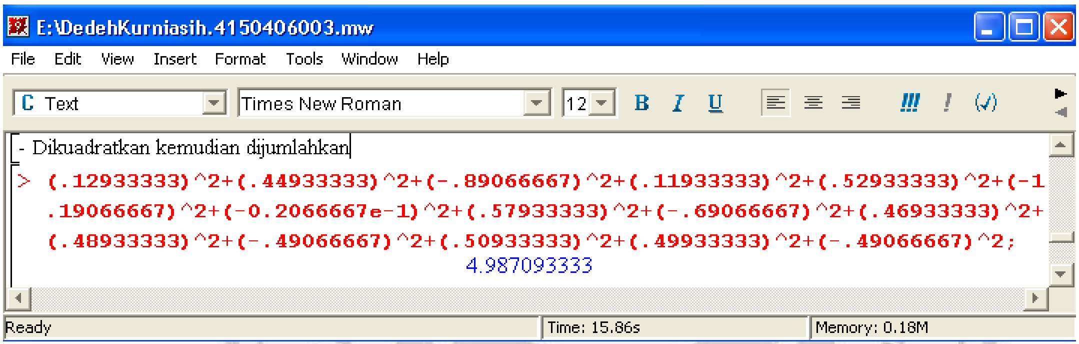
Varians Estimator Fungsi Kernel Gaussian $(\widehat{\theta_1})$

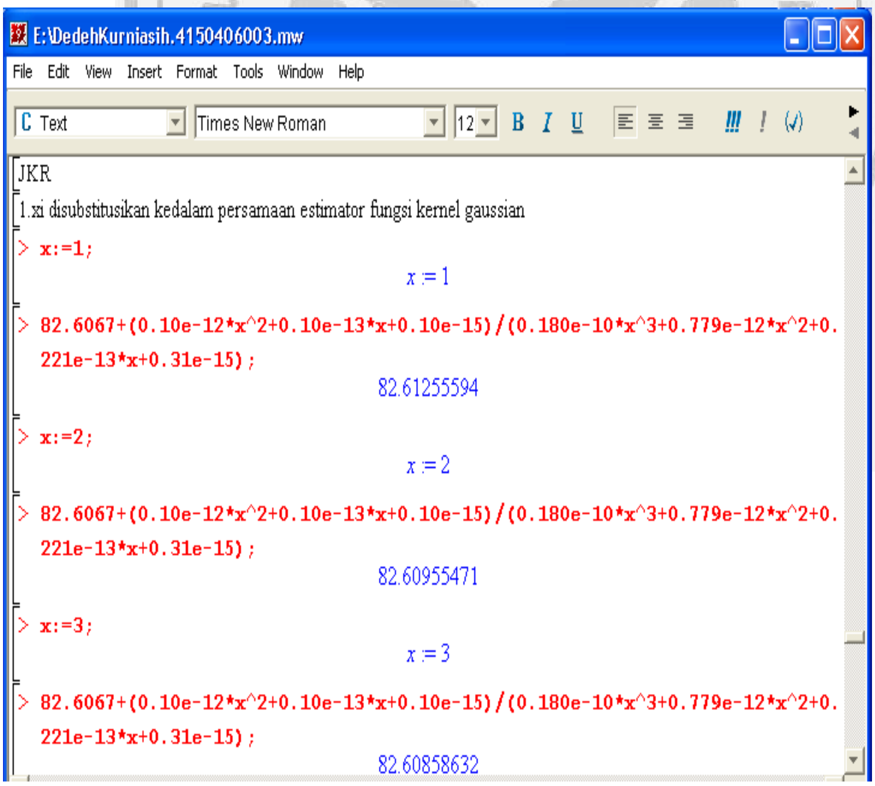


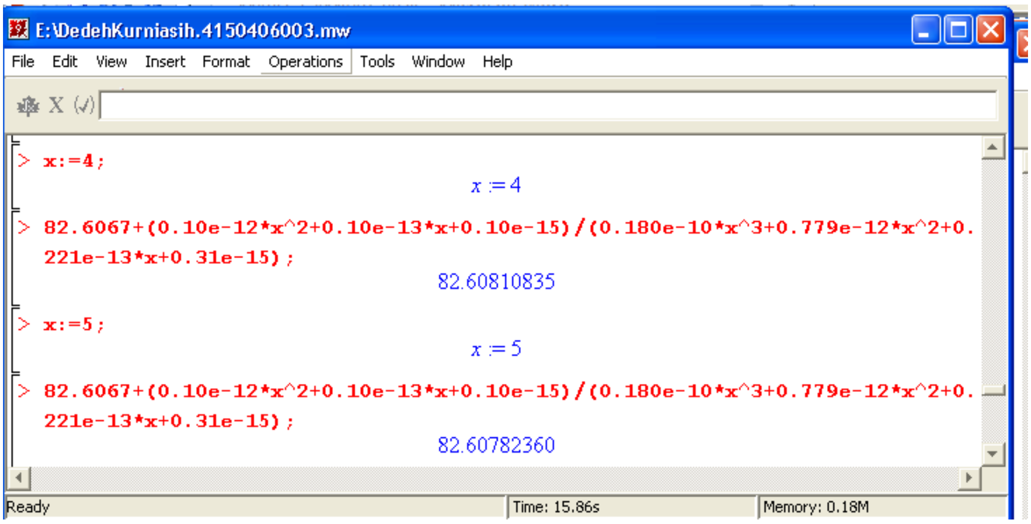


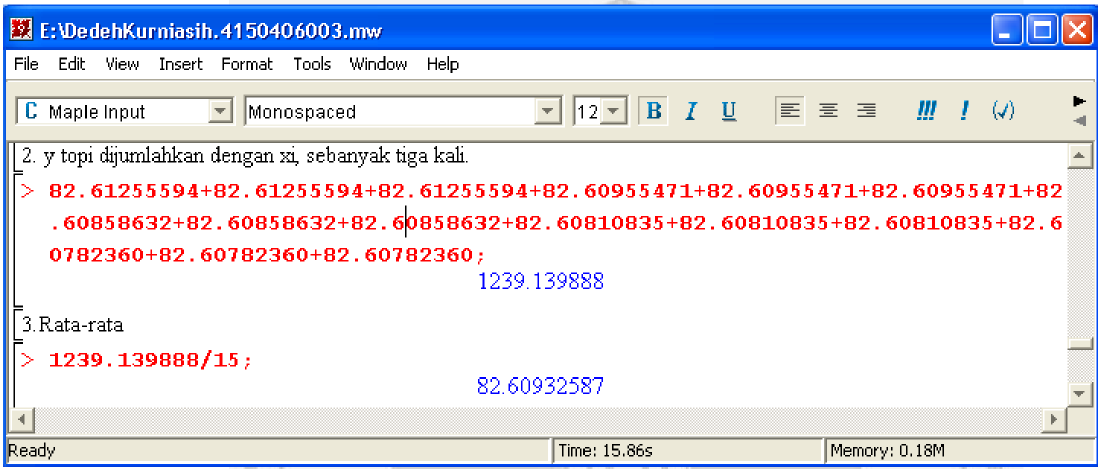


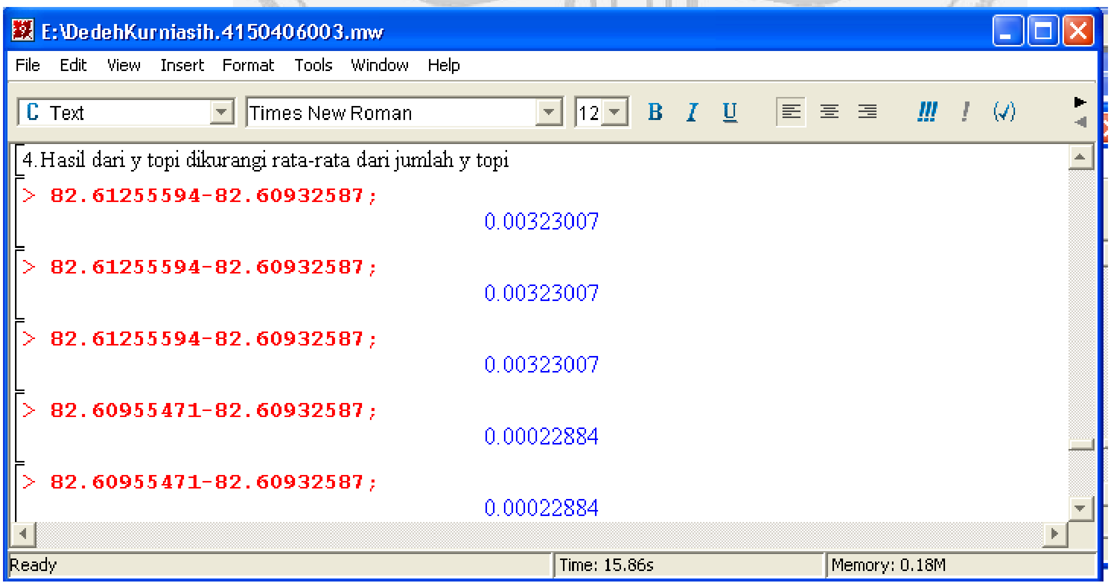

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> 82.48-81.99066667;
0.48933333
> 81.50-81.99066667;
-.49066667
> 82.50-81.99066667;
0.50933333
> 82.49-81.99066667;
0.49933333
> 81.50-81.99066667;
-.49066667
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

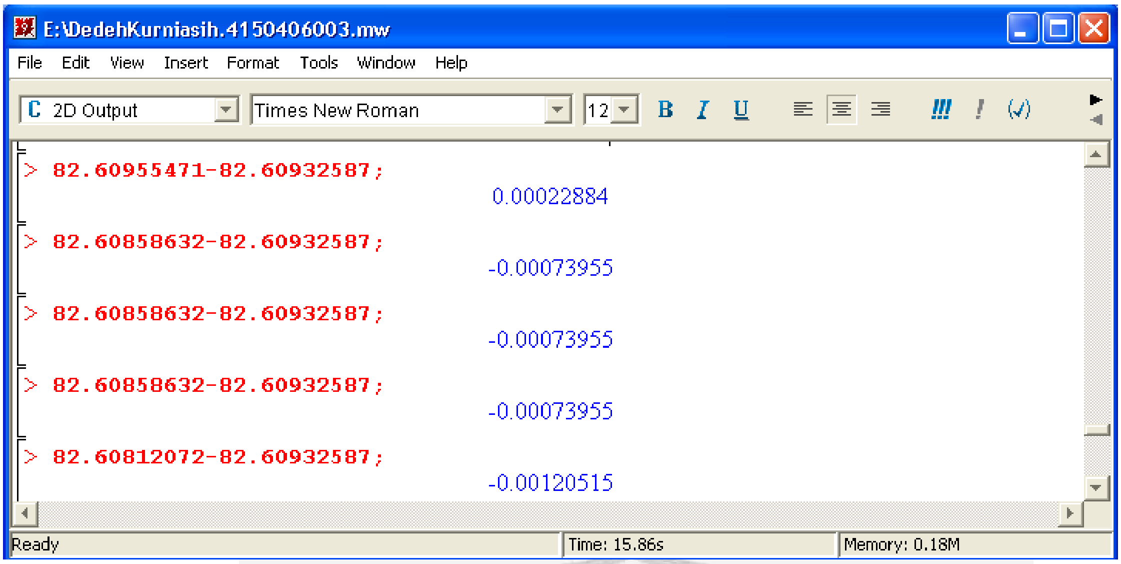

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Text
Times New Roman
12
- Dikuadratkan kemudian dijumlahkan
> (.12933333)^2+(.44933333)^2+(-.89066667)^2+(.11933333)^2+(.52933333)^2+(-1.19066667)^2+(-0.2066667e-1)^2+(.57933333)^2+(-.69066667)^2+(.46933333)^2+(.48933333)^2+(-.49066667)^2+(.50933333)^2+(.49933333)^2+(-.49066667)^2;
4.987093333
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

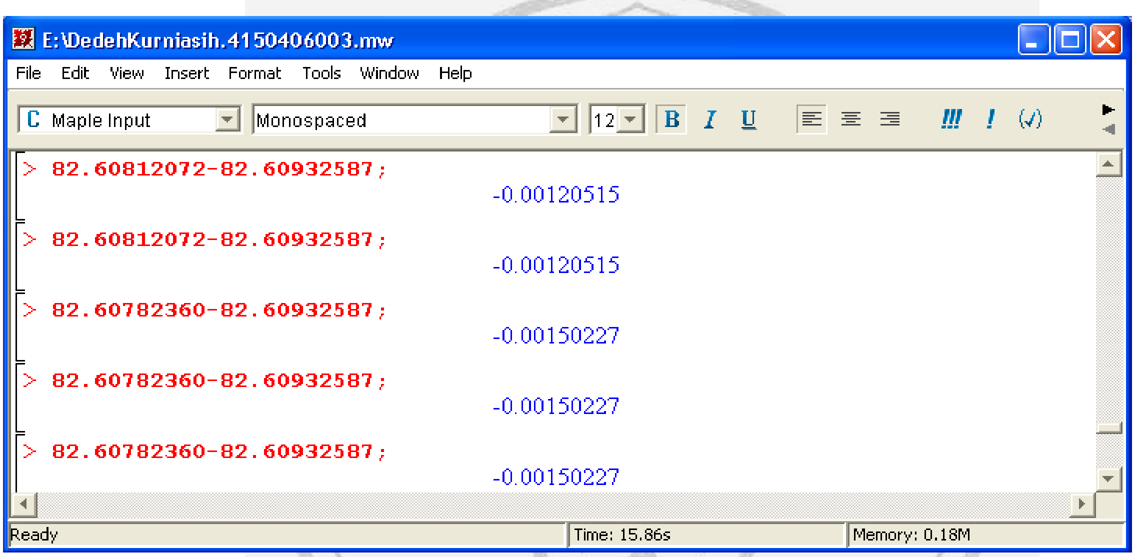

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Text
Times New Roman
12
JKR
1.xi disubstitusikan kedalam persamaan estimator fungsi kernel gaussian
> x:=1;
x := 1
> 82.6067+(0.10e-12*x^2+0.10e-13*x+0.10e-15)/(0.180e-10*x^3+0.779e-12*x^2+0.221e-13*x+0.31e-15);
82.61255594
> x:=2;
x := 2
> 82.6067+(0.10e-12*x^2+0.10e-13*x+0.10e-15)/(0.180e-10*x^3+0.779e-12*x^2+0.221e-13*x+0.31e-15);
82.60955471
> x:=3;
x := 3
> 82.6067+(0.10e-12*x^2+0.10e-13*x+0.10e-15)/(0.180e-10*x^3+0.779e-12*x^2+0.221e-13*x+0.31e-15);
82.60858632


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> x:=4;
x := 4
> 82.6067+(0.10e-12*x^2+0.10e-13*x+0.10e-15)/(0.180e-10*x^3+0.779e-12*x^2+0.221e-13*x+0.31e-15);
82.60810835
> x:=5;
x := 5
> 82.6067+(0.10e-12*x^2+0.10e-13*x+0.10e-15)/(0.180e-10*x^3+0.779e-12*x^2+0.221e-13*x+0.31e-15);
82.60782360
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Maple Input
Monospaced
12
2. y topi dijumlahkan dengan xi, sebanyak tiga kali.
> 82.61255594+82.61255594+82.61255594+82.60955471+82.60955471+82.60955471+82.60858632+82.60858632+82.60858632+82.60810835+82.60810835+82.60810835+82.60782360+82.60782360+82.60782360;
1239.139888
3. Rata-rata
> 1239.139888/15;
82.60932587
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

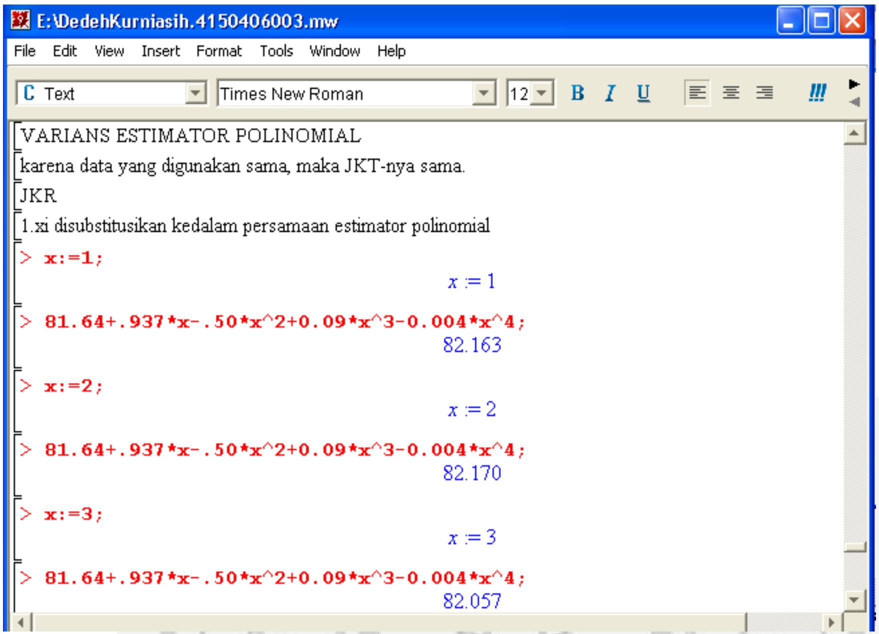

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Text
Times New Roman
12
4. Hasil dari y topi dikurangi rata-rata dari jumlah y topi
> 82.61255594-82.60932587;
0.00323007
> 82.61255594-82.60932587;
0.00323007
> 82.61255594-82.60932587;
0.00323007
> 82.60955471-82.60932587;
0.00022884
> 82.60955471-82.60932587;
0.00022884
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
2D Output
Times New Roman
12
> 82.60955471-82.60932587;
0.00022884
> 82.60858632-82.60932587;
-0.00073955
> 82.60858632-82.60932587;
-0.00073955
> 82.60858632-82.60932587;
-0.00073955
> 82.60812072-82.60932587;
-0.00120515
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Maple Input
Monospaced
12
> 82.60812072-82.60932587;
-0.00120515
> 82.60812072-82.60932587;
-0.00120515
> 82.60782360-82.60932587;
-0.00150227
> 82.60782360-82.60932587;
-0.00150227
> 82.60782360-82.60932587;
-0.00150227
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

Lampiran 12

Varians Estimator Polinomial $(\widehat{\theta_2})$



E:\DedehKurniasih.4150406003.mw

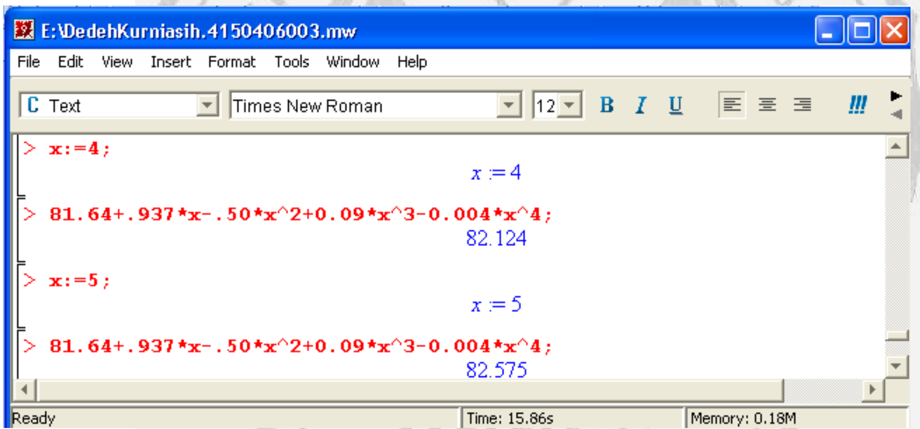
VARIANS ESTIMATOR POLINOMIAL

karena data yang digunakan sama, maka JKT-nya sama.

JKR

1.xi disubstitusikan kedalam persamaan estimator polinomial

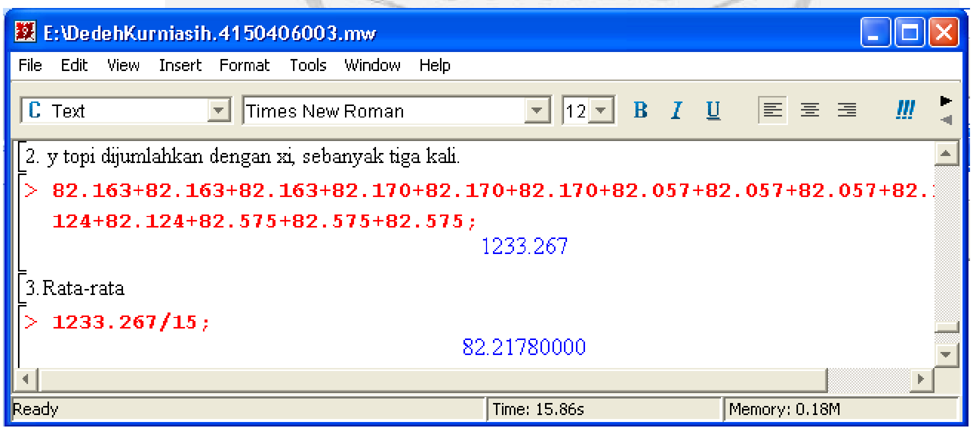
```
> x:=1;
                    x := 1
> 81.64+.937*x-.50*x^2+0.09*x^3-0.004*x^4;
                    82.163
> x:=2;
                    x := 2
> 81.64+.937*x-.50*x^2+0.09*x^3-0.004*x^4;
                    82.170
> x:=3;
                    x := 3
> 81.64+.937*x-.50*x^2+0.09*x^3-0.004*x^4;
                    82.057
```



E:\DedehKurniasih.4150406003.mw

```
> x:=4;
                    x := 4
> 81.64+.937*x-.50*x^2+0.09*x^3-0.004*x^4;
                    82.124
> x:=5;
                    x := 5
> 81.64+.937*x-.50*x^2+0.09*x^3-0.004*x^4;
                    82.575
```

Ready | Time: 15.86s | Memory: 0.18M



E:\DedehKurniasih.4150406003.mw

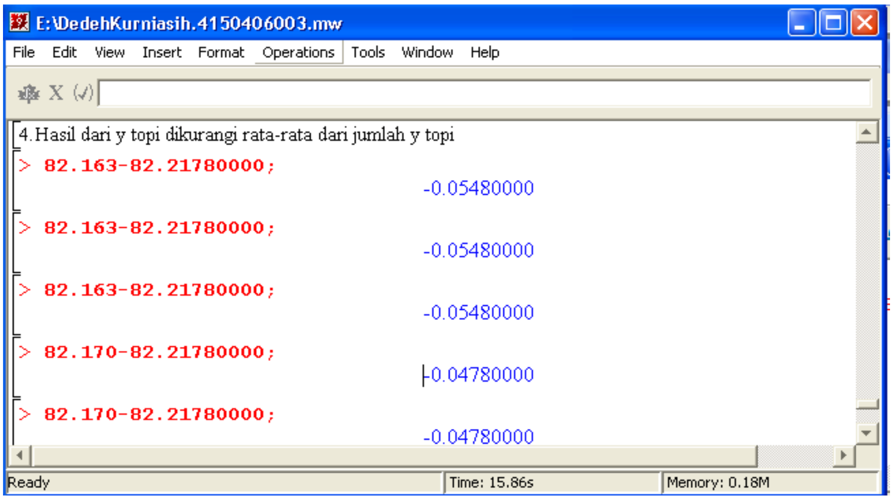
2. y topi dijumlahkan dengan xi, sebanyak tiga kali.

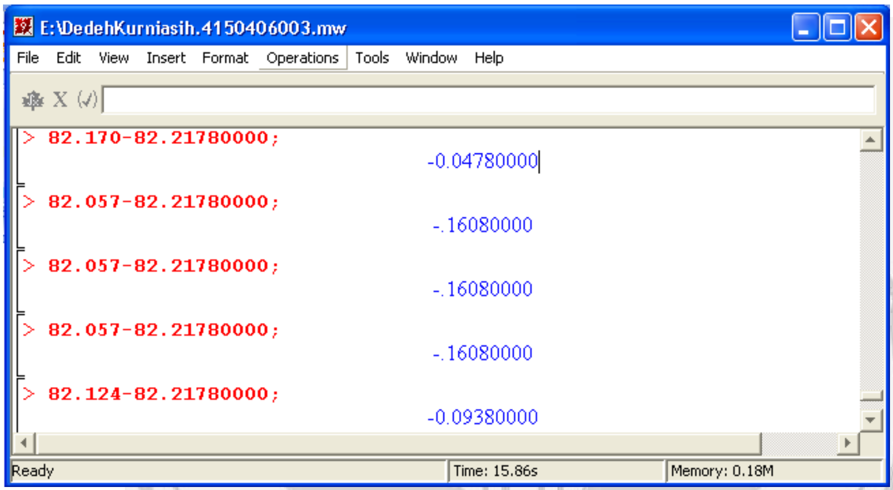
```
> 82.163+82.163+82.163+82.170+82.170+82.170+82.057+82.057+82.057+82.
  124+82.124+82.575+82.575+82.575;
                    1233.267
```

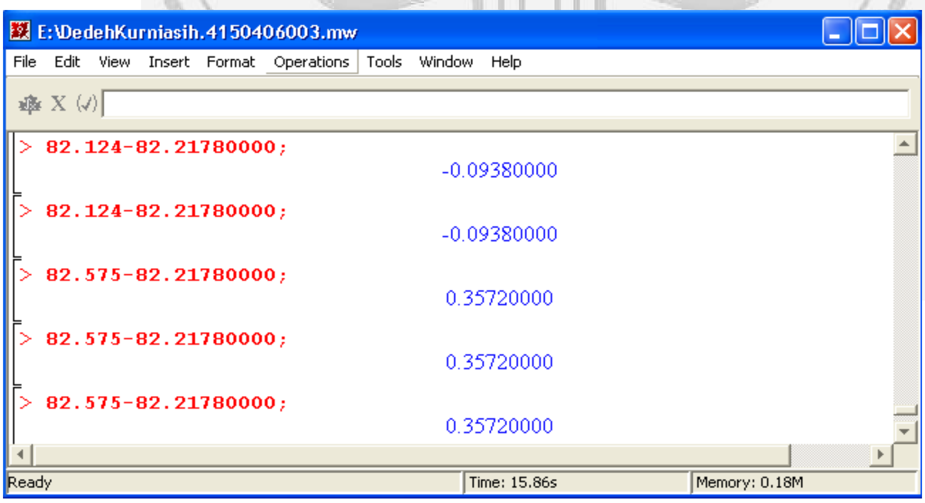
3. Rata-rata

```
> 1233.267/15;
                    82.21780000
```

Ready | Time: 15.86s | Memory: 0.18M

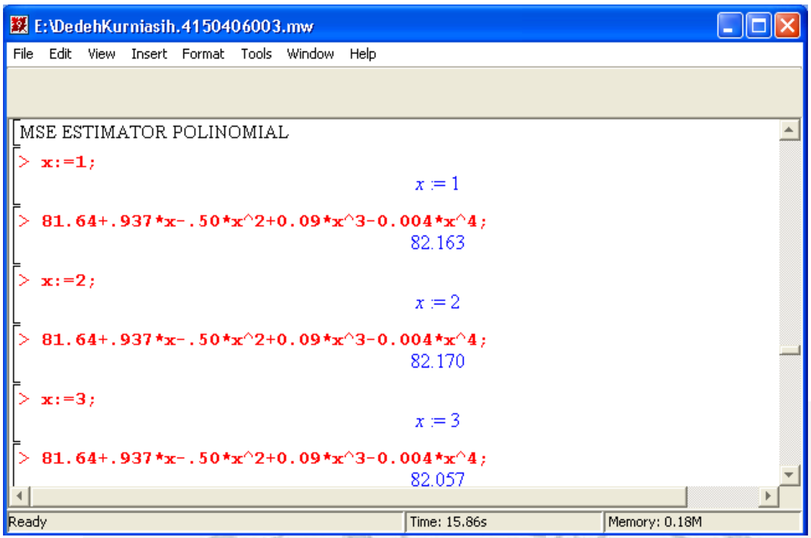

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
4. Hasil dari y topi dikurangi rata-rata dari jumlah y topi
> 82.163-82.21780000;
-0.05480000
> 82.163-82.21780000;
-0.05480000
> 82.163-82.21780000;
-0.05480000
> 82.170-82.21780000;
-0.04780000
> 82.170-82.21780000;
-0.04780000
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

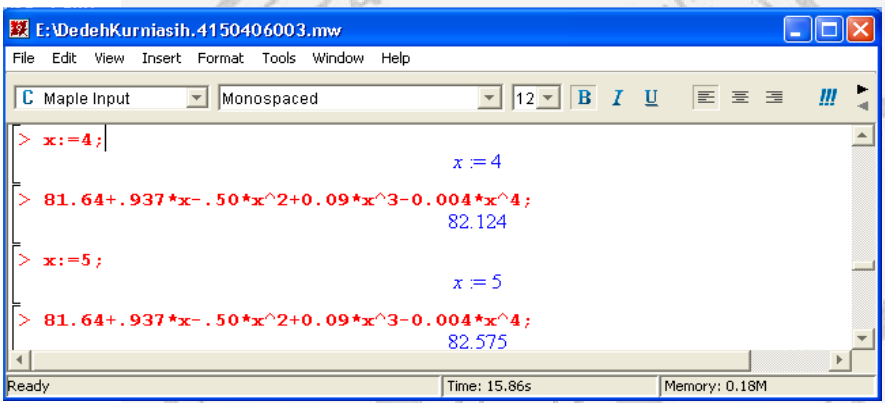

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> 82.170-82.21780000;
-0.04780000
> 82.057-82.21780000;
-.16080000
> 82.057-82.21780000;
-.16080000
> 82.057-82.21780000;
-.16080000
> 82.124-82.21780000;
-0.09380000
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

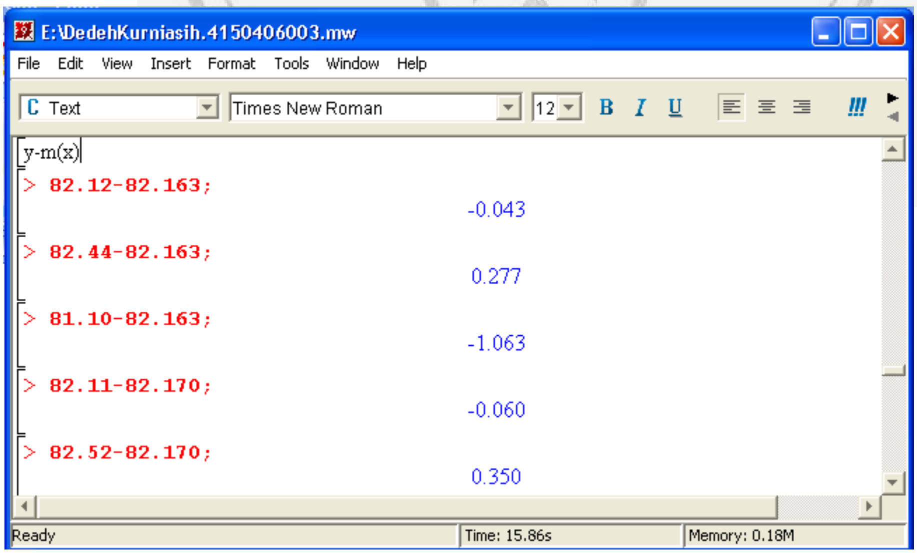

E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> 82.124-82.21780000;
-0.09380000
> 82.124-82.21780000;
-0.09380000
> 82.575-82.21780000;
0.35720000
> 82.575-82.21780000;
0.35720000
> 82.575-82.21780000;
0.35720000
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

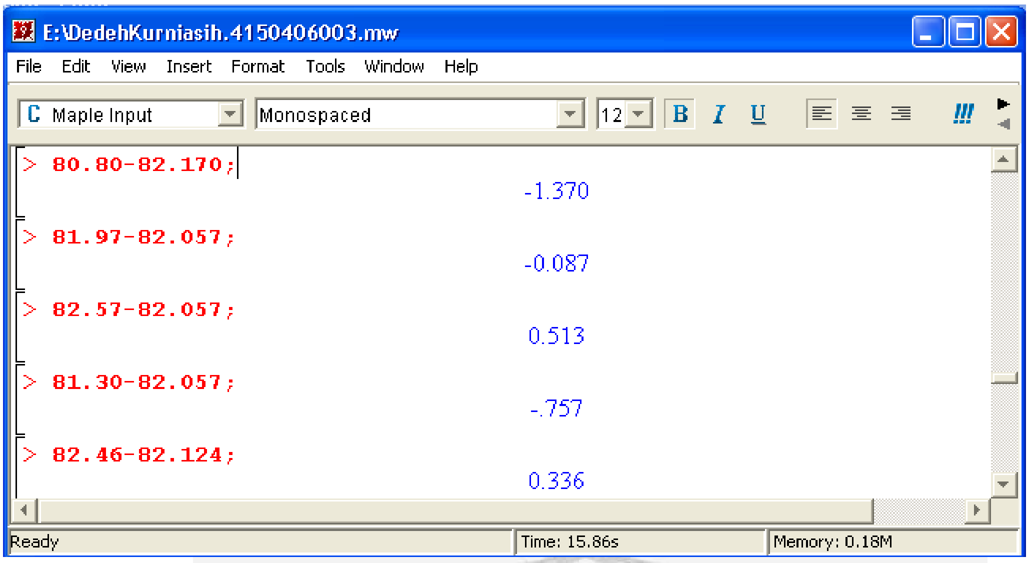
Lampiran 13

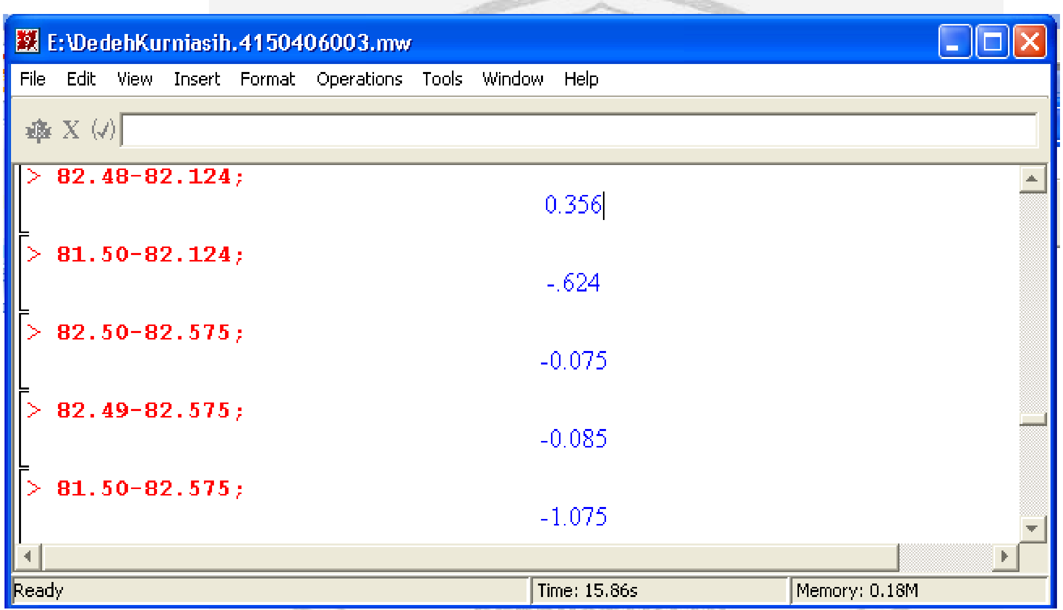
Proses MSE Estimator Polinomial

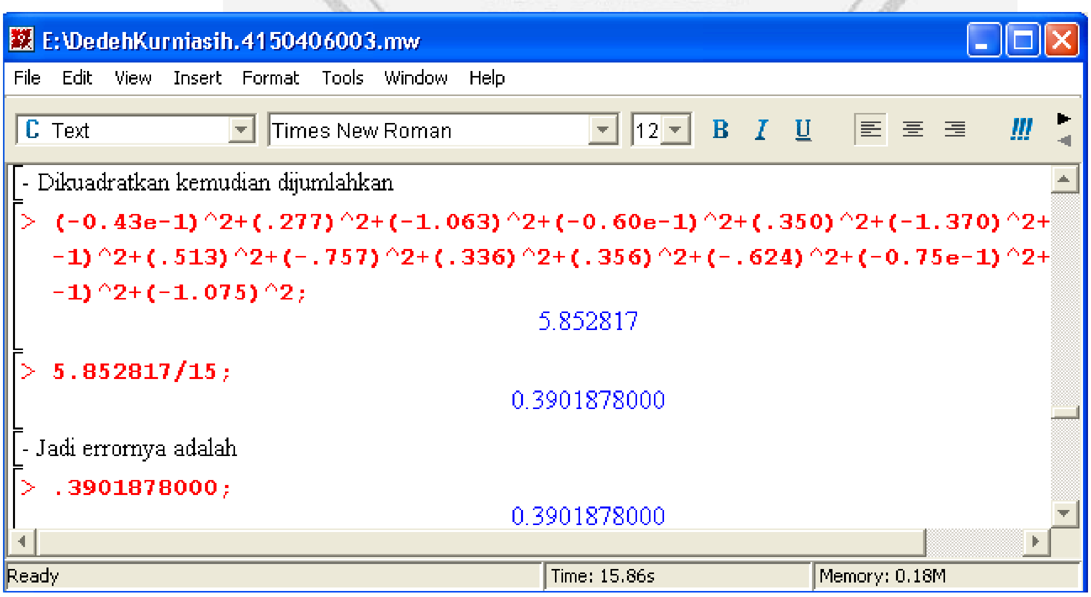







E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Maple Input
Monospaced
12
> 80.80-82.170;
-1.370
> 81.97-82.057;
-0.087
> 82.57-82.057;
0.513
> 81.30-82.057;
-.757
> 82.46-82.124;
0.336
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Operations Tools Window Help
> 82.48-82.124;
0.356
> 81.50-82.124;
-.624
> 82.50-82.575;
-0.075
> 82.49-82.575;
-0.085
> 81.50-82.575;
-1.075
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M


E:\DedehKurniasih.4150406003.mw
File Edit View Insert Format Tools Window Help
Text
Times New Roman
12
- Dikuadratkan kemudian dijumlahkan
> (-0.43e-1)^2+(.277)^2+(-1.063)^2+(-0.60e-1)^2+(.350)^2+(-1.370)^2+
-1)^2+(.513)^2+(-.757)^2+(.336)^2+(.356)^2+(-.624)^2+(-0.75e-1)^2+
-1)^2+(-1.075)^2;
5.852817
> 5.852817/15;
0.3901878000
- Jadi errornya adalah
> .3901878000;
0.3901878000
Ready
Time: 15.86s
Memory: 0.18M

Lampiran 14

Grafik Rata-Rata USD/JPY Setelah Peramalan